

基礎講座1:最新の無線通信システムの基礎

Fundamentals of Recent Wireless Communication Systems

変復調と等化方式の基礎

Fundamentals of Modulation/Demodulation and Equalization Technologies

林 和則

Kazunori Hayashi

京都大学大学院情報学研究科

Graduate School of Informatics, Kyoto University

E-mail: kazunori@i.kyoto-u.ac.jp

TEL: +81-75-753-5509

FAX: +81-75-753-4755



2004年11月10日

はじめに

OFDM方式を一つのサブクラスとして含む伝送方式についてブロック伝送の枠組みから解説する

目的:

- ・シリアル伝送とブロック伝送の違い
- ・サイクリックプレフィックスの役割
- ・OFDM方式が高い周波数選択性フェージング耐性を持つ理由

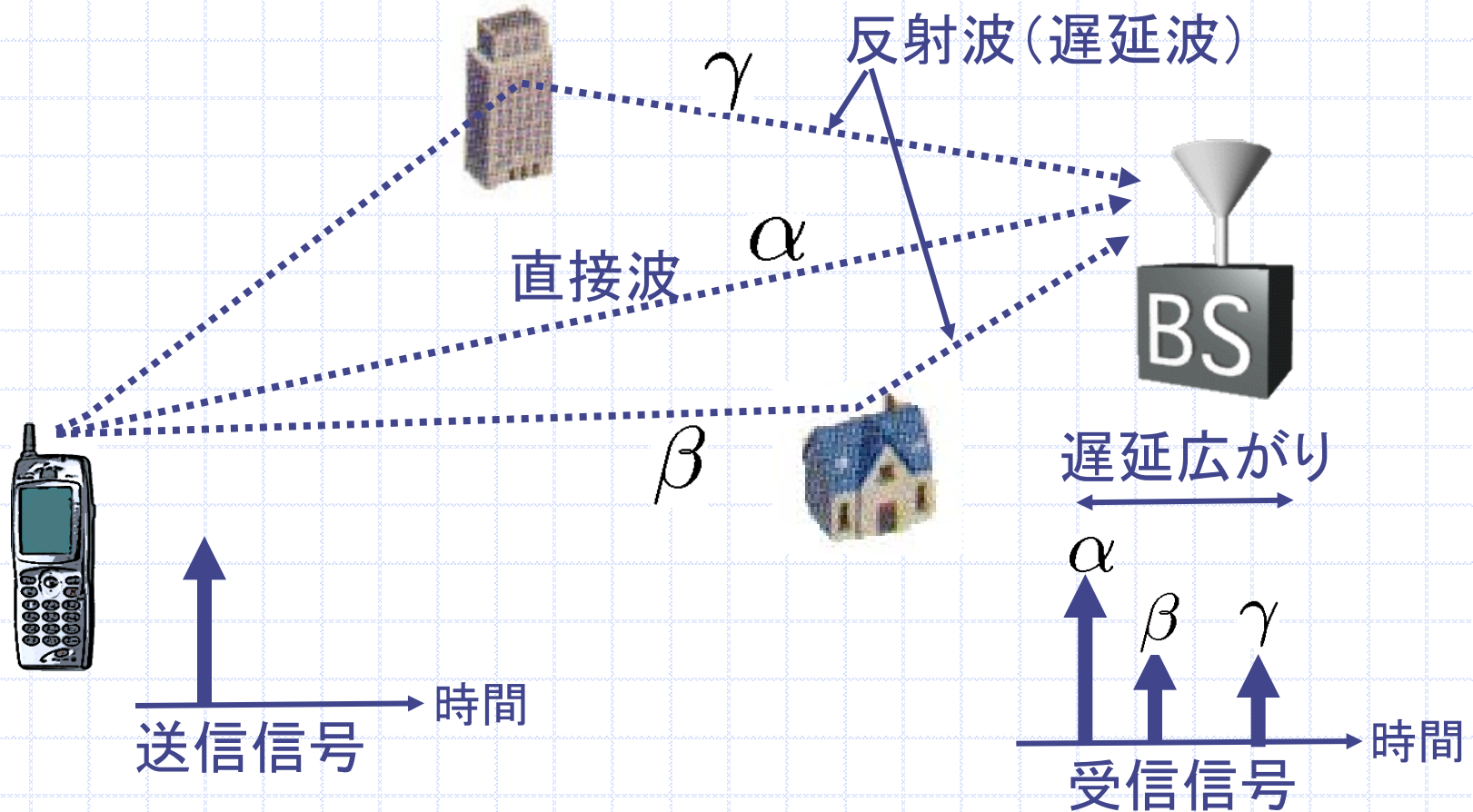
内容

- ◆ 符号間干渉と周波数選択性フェージング
- ◆ シリアル伝送とブロック伝送
- ◆ サイクリックプレフィックスを用いたブロック伝送方式
(SC-CP方式: Single Carrier Block Transmission with Cyclic Prefix)
- ◆ ゼロパディングを用いたブロック伝送方式
(SC-ZP方式: Single Carrier Block Transmission with Zero Padding)
- ◆ 簡単なガード区間外遅延波対策法

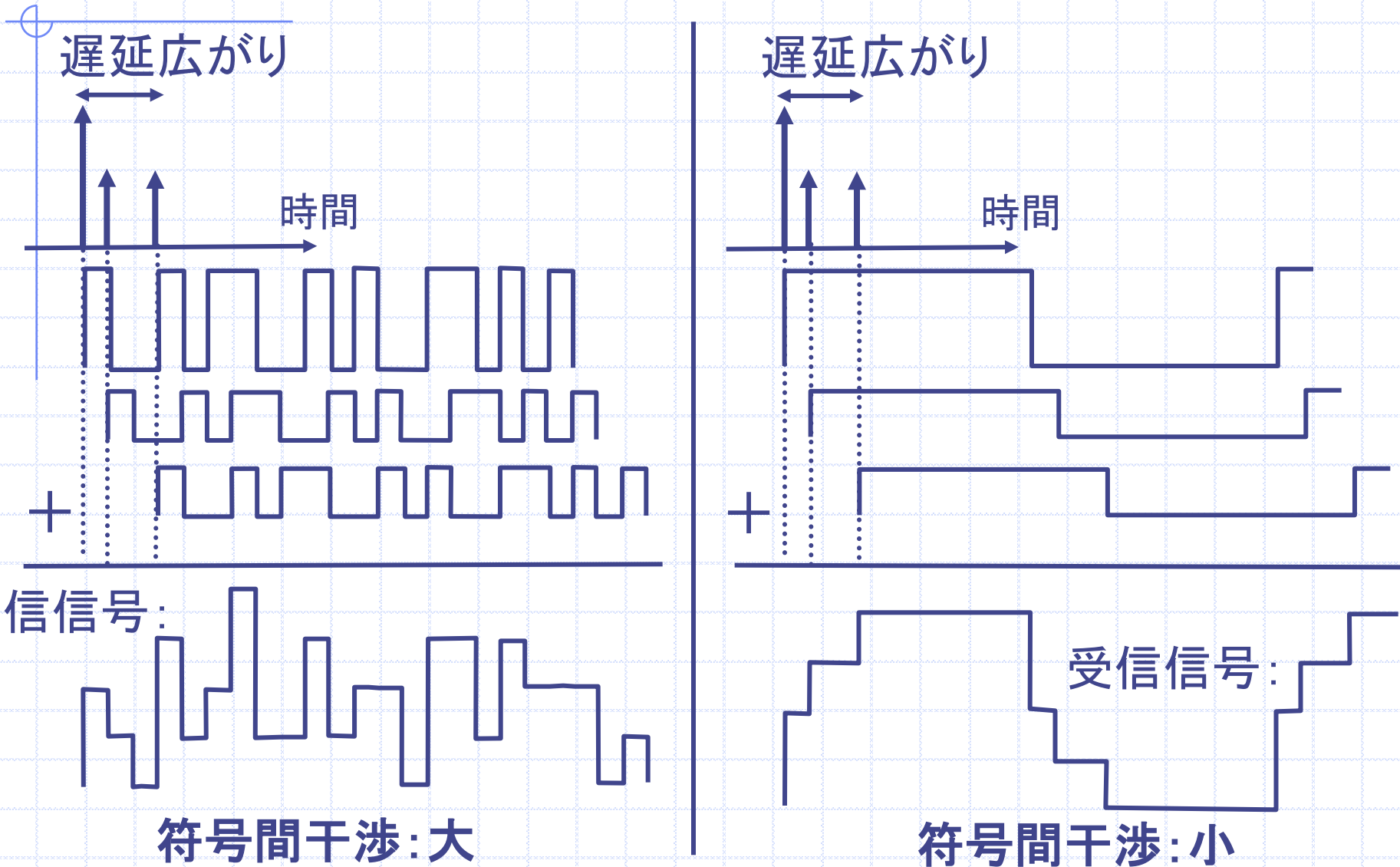


符号間干渉と 周波数選択性フェージング

マルチパス伝搬路と遅延広がり



遅延広がりの影響 @ 時間領域



遅延広がりの影響 @ 周波数領域

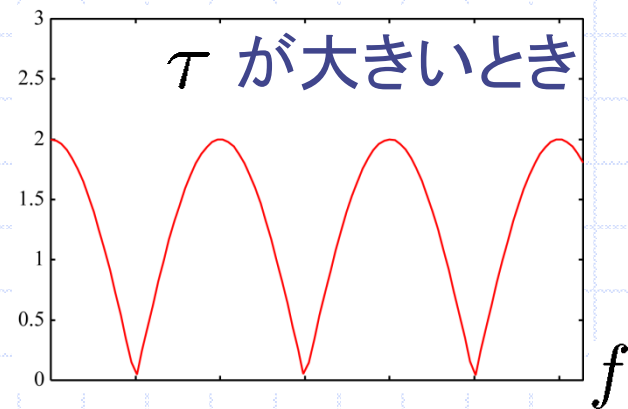
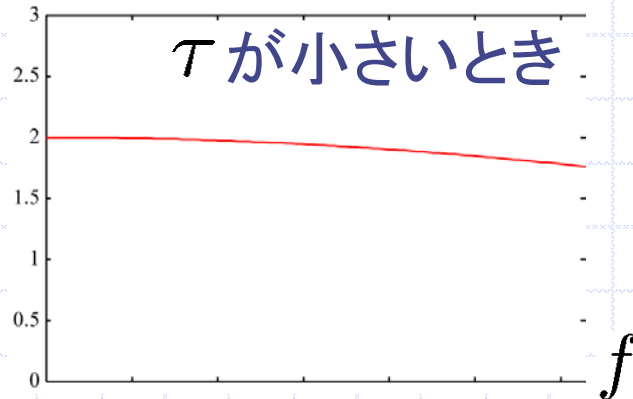
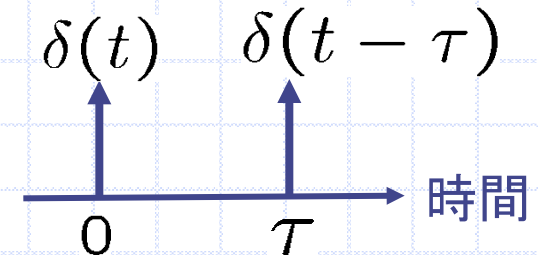
インパルス応答: $\delta(t) + \delta(t - \tau)$



フーリエ変換

周波数応答: $1 + e^{-j2\pi\tau f}$

(振幅応答: $\sqrt{2 + 2\cos(2\pi\tau f)}$)



周波数選択性フェージング

時間領域で時間シフト τ = 周波数領域で $e^{-j2\pi\tau f}$ 乗算

c.f. 時間選択性フェージング

元の周波数応答: $H(f)$



フーリエ変換対

インパルス応答: $h(t)$

周波数オフセットした周波数応答: $H(f - \Delta f)$



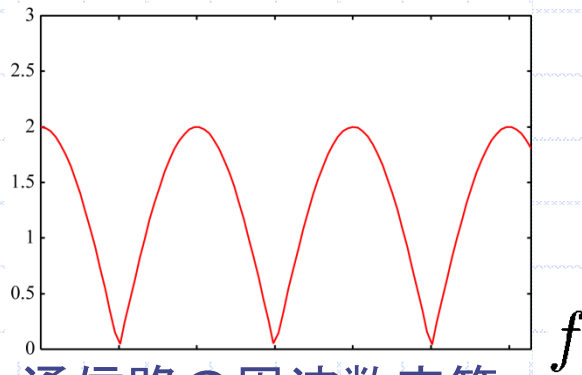
フーリエ変換対

インパルス応答: $h(t)e^{j2\pi\Delta ft}$: 時間選択性フェージング

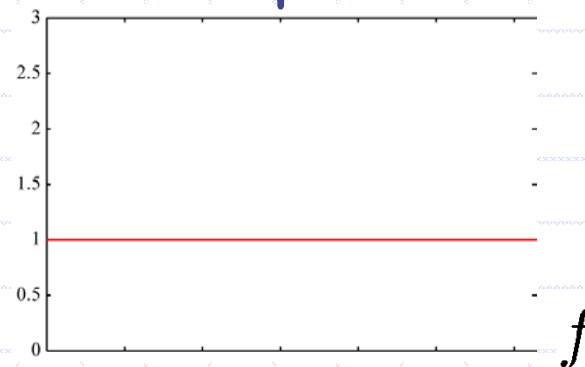
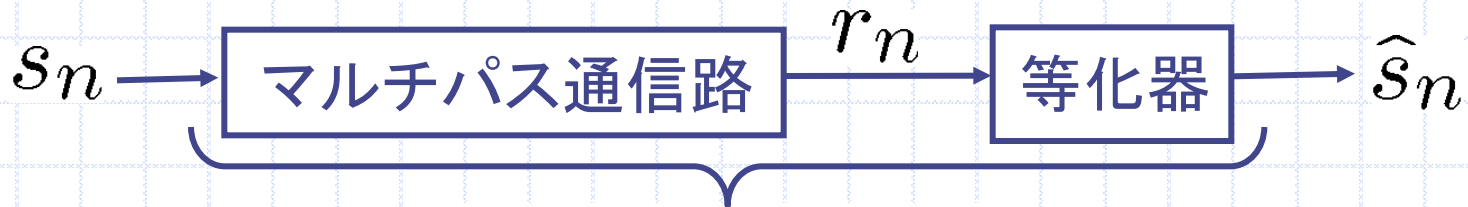
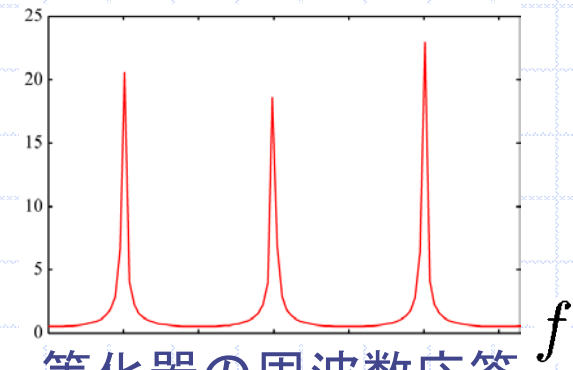
周波数領域で周波数シフト Δf = 時間領域で $e^{j2\pi\Delta ft}$ 乗算

周波数選択性フェージング対策: 等化(Equalization)

- 周波数応答を(各周波数で)等しく(Equal)する

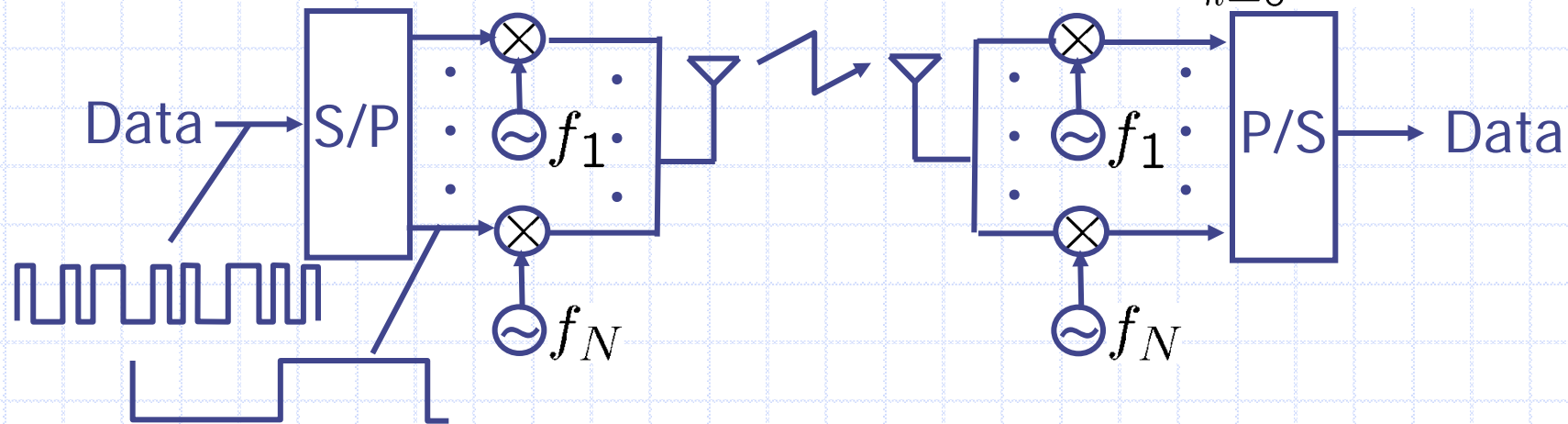


×



周波数選択性フェージング対策： マルチキャリア伝送

- 複数の搬送波を利用した並列信号伝送：
$$x(t) = \sum_{k=0}^{M-1} X_k e^{j2\pi f_k t}$$



周波数選択性フェージング通信路

- シンボル周期がN倍：



周波数非選択性フェージング通信路

- 代表的なマルチキャリア伝送方式： OFDM方式

ベクトル・行列演算の復習(1/2)

・積:

$$\mathbf{AB} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_4 & b_5 & b_6 \\ b_7 & b_8 & b_9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_1b_1 + a_2b_4 + a_3b_7 & a_1b_2 + a_2b_5 + a_3b_8 & a_1b_3 + a_2b_6 + a_3b_9 \\ a_4b_1 + a_5b_4 + a_6b_7 & a_4b_2 + a_5b_5 + a_6b_8 & a_4b_3 + a_5b_6 + a_6b_9 \end{bmatrix}$$

・転置, 共役転置:

$$\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} a_1 & a_4 \\ a_2 & a_5 \\ a_3 & a_6 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}^H = \begin{bmatrix} a_1^* & a_4^* \\ a_2^* & a_5^* \\ a_3^* & a_6^* \end{bmatrix}$$

$(\cdot)^*$ は複素共役

$$(x + jy)^* = x - jy$$

・単位行列:

$$\mathbf{I}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{BI}_3 = \mathbf{I}_3\mathbf{B} = \mathbf{B}$$

ベクトル・行列演算の復習(2/2)

- ・逆行列: B^{-1}

$$BB^{-1} = B^{-1}B = I$$

- ・ユニタリ行列:

$$DD^H = D^H D = I$$

- ・ \sum をベクトルの内積で表現:

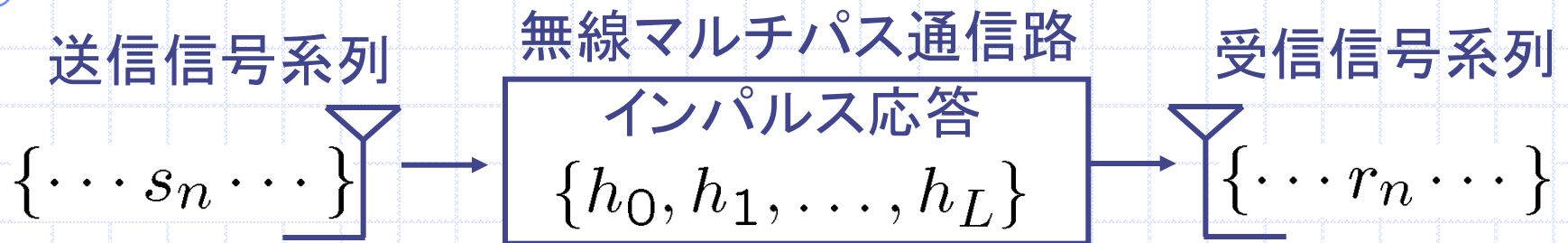
$$\sum_{i=1}^3 a_i b_i = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$= \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$



シリアル伝送とブロック伝送

シリアル伝送方式



- ・送信信号と受信信号の関係@時間領域:

$$r_n = \sum_{i=0}^L h_i s_{n-i} \quad \text{線形畳込み}$$

- ・送信信号と受信信号の関係@z領域:

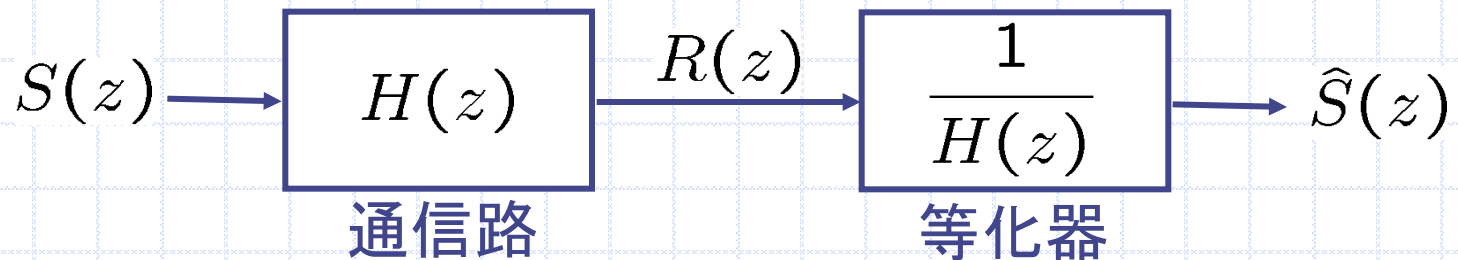
$$R(z) = H(z)S(z)$$

$$\left(H(z) = \sum_{i=0}^L h_i z^{-i}, \quad S(z) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} s_i z^{-i}, \quad R(z) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} r_i z^{-i} \right)$$

シリアル等化(1/2)

- ・シリアル等化...受信信号 $R(z)$ から送信信号 $S(z)$ の推定 $\hat{S}(z)$ を得る

- ・理想等化器の伝達関数(雑音が無い場合): $\frac{1}{H(z)}$



- ・等化器出力:

$$\hat{S}(z) = \frac{1}{H(z)} R(z) = \frac{1}{H(z)} H(z) S(z) = S(z)$$

シリアル等化(2/2)

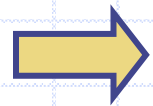
- ・通信路の伝達関数:

$$H(z) = h_0 + h_1 z^{-1} + \cdots + h_L z^{-L} : \text{全零フィルタ(FIR)}$$

- ・理想等化器の伝達関数(雑音が無い場合):

$$\frac{1}{H(z)} = \frac{1}{h_0 + h_1 z^{-1} + \cdots + h_L z^{-L}} : \text{全極フィルタ (IIR: Infinite Impulse Response)}$$

一般に等化器は適応フィルタであり, 安定性を保証するためにFIRフィルタが用いられる



シリアル伝送では雑音が無い場合でも符号間干渉を0にするような等化器が実現できない

シリアル等化(行列表現)

・受信信号:
$$r_n = \sum_{i=0}^L h_i s_{n-i}$$

$$= h_0 s_n + h_1 s_{n-1} + \cdots + h_L s_{n-L}$$

$$= \begin{bmatrix} h_L & \cdots & h_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{n-L} \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix}$$

・送信信号と受信信号の関係(行列表現):

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ r_{n-1} \\ r_n \\ r_{n+1} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & & & \\ & \cdots & \cdots & & 0 \\ & & h_L & \cdots & h_0 \\ & 0 & & \cdots & \cdots \\ & & & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ s_{n-1} \\ s_n \\ s_{n+1} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

シリアル伝送の理想等化器は無限次元テプリッツ行列の逆行列

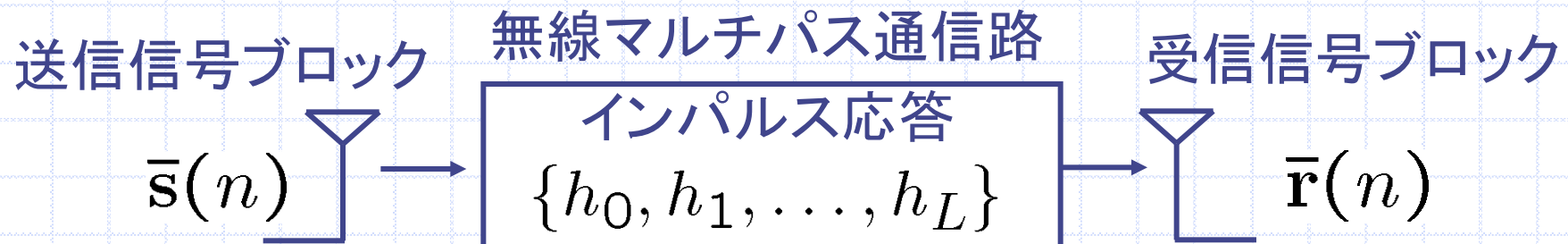
ブロック伝送方式(1/2)

- ・信号系列→信号ブロック(ブロックサイズQ)

$$\dots \underbrace{\bar{s}_0(n-1), \dots, \bar{s}_{Q-1}(n-1)}_{n-1\text{番目のブロック}}, \underbrace{\bar{s}_0(n), \dots, \bar{s}_{Q-1}(n)}_{n\text{番目のブロック}} \dots$$

- ・n番目の送信信号ブロック:

$$\bar{\mathbf{s}}(n) = \begin{bmatrix} \bar{s}_0(n) \\ \vdots \\ \bar{s}_{Q-1}(n) \end{bmatrix}$$



ブロック伝送方式(2/2)

・送信信号ブロックと受信信号ブロックの関係:

$$\begin{aligned}
 \bar{\mathbf{r}}(n) &= \begin{bmatrix} 0 & \dots & h_L & \dots & h_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & h_L & \dots & h_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{s}_0(n-1) \\ \vdots \\ \bar{s}_{Q-1}(n-1) \\ \bar{s}_0(n) \\ \vdots \\ \bar{s}_{Q-1}(n) \end{bmatrix} \\
 &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \dots & h_L & \dots & h_1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & h_L \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_1} \bar{\mathbf{s}}(n-1) + \underbrace{\begin{bmatrix} h_0 & & & & \\ \vdots & h_0 & & & 0 \\ h_L & & \ddots & & \\ 0 & & \ddots & \ddots & \\ 0 & & & h_L & \dots & h_0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_0} \bar{\mathbf{s}}(n)
 \end{aligned}$$

送受信信号ブロックの関係の具体例

- 送信信号ブロックと受信信号ブロックの関係:

チャネルオーダー: $L = 1$

送信信号ブロック長: $Q = 3$

$$\begin{aligned}
 \bar{\mathbf{r}}(n) &= \begin{bmatrix} \bar{r}_0(n) \\ \bar{r}_1(n) \\ \bar{r}_2(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & h_1 & h_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_1 & h_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{s}_0(n-1) \\ \bar{s}_1(n-1) \\ \bar{s}_2(n-1) \\ \bar{s}_0(n) \\ \bar{s}_1(n) \\ \bar{s}_2(n) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{s}_0(n-1) \\ \bar{s}_1(n-1) \\ \bar{s}_2(n-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_0 & 0 & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & h_1 & h_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{s}_0(n) \\ \bar{s}_1(n) \\ \bar{s}_2(n) \end{bmatrix} \\
 &= \mathbf{H}_1 \bar{\mathbf{s}}(n-1) + \mathbf{H}_0 \bar{\mathbf{s}}(n)
 \end{aligned}$$

ブロック伝送のポイント

- 受信信号ブロック:

$$\bar{r}(n) = \underbrace{H_1 \bar{s}(n-1)}_{\text{ブロック間干渉}} + \underbrace{H_0 \bar{s}(n)}_{\text{ブロック内でのシンボル間干渉(ISI)成分}}$$

ブロック間干渉
(IBI: Inter-Block
Interference)成分

ブロック内でのシンボル間
干渉(ISI)成分

- ブロック伝送におけるポイント

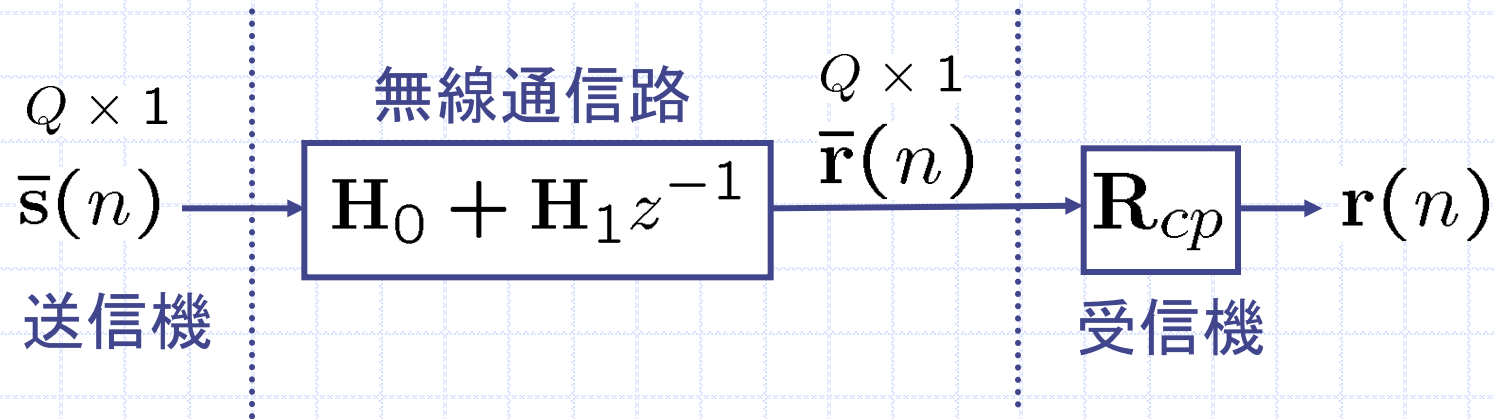
1. ブロック間干渉の除去: 何らかの工夫によって $\bar{s}(n-1)$ の成分が0になるようにする

2. ブロック等化: $H_0 \bar{s}(n)$ から情報信号を得る

サイクリックプレフィックスを用いた ブロック伝送とブロック等化 (SC-CP方式: Single Carrier Block Transmission with Cyclic Prefix)

ブロック間干渉の除去

- 受信側の線形処理 \mathbf{R}_{cp} によってブロック間干渉の除去を行う



- 線形処理後の受信信号ブロック:

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_1 \bar{\mathbf{s}}(n-1) + \mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_0 \bar{\mathbf{s}}(n)$$

ブロック間干渉を除去するには $\mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_1 = 0$ であればよい

⇒
$$\mathbf{R}_{cp} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(Q-K) \times K} & \mathbf{I}_{Q-K} \end{bmatrix}, \quad (K \geq L)$$

ブロック間干渉除去の具体例(1/2)

チャンネルオーダー: $L = 2$
 送信信号ブロック長: $Q = 5$
 \mathbf{R}_{cp} に含まれるパラメータ: $K = 2$

} の場合

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & h_2 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} : \text{零行列}
 \end{aligned}$$

ブロック間干渉除去の具体例(2/2)

- ・ \mathbf{R}_{cp} は先頭の K 個の成分を除去する処理を表す

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{R}_{cp} \bar{\mathbf{r}}(n) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_K \begin{bmatrix} \bar{r}_0(n) \\ \bar{r}_1(n) \\ \bar{r}_2(n) \\ \bar{r}_3(n) \\ \bar{r}_4(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{r}_2(n) \\ \bar{r}_3(n) \\ \bar{r}_4(n) \end{bmatrix}$$

- ・ ブロック間干渉除去後の受信信号と送信信号ブロックの関係:

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_0 \bar{\mathbf{s}}(n)$$

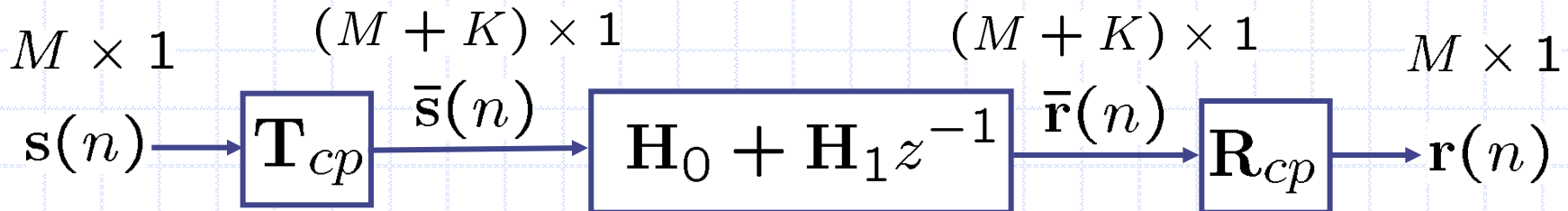
$$\underbrace{\begin{bmatrix} \bar{r}_2(n) \\ \bar{r}_3(n) \\ \bar{r}_4(n) \end{bmatrix}}_{\substack{\text{既知の} \\ \text{信号} \\ (Q - K) \times 1}} = \begin{bmatrix} h_2 & h_1 & h_0 & 0 & 0 \\ 0 & h_2 & h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & 0 & h_2 & h_1 & h_0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{s}_0(n) \\ \bar{s}_1(n) \\ \bar{s}_2(n) \\ \bar{s}_3(n) \\ \bar{s}_4(n) \end{bmatrix}}_{\substack{\text{求めるべき} \\ \text{未知の信号} \\ Q \times 1}}$$

送信側での冗長付加

- 送信信号ブロック $\bar{s}(n)$ は情報信号ブロック $s(n)$ に冗長を K 個つけたものとする

$$\begin{array}{c} \bar{s}(n) \\ Q \times 1 \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{T}_{cp} s(n) \\ (Q - K) \times 1 \end{array} \quad \mathbf{T}_{cp} : \text{冗長付加の行列}$$

ガード区間



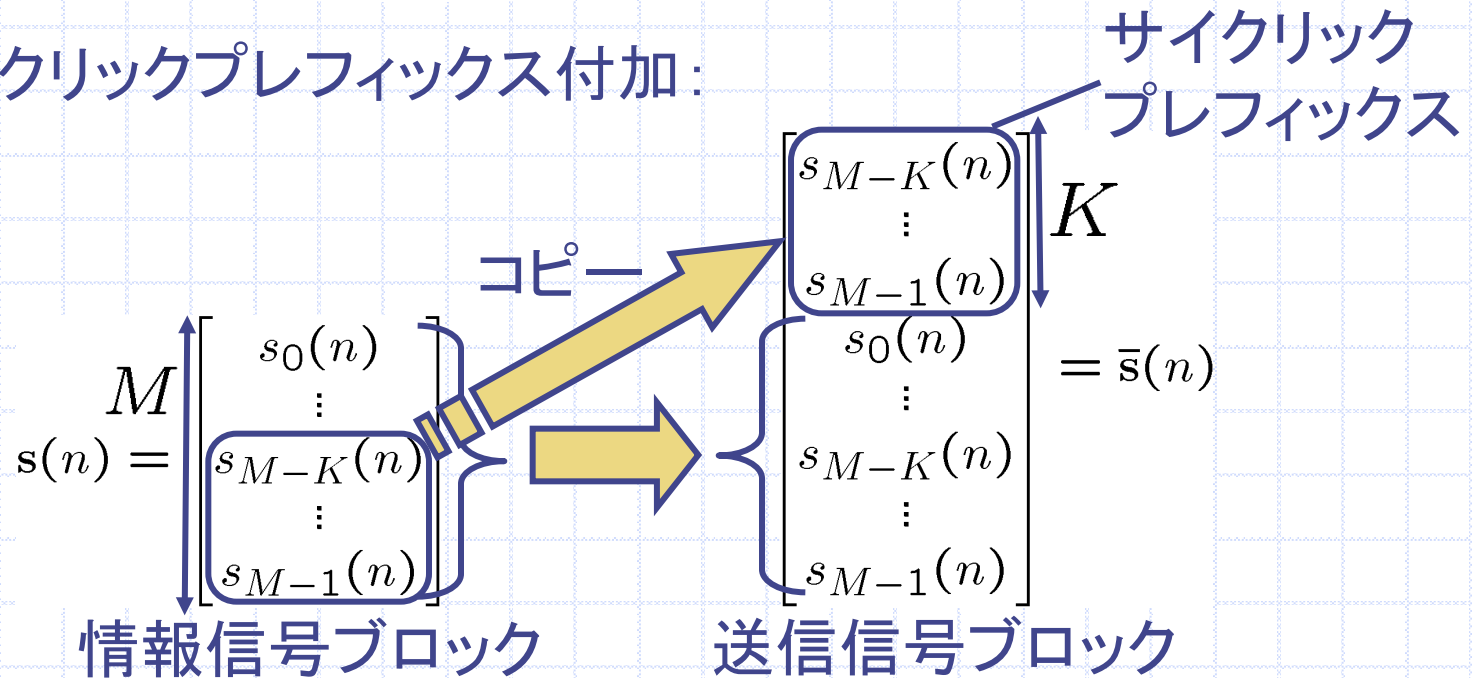
- 線形処理後の受信信号ブロック:

$$\begin{array}{c} \mathbf{r}(n) \\ M \times 1 \end{array} = \mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_0 \begin{array}{c} \mathbf{T}_{cp} s(n) \\ M \times 1 \end{array}$$

ただし $M = Q - K$
で、情報信号の
ブロック長を表す

サイクリックプレフィックス

- ・冗長付加の仕方 $\mathbf{T}_{cp} \rightarrow$ 等化処理に影響
- ・サイクリックプレフィックス付加:



- ・サイクリックプレフィックス付加を表す行列:

$$\mathbf{T}_{cp} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{K \times (M-K)} & \mathbf{I}_K \\ & \mathbf{I}_M \end{bmatrix}$$

サイクリックプレフィックス付加の具体例

サイクリックプレフィックス長: $K = 2$ の場合
 情報ブロック長: $M = 3$

$$\bar{s}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{K \times (M-K)} & \mathbf{I}_K \\ & \mathbf{I}_M \end{bmatrix} s(n)$$

$$= \begin{matrix} K \\ \\ M \end{matrix} \left\{ \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right\} \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_0 \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix}$$

サイクリック
プレフィックス

通信路行列

- ・情報信号ブロック $s(n)$ と受信信号ブロック $r(n)$ の関係:

$$r(n) = R_{cp} H_0 T_{cp} s(n)$$

$$= \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & 0 & h_L & \dots & h_1 \\ \vdots & h_0 & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & \ddots & h_L \\ h_L & & & \ddots & \ddots & & 0 \\ 0 & \ddots & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h_L & \dots & \dots & h_0 \end{bmatrix} s(n)$$



巡回行列

通信路行列の具体例(1/2)

サイクリックプレフィックス長: $K = 2$

情報ブロック長: $M = 3$

の場合

チャネルオーダー: $L = 1$

$$\mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{cp}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_1 & h_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_1 & h_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & h_1 & h_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_1 & h_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

通信路行列の具体例(2/2)

$$\mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_0\mathbf{T}_{cp}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & h_1 & h_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_1 & h_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & h_1 & h_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_1 & h_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} h_0 & 0 & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & h_1 & h_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} h_0 & 0 & h_1 \\ h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & h_1 & h_0 \end{bmatrix} \quad \text{: 巡回行列 (Circulant Matrix)}$$

離散フーリエ変換(DFT)とDFT行列

- ・系列 $\{x(n) : n = 0, \dots, M - 1\}$ の離散フーリエ変換

$$X_k = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{n=0}^{M-1} x(n) e^{-j \frac{2\pi}{M} nk}, \quad k = 0, \dots, M - 1$$



$$\begin{bmatrix} X_0 \\ \vdots \\ X_{M-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{M}} \begin{bmatrix} e^{-j \frac{2\pi \times 0 \times 0}{M}} & e^{-j \frac{2\pi \times 0 \times 1}{M}} & \dots & e^{-j \frac{2\pi \times 0 \times (M-1)}{M}} \\ e^{-j \frac{2\pi \times 1 \times 0}{M}} & e^{-j \frac{2\pi \times 1 \times 1}{M}} & \dots & e^{-j \frac{2\pi \times 1 \times (M-1)}{M}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j \frac{2\pi \times (M-1) \times 0}{M}} & e^{-j \frac{2\pi \times (M-1) \times 1}{M}} & \dots & e^{-j \frac{2\pi \times (M-1) \times (M-1)}{M}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ \vdots \\ x(M-1) \end{bmatrix}$$

$\mathbf{X} \qquad \qquad \qquad \mathbf{D} \qquad \qquad \qquad \mathbf{x}$

DFT行列: \mathbf{D}

$$\mathbf{X} = \mathbf{D}\mathbf{x}$$

- ・離散フーリエ逆変換(IDFT): \mathbf{D}^{-1}
- ・DFT行列の重要な性質: $\mathbf{D}^{-1} = \mathbf{D}^H$ ユニタリ行列

巡回行列の重要な性質

- ・任意の巡回行列 \mathbf{C} はDFT行列 \mathbf{D} によって対角化される

$$\mathbf{C} = \mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D}$$

$\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_0, \dots, \lambda_{M-1})$ の対角成分は

$$\begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \vdots \\ \lambda_{M-1} \end{bmatrix} = \sqrt{M} \mathbf{D} \mathbf{c}_1 \quad (\text{ただし } \mathbf{c}_1 \text{ は } \mathbf{C} \text{ の第1列ベクトル})$$

- ・ $\mathbf{\Lambda}$ が任意の対角行列とすると $\mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D}$ は巡回行列

⇒ 巡回行列の逆行列は巡回行列

$$\mathbf{C}^{-1} = (\mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D})^{-1} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{\Lambda}^{-1} (\mathbf{D}^H)^{-1} = \mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{D}$$

巡回行列の性質(具体例)

情報ブロック長: $M = 3$ チャネルオーダー: $L = 1$

$$\mathbf{C} = \mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{cp} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & h_1 \\ h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & h_1 & h_0 \end{bmatrix} \quad \Lambda = \text{diag} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi}{3}} & e^{-j\frac{4\pi}{3}} \\ 1 & e^{-j\frac{4\pi}{3}} & e^{-j\frac{8\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} = \text{diag} \left\{ \begin{bmatrix} h_0 + h_1 \\ h_0 + h_1 e^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ h_0 + h_1 e^{-j\frac{4\pi}{3}} \end{bmatrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{DC} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi}{3}} & e^{-j\frac{4\pi}{3}} \\ 1 & e^{-j\frac{4\pi}{3}} & e^{-j\frac{8\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 & 0 & h_1 \\ h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & h_1 & h_0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} h_0 + h_1 & h_0 + h_1 & h_0 + h_1 \\ h_0 + h_1 e^{-j\frac{2\pi}{3}} & h_0 e^{-j\frac{2\pi}{3}} + h_1 e^{-j\frac{4\pi}{3}} & h_0 e^{-j\frac{4\pi}{3}} + h_1 \\ h_0 + h_1 e^{-j\frac{4\pi}{3}} & h_0 e^{-j\frac{4\pi}{3}} + h_1 e^{-j\frac{2\pi}{3}} & h_0 e^{-j\frac{2\pi}{3}} + h_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Lambda \mathbf{D} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} h_0 + h_1 & 0 & 0 \\ 0 & h_0 + h_1 e^{-j\frac{2\pi}{3}} & 0 \\ 0 & 0 & h_0 + h_1 e^{-j\frac{4\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi}{3}} & e^{-j\frac{4\pi}{3}} \\ 1 & e^{-j\frac{4\pi}{3}} & e^{-j\frac{8\pi}{3}} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} h_0 + h_1 & h_0 + h_1 & h_0 + h_1 \\ h_0 + h_1 e^{-j\frac{2\pi}{3}} & h_0 e^{-j\frac{2\pi}{3}} + h_1 e^{-j\frac{4\pi}{3}} & h_0 e^{-j\frac{4\pi}{3}} + h_1 \\ h_0 + h_1 e^{-j\frac{4\pi}{3}} & h_0 e^{-j\frac{4\pi}{3}} + h_1 e^{-j\frac{2\pi}{3}} & h_0 e^{-j\frac{2\pi}{3}} + h_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{DC} = \Lambda \mathbf{D}$$



$$\mathbf{C} = \mathbf{D}^H \Lambda \mathbf{D}$$

通信路行列の対角化

- 通信路行列 $\mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_0\mathbf{T}_{cp}$ は巡回行列



DFT行列で対角化可能

$$\mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_0\mathbf{T}_{cp} = \mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D}$$

ただし $\mathbf{\Lambda}$ は対角行列 $\text{diag}(\lambda_0, \dots, \lambda_{M-1})$ であり

$$\begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \vdots \\ \lambda_{M-1} \end{bmatrix}$$

通信路の
周波数応答

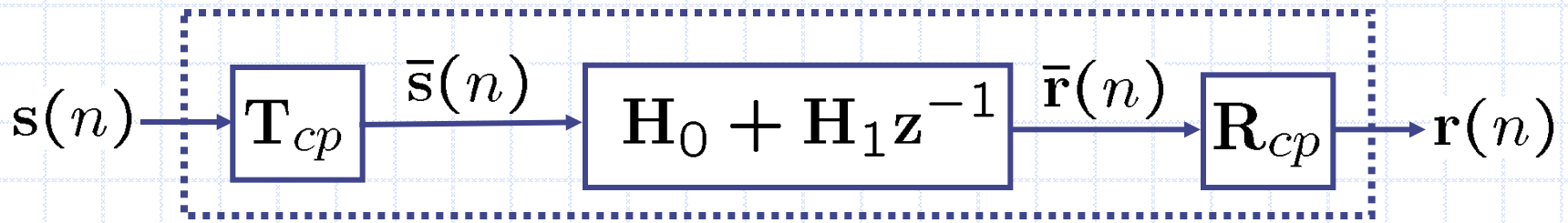
$$\begin{bmatrix} h_0 \\ \vdots \\ h_L \\ \mathbf{0}_{(M-L-1) \times 1} \end{bmatrix}$$

通信路の
インパルス応答

$\mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_0\mathbf{T}_{cp}$ の第1列
からなるベクトル

通信路の離散周波数領域表現

サイクリックプレフィックスの付加と除去を含んだ通信路



$\mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{cp}$: 巡回行列



離散周波数領域表現による等価な通信路



$\mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D}$, $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}[\lambda_0, \dots, \lambda_{M-1}]$

通信路の周波数応答

サイクリックプレフィックスの役割

- ・サイクリックプレフィックスを用いない場合:

テプリッツ行列

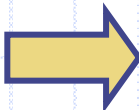
$$\bar{s}(n) \longrightarrow \boxed{H_0 + H_1 z^{-1}} \longrightarrow \bar{r}(n)$$

- ・サイクリックプレフィックスを用いる場合:

$R_{cp} H_0 T_{cp}$ 巡回行列

$$s(n) \longrightarrow \boxed{T_{cp}} \longrightarrow \boxed{H_0 + H_1 z^{-1}} \longrightarrow \boxed{R_{cp}} \longrightarrow r(n)$$

$$\left(s(n) \longrightarrow \boxed{D} \longrightarrow \boxed{\Lambda} \longrightarrow \boxed{D^H} \longrightarrow r(n) \right)$$

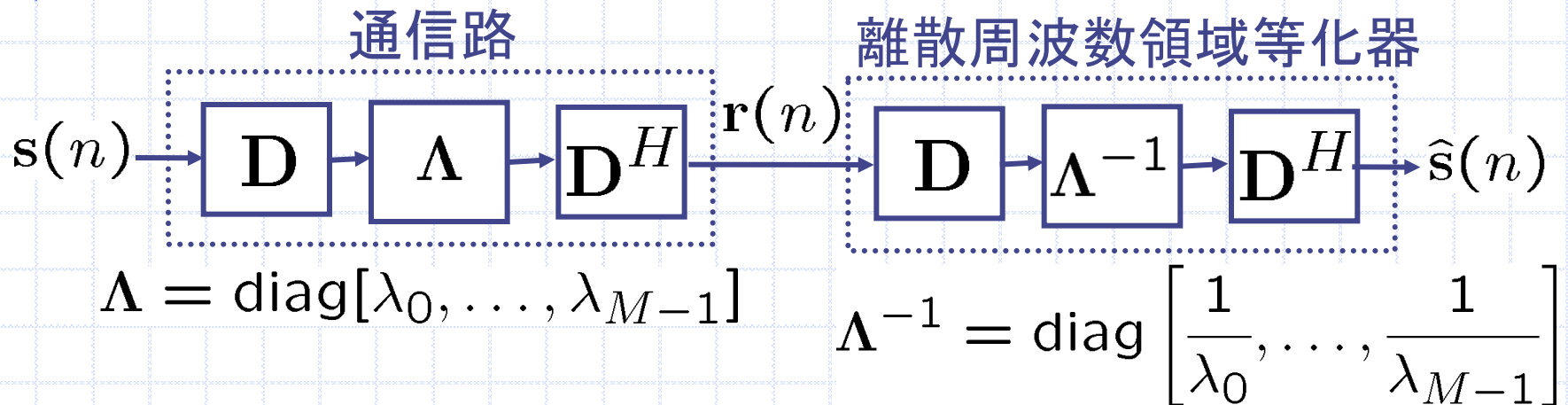
- ・通信路行列の変換: テプリッツ行列 (線形畳込み)  巡回行列 (巡回畳込み)

離散周波数領域ブロック等化(ZF)

- ・ゼロフォーシング(ZF)基準:

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D} \mathbf{s}(n)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \mathbf{s}(n) &= (\mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D})^{-1} \mathbf{r}(n) \\ &= \mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{D} \mathbf{r}(n) \end{aligned}$$



有限のウェイト数(M)で完全なZF等化が実現できる

ZF等化器による雑音増強

- 受信信号ブロック(雑音がある場合):

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D} \mathbf{s}(n) + \underbrace{\mathbf{n}(n)}_{\text{分散 } \sigma_n^2 \text{ の白色雑音}}$$

- 等化器出力(雑音がある場合):

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}(n) &= (\mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D})^{-1} \mathbf{r}(n) \\ &= \mathbf{s}(n) + \underbrace{\mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{D} \mathbf{n}(n)}_{\text{雑音成分}} \end{aligned}$$

- 雑音電力@等化器出力:

$$E \left[|\mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{D} \mathbf{n}(n)|^2 \right] = \sigma_n^2 \sum_{k=0}^{M-1} \frac{1}{|\lambda_k|^2}$$

1つでも $\lambda_k \simeq 0$ のものがあれば雑音電力が非常に大きくなる

離散周波数領域ブロック等化 (MMSE)

(1/2)

- 受信信号ブロック:

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D} \mathbf{s}(n) + \mathbf{n}(n)$$

- ブロック等化を表す行列: \mathbf{E}

- 等化器出力:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}(n) &= \mathbf{E} \mathbf{r}(n) \\ &= \mathbf{E} \mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D} \mathbf{s}(n) + \mathbf{E} \mathbf{n}(n) \end{aligned}$$

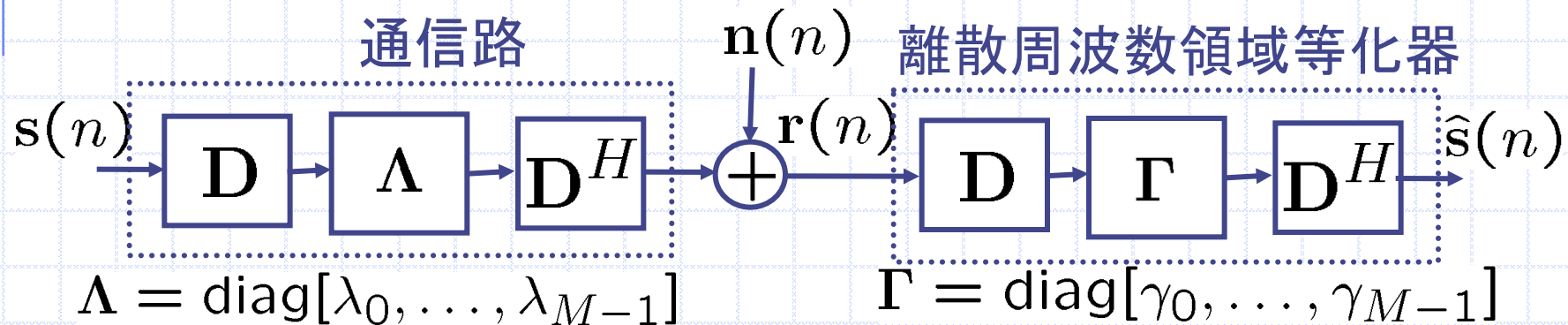
- コスト関数: $E [|\hat{\mathbf{s}}(n) - \mathbf{s}(n)|^2]$

離散周波数領域ブロック等化 (MMSE)

(2/2)

- 最小2乗誤差 (MMSE) 基準最適等化器:

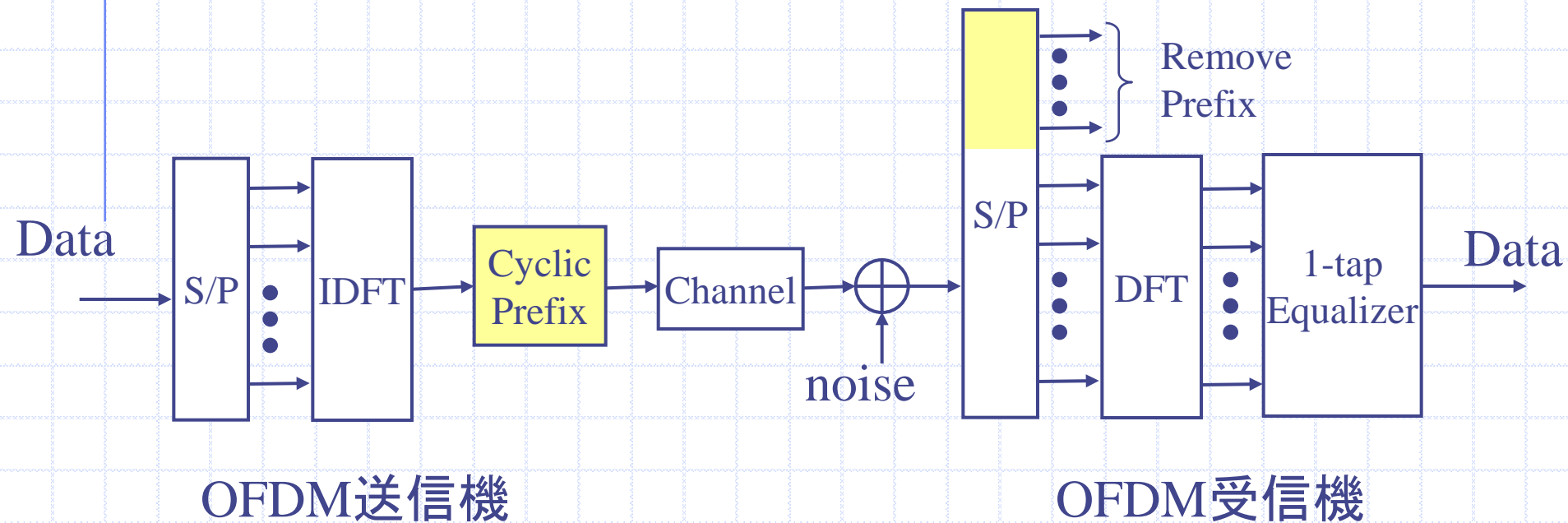
$$\mathbf{E} = \mathbf{D}^H \text{diag} \left\{ \frac{\lambda_0^*}{|\lambda_0|^2 + \sigma_n^2/\sigma_s^2}, \dots, \frac{\lambda_{M-1}^*}{|\lambda_{M-1}|^2 + \sigma_n^2/\sigma_s^2} \right\} \mathbf{D}$$



$$\gamma_k = \frac{\lambda_k^*}{|\lambda_k|^2 + \sigma_n^2/\sigma_s^2}, \quad k = 0, \dots, M-1$$

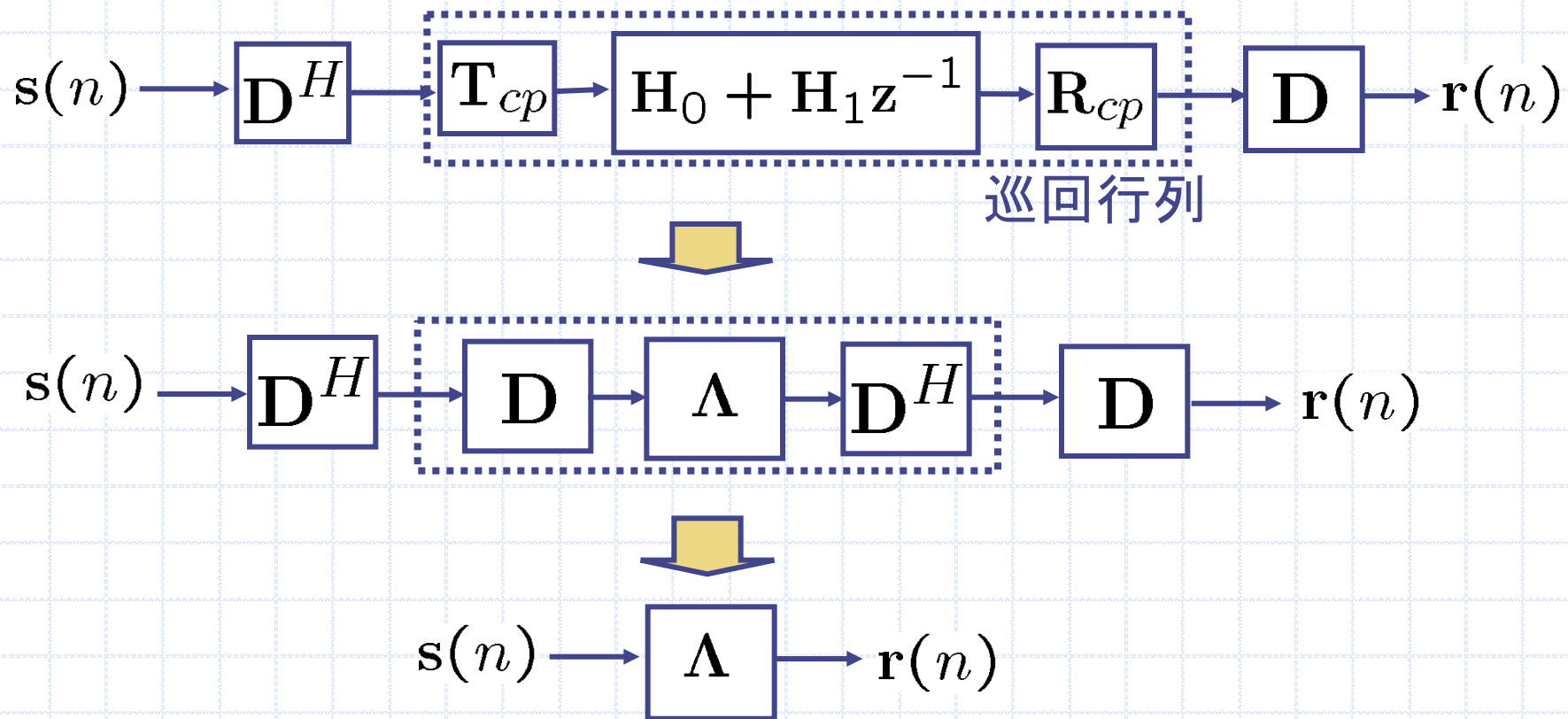
OFDM方式(1/3)

▪ OFDM送受信機構成:



OFDM方式(2/3)

・OFDM方式の等価的なブロック図:



OFDM方式(3/3)

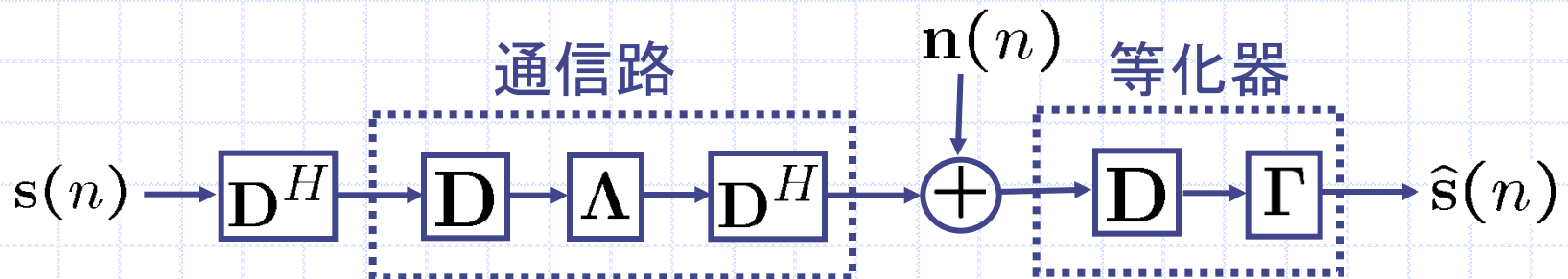
- OFDM方式の送受信信号の関係:

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{\Lambda} \mathbf{s}(n)$$

$$r_k(n) = \lambda_k s_k(n), \quad k = 0, \dots, M - 1$$

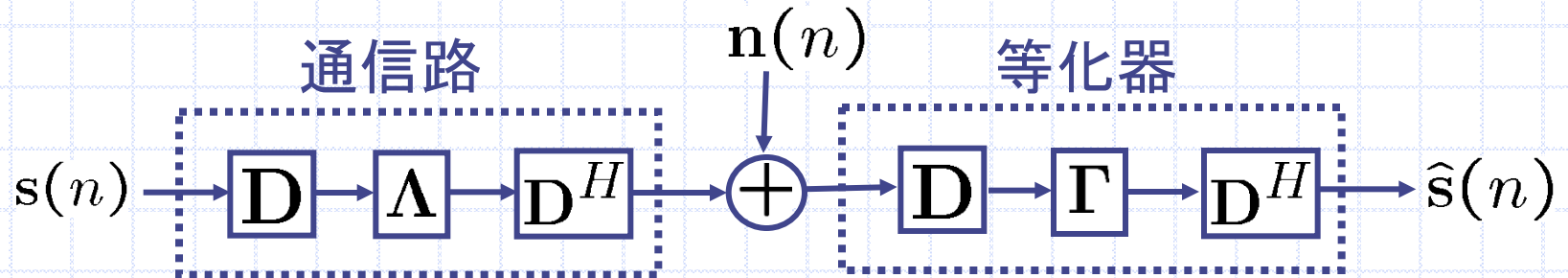
M個の並列フラットフェーディング通信路で信号が伝送される

- OFDM送受信機全体のブロック図:

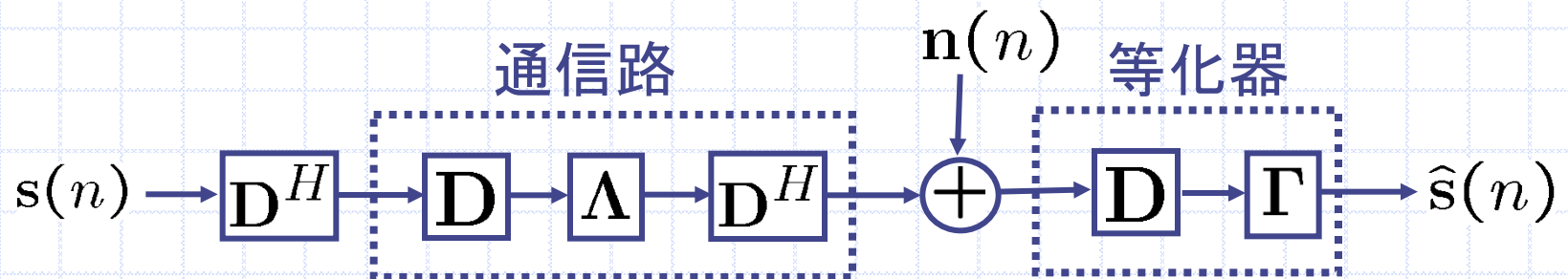


SC-CP方式とOFDM方式の比較

- SC-CP方式のブロック図:



- OFDM方式のブロック図:

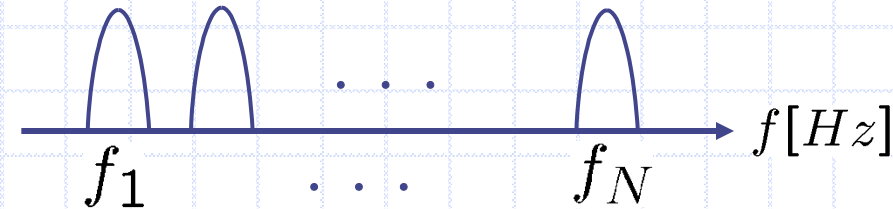


違いはIDFTの操作 (\mathbf{D}^H) の位置だけ

OFDMができるまで(1/2)

- マルチキャリア伝送方式の採用:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{M-1} X_k e^{j2\pi f_k t}$$

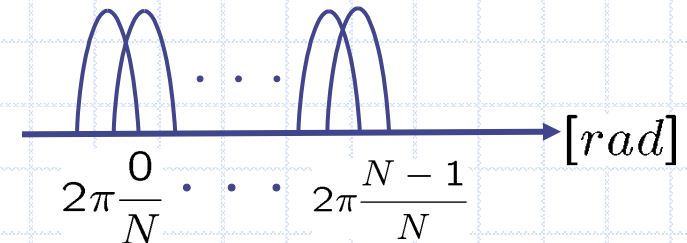


問題点: 周波数利用効率が悪い



- 逆離散フーリエ変換の採用:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{M-1} X_k e^{j2\pi \frac{k}{N} n}$$



問題点: ブロック間干渉が特性を劣化する



OFDMができるまで(2/2)

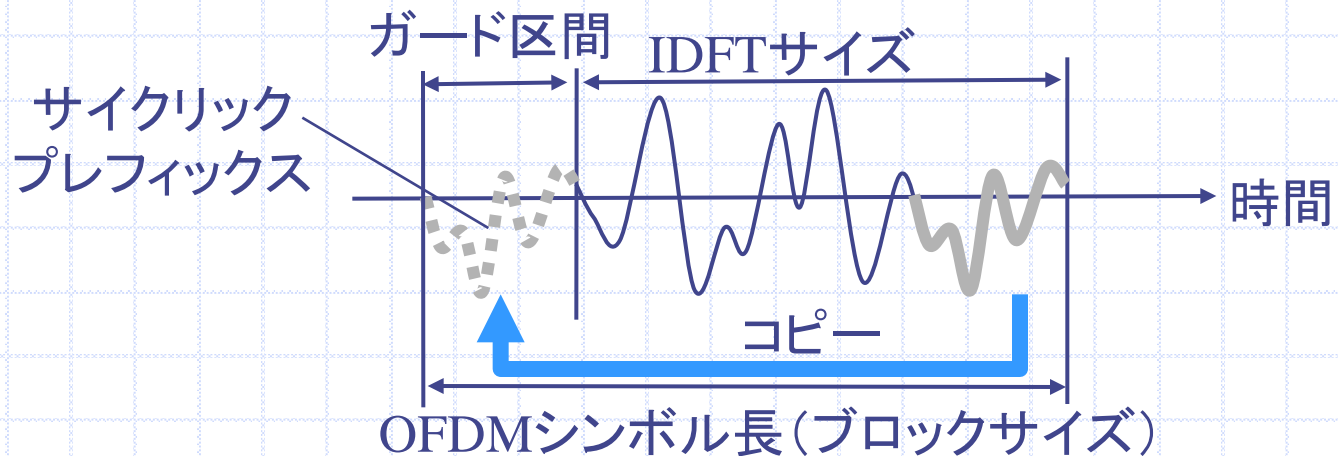
- ・ガード区間の採用

問題点：離散周波数領域の1タップ等化器では
完全に等化できない

(時間領域の線形畳込み \neq 離散周波数領域の乗算)



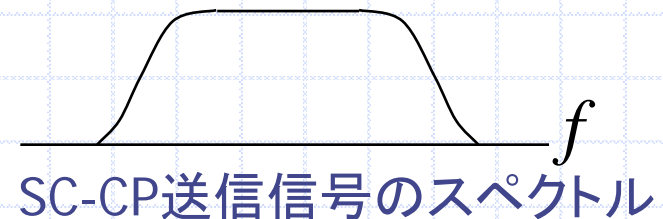
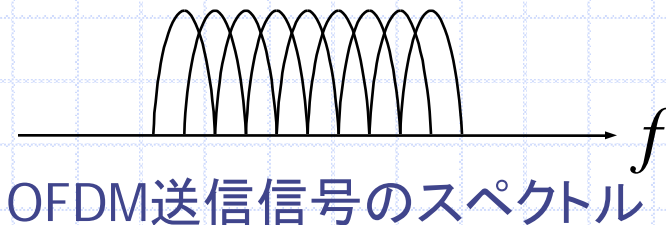
- ・サイクリックプレフィックスの採用：



実はサイクリックプレフィックスだけで十分だった！

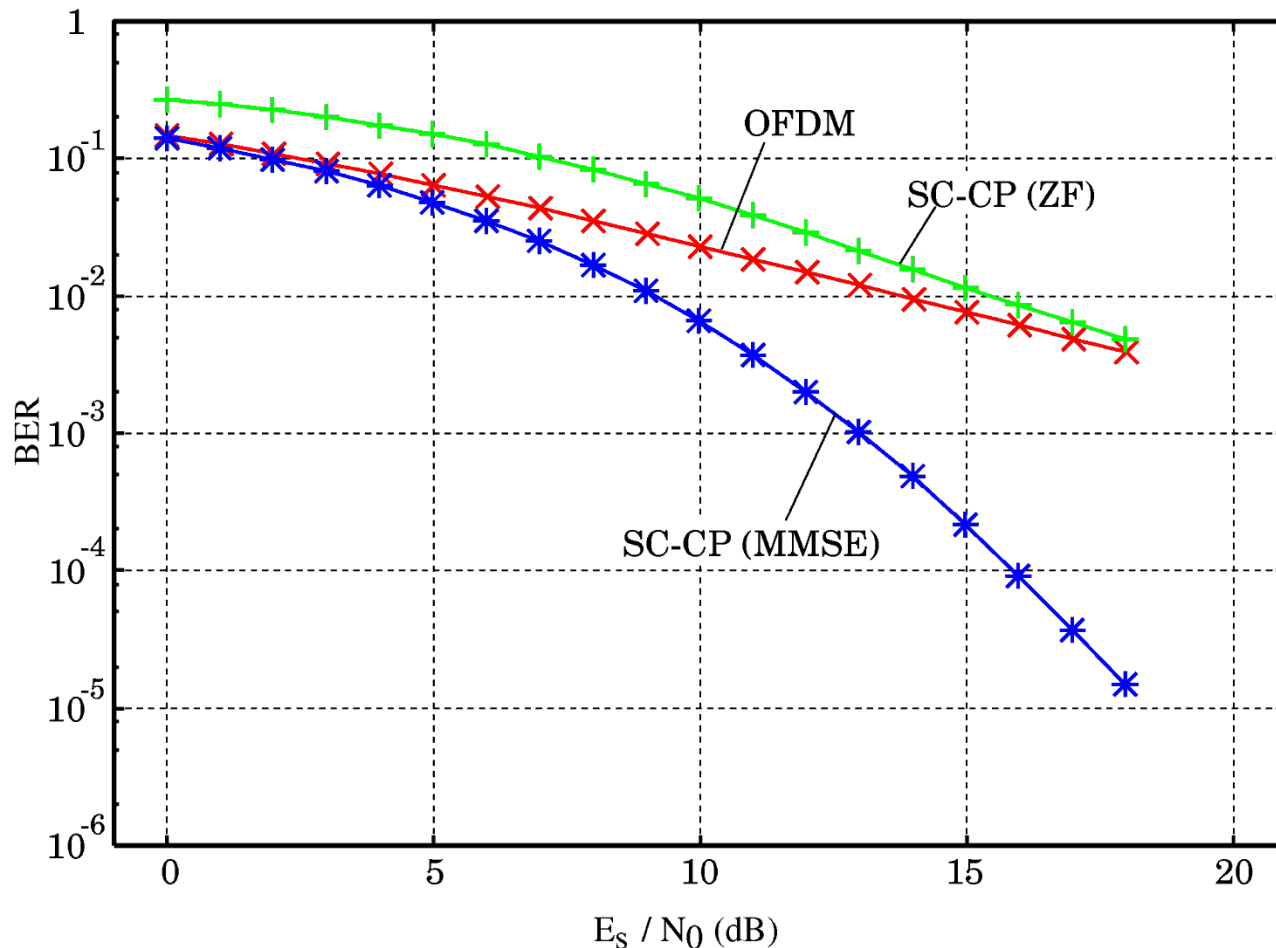
SC-CP方式とOFDM方式の比較

- SC-CP方式がOFDM方式に比べて優れる点：
 - 送信信号のダイナミックレンジが小さい
 - 送信機の複雑さが小さい（上り回線に適する）
- SC-CP方式がOFDM方式に比べて劣る点：
 - 周波数利用効率がやや小さい
 - ローディングがやり難い



計算機シミュレーションの例

周波数選択性レイリーフェージング通信路(10パス)



GI Length: 16
FFT Length: 64
Receiver knows
perfect CSI

計算機シミュレーションの例：特性の考察

- OFDM方式では誤り訂正符号を用いない場合, ZF等化器とMMSE等化器で特性が等しい
- SC-CP方式＋MMSE等化器はOFDM方式よりも常に特性が優れる
- SC-CP方式＋ZF等化器の特性はSN比が小さい領域でOFDM方式の特性よりも劣り, SN比が大きい領域で優る



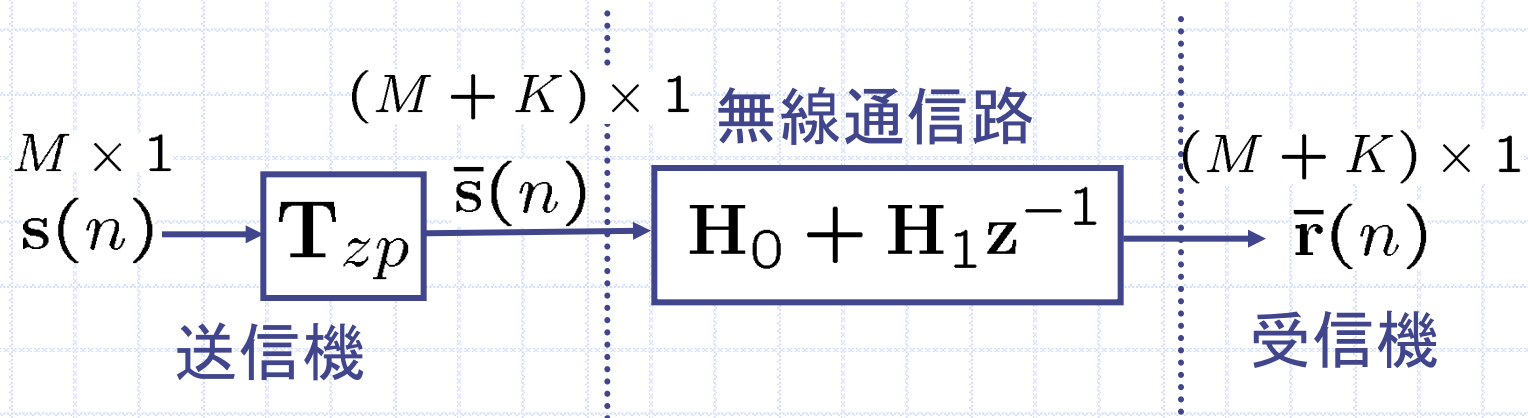
OFDM方式の持つ高い周波数選択性フェージング耐性は“マルチキャリア変調方式であること”ではなく“ブロック伝送方式が可能にした完全な等化”に起因する

ゼロパディングを用いたブロック 伝送とブロック等化

(SC-ZP方式: Single Carrier Block
Transmission with Zero Padding)

ブロック間干渉の除去

- 送信側の線形処理 \mathbf{T}_{zp} によってブロック間干渉の除去を行う



情報信号ブロック: $s(n)$

送信信号ブロック: $\bar{s}(n) = \mathbf{T}_{zp}s(n)$

受信信号ブロック: $\bar{r}(n) = \mathbf{H}_1 \mathbf{T}_{zp}s(n-1) + \mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{zp}s(n)$

ブロック間干渉を除去するには $\mathbf{H}_1 \mathbf{T}_{zp} = 0$ であればよい

ゼロパディング (ZP)

・ \mathbf{T}_{zp} の選び方: $\mathbf{T}_{zp} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_M \\ \mathbf{0}_{K \times M} \end{bmatrix}, \quad (K \geq L)$

・ ブロック間干渉除去の例 ($M = 3, K = 2, L = 2$):

$$\mathbf{H}_1 \mathbf{T}_{zp} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & h_2 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} : \text{零行列}$$

・ $M = 3, K = 2$ の場合の送信信号ブロック

$$\mathbf{T}_{zp} \mathbf{s}(n) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_0(n) \\ s_1(n) \\ s_2(n) \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} s_0(n) \\ s_1(n) \\ s_2(n) \end{bmatrix} \right\}_M \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}_K \text{ — ゼロパディング}$$

通信路行列(1/2)

- ・送受信信号ブロックの関係:

$$\bar{\mathbf{r}}(n) = \mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{zp} \mathbf{s}(n)$$

- ・通信路行列:

$$\mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{zp} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_L & & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & & h_0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & h_L \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \stackrel{def}{=} \mathbf{H}_{zp}$$

: テプリッツ行列

\mathbf{H}_{zp} は $\{h_0, \dots, h_L\}$ が全て0で無い限り, 常にフル列ランクである
 ($\mathbf{G}_{zp} \mathbf{H}_{zp} = \mathbf{I}_M$ となるような行列 \mathbf{G}_{zp} が必ず存在する)

通信路行列 (2/2)

- \mathbf{H}_{zp} のフル列ランク性の説明 ($M = 3, K = 2, L = 2$) :
 $h_0 \neq 0$ の場合

$$\begin{bmatrix} h_0 & 0 & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 \\ h_2 & h_1 & h_0 \\ 0 & h_2 & h_1 \\ 0 & 0 & h_2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{1行目} \times 1/h_0} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 \\ h_2 & h_1 & h_0 \\ 0 & h_2 & h_1 \\ 0 & 0 & h_2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{array}{l} \text{1行目} \times h_1 \text{を2行目から} \\ \text{1行目} \times h_2 \text{を3行目から} \\ \text{引く} \end{array}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & h_0 & 0 \\ 0 & h_1 & h_0 \\ 0 & h_2 & h_1 \\ 0 & 0 & h_2 \end{bmatrix}$$

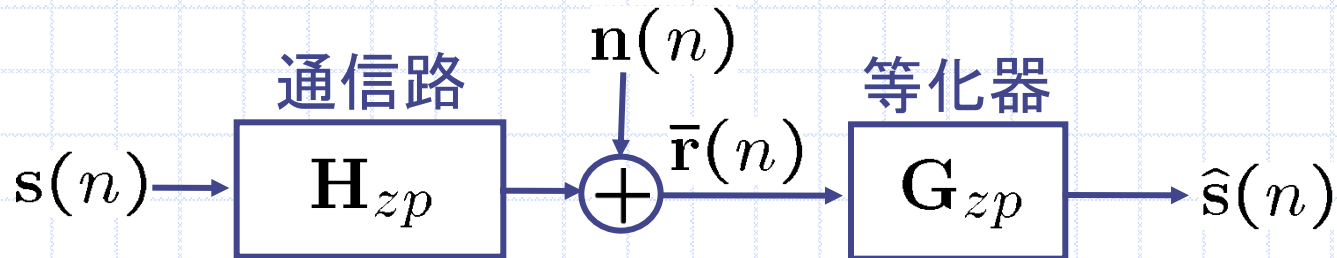
$$\xrightarrow{\text{2行目} \times 1/h_0} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & h_1 & h_0 \\ 0 & h_2 & h_1 \\ 0 & 0 & h_2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{同様の操作を繰り返して...}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

: 列ベクトルは 1次独立

↓

フル列ランク

ブロック等化



•ゼロフォーシング (ZF) 基準:

$$\mathbf{G} = \mathbf{H}_{zp}^{\dagger} = (\mathbf{H}_{zp}^H \mathbf{H}_{zp})^{-1} \mathbf{H}_{zp}^H \quad (\cdot)^{\dagger}: \text{擬似逆行列}$$

•MMSE 基準:

$$\mathbf{G}_{zp} = \mathbf{H}_{zp}^H \left(\mathbf{H}_{zp} \mathbf{H}_{zp}^H + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2} \mathbf{I}_{M+K} \right)^{-1}$$

通信路行列の変換

- ・テプリッツ行列から巡回行列への変換行列:

$$\mathbf{R}_{zp} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_M & \mathbf{I}_K \\ \mathbf{0}_{(M-K) \times K} & \end{bmatrix}$$

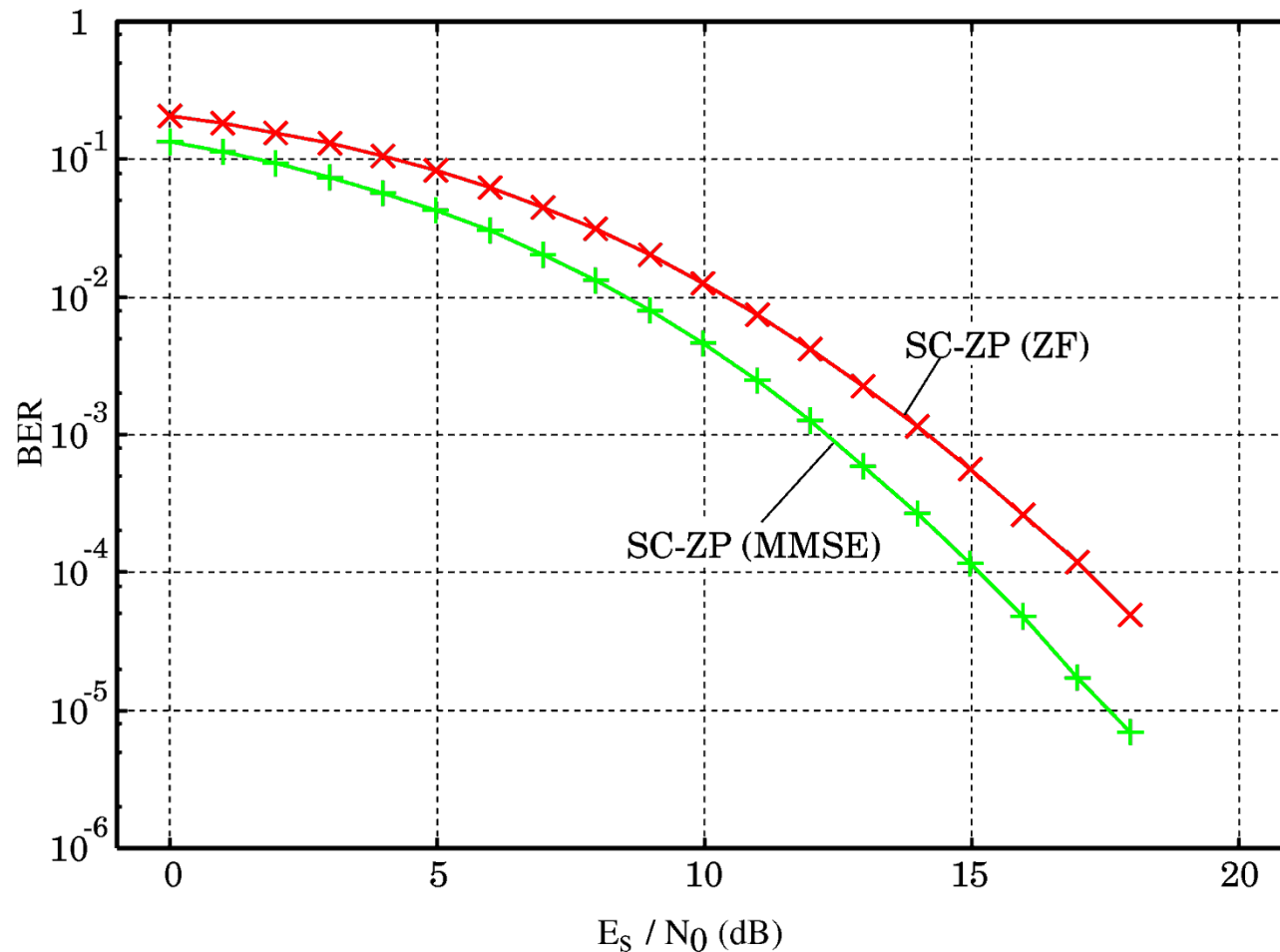
- ・ $M = 4, K = 3, L = 2$ の場合:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{zp}\mathbf{H}_{zp} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 & 0 & 0 & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 & 0 \\ h_2 & h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & h_2 & h_1 & h_0 \\ 0 & 0 & h_2 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & h_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} h_0 & 0 & 0 & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 & 0 \\ h_2 & h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & h_2 & h_1 & h_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & h_2 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & h_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & h_2 & h_1 \\ h_1 & h_0 & 0 & h_2 \\ h_2 & h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & h_2 & h_1 & h_0 \end{bmatrix} : \text{巡回行列} \end{aligned}$$

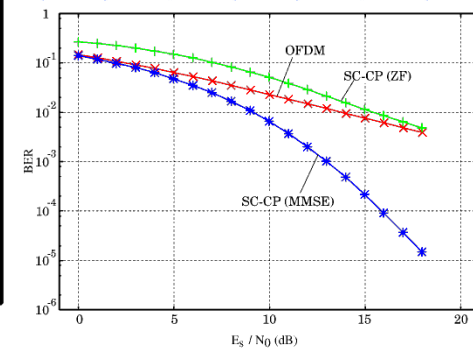
離散周波数領域の等化が可能

計算機シミュレーションの例

周波数選択性レイリーフェージング通信路(10パス)

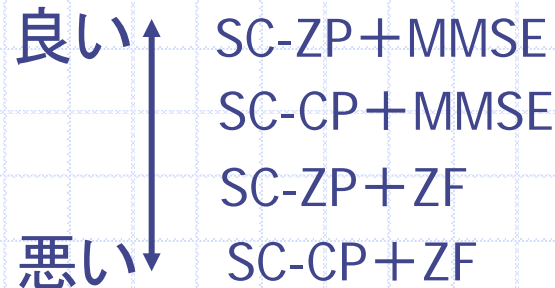


ガード長: 16
FFT長: 64
チャネル: 既知



計算機シミュレーションの例：特性の考察

- ゼロパディングを用いる方式はZF等化器とMMSE等化器で特性の差が小さい
- サイクリックプレフィックスを用いる手法との特性比較では



- ゼロパディングを用いる方式の問題点：非常に大きなサイズの逆行列を計算する必要がある



簡単なガード区間外遅延波対策法

ガード区間が不十分な場合の通信路行列

・送受信信号ブロックの関係

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_0\mathbf{T}_{cp}\mathbf{s}(n) + \mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_1\mathbf{T}_{cp}\mathbf{s}(n-1) + \mathbf{n}(n)$$

$$\mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_0\mathbf{T}_{cp} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & h_K & \dots & h_1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & 0 & h_L & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_L & & & & \ddots & \ddots & & \ddots & h_L \\ 0 & \ddots & & & & \ddots & \ddots & & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & h_L & \dots & \dots & \dots & h_0 \end{bmatrix} \neq \text{巡回行列}$$

$$\mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_1\mathbf{T}_{cp} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & h_L & \dots & h_{K+1} \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & h_L & \\ \vdots & & & & 0 & \\ \vdots & & & & \vdots & \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & \end{bmatrix} \neq \text{零行列}$$

簡単な干渉除去の方法(1/3)

・受信信号ブロックの変形

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(n) &= \mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_0\mathbf{T}_{cp}\mathbf{s}(n) + \mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_1\mathbf{T}_{cp}\mathbf{s}(n-1) + \mathbf{n}(n) \\ &= \underbrace{\mathbf{C}\mathbf{s}(n)}_{\text{符号間干渉成分}} - \underbrace{\mathbf{C}_{ISI}\mathbf{s}(n)}_{\text{符号間干渉成分}} + \underbrace{\mathbf{C}_{IBI}\mathbf{s}(n-1)}_{\text{ブロック間干渉成分}} + \mathbf{n}(n) \end{aligned}$$

符号間干渉成分
(FDEで等化可能)

符号間干渉成分
(FDEで等化不可能)

ブロック間干渉成分

$\mathbf{C} =$

$$\begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & 0 & h_L & \dots & h_1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & h_L \\ h_L & & & \ddots & \ddots & & 0 \\ 0 & \ddots & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h_L & \dots & \dots & h_0 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{C}_{ISI} =$

$$\begin{bmatrix} 0 & \dots & h_L & \dots & h_{K+1} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & h_L & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & & & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{C}_{IBI} =$

$$\begin{bmatrix} 0 & \dots & h_L & \dots & h_{K+1} \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & h_L \\ \vdots & & & & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_0\mathbf{T}_{cp} = \mathbf{C} - \mathbf{C}_{ISI}$$

簡単な干渉除去の方法(2/3)

- 干渉除去の条件:

$$r(n) = Cs(n) - \underline{C_{ISIS}(n) + C_{IBIS}(n-1)} + n(n)$$



=0であれば干渉がなくなる

$$C_{ISIS}(n) = C_{IBIS}(n-1) \text{ ならば } r(n) = Cs(n) + n(n)$$

- C_{ISI} と C_{IBI} の関係:

$$C_{ISI} S^K = C_{IBI} \quad S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

- S によるシフトの例: $\begin{bmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a & d \\ 0 & b & e \\ 0 & c & f \end{bmatrix}$

簡単な干渉除去の方法(3/3)

- 干渉除去の条件:

$$\mathbf{C}_{ISIS}(n) = \mathbf{C}_{IBIS}(n-1)$$



$$\mathbf{C}_{ISIS}(n) = \mathbf{C}_{ISIS} \mathbf{S}^K \mathbf{s}(n-1)$$

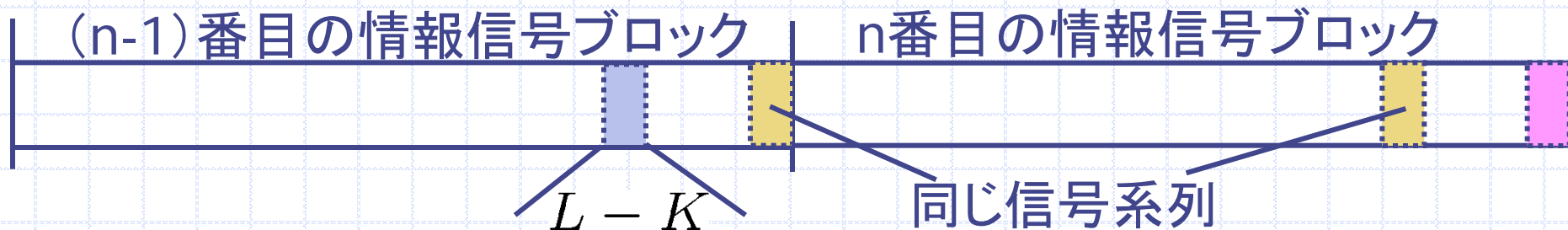


$$\mathbf{s}(n) = \mathbf{S}^K \mathbf{s}(n-1)$$

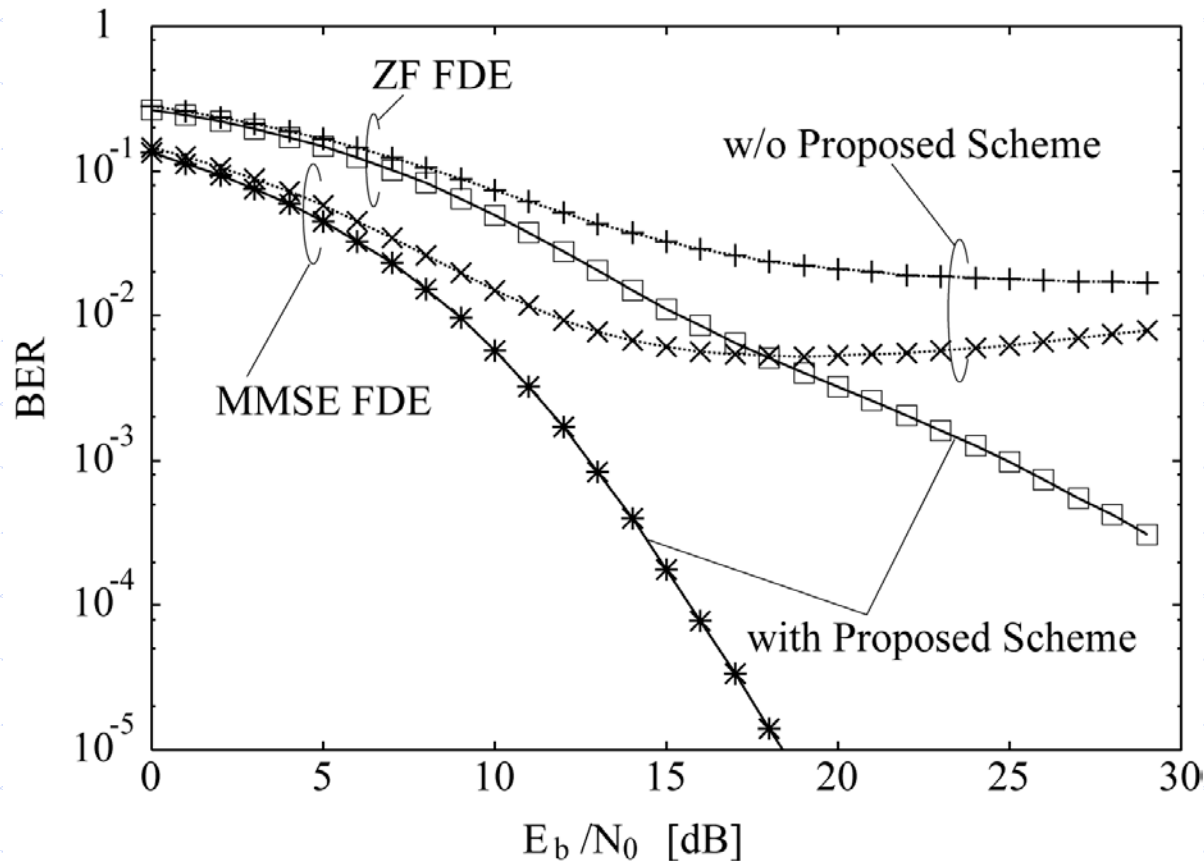


$$s_m(n) = s_{m+K}(n-1), \quad m = M-L, \dots, M-K-1$$

($\because \mathbf{C}_{ISI}$ はK個の列においてのみ非零成分を持つ)



計算機シミュレーションの例



Mod/Demod. Scheme	QPSK/Coherent Detection
FFT Length	M=64
Guard Interval	K=16
Channel Order	L=20
Channel Model	9-path Rayleigh Fading Channel
Channel Noise	Additive White Gaussian Noise