

1 1 変数多項式の終結式

定義 (終結式). 多項式 $f(x) = \sum_{i=0}^m a_m x^i$ と $g(x) = \sum_{j=0}^n b_n x^j$ ($a_m, b_n \neq 0$) に対して

$$\text{Syl}(f, g) := \left[\begin{array}{ccccccccc} a_m & a_{m-1} & \cdots & a_1 & a_0 & & & & \\ & a_m & a_{m-1} & \cdots & a_1 & a_0 & & & \\ & & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & & \\ & & & a_m & a_{m-1} & \cdots & a_1 & a_0 & \\ b_n & b_{n-1} & \cdots & b_1 & b_0 & & & & \\ & b_n & b_{n-1} & \cdots & b_1 & b_0 & & & \\ & & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & & \\ & & & b_n & b_{n-1} & \cdots & b_1 & b_0 & \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} n \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} m$$

を f と g のシルベスター行列といい, その行列式

$$\text{Res}(f, g) := \det(\text{Syl}(f, g))$$

を f と g の終結式 (**resultant**) という. なお, 零でない定数 $g(x) = b_0 \neq 0$ に対しては

$$\text{Syl}(f, b_0) = \begin{bmatrix} b_0 & & \\ & \ddots & \\ & & b_0 \end{bmatrix}, \quad \text{Res}(f, b_0) = b_0^m$$

と定め, 零多項式に対しては $\text{Res}(f, 0) = \text{Res}(0, g) = 0$ と定める.

2 2変数多項式の終結式