

# 離散構造（後半）レポート

16B04852 川原和弥

2019 年 2 月 13 日

このレポートでは、授業中の配布資料における定理 1 を証明する。

**定理 1** (隣国は 5 つだけ定理). どんな地図にも、5 個以下の隣国しか持たない国が少なくとも一つは存在する。

*Proof.* 背理法により証明する。

すなわち、すべての国が 6 個以上の隣国を持つような地図があるとする。

この地図の (面, 辺, 頂点) の数を  $(F, E, V)$  とおくと、

$$1 \text{ つの頂点に集まる辺は } 3 \text{ 本以上} \Rightarrow E \geq \frac{3}{2}V \quad (1)$$

$$1 \text{ つの面の境界になる辺は } 6 \text{ 本以上} \Rightarrow E \geq \frac{6}{2}F \quad (2)$$

また任意の地図上で次の公式 2 が成り立つ。

$$\text{公式 2 (Euler の多面体公式). } F - E + V = 2$$

(1),(2) より、

$$\begin{aligned} F - E + V &\leq \frac{2}{6}E - E + \frac{2}{3}E \\ &= 0 \end{aligned}$$

しかしこれは公式 2 に反する。

これにより、すべての国が 6 個以上の隣国を持つ地図が存在しないことが示された。

□

お詫び：第 3 回目以降の授業に出席しておらずレポートの内容がわかりませんでしたので、資料を参考に本レポートを作成しました。もし見間違いな内容でしたら申し訳ありません。