計算機科学概論演習

#04

青谷知幸

Tokyo Tech., Dept. of Math. & Comp. Sci.

4/26/2018

目次

複雑な再帰的構造 家系図木 2分木と2分探索木

反復的な改良によるプログラムの開発

2つの複雑なデータの処理

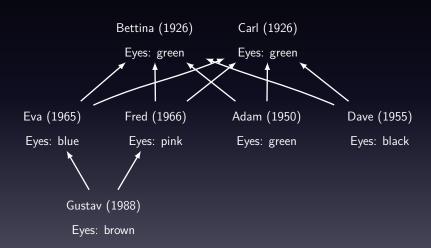
目次

複雑な再帰的構造 家系図木 2分木と2分探索木

反復的な改良によるプログラムの開発

2つの複雑なデータの処理

家系図 (family tree)



```
case class FamilyTreeNode(
  father:FamilyTreeNode,
  mother:FamilyTreeNode,
  name:Symbol,
  date:Int,
  eyes:Symbol)
```

```
case class FamilyTreeNode(father:FamilyTreeNode,mother:FamilyTreeNode,name:Symbol,date:Int,eyes:Symbol)
```

```
case class FamilyTreeNode(father:FamilyTreeNode,mother:FamilyTreeNode,name:Symbol,date:Int,eyes:Symbol)

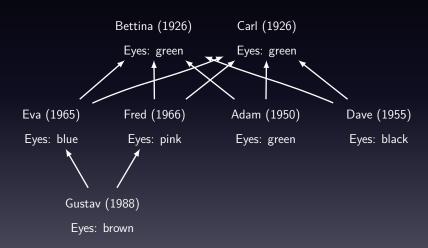
Q. これで良い?
A. ダメ
```

```
case class FamilyTreeNode(
  father:FamilyTreeNode,
  mother:FamilyTreeNode,
  name:Symbol,
  date:Int,
  eyes:Symbol)
```

Q. これで良い? A. ダメ:FamilyTreeNode 型の値が作れない

```
case class FamilyTreeNode(
  father:FamilyTreeNode,
  mother: Family Tree Node,
  name:Symbol,
  date:Int,
  eyes:Symbol)
Q. これで良い?
A. ダメ:FamilyTreeNode 型の値が作れない
FamilyTreeNode(
  FamilyTreeNode(FamilyTreeNode(...),FamilyTreeNode(...),...),
 FamilyTreeNode(FamilyTreeNode(...),FamilyTreeNode(...),...),
```

家系図 (family tree)



Scala での記述: 完成

親のない内点がないと始祖 (Carl など) が作れないので,空の 内点を用意してこれを表せるようにする.

```
abstract class FamilyTreeNode
case class Empty() extends FamilyTreeNode //空の内点
case class Child(
 father:FamilyTreeNode,
 mother:FamilyTreeNode,
 name:Symbol,
 date:Int,
 eyes:Symbol) extends FamilyTreeNode
```

始祖を表す内点は father と mother に Empty() を渡してつ くる.

FamilyTreeNode(Empty(),Empty(),'Carl,1926,'green)

変数を効果的に使う

家系図のように複雑なデータを作る場合はそれぞれのノード に対応する変数を用意するとよい.

```
def Carl = Child(Empty(),Empty(),'Carl,1926,'green)
def Bettina = Child(Empty(),Empty(),'Bettina, 1926, 'green)
def Adam = Child(Carl,Bettina,'Adam,1950,'yellow)
def Dave = Child(Carl,Bettina,'Dave,1955,'black)
def Eva = Child(Carl,Bettina,'Eva,1965,'blue)
def Fred = Child(Empty(),Empty(),'Fred,1966,'pink)
def Gustav = Child(Fred,Eva,'Gustav,1988,'brown)
```

変数を効果的に使う

家系図のように複雑なデータを作る場合はそれぞれのノード に対応する変数を用意するとよい.

```
def Carl = Child(Empty(),Empty(),'Carl,1926,'green)
def Bettina = Child(Empty(),Empty(),'Bettina, 1926, 'green)
def Adam = Child(Carl,Bettina,'Adam,1950,'yellow)
def Dave = Child(Carl,Bettina,'Dave,1955,'black)
def Eva = Child(Carl,Bettina,'Eva,1965,'blue)
def Fred = Child(Empty(),Empty(),'Fred,1966,'pink)
def Gustav = Child(Fred,Eva,'Gustav,1988,'brown)
```

Q. 変数を使わないとどうなる?

変数を効果的に使う

家系図のように複雑なデータを作る場合はそれぞれのノード に対応する変数を用意するとよい.

```
def Carl = Child(Empty(),Empty(),'Carl,1926,'green)
def Bettina = Child(Empty(),Empty(),'Bettina, 1926, 'green)
def Adam = Child(Carl,Bettina,'Adam,1950,'yellow)
def Dave = Child(Carl,Bettina,'Dave,1955,'black)
def Eva = Child(Carl,Bettina,'Eva,1965,'blue)
def Fred = Child(Empty(),Empty(),'Fred,1966,'pink)
def Gustav = Child(Fred,Eva,'Gustav,1988,'brown)
```

Q. 変数を使わないとどうなる? A. Carl, Bettina を何度も書く羽目に

家系図を処理する函数

家系図を処理する函数のテンプレートは以下のようになる

```
def funOnFTN: (FamilyTreeNode) => ...
= (tree) => {
    tree match{
        case Empty() => ...
        case Child(f,m,n,d,e) => {
            ...funOnFTN(f)...
            ...funOnFTN(m)...
        }
}}
```

再帰的な構造が二箇所 (f と m) にあることに注意

問題

瞳の色が青 ('blue) の祖先がいれば真,そうでなければ偽を返す函数 hasBlueEyedAncestor を開発せよ.

問題

瞳の色が青 ('blue) の祖先がいれば真,そうでなければ偽を返す函数 hasBlueEyedAncestor を開発せよ.

```
def hasBlueEyedAncestor: (FamilyTreeNode) => Boolean =
(tree) =>
/*
 * 目的: treeにeyesが'blueであるノードがあれば真, なければ偽
 * 例: hasBlueEyedAncestor(Carl) == false
 * hasBlueEyedAncestor(Eva) == true
 * hasBlueEyedAncestor(Gustav) == true
 */
{...}
```

```
def hasBlueEyedAncestor: (FamilyTreeNode) => Boolean =
(tree) =>
/*
 * 目的: treeにevesが'blueであるノードがあれば真, なければ偽
  例: hasBlueEyedAncestor(Carl) == false
      hasBlueEyedAncestor(Eva) == true
      hasBlueEyedAncestor(Gustav) == true
{ tree match{
  case Empty() => false
  case Child(f,m,n,d,e) =>
   e == 'blue || hasBlueEyedAncestor(f) ||
   hasBlueEyedAncestor(m)
```

2 分木

木を表す一般的なデータ構造としては,2 分木が有名である. 2 分木は以下のように定義される: 1

```
abstract class BinaryTree[+A]
case object Leaf extends BinaryTree[Nothing]
case class Branch[+A](
  data:A,
  left:BinaryTree[A],
  right:BinaryTree[A]) extends BinaryTree[A]
```

2 分木: 例

```
scala> Branch('h, Leaf, Branch('d,Leaf,Leaf))
res14: Branch[Symbol] = Branch('h,Leaf,Branch('d,Leaf,Leaf))
scala> Branch('h, Branch('i,Leaf,Leaf), Leaf)
res15: Branch[Symbol] = Branch('h,Branch('i,Leaf,Leaf),Leaf)
```

'h や'i, 'd の型が Symbol なので型変数 A が Symbol に置き 換えられた.

家系図を 2 分木で表す

名前と誕生年と瞳の色からなるデータ構造を定義して,その値を要素とする2分木を作れば家系図が表現できる.

case class Person(name:Symbol, date:Int, eyes:Symbol)

```
def Carl = Branch(Person('Carl,1926,'green), Leaf,Leaf)
def Bettina = Branch(Person('Bettina, 1926, 'green),Leaf,Leaf)
def Adam = Branch(Person('Adam,1950,'yellow),Carl,Bettina)
def Dave = Branch(Person('Dave,1955,'black),Carl,Bettina)
def Eva = Branch(Person('Eva,1965,'blue),Carl,Bettina)
def Fred = Branch(Person('Fred,1966,'pink),Leaf,Leaf)
def Gustav = Branch(Person('Gustav,1988,'brown),Fred,Eva)
```

Carl, Bettina, Adam, Dave, Eva, Fred, Gustav の型はいずれも Branch[Person] である.

2分木を処理する函数

2分木を処理する函数のテンプレートは FamilyTreeNode を 処理する函数と殆ど同じ

問題

瞳の色が青 ('blue) の祖先がいれば真,そうでなければ偽を返す函数 hasBlueEyedAncestor を開発せよ.

問題

瞳の色が青 ('blue) の祖先がいれば真,そうでなければ偽を返す函数 hasBlueEyedAncestor を開発せよ.

```
def hasBlueEyedAncestor: (BinaryTree[Person]) => Boolean =
(tree) =>
/**

* 目的: treeにeyesが'blueであるノードがあれば真,なければ偽

* 例: hasBlueEyedAncestor(Carl) == false

* hasBlueEyedAncestor(Eva) == true

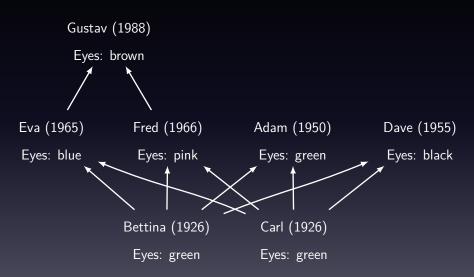
* hasBlueEyedAncestor(Gustav) == true

*/
{...}
```

```
def hasBlueEyedAncestor: (BinaryTree[Person]) => Boolean =
(tree) =>
/**
 * 目的: treeにevesが'blueであるノードがあれば真, なければ偽
  例: hasBlueEyedAncestor(Carl) == false
      hasBlueEyedAncestor(Eva) == true
      hasBlueEyedAncestor(Gustav) == true
 * テンプレート: tree match{
    case Leaf => ...
    case Branch(Person(n,d,e),1,r) =>
          ...hasBlueEyedAncestor(1)...
          ...hasBlueEyedAncestor(r)...}
```

```
def hasBlueEyedAncestor: (BinaryTree[Person]) => Boolean =
(tree) =>
/*
 * 目的: treeにevesが'blueであるノードがあれば真, なければ偽
 * 例: ...
 * テンプレート: tree match{
    case Leaf => ...
    case Branch(Person(n,d,e),1,r) =>
           ...hasBlueEyedAncestor(1)...
          ...hasBlueEyedAncestor(r)...}
{ tree match{
  case Leaf => false
  case Branch(Person(n,d,e),1,r) =>
    e == 'blue || hasBlueEyedAncestor(1) ||
   hasBlueEyedAncestor(r)
```

逆向き家系図



逆向き家系図のデータ構造

1 つの内点から伸びる矢印の本数は不定 ⇒ リストを使う

逆向き家系図のデータ構造

1つの内点から伸びる矢印の本数は不定 ⇒ リストを使う

```
abstract class ParentTree
case object Empty extends ParentTree
case class MakeParent(
   children:List[ParentTree],
   name:Symbol,
   date:Int,
   eyes:Symbol
   ) extends ParentTree
```

ParentTree の函数の雛形

ParentTree を扱う函数の雛形 (テンプレート) は少し複雑になる.

```
def funOnParent: (ParentTree) => ... =
  (tree) => {
   tree match{
     case Empty => ...
     case MakeParent(c,n,d,e) => ...
  }}
```

c は List [ParentTree] であることを思い出すと,リストの各要素について funOnParent を適用したくなる.だが,このままではリストなので適用できない.

ParentTree の函数の雛形

ParentTree を扱う函数の雛形 (テンプレート) は少し複雑になる.

```
def funOnParent: (ParentTree) => ... =
  (tree) => {
   tree match{
     case Empty => ...
     case MakeParent(c,n,d,e) => ...
  }}
```

c は List [ParentTree] であることを思い出すと,リストの各要素について funOnParent を適用したくなる.だが,このままではリストなので適用できない.

解決策: List[ParentTree] を扱う函数を作りこの中で funOnParent を呼び出す

ParentTree の函数の雛形

```
def funOnParent: (ParentTree) => ... =
(tree) => {
  tree match{
    case Empty => ...
    case MakeParent(c,n,d,e) => ...funOnParentList(c)...
  }}
def funOnParentList: (List[ParentTree]) => ... =
(lst) => {
  1st match{
    case Nil => ...
    case e::rest =>
      \dotsfunOnParent(e)...
      ...funOnParentList(lst)...
  }}
```

例: 青い瞳の子孫を探す

問題

瞳の色が青 ('blue) の子孫がいれば真,そうでなければ偽を返す函数 hasBlueEyedDescendant を開発せよ.

例: 青い瞳の子孫を探す

```
def hasBlueEyedDescendant: (ParentTree) => Boolean =
(tree) =>
/**
 * 目的: treeの中にeyesが'blueの内点があれば真, さもなくば偽
 * 例: ...
 * 雛形: tree match{ case Empty =>
                    case MakeParent(c,n,d,e) =>
 *
                        ...hasBlueEyedChild(c)... }
{ tree match{
   case Empty => false
    case MakeParent(children,n,d,e) =>
     e == 'blue || hasBlueEyedChild(children)
 }}
```

例: 青い瞳の子孫を探す

```
def hasBlueEyedChild: (List[ParentTree]) => Boolean =
(lst) =>
/**
 * 目的: lstの中にeyesが'blueの内点があれば真, さもなくば偽
 * 例: ...
 * 雛形: lst match{ case Nil => ...
 *
                   case e::rest =>
                      ...hasBlueEyedDescendant(e)...
                      ...hasBlueEyedChild(rest)... }
 lst match{
    case Nil => false
    case e::rest =>
     hasBlueEyedDescendant(e) || hasBlueEyedChild(rest)
  }}
```

目次

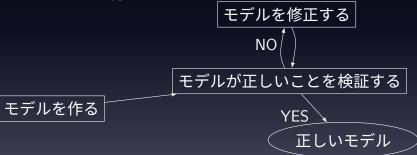
複雑な再帰的構造 家系図木 2分木と2分探索木

反復的な改良によるプログラムの開発

2 つの複雑なデータの処理

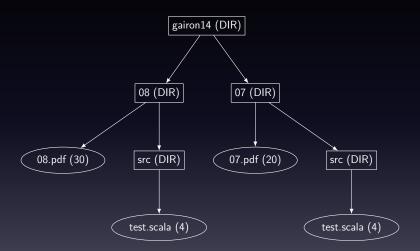
反復的な改良

科学者は現実世界の物事を数学で表現する.この数学的な表現をモデルという.以下のように反復的にモデルを改良して,正しいモデルを得る.



プログラムも反復的に開発していこう

例題: ファイルシステム



四角の内点はディレクトリ,楕円の内点はファイルを表し, ファイルは名前と共にファイルサイズが括弧内で書いてある.

モデルを作る: 最初の試み

モデル ver.1

- ファイル ≜ Symbol
- ディレクトリ ≜ List [DirFile]ただし DirFile はファイルかディレクトリからなる

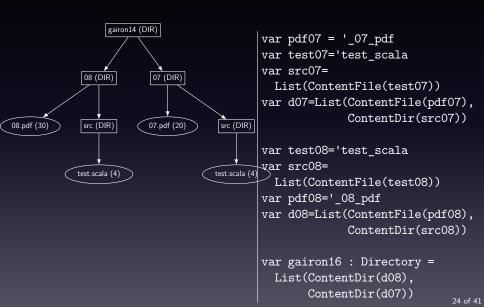
```
type File = Symbol

abstract class DirFile
type Directory = List[DirFile]
come along ContentFile(file:File) extend
```

case class ContentFile(file:File) extends DirFile
case class ContentDir(dir: Directory) extends DirFile

 $type\ A = B$ は "A を B の別名とする" ことを意味する. A は今定義する型, B は定義済みの型であることに注意. 逆には書けない.

サンプルコード



モデルの改良 1

ディレクトリは名前などの情報を持つ. これを表せるように ディレクトリのモデルを改良しよう. モデル ver.2

■ ディレクトリは名前と中身のリストからなる, e.g.,

case class Directory(name:Symbol, contents:List[DirContent])

ディレクトリの中身 (DirContent) はファイルかディレクトリである (実質的には DirFile と同じ)

abstract class DirContent
case class ContentFile(file:File) extends DirContent
case class ContentDir(dir: Directory) extends DirContent

モデルの改良 2

モデル ver.2 ではファイルがただのシンボルで表されていた.これではファイルの大きさや中身を扱うことができない.ファイルの情報を表せるようにモデルを改良しよう. モデル ver.3

ファイルは名前と大きさを表す整数値と内容からなる, e.g.,

case class File(name: Symbol, size: Int, content: Symbol)

モデルの改良3

モデル ver3 を更に改良して,ファイルとディレクトリを分け て管理するようにしよう.

モデル ver.4

ディレクトリの中身はファイルのリストとディレクトリのリストである, e.g.,

サンプルコード

```
val dir08 =
  Directory('_08,
    DirContents(List(File('_08_pdf,30,'a)),
                List(Directory('src,
                       DirContents(List(File('test_scala,4,'a)),
                                   Nil))))
val dir07 =
  Directory(' 07,
    DirContents(List(File(' 07 pdf, 20, 'a)),
                List(Directory('src,
                       DirContents(List(File('test scala,4,'a)),
                                    Nil)))))
val gairon16 = Directory('gairon16,
                     DirContents( Nil,
                                   List(dir07,dir08)))
```

モデルの比較

モデル ver.4

File(name: Symbol, size: Int,

Dir(name: Symbol,

content: Symbol)

contents: DirContents)

DirContents(files: List[File],

dirs: List[Dir])

case class

case class

case class

モデル ver.1

```
type File = Symbol
type Dir = List[DirFile]
abstract class DirFile
case class
   ContentFile(file:File)
   extends DirFile
case class
   ContentDir(dir: Dir)
```

extends DirFile

目次

複雑な再帰的構造 家系図木 2分木と2分探索木

反復的な改良によるプログラムの開発

2つの複雑なデータの処理

問題

2本の整数のリスト (List[Int])alon1 と alon2 を受け取り, alon1 の Nil を alon2 に置き換えて新しいリストを作る函数 replaceEoL を開発せよ.

問題

2本の整数のリスト (List[Int])alon1 と alon2 を受け取り, alon1 の Nil を alon2 に置き換えて新しいリストを作る函数 replaceEoL を開発せよ.

```
def replaceEoL:
(List[Int],List[Int]) => List[Int]
=
(alon1,alon2) =>
/**
 * 目的: alon1のNilをalon2に置き換えて新しいリストを作る
 * 例: ...
 */
{...}
```

問題

2本の整数のリスト (List[Int])alon1 と alon2 を受け取り, alon1 の Nil を alon2 に置き換えて新しいリストを作る函数 replaceEoL を開発せよ.

```
def replaceEoL:
(List[Int],List[Int]) => List[Int]
=
(alon1,alon2) =>
/**
 * 目的: alon1のNilをalon2に置き換えて新しいリストを作る
 * 例: forall L:List[Int], replaceEoL(Nil,L) == L
 * forall L:List[Int], replaceEoL(1::Nil,L) == 1::L
 */
{...}
```

```
* 例: forall L:List[Int], replaceEoL(Nil,L) == L

* forall L:List[Int], replaceEoL(1::Nil,L) == 1::L
```

```
* 例: forall L:List[Int], replaceEoL(Nil,L) == L

* forall L:List[Int], replaceEoL(1::Nil,L) == 1::L
```

2 本目のリストは全く変更されていない (そのまま結果の一部に使われているだけ)

```
* 例: forall L:List[Int], replaceEoL(Nil,L) == L

* forall L:List[Int], replaceEoL(1::Nil,L) == 1::L
```

2 本目のリストは全く変更されていない (そのまま結果の一部に使われているだけ)



replaceEoL の処理は2本目のリストの形には依存しない

```
* 例: forall L:List[Int], replaceEoL(Nil,L) == L

* forall L:List[Int], replaceEoL(1::Nil,L) == 1::L

2 本目のリストは全く変更されていない
(そのまま結果の一部に使われているだけ)

↓

replaceEoL の処理は 2 本目のリストの形には依存しない

↓

1 本目のリストを扱う函数として今まで通り設計すればよい
```

replaceEoL の完成

```
def replaceEoL:
(List[Int],List[Int]) => List[Int]
П
(alon1,alon2) =>
/**
 * 目的: alon1のNilをalon2に置き換えて新しいリストを作る
 * 例: forall L:List[Int], replaceEoL(Nil,L) == L
      forall L:List[Int], replaceEoL(1::Nil,L) == 1::L
 * テンプレート:
 * alon1 match{ case Nil => ...
               case e::rst => ...replaceEoL(rst,alon2)... }
 *
 */
{alon1 match{
  case Nil => alon2
  case r::rst => r::replaceEoL(rst,alon2)
}}
                                                         33 of 41
```

問題

社員一人一人の労働時間と時給が別々のリストとして与えられる.この時、社員一人一人の給与を計算するプログラムhoursToWages を開発せよ.入力となる2本のリストの長さは等しい.

問題

社員一人一人の労働時間と時給が別々のリストとして与えられる.この時,社員一人一人の給与を計算するプログラムhoursToWages を開発せよ.入力となる 2 本のリストの長さは等しい.

```
def hoursToWages: (List[Int],List[Int]) => List[Int] =
  (alon1, alon2) =>
  /**
  *目的: alon1とalon2のi番目同士を掛けあわせた値をi番目の要素
  * とするリストを生成する
  *例: ...
```

問題

社員一人一人の労働時間と時給が別々のリストとして与えられる.この時,社員一人一人の給与を計算するプログラムhoursToWages を開発せよ.入力となる2本のリストの長さは等しい.

```
def hoursToWages: (List[Int],List[Int]) => List[Int] =
  (alon1, alon2) =>
  /**
  * 目的: alon1とalon2のi番目同士を掛けあわせた値をi番目の要素
  * とするリストを生成する
  * 例: hoursToWages(Nil,Nil) == Nil
  * hoursToWages(1::Nil,20::Nil) == 20::Nil
  */
{...}
```

hoursToWages: 例の分析

```
* 例: hoursToWages(Nil,Nil) == Nil

* hoursToWages(1::Nil,20::Nil) == 20::Nil
```

hoursToWages: 例の分析

```
* 例: hoursToWages(Nil,Nil) == Nil

* hoursToWages(1::Nil,20::Nil) == 20::Nil

alon1==Nil ⇔ alon2==Nil かつ
alon1==r1::rst1 ⇔ alon2==r2::rst2
```

hoursToWages: 例の分析

```
* 例: hoursToWages(Nil,Nil) == Nil
      hoursToWages(1::Nil,20::Nil) == 20::Nil
             alon1==Nil ⇔ alon2==Nil かつ
         alon1==r1::rst1 \iff alon2==r2::rst2
(alon1,alon2) match{
 case (Nil,Nil) => ...
 case (r1::rst1, r2::rst2) => ...hoursToWages(rst1,rst2)...
```

hoursToWages の完成

```
def hoursToWages: (List[Int],List[Int]) => List[Int] =
(alon1, alon2) =>
/*
 *目的: alon1とalon2のi番目同士を掛けあわせた値をi番目の要素
        とするリストを生成する
 * 例: hoursToWages(Nil,Nil) == Nil
      hoursToWages(1::Nil,20::Nil) == 20::Nil
 * テンプレート:
 * (alon1,alon2) match{
    case (Nil,Nil) =>
    case (r1::rst1, r2::rst2) => ...hoursToWages(rst1,rst2)...
 */
{(alon1,alon2)match{
  case (Nil.Nil) => Nil
  case (r1::rst1, r2::rst2) => r1*r2::hoursToWages(rst1,rst2)
}}
                                                       36 of 41
```

課題

以降の課題をとき, 04.zip を OCW/OCW-i を使って提出せよ. 提出締め切りは5 月 10 日 15:00(JST)とする.

■ 3 つ全て解けなくても提出する方が良い (課題ごとに採点するため)

課題 1: 瞳の色の収集 (file: color.scala)

ParentTree が与えられたとき,この中に現れる人物たちの瞳の色を全て収集する函数 colors を開発せよ.

課題 2: dna.scala

シンボルのリストが 2 本与えられる.1 本目のリストは DNA のパターンを表し,2 本目のリストは DNA を表しているものとしよう.パターンが DNA の接頭辞 (prefix) となっていれば真,さもなくば偽を返す函数 DNAprefix を開発せよ.

課題 2: dna.scala

シンボルのリストが 2 本与えられる. 1 本目のリストは DNA のパターンを表し, 2 本目のリストは DNA を表しているものとしよう. パターンが DNA の接頭辞 (prefix) となっていれば真, さもなくば偽を返す函数 DNAprefix を開発せよ. 例

- DNAprefix(List('a,'t),List('a,'t, 'c)) == true
- DNAprefix(List('a,'t),List('a)) == false
- DNAprefix(List('a,'t),List('a,'t)) == true
- DNAprefix(List('a,'c,'g,'t),List('a,'g,'c,'t,'d))
 == false
- DNAprefix(List('a,'a,'c,'t),List('a,'a,'c,'t,'d))
 == true
- DNAprefix(List('a,'a,'c,'t),List('a,'c,'t,'d)) ==
 false

課題 3: gift.scala

Louise, Jane, Laura, Dana はあなたの友達です.彼女たちはクリスマスでプレゼント交換をする予定で,あなたはその割り当て方を決めるプログラムを作って欲しいと依頼されました.自分自身のプレゼントが自分自身に渡されるようなことが無いようにして,プレゼントの可能な渡し方を全て列挙するプログラム giftPick を開発しましょう.

giftPick は人物名 (シンボル) のリスト 1st を受け取り,リストのリスト List(1st',1st'',・・・) を返す.1st'や 1st''の 潘目のシンボルは 1st の 潘目の人がプレゼントを渡す相手の名前である.

gift.scala: 例

- giftPick(List('Louise,'Jane)) = List(List('Jane, 'Louise))
- giftPick(List('Louise,'Jane,'Laura)) ≡ 以下を要素とするリスト
 - List('Laura, 'Louise, 'Jane)
 - List('Jane, 'Laura, 'Louise)