Prof. Dr. A. Weber
Hassan Errami

Universität Bonn
Institut für Informatik II
06.11.2013

Wintersemester 2013

Übungen zur Vorlesung
Algorithmisches Denken und imperative Programmierung (BA-INF-014)
Aufgabenblatt 3

Zu bearbeiten bis: 15.11.2013

Aufgabe 1 *(Gleitkomma-Arithmetik - 7 Punkte)*

Hinweis: Um diese Aufgaben zu lösen, müssen Sie ein entsprechendes C-Programm schreiben.

Es seien $x_1 =$ `10000.0`, $x_2 =$ `-1.0e-3 / 9.0`, $x_3 =$ `25.0e2`, $x_4 =$ `1.0e-3 / 7.0` und $x_5 =$ `-12.5e3`. Im folgenden soll die Summe $\sum_{i=1}^{5} x_i$ auf verschiedene Art und Weise und mit verschiedenen Datentypen berechnet werden.

a) Berechnen Sie (von Hand) die (exakte) Summe $\sum_{i=1}^{5} x_i$.

b) Welches Ergebnis berechnet Ihr Programm, falls Sie ausschließlich Variablen vom Typ `float` verwenden?

c) Welches Ergebnis berechnet Ihr Programm, falls Sie ausschließlich Variablen vom Typ `double` verwenden?

d) Zur Berechnung einer Summe $S = \sum_{i=0}^{n} x_i$ wird folgendes Verfahren vorgeschlagen:

   (a) $S = 0$, $D = 0$

   (b) für $i = 1, \ldots, n$:

      i. $S_{\text{alt}} = S$

      ii. $S = S + x_i$

      iii. $D = D + (x_i - (S - S_{\text{alt}}))$

   (c) $S = S + D$

   Welches Ergebnis S berechnet C mit diesem Verfahren für $n = 5$ und obigen Werten für die x_i? Dabei sollen wieder nur Variablen des Typs `float` verwendet werden.

e) Weshalb ist diese Rechenvorschrift der einfachen Summation überlegen?

f) Was liefert das Verfahren aus (d), wenn Sie nur Variablen des Types `double` verwenden?

Aufgabe 2 *(Potenzierung - 6 Punkte)*

Es seien $a \in \mathbf{R}$ und $n \in \mathbf{N}$. Schreiben Sie jeweils ein iteratives Programm zur Berechnung von a^n, das folgendes Verfahren verwendet.

a) $a^n = a \cdot a^{n-1}$

b)

$$a^n = \begin{cases} 1 & \text{falls } n = 0 \\ a^{\frac{n}{2}} \cdot a^{\frac{n}{2}} & \text{falls } n \mod 2 = 0 \\ a \cdot a^{\frac{n-1}{2}} \cdot a^{\frac{n-1}{2}} & \text{falls } n \mod 2 \neq 0 \end{cases}$$

Wieviel Schritte braucht jedes Verfahren um a^{17} zu berechnen.

Aufgabe 3 *(Collatz-Problem - 7 Punkte)*

Eine Folge natürlicher Zahlen wird gestartet mit einer beliebigen natürlichen Zahl a_0. Ein beliebiges Element a_{n+1} der Folge errechnet sich aus seinem Vorgänger nach

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2} & \text{falls } a_n \mod 2 = 0 \\ 3a_n + 1 & \text{falls } a_n \mod 2 \neq 0. \end{cases}$$

Collatzsche Vermutung: Diese Folgen enden bei beliebigem Startwert mit der Sequenz $\ldots, 4, 2, 1$.
Beispiel: Mit dem Startwert $a_0 = 11$ erhält man die Folge $11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1$.

- Schreiben Sie ein Programm, das nach Einlesen einer positiven, ganzen Zahl n, die Länge der Collatzsche Folge zurückgibt.
- Berechnen Sie die Länge der Collatzsche Folge für $103, 579$, und 3458.
- Welche Zahl $x < 1000$ hat die längste Collatzsche Folge.