

Non-linear Wage

Erosa et al. (2022); Erosa et al. (2024)

柳本和春 

yanagimoto@econ.kobe-u.ac.jp

神戸大学

2026-01-05

Erosa et al. (2022)

Linear vs. Non-linear Jobs

Goldin (2014) は男女平等の “Last Chapter” として, 職種による賃金構造の違いを指摘した

Linear Jobs (薬剤師など)

- ▶ 収入が労働時間に比例する. 標準的な経済モデルでの仮定 $e = wh$

Non-linear Jobs (MBA, 弁護士など)

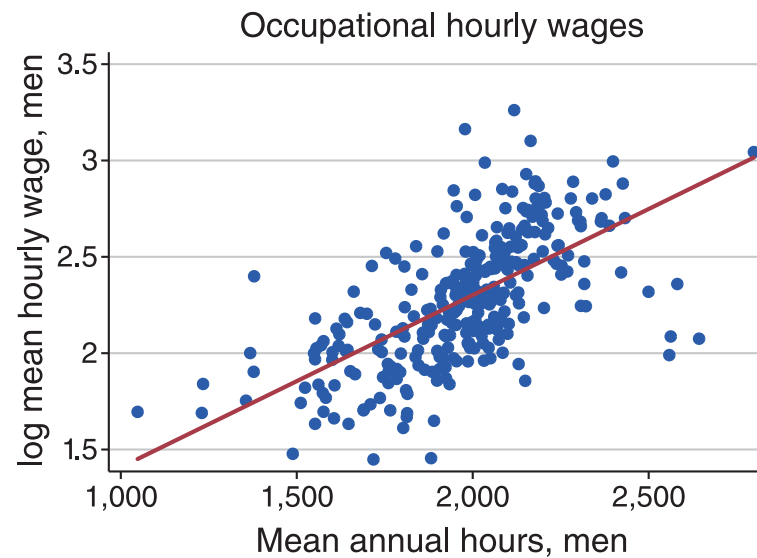
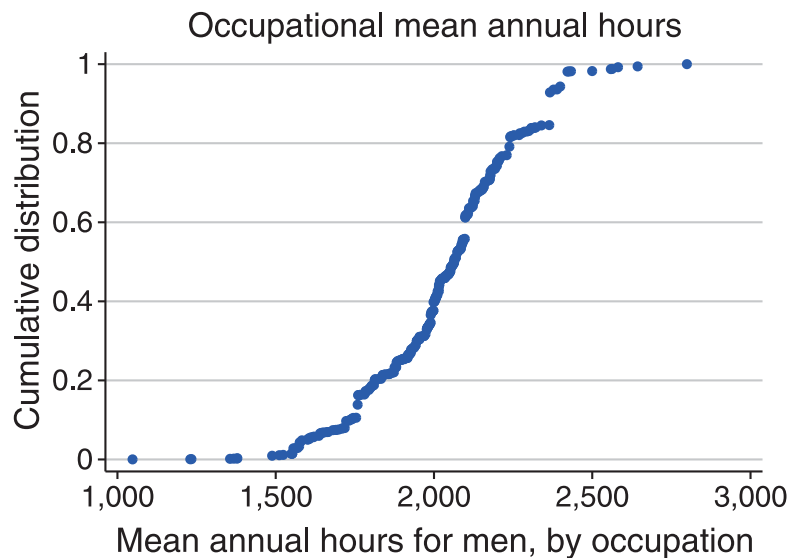
- ▶ 労働時間が長いほど時給が高くなる (凸的, convex wage profile)

Erosa et al. (2022) はこれに着想を得て, 男女間の職種の違いと賃金格差を分析した

- ▶ Non-linear jobs は長時間労働を要求されるため, 家事・育児の負担が大きい女性に不利
- ▶ 女性は賃金が比較的低い linear jobs を選択しやすい

Stylized Facts

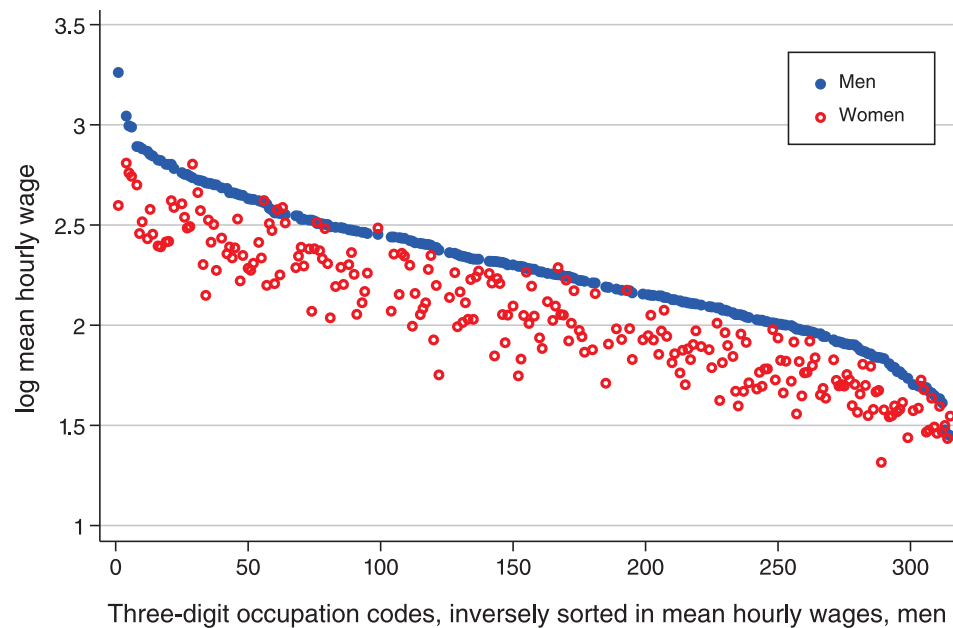
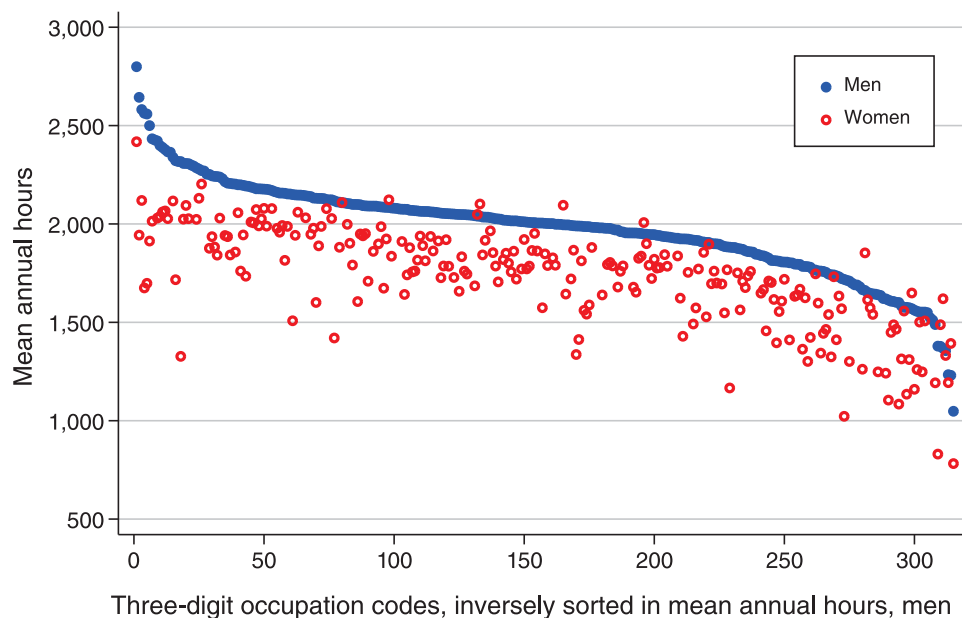
職業と労働時間



- ▶ データ: Current Population Survey (CPS) 1986-1995, United States
- ▶ 3桁の職業分類ごとに平均値を算出
- ▶ 職業ごとに平均労働時間にバリエーション
- ▶ 労働時間と**時給**に正の相関 \Rightarrow Non-linear jobs

Stylized Facts

職業と労働時間のジェンダーギャップ



- ▶ 男性の平均順に職業を並べ, 同じ職業の女性の値をプロット
- ▶ 平均労働時間, 時給ともに女性の方が低い

Stylized Facts

Linear vs. Non-linear Jobs

TABLE 1—DATA MOMENTS: CPS (1986–1995)

	Employment share	log mean hours	log mean wages	Std. log hours	Std. log wages
<i>Panel A. Men</i>					
Nonlinear	0.60	7.73	2.59	0.22	0.45
Linear	0.40	7.57	2.22	0.32	0.47
Aggregate	1.00	7.67	2.46	0.26	0.46
<i>Panel B. Women</i>					
Nonlinear	0.37	7.50	2.25	0.39	0.48
Linear	0.63	7.35	1.89	0.50	0.47
Aggregate	1.00	7.40	2.04	0.46	0.48

- ▶ 3 桁の職業分類のうち, 平均労働時間が中央値より大きいものを Non-linear jobs と定義
- ▶ Non-linear jobs の方が賃金も高い

モデル

設定

- ▶ 静的なカップルの意思決定モデル. 男性 $g = m$, 女性 $g = f$
- ▶ カップルは職業 $j_m, j_f \in \{1, 2\}$ と労働時間 h_m, h_f を選択
- ▶ 男女の家事労働時間 T_m, T_f は外生的に与えられる ($T_m < T_f$)
- ▶ カップルごとに職業に応じた能力 $a_{m1}, a_{m2}, a_{f1}, a_{f2}$ と労働への選好 ϕ_m, ϕ_f が与えられる

家計の問題

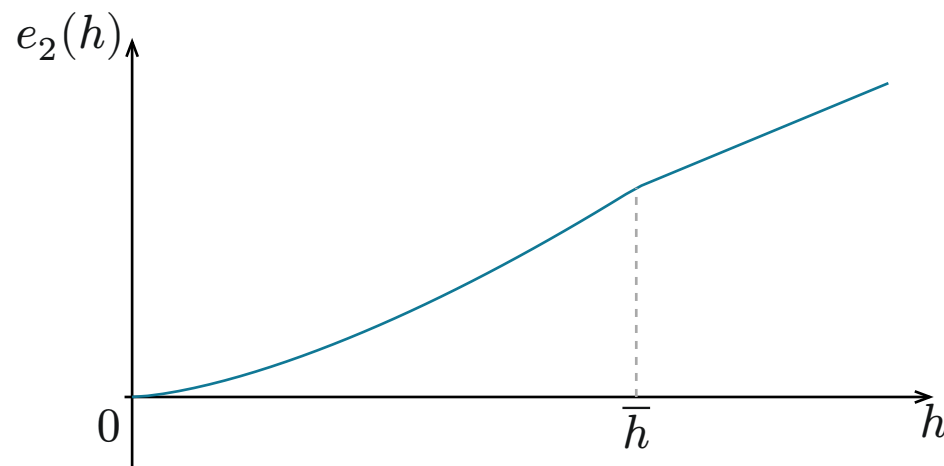
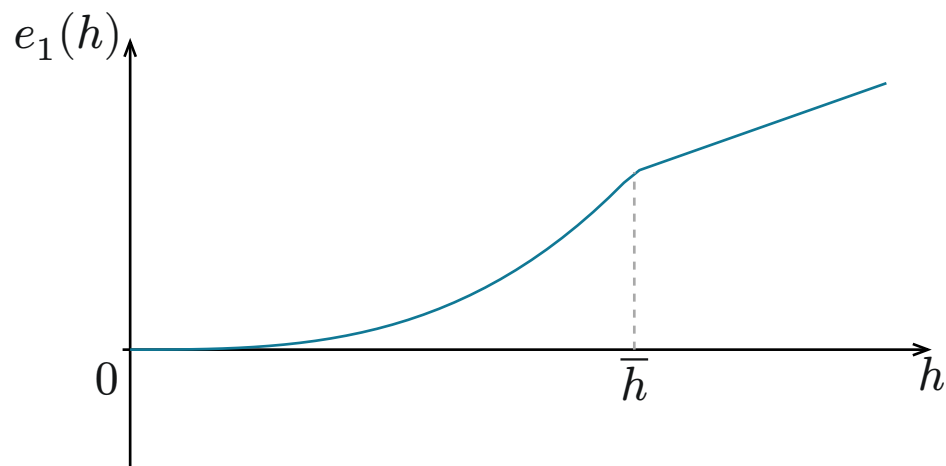
$$\max_{c_m, c_f, h_m, h_f, j_m, j_f} u_m(c_m, h_m) + u_f(c_f, h_f) \quad \text{subject to} \quad c_m + c_f \leq e_{j_m}(h_m) + e_{j_f}(h_f)$$

ここで, $e_j(h)$ は職業ごとの収入関数であり, 効用関数は

$$u_g(c_g, h_g) = \log c_g - \phi_g \frac{(T_g + h_g)^{1+\gamma}}{1+\gamma}.$$

モデル

Convex Wage Profile



$$e_j(h) = \begin{cases} a_j h^{1+\theta_j} & \text{if } h \leq \bar{h} \\ a_j \bar{h}^{1+\theta_j} h & \text{if } h > \bar{h} \end{cases}$$

ここでは $\theta_1 > \theta_2 > 0$ を仮定 (Non-linear jobs の方が凸的)

カリブレーション

Exogenous Parameters

- ▶ $\theta_1 = 0.6, \theta_2 = 0.2$: Literature. Appendix B にて詳細な議論
- ▶ $\bar{h} = 2500$
 - Bick, Blandin, and Rogerson (2022) は, 週 50 時間以上働く人の時給が低いことを指摘
 - 年 50 週労働と仮定
- ▶ $T_m = 0, T_f = 500$: Aguiar and Hurst (2007) の 1993 年のデータに基づく
- ▶ $\gamma = 3$: Literature. Frisch 弾力性 $\eta = 1/3$

Ability

$$\log \begin{pmatrix} a_{m1} \\ a_{f1} \\ a_{m2} \\ a_{f2} \end{pmatrix} \sim \mathcal{N} \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \mu_{a_2} \\ \mu_{a_2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{a_m, a_f} \sigma_1^2 & \rho_{a_1, a_2} \sigma_1 \sigma_2 & 0 \\ \cdot & \sigma_1^2 & 0 & \rho_{a_1, a_2} \sigma_1 \sigma_2 \\ \cdot & \cdot & \sigma_2^2 & \rho_{a_m, a_f} \sigma_2^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \right)$$
$$\log \begin{pmatrix} \phi_m \\ \phi_f \end{pmatrix} \sim \mathcal{N} \left(\begin{pmatrix} \mu_\phi \\ \mu_\phi \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_\phi^2 & \rho_\phi \sigma_\phi^2 \\ \cdot & \sigma_\phi^2 \end{pmatrix} \right)$$

カリブレーション

Simulated Method of Moments (SMM)

TABLE 2—CALIBRATION OF BASELINE ECONOMY

Parameter	Value	Target	Data	Model
μ_{a_2}	-0.1758	E_m^{NL}	0.60	0.61
$\sigma_{a_1}^2$	0.3290	$sd(\ln w_{m,NL})$	0.45	0.49
$\sigma_{a_2}^2$	0.1877	$sd(\ln w_{m,L})$	0.47	0.42
μ_ϕ	0.4589	$\ln \bar{h}_m$	7.67	7.67
σ_ϕ^2	0.9429	$sd(\ln h_m)$	0.26	0.26
ρ_{a_1,a_2}	0.3114	$\ln \bar{w}_{m,NL} - \ln \bar{w}_{m,L}$	0.37	0.36
ρ_{a_m,a_f}	0.6886	gender corr. of log wages	0.43	0.43
ρ_{ϕ_m,ϕ_f}	0.5056	gender corr. of log hours	0.02	0.02

Note: The baseline economy features $\theta_1 = 0.6$, $\theta_2 = 0.2$, $\bar{h} = 2,500$, $T_m = 0$, $T_f = 500$, and $\gamma = 3$.

- ▶ 男性側のモーメントで推定. ジェンダーギャップはモデルからの含意
- ▶ 男女で能力や選好の差はないと仮定. ジェンダーギャップは $T_m < T_f$ によって生じる

Untargeted Moments

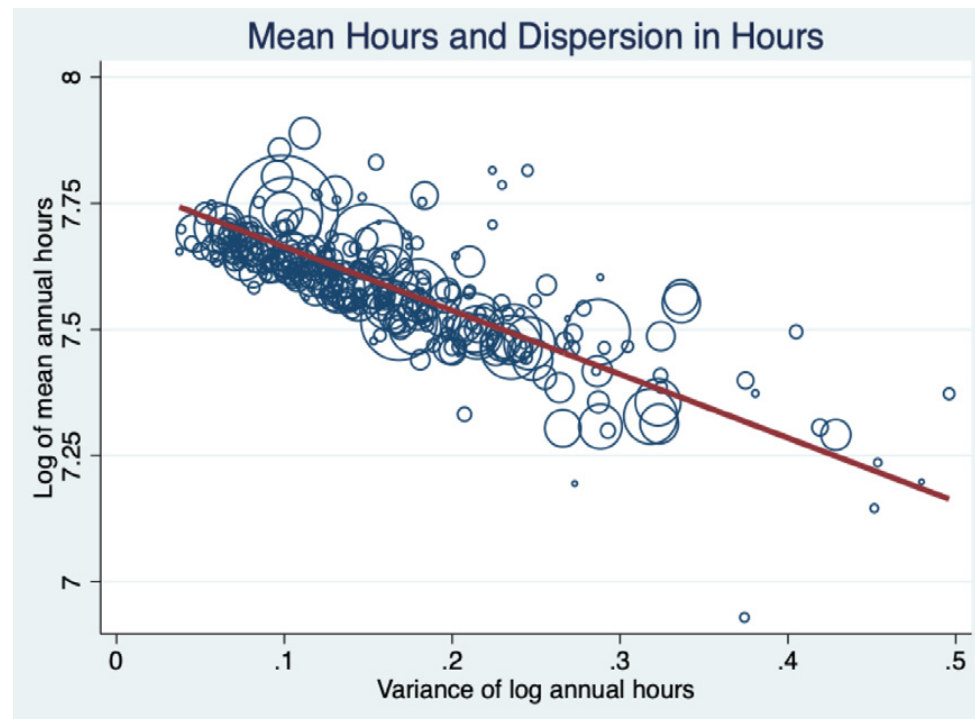
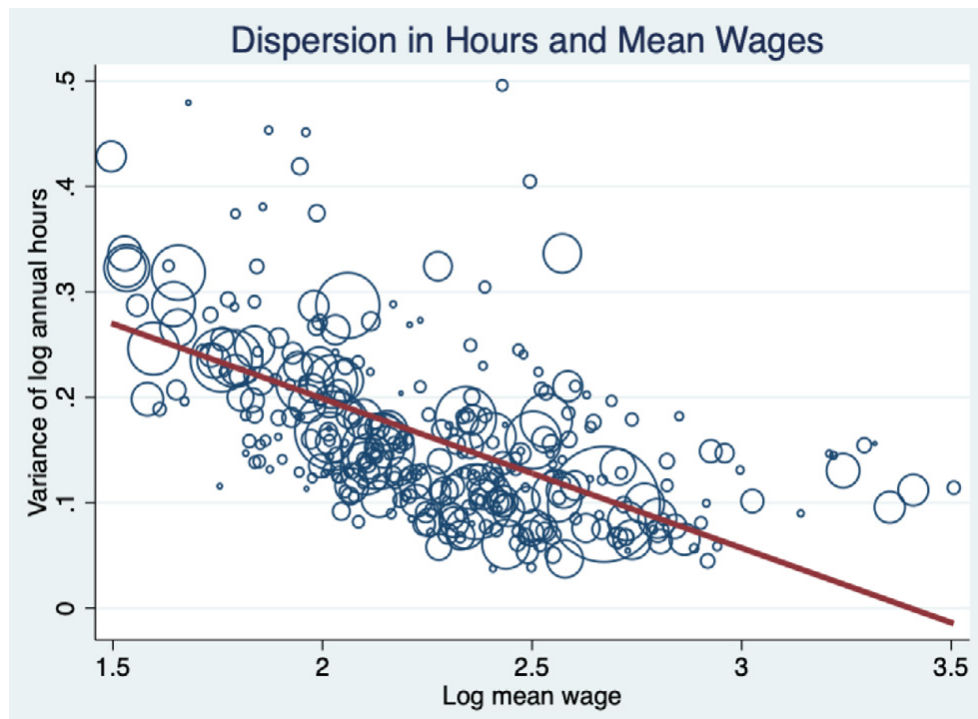
TABLE 3—GENDER GAPS, BASELINE MODEL

Gender gap	Data	Model
<i>Panel A. Aggregate Economy</i>		
Occupation	0.24	0.09
Hours	0.27	0.29
Wages	0.42	0.12
<i>Panel B. By Occupation</i>		
Hours NL	0.23	0.22
Wages NL	0.34	0.082
Hours L	0.23	0.35
Wages L	0.35	0.103

- ▶ Occupation は NL の割合の男女差. Hours, Wages は対数値の男女差
- ▶ 多くの割合をモデルが再現

Erosa et al. (2024)

Variance in Hours Worked



- ▶ 高賃金の仕事ほど労働時間の分散が小さい
- ▶ 労働時間の分散が大きい仕事ほど労働時間の平均が小さい

3 Types of Jobs

Data moments, CPS, 1976–2015.

	Emp. share	Log mean h	Var log h	Log mean w	Var log w	Log mean e	Var log e
H	1/3	7.70	0.10	2.61	0.33	10.32	0.46
M	1/3	7.59	0.15	2.28	0.28	9.87	0.48
L	1/3	7.46	0.24	1.93	0.29	9.41	0.60
gap $H-M$	0	0.114	−0.047	0.334	0.053	0.450	−0.012
gap $L-M$	0	−0.134	0.093	−0.346	0.013	−0.47	0.122

- ▶ IPUMS-CPS (1976–2015) のうち 22-64 歳の労働者のデータを使用
- ▶ 3 桁の職業コードを労働時間の長い順に H , M , L の三種類の職業に分類
- ▶ 長時間労働の職業ほど, 賃金が高く, 労働時間の分散が小さく, 労働所得の分散が小さい

A Generalized Roy Model

設定

- ▶ Roy (1951) モデルを拡張し, 3つの職業 $j \in \{H, M, L\}$ を選択可能とする
- ▶ 個人 i は, T の時間を持ち, 3つの職業に労働時間 h_{ij} を配分可能
- ▶ 各職業に対する能力 a_{ij} と余暇選好 ϕ_i は対数正規分布に従う

家計の問題

$$\max_{c_i, \{h_{ij}\}_{j \in \{H, M, L\}}} \log c_i + \phi_i \frac{\left(T - \sum_j h_{ij}\right)^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad \text{subject to} \quad c_i \leq \sum_j a_{ij} h_{ij}^{1+\theta_j}$$

- ▶ 収入関数は各職業で凸型であり, $\theta_H > \theta_M > \theta_L$
- ▶ 凸型 (限界生産性が上昇し続ける) であるため, 最適解では1つの職業に全労働時間を配分
- ▶ 実質, 二段階の意思決定問題
 1. 各職業での最適労働時間を計算
 2. 最も高い効用をもたらす職業を選択

Quantitative Properties

FOC:

$$\frac{1 + \theta_j}{\phi_i} = h_{i,j}(T - h_{i,j})^{-\gamma}.$$

i Quantitative Properties

1. $h_{i,H} > h_{i,M} > h_{i,L}$
2. ϕ_i の分布が職業に差がないとすると, θ_j に対して労働時間の平均は上昇, 分散は減少
3. 線形の時, 職業は $a_{i,j}$ のみによって決定され, 非線形では $a_{i,j}, \phi_i$ の両方に依存
4. 非線形では, 職業内で ϕ_i が全体的に減少すると, 労働時間の平均は上昇, 分散は減少

解釈としては,

- ▶ ϕ_i が低い人は θ_j が高い職業が魅力的
- ▶ θ_j が高いほど, 長時間労働が要求されるが, ϕ_i による差を受けにくい
- ▶ 結果として, θ_j が高い職業ほど, ϕ_i が低い人が集まり, 労働時間の平均は上昇, 分散は減少

Calibration

Linear vs. Non-linear

「高賃金の職業ほど、労働時間の平均は高く、分散は小さい」という性質は、線形・非線形モデルのどちらでも説明可能

▶ 線形モデル

- 能力 $a_{i,j}$ と余暇選好 ϕ_i の負の相関を仮定
- 能力が高い人は余暇選好が低いため、高賃金かつ長時間労働

▶ 非線形モデル

- 能力 $a_{i,j}$ と余暇選好 ϕ_i は独立と仮定
- 高賃金の職業ほど長時間労働が要求されるため

同じ数のパラメータでカリブレートし、どちらがデータをよりよく説明できるかを検証

- ▶ 線形モデル: $\text{corr}(a_H, \phi)$, $\text{corr}(a_M, \phi)$, $\text{corr}(a_L, \phi)$ と 13 のパラメータ
- ▶ 非線形モデル: $\theta_H, \theta_M, \theta_L$ と 13 のパラメータ

Calibration

Target Moments

Target	Data	Non-linear	Linear
log mean hours occ. H	7.705	7.707	7.717
log mean hours occ. M	7.590	7.591	7.591
log mean hours occ. L	7.456	7.454	7.447
log mean wages occ. H	2.611	2.611	2.610
log mean wages occ. M	2.277	2.276	2.272
log mean wages occ. L	1.931	1.931	1.933
share of emp. occ. H	0.333	0.333	0.324
share of emp. occ. M	0.333	0.333	0.337
var log wages occ. H	0.334	0.332	0.339
var log wages occ. M	0.281	0.287	0.291
var log wages occ. L	0.294	0.290	0.257
var log hours occ. H	0.099	0.100	0.114
var log hours occ. M	0.146	0.147	0.156
var log hours occ. L	0.239	0.238	0.223
Loss Function × (10 ⁻⁵)	–	6.47	246.7

- ▶ 非線形モデルの方が, 線形モデルよりもモデルの当てはまりが良い

Calibration

Untargeted Moments

Non-targeted dimensions.

	Data	Non-linear	Linear
Mean Log Earnings			
Occ <i>H</i>	10.322	10.339	10.313
Occ <i>M</i>	9.872	9.889	9.834
Occ <i>L</i>	9.407	9.420	9.336
Log Earn Gap <i>H-M</i>	0.449	0.450	0.479
Log Earn Gap <i>L-M</i>	-0.466	-0.469	-0.497
Var Log Earnings			
Occ <i>H</i>	0.464	0.480	0.413
Occ <i>M</i>	0.476	0.486	0.379
Occ <i>L</i>	0.598	0.621	0.381
Var log earn- Var log wages			
Occ <i>H</i>	0.130	0.147	0.074
Occ <i>M</i>	0.195	0.199	0.088
Occ <i>L</i>	0.304	0.331	0.123
Corr of log hours and log wages			
Occ <i>H</i>	0.075	0.130	-0.102
Occ <i>M</i>	0.115	0.127	-0.161
Occ <i>L</i>	0.120	0.177	-0.208

- ▶ 非線形モデルは, ターゲットされていないモーメントもよく再現
- ▶ 線形モデルは, 労働所得の分散や労働時間と賃金の相関などがデータと乖離

まとめ

Erosa et al. (2022)

- ▶ Goldin (2014) は職業ごとの賃金構造の違いを指摘
 - Nonlinear な職業は長時間労働の代わりに高賃金
- ▶ 男女の職業選択に Nonlinear vs Linear jobs の違いがある
- ▶ 家事負担の男女差が職業選択の男女差をもたらし, 賃金格差の一因となっている

Erosa et al. (2024)

- ▶ 職業ごとの労働時間の分散と平均の関係を分析
- ▶ Roy モデルを拡張し, 線形・非線形の賃金のモデルをカリブレート
- ▶ 非線形賃金モデルの方がデータをよく説明

参考文献

- Aguiar, Mark, and Erik Hurst. 2007. “Life-Cycle Prices and Production”. *American Economic Review* 97 (5): 1533–59. <https://doi.org/10.1257/aer.97.5.1533>.
- Bick, Alexander, Adam Blandin, and Richard Rogerson. 2022. “Hours and Wages”. *The Quarterly Journal of Economics* 137 (3): 1901–62. <https://doi.org/10.1093/qje/qjac005>.
- Erosa, Andrés, Luisa Fuster, Gueorgui Kambourov, and Richard Rogerson. 2022. “Hours, Occupations, And Gender Differences in Labor Market Outcomes”. *American Economic Journal: Macroeconomics* 14 (3): 543–90. <https://doi.org/10.1257/mac.20200318>.
- Erosa, Andrés, Luisa Fuster, Gueorgui Kambourov, and Richard Rogerson. 2024. “Wage and Earnings Inequality between and within Occupations: The Role of Labor Supply”. *Journal of Monetary Economics* 145 (July):103553. <https://doi.org/10.1016/j.jmoneco.2024.01.006>.
- Goldin, Claudia. 2014. “A Grand Gender Convergence: Its Last Chapter”. *American Economic Review* 104 (4): 1091–1119. <https://doi.org/10.1257/aer.104.4.1091>.

参考文献

Roy, A. D. 1951. “Some Thoughts on the Distribution of Earnings”. Oxford Economic Papers 3 (2): 135–46. <https://doi.org/10.1093/oxfordjournals.oep.a041827>.