

# Kuznet's Facts for Family Economists

Greenwood, Guner, and Marto (2023)

柳本和春 

yanagimoto@econ.kobe-u.ac.jp

神戸大学

2025-12-08

**Greenwood, Guner, and Marto (2023)**

# Kusnet's Facts for Family Economists

1 回目の講義で扱ったように, Greenwood, Guner, and Marto (2023) は過去百数十年の間に起こった家族経済学上の重要な変化を以下のようにまとめている.

1. 家事労働時間の減少
  2. 出生率の減少
  3. 結婚の減少
  4. 世帯サイズの縮小
  5. 高学歴者の増加
  6. ブルーカラーからホワイトカラーへの転換
- ▶ これらの現象を説明するモデルとその要因を明らかにすることを目的としている
  - ▶ 近年の少子化を念頭においた理論というよりは, 古典的な出生理論を洗練させたものである

# モデル設定

- ▶ 静的モデル. 各エージェントは一度だけ意思決定を行う
- ▶ 家計は性のない独身者と有配偶者からなる
- ▶ 独身者は 1 単位時間を持ち, 家庭内労働  $h$  (household labor), 余暇  $l$  (leisure), 市場労働  $t$  (toiling in the market) に分配する,  $h + l + t = 1$ .
- ▶ 既婚者は 2 単位時間を持ち,  $h, l, t$  に加え,  $k$  人の子どもに対して, 子育て  $b$  (basic childcare) と 教育  $e$  (education) に分配する,  $h + l + t + bk + ek = 2$ .

## 賃金

$$w = sv + (1 - s)u$$

- ▶ スキルには合計すると 1 である brain と brawn の 2 種類がある
- ▶  $s \in [0, 1]$ : brain スキルの割合
- ▶  $v$ : brain スキルのリターン
- ▶  $u$ : brawn スキルのリターン.  $v > u$  を仮定

# モデル設定

## 家庭内労働 (Household Production)

$$n = (\theta d^\sigma + (1 - \theta) \mathbf{h}^\sigma)^{1/\sigma}$$

- ▶  $d$ : 家庭内生産用耐久財 (household durables). 価格は  $p$
- ▶  $\mathbf{h}$ : 家庭内労働 (household labor)

## 子どもの労働

- ▶ 家庭内労働は独身者にとっては, 費やした時間に一致する  $\mathbf{h} = h$
- ▶ 子供  $k$  人が家庭内労働に従事する場合, 生産性は  $\chi$ , すなわち  $\mathbf{h} = h + \chi k$
- ▶ 時代が進むにつれ, 子どもが家庭内労働に従事する時間は減少し, それは  $\chi$  の減少として表現される

## 子どものコスト

- ▶ 親は子どもの brain スキル割合  $s$  を決定できる
- ▶ 教育にかかる時間的費用は  $e = \gamma s$  である

# 効用関数

## 独身者

$$u^S(c, n, l) = \alpha \frac{c^{1-\rho} - 1}{1-\rho} + \beta \frac{n^{1-\nu} - 1}{1-\nu} + (1-\alpha-\beta) \frac{l^{1-\lambda} - 1}{1-\lambda}$$

## 既婚者

$$\begin{aligned} u^M(c, n, l, k, s) = & \alpha \frac{(\varepsilon c)^{1-\rho} - 1}{1-\rho} + \beta \frac{(\varepsilon n)^{1-\nu} - 1}{1-\nu} + \delta \frac{l^{1-\lambda} - 1}{1-\lambda} \\ & + \psi \frac{k^{1-\kappa} - 1}{1-\kappa} + \xi \frac{(sv + (1-s)u)^{1-\zeta} - 1}{1-\zeta} \end{aligned}$$

- ▶  $\varepsilon \in [0.5, 1.0]$ : household equivalence scale
- ▶ 子どもの数  $k$  とそのスキルレベル  $w = sv + (1-s)u$  によって正の効用を得る

# 家計の意思決定

$$S = \max_{d,h,l} u^S(c, n(d, h), l) \quad \text{s.t.} \quad c + pd = w(1 - h - l)$$

$$M = \max_{d,h,l,k,s} u^M(c, n(d, h), l, k, s) \quad \text{s.t.} \quad c + pd = w(2 - h - l - bk - ek)$$

## 結婚の決定

- ▶ 独身者は人生の初めに他の独身者とマッチし, joy shock  $j$  を受け取る
- ▶ 独身者は  $M + j \geq S$  の時に結婚する
- ▶  $j$  はガンベル分布  $G(j)$  に従う

$$G(j) = \exp\left(-\exp\left(-\frac{j - \mathbf{a}}{\mathbf{d}}\right)\right)$$

よって独身者の割合  $1 - \mathbf{m}$  は

$$1 - \mathbf{m} = \Pr(M + j < S) = \Pr(j < S - M) = G(S - M).$$

# Parameters from Data

## 価格

- ▶  $w_{1880} = 1$  と基準化. 年率 1.7% の上昇と推定して,  $w_{2020} = 11.3$ 
  - 1880 年から 1988 年は Williamson (1995)
  - 1989 年以降は FRED の real compensation を合計労働時間で割って推定
- ▶  $p_{1880} = 100$  と基準化し, 約年率 5% の下落 (Greenwood et al. 2016) より,  $p_{2020} = 0.108$
- ▶  $q_{2020} = 1.81$  は Census's Current Population Survey in 2018 より

## 家庭内労働

- ▶  $\theta = 0.206, \sigma = 0.282$ : McGrattan, Rogerson, and Wright (1997)
- ▶  $0 < \sigma < 1$ : 耐久財と家事労働の代替性



# Parameters from Data

## 相対リスク回避度

- ▶  $\rho = 1.25$ : Literature

## Household equivalence scale

- ▶ OECD modified equivalence scale:  $1 + 0.5$
- ▶  $\varepsilon = 1/(1 + 0.5) \simeq 0.667$

## 子育て時間

- ▶ American Time Use Survey (ATUS) and Gershuny and Harms (2016)
- ▶ 子育て時間の平均 (1920, 1965, 2019)  $b = 0.030$

# Parameters from Data

## 教育時間

$\gamma = e/s$  を元に推定

- ▶ ATUS, American Heritage Time Use Study, and Gershuny and Harms (2016)
- ▶  $s_t$  はホワイトカラーの割合,  $e_t$  は家庭での教育時間
- ▶ 推定された  $\gamma_t$  の平均 (1920, 1965, 2020)  $\gamma = 0.026$

## 子どもの家庭内労働

- ▶ 児童労働は児童の労働時間と生産性の積と考える
- ▶ 児童の生産性は Lebergott (1964) に基づいて推定
- ▶ 児童の 1880 年の労働時間は Webbink, Smits, and De Jong (2012) の途上国の児童の労働時間を用いる
- ▶ 児童の 2020 年の労働時間は Hofferth and Sandberg (2001) を用いる

# Simulated Method of Moments (SMM)

残りのパラメータは SMM によって推定する. この推定方法は 2 つのループからなる

- ▶ **外側のループ:**  $\alpha, q_{1880}$ 
  - 各シミュレーションごとにパラメータを変えながら探索する
- ▶ **内側のループ:**  $\Lambda(\alpha, q_{1880}) = (\beta, \nu, \delta, \lambda, \psi, \kappa, \xi, \zeta)$ 
  - $\alpha, q_{1880}$  を所与とすると (一階条件から) 決定される
- ▶ 残りのパラメータ:  $\mathbf{a}, \mathbf{d}$ 
  - 他のパラメータが決定された後, 決定される

推定を二分割することで, 探索しなければならないパラメータの数を減らすことができる.

# 内側のループ

## Step 1: $\lambda$

$l$  の一階条件から以下の式が導ける.

$$\delta l^{-\lambda} = \alpha \varepsilon^{1-\rho} (w(2 - bk - \gamma sk - h - l) - pd)^{-\rho} w. \quad (1)$$

この式は以下を導き,  $\lambda$  が推定される.

$$\left( \frac{l_{2020}}{l_{1880}} \right)^{-\lambda} = \left( \frac{w_{2020}(2 - bk_{2020} - \gamma s_{2020}k_{2020} - h_{2020} - l_{2020}) - p_{2020}d_{2020}}{w_{1880}(2 - bk_{1880} - \gamma s_{1880}k_{1880} - h_{1880} - l_{1880}) - p_{1880}d_{1880}} \right)^{-\rho} \frac{w_{2020}}{w_{1880}}.$$

## Step 2: $\delta$

(1) において  $\lambda$  が既知であるため,

$$\delta l_{2020}^{-\lambda} = \alpha \varepsilon^{1-\rho} (w_{2020}(2 - bk_{2020} - \gamma s_{2020}k_{2020} - h_{2020} - l_{2020}) - p_{2020}d_{2020})^{-\rho} w_{2020}$$

から  $\delta$  が推定できる.

## 内側のループ

### Step 3: $\kappa$

$k$  の一階条件から以下の式が導ける.

$$\psi k^{-\kappa} = \delta l^{-\lambda} (b + \gamma s - \chi). \quad (2)$$

よって, 以下の関係から  $\kappa$  が推定できる.

$$\left( \frac{k_{2020}}{k_{1880}} \right)^{-\kappa} = \left( \frac{l_{2020}}{l_{1880}} \right)^{-\lambda} \frac{b + \gamma s_{2020} - \chi_{2020}}{b + \gamma s_{1880} - \chi_{1880}}.$$

### Step 4: $\psi$

$\kappa$  が既知であるため, (2) から

$$\psi k_{2020}^{-\kappa} = \delta l_{2020}^{-\lambda} (b + \gamma s_{2020} - \chi_{2020})$$

より  $\psi$  が推定できる.

## 内側のループ

### Step 5: $\zeta$

$s$  の一階条件から以下の式が導ける.

$$\xi(sv + (1 - s)u)^{-\zeta}(v - u) = \delta l^{-\lambda} \gamma k. \quad (3)$$

よって, 以下の関係から  $\zeta$  が推定できる.

$$\left( \frac{s_{2020}v_{2020} + (1 - s_{2020})u_{2020}}{s_{1880}v_{1880} + (1 - s_{1880})u_{1880}} \right)^{-\zeta} \frac{v_{2020} - u_{2020}}{v_{1880} - u_{1880}} = \left( \frac{l_{2020}}{l_{1880}} \right)^{-\lambda} \frac{k_{2020}}{k_{1880}}.$$

### Step 6: $\xi$

$\zeta$  が既知であるため, (3) から

$$\xi(s_{2020}v_{2020} + (1 - s_{2020})u_{2020})^{-\zeta}(v_{2020} - u_{2020}) = \delta l_{2020}^{-\lambda} \gamma k_{2020}$$

より  $\xi$  が推定できる.

## 内側のループ

### Step 7: $\nu$

$h$  の一階条件から以下の式が導ける.

$$\beta \varepsilon^{1-\nu} (1-\theta) (\theta d^\sigma + (1-\theta)(h + \chi k)^\sigma)^{\frac{1-\nu-\sigma}{\sigma}} (h + \chi k)^{\sigma-1} = \delta l^{-\lambda}. \quad (4)$$

よって, 以下の関係から  $\nu$  が推定できる.

$$\left( \frac{\theta d_{2020}^\sigma + (1-\theta)(h_{2020} + \chi_{2020} k_{2020})^\sigma}{\theta d_{1880}^\sigma + (1-\theta)(h_{1880} + \chi_{1880} k_{1880})^\sigma} \right)^{\frac{1-\nu-\sigma}{\sigma}} \left( \frac{h_{2020} + \chi_{2020} k_{2020}}{h_{1880} + \chi_{1880} k_{1880}} \right)^{\sigma-1} = \left( \frac{l_{2020}}{l_{1880}} \right)^{-\lambda}.$$

### Step 8: $\beta$

$\nu$  が既知であるため, (4) から

$$\beta \varepsilon^{1-\nu} (1-\theta) (\theta d_{1880}^\sigma + (1-\theta)(h_{1880} + \chi_{1880} k_{1880})^\sigma)^{\frac{1-\nu-\sigma}{\sigma}} (h_{1880} + \chi_{1880} k_{1880})^{\sigma-1} = \delta l_{1880}^{-\lambda}$$

より  $\beta$  が推定できる.

# 外側のループ $\alpha, q_{1880}$

$$\min_{\alpha, q_{1880}} \sum_i \left( \frac{\mathcal{D}_i - \mathcal{M}_i(\alpha, q_{1880})}{\mathcal{D}_i} \right)$$

- ▶  $\mathcal{D}$ : 独身者のデータモーメント
  - 労働時間 (1880, 2020)
  - 家庭内労働時間 (1880, 2020)
- ▶  $\mathcal{M}(\alpha, q_{1880})$ : モデルでのモーメント
- ▶ Fertility, Schooling, Time (married) は内側のループの定義から完全に一致
- ▶ Marriage のモーメントは次のステップ

**Table 5.3** Results, data and model.

Variable	Description	Data	Model
		1880, 2020	1880, 2020
Fertility			
$k$	Fertility rate	4.240, 1.640	4.240, 1.640
Schooling			
$s$	Schooling	0.168, 0.765	0.168, 0.765
Time			
$h$	Housework ( <i>married</i> )	0.518, 0.156	0.518, 0.156
	Housework ( <i>single</i> )	0.185, 0.057	0.251, 0.072
$t$	Market work ( <i>married</i> )	0.614, 0.597	0.614, 0.597
	Market work ( <i>single</i> )	0.360, 0.302	0.226, 0.218
$l$	Leisure ( <i>married</i> ), <i>implied</i>	0.722, 1.165	0.722, 1.165
	Leisure ( <i>single</i> ), <i>implied</i>	0.455, 0.641	0.523, 0.710
$bk$	Childcare	0.128, 0.049	0.128, 0.049
$ek$	Educational care	0.019, 0.033	0.019, 0.033
Marriage			
$m$	Fraction married	0.612, 0.238	0.612, 0.238
$1 - m$	Fraction single (unmarried)	0.388, 0.762	0.388, 0.762



## 残りのパラメータ: $\mathbf{a}$ , $\mathbf{d}$

他のパラメータが全て推定されると, 独身者の効用  $S$  と既婚者の効用  $M$  が決定される. 独身者の割合  $\mathbf{s}$  は以下の式を満たす.

$$\log(-\log \mathbf{s}) = -(S - M - \mathbf{a})/\mathbf{d} \quad (5)$$

したがって, 以下の関係から  $\mathbf{a}$  が求まる.

$$\frac{\log(-\log \mathbf{s}_{2020})}{\log(-\log \mathbf{s}_{1880})} = \frac{S_{2020} - M_{2020} - \mathbf{a}}{S_{1880} - M_{1880} - \mathbf{a}}.$$

$\mathbf{a}$  が既知であるから (5) から  $\mathbf{d}$  が求まる.

$$\mathbf{d} = \frac{S_{2020} - M_{2020} - \mathbf{a}}{\log(-\log \mathbf{s}_{2020})}$$

# Estimated Parameters

**Table 5.2** Parameter values.

Parameter	Description	Value	Identification
<b>Market consumption</b>			
$\alpha, \rho$	Weight, exponent	0.154, 1.250	Eq. (5.7), literature
<b>Home goods consumption</b>			
$\beta, \nu$	Weight, exponent	0.059, 1.708	Eq. (5.6)
<b>Leisure</b>			
$\delta$	Weight, married	0.283	Eq. (5.3)
$1 - \alpha - \beta$	Weight, single	0.787	Implied
$\lambda$	Exponent	0.407	Eq. (5.3)
<b>Fertility</b>			
$\psi, \kappa$	Weight, exponent	0.014, 0.541	Eq. (5.4)
<b>Schooling</b>			
$\xi, \zeta$	Weight, exponent	0.099, 1.607	Eq. (5.5)
<b>Home production technology</b>			
$\theta, \sigma$	Durables weight, exponent	0.206, 0.282	Literature, Sec 6.4
$\chi_{1880}, \chi_{2020}$	Child labor–productivity: 1880, 2020	0.015, 0.011	Data
<b>Cost of Children</b>			
$b, \gamma$	basic, education	0.030, 0.026	Data
<b>Marriage, Gumbel</b>			
$a, d$	location, shape	-0.593, 0.028	Eqs. (5.8) and (5.9)
<b>Prices (continuous growth rates are presented)</b>			
$p_{1800}, p_{2020}, \% \Delta p$	Durables: 1880 and 2020 levels, growth	100.000, 0.108, -4.879%	Normalization, literature
$w_{1800}, w_{2020}, \% \Delta w$	Wages: 1880 and 2020 levels, growth	1.000, 11.300, 1.732%	Normalization, data for % $\Delta$
$q_{1880}, q_{2020}, \% \Delta q$	Skill premium: 1880 and 2020 levels, growth	1.384, 1.810, 0.192%	Eq. (5.7), 2020 Data
<b>Equivalence scale</b>			
$\varepsilon$	Equivalence scale	0.667	OECD

# Driving Forces of Great Transition

1880 年から 2020 年までの変化の要因について, 以下の 3 つに着目する.

1. 全体的な技術革新 (neutral technological progress,  $\mathbf{z}$ )
2. スキルのいる産業の技術革新 (skill-biased technological progress,  $\mathbf{x}$ )
3. 家庭内生産用耐久財の価格低下 (fall in the price of household durables,  $p$ )

技術革新をモデル化するために, 以下の最適化を行う代表的な企業 (生産者) を導入する.

$$\max_{\mathbf{u}, \mathbf{v}} \mathbf{z}((1 - \omega)\mathbf{u}^\iota + \omega\mathbf{x}\mathbf{v}^\iota)^{\frac{1}{\iota}} - u\mathbf{u} - v\mathbf{v}.$$

一階条件から, 大卒プレミアム  $q$  は以下のように表される.

$$q = \frac{v}{u} = \frac{\omega\mathbf{x}}{1 - \omega} \left( \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{u}} \right)^{\iota-1} = \frac{\omega\mathbf{x}}{1 - \omega} \left( \frac{s}{1 - s} \right)^{\iota-1} \quad (6)$$

最後の等式は,  $\mathbf{t} = mt_m + (1 - m)t_s$ ,  $\mathbf{u} = (1 - s)\mathbf{t}$  と  $\mathbf{v} = s\mathbf{t}$  を用いている.

# Calibration for Production

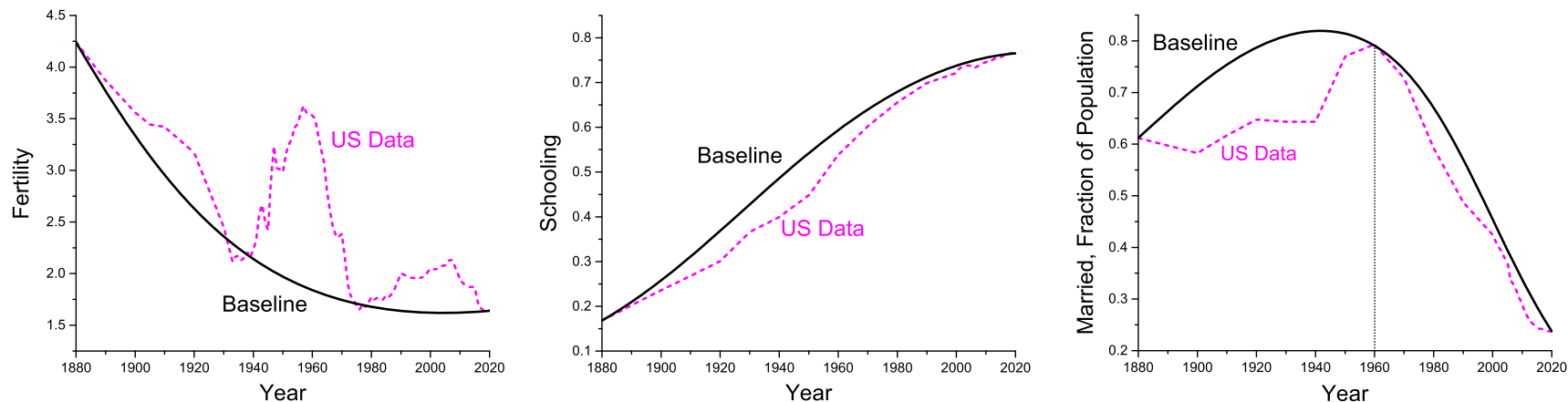
**Table 6.1** Technology parameter values.

Parameter	Description	Value	Identification
<b>Market Production Function</b>			
$\omega, \iota$	Weight on skilled labor, exponent	0.439, 0.552	Literature
<b>Technology Factors (continuous growth rates are presented)</b>			
$\mathbf{x}_{1880}, \mathbf{x}_{2020}, \% \Delta \mathbf{x}$	Skill biased: 1880 and 2020 levels, growth	0.864, 3.920, 1.081%	Eq. (6.2)
$\mathbf{z}_{1880}, \mathbf{z}_{2020}, \% \Delta \mathbf{z}$	Neutral: 1880 and 2020 levels, growth	2.192, 4.157, 0.457%	Eq. (6.1)
$p_{1880}, p_{2020}, \% \Delta p$	Process Innovation: 1880 and 2020 levels, growth	100.000, 0.108, -4.879%	Literature

- ▶ CES 生産関数のパラメータ  $\omega, \iota$  は Acemoglu and Autor (2011) の値
- ▶ 式 6 から,  $\mathbf{x}_{1880}, \mathbf{x}_{2020}$  が求まる
- ▶ 一階条件  $\mathbf{z}((1 - \omega)\mathbf{u}^\iota + \omega\mathbf{x}\mathbf{v}^\iota)^{\frac{1}{\iota}-1}(1 - \omega)\mathbf{u}^{\iota-1} = u$  から,  $\mathbf{z}_{1880}, \mathbf{z}_{2020}$  が求まる

# Transition

モデルに  $\mathbf{z}_t = \mathbf{z}_{1880} e^{\Delta \mathbf{z}(t-1880)}$ ,  $\mathbf{x}_t = \mathbf{x}_{1880} e^{\Delta \mathbf{x}(t-1880)}$ ,  $p_t = p_{1880} e^{\Delta p(t-1880)}$  を代入

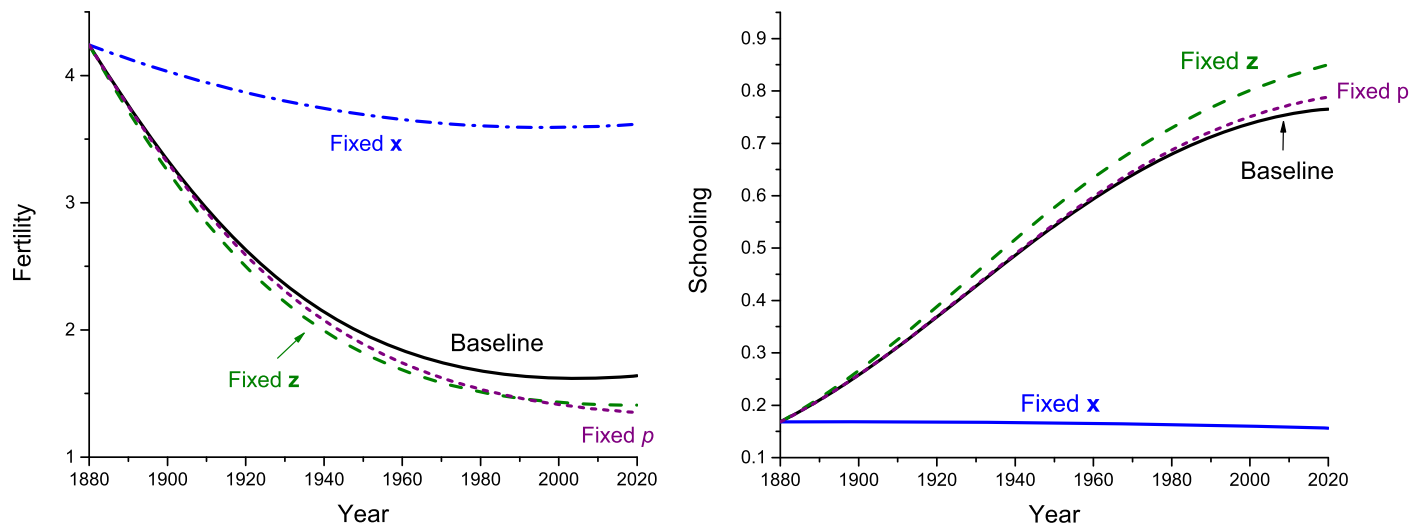


**FIGURE 6.1** Transitional dynamics—fertility, schooling, and marriage.

- ▶ 1880 年から 2020 年までの変化がうまく再現できている
- ▶ 特に, 結婚率の n-shape が再現されている

# Transition

Brain スキル労働  $x$



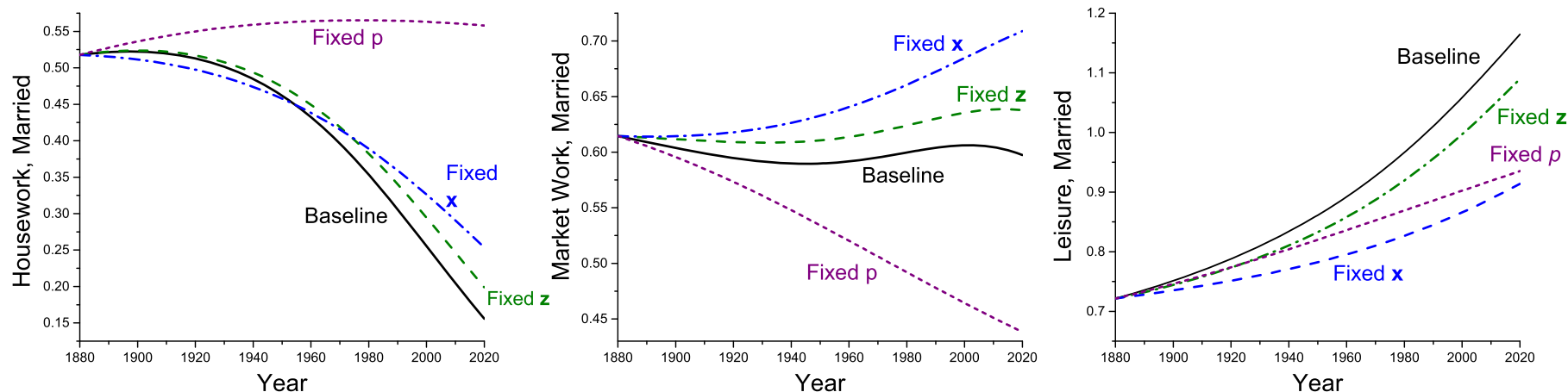
**FIGURE 6.2 Comparative dynamics—fertility and schooling.**

大卒プレミアムの向上 ( $x$  の上昇) がない場合:

- ▶ 出生率は高止まりし, 大卒者の割合は増加しない.
- ▶ 子どもの学歴ではなく人数に投資している (quality-quantity trade-off)

# Transition

## 家庭内生産用耐久財の価格 $p$



**FIGURE 6.3 Comparative dynamics—housework, market work, and leisure.**

家庭内生産用耐久財の価格  $p$  の低下が起こらない場合:

- ▶ 家庭内労働の時間が減少せず, 労働時間が減少する
- ▶ 婚姻率が上昇する (次ページ)

# Transition

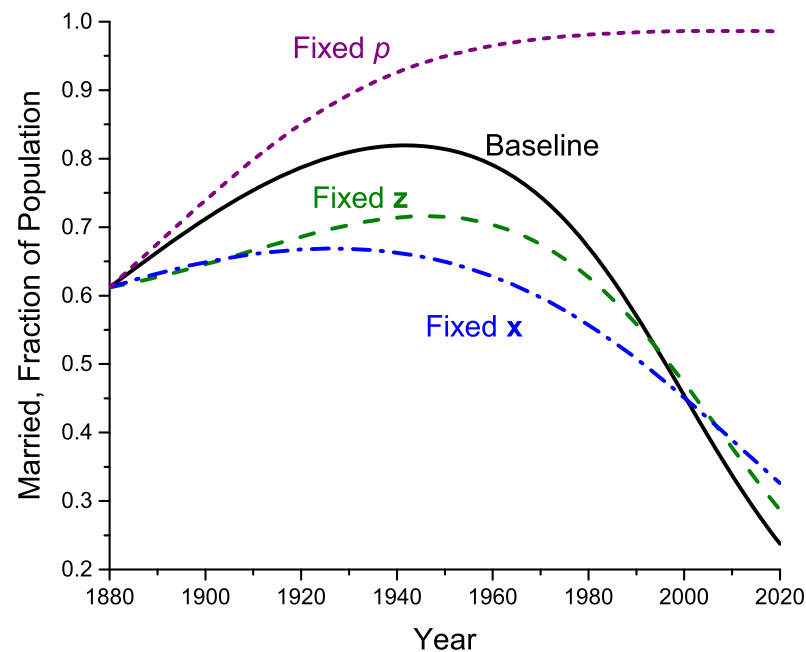


FIGURE 6.4 Comparative dynamics—marriage.

- ▶ 婚姻率の  $n$ -shape は  $p$  の下落によって引き起こされていた
  - 大卒プレミアムの上昇  $x$  による子ども (結婚) の価値向上 (1960 年以前優位)
  - 家事のスケールメリットという結婚の優位性の減少 (1960 年以降優位)



# まとめ

## Skill-biased technological change

- ▶ 大卒プレミアムの上昇
  - ⑤ 高学歴者の増加
  - ⑥ ブルーカラーからホワイトカラーへの転換
- ▶ Quantity-quality trade-off
  - ② 出生率の減少
  - ④ 世帯サイズの縮小

## Decline in the price of household durables

- ▶ 家事労働の効率化
  - ① 家事労働時間の減少
- ▶ 家事のスケールメリットという結婚の優位性の減少
  - ③ 結婚率の減少

## 参考文献

- Acemoglu, Daron, and David Autor. 2011. “Skills, Tasks and Technologies: Implications for Employment and Earnings”. Handbook of Labor Economics. Elsevier. [https://doi.org/10.1016/S0169-7218\(11\)02410-5](https://doi.org/10.1016/S0169-7218(11)02410-5).
- Gershuny, Jonathan, and Teresa Attracta Harms. 2016. “Housework Now Takes Much Less Time: 85 Years of US Rural Women's Time Use”. Social Forces 95 (2): 503–24. <https://doi.org/10.1093/sf/sow073>.
- Greenwood, Jeremy, Nezih Guner, and Ricardo Marto. 2023. “The Great Transition: Kuznets Facts for Family-Economists”. Edited by Shelly Lundberg and Alessandra Voena. Handbook of the Economics of the Family. Handbook of the Economics of the Family, Volume 1. North-Holland. <https://doi.org/10.1016/bs.hefam.2023.01.006>.
- Greenwood, Jeremy, Nezih Guner, Georgi Kocharkov, and Cezar Santos. 2016. “Technology and the Changing Family: A Unified Model of Marriage, Divorce, Educational Attainment, And

## 参考文献

- Married Female Labor-Force Participation”. American Economic Journal: Macroeconomics 8 (1): 1–41. <https://doi.org/10.1257/mac.20130156>.
- Hofferth, Sandra L., and John F. Sandberg. 2001. “How American Children Spend Their Time”. Journal of Marriage and Family 63 (2): 295–308. <https://doi.org/10.1111/j.1741-3737.2001.00295.x>.
- Lebergott, Stanley. 1964. Manpower in Economic Growth: The American Record Since 1800. New York: McGraw-Hill Book Company.
- McGrattan, Ellen R., Richard Rogerson, and Randall Wright. 1997. “An Equilibrium Model of the Business Cycle with Household Production and Fiscal Policy”. International Economic Review 38 (2): 267–90. <https://doi.org/10.2307/2527375>.
- Webbink, Ellen, Jeroen Smits, and Eelke De Jong. 2012. “Hidden Child Labor: Determinants of Housework and Family Business Work of Children in 16 Developing Countries”. World Development 40 (3): 631–42. <https://doi.org/10.1016/j.worlddev.2011.07.005>.

## 参考文献

Williamson, Jeffrey G. 1995. “The Evolution of Global Labor Markets since 1830: Background Evidence and Hypotheses”. *Explorations in Economic History* 32 (2): 141–96. <https://doi.org/10.1006/exeh.1995.1006>.