

# Non-linear Wage

Erosa et al. (2022)

柳本和春 

yanagimoto@econ.kobe-u.ac.jp

神戸大学

2026-01-05

# 労働供給の経済学

労働供給 (Labor Supply) といった時, 次の二つの要素がある.

- ▶ Extensive Margin: 労働市場に参加するかどうか
- ▶ Intensive Margin: 労働市場に参加した場合, 何時間働くか

## Extensive Margin

- ▶ 労働参加率 (Labor Force Participation Rate) を指す場合が多い
- ▶ 女性の労働参加 (Female Labor Force Participation, FLFP) も重要

## Intensive Margin

- ▶ (週あたり) 労働時間を指す場合が多い
- ▶ 労働参加を所与とした統計か, 労働非参加を 0 として含むか (extensive margin)

# 労働供給の弾力性

労働供給の賃金に対する弾力性には主に以下の3つがある:

1. Marshallian 弾力性: 所得を一定とした下での労働供給の弾力性
2. Hicksian 弾力性: 効用のレベルを一定とした下での労働供給の弾力性
3. Frisch 弾力性: 限界効用を一定にした下での労働供給の弾力性

マクロ経済学で関心があるのは基本的に Frisch 弾力性:

- ▶ 動学モデルでは, 各期の労働供給は将来の限界効用を所与として決定する
- ▶ そのため, 景気循環や政策の影響を受ける労働供給の弾力性は Frisch 弾力性である

# Frisch 弾力性

$$V(a) = \max_{c,h,a'} u(c,h) + \beta V(a') \quad \text{s.t.} \quad c + a' = (1+r)a + wh$$

$\lambda$  をラグランジュ乗数とした一階条件から  $u_c(c,h) = \lambda$ ,  $u_h(c,h) = -\lambda w$  より,

$$u_{cc} \frac{\partial c}{\partial w} + u_{ch} \frac{\partial h}{\partial w} = 0 \quad \text{and} \quad u_{hc} \frac{\partial c}{\partial w} + u_{hh} \frac{\partial h}{\partial w} = -\lambda.$$

これを  $\frac{\partial h}{\partial w}$  について解くと,

$$\frac{\partial h}{\partial w} = \frac{u_h}{u_{hh} - \frac{u_{ch}^2}{u_{cc}}} \frac{1}{w}.$$

Frisch 弾力性  $\eta := \frac{\partial h}{\partial w} \frac{w}{h}$  より,

$$\eta = \frac{u_h}{h \left( u_{hh} - \frac{u_{ch}^2}{u_{cc}} \right)}.$$

# Frisch 弾力性: マクロ vs ミクロ

マクロ経済学でよく用いられる (separable) な CRRA 効用関数を考えると,

$$u(c, h) = \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \alpha \frac{h^{1+\phi}}{1+\phi} \Rightarrow \eta = \frac{1}{\phi}.$$

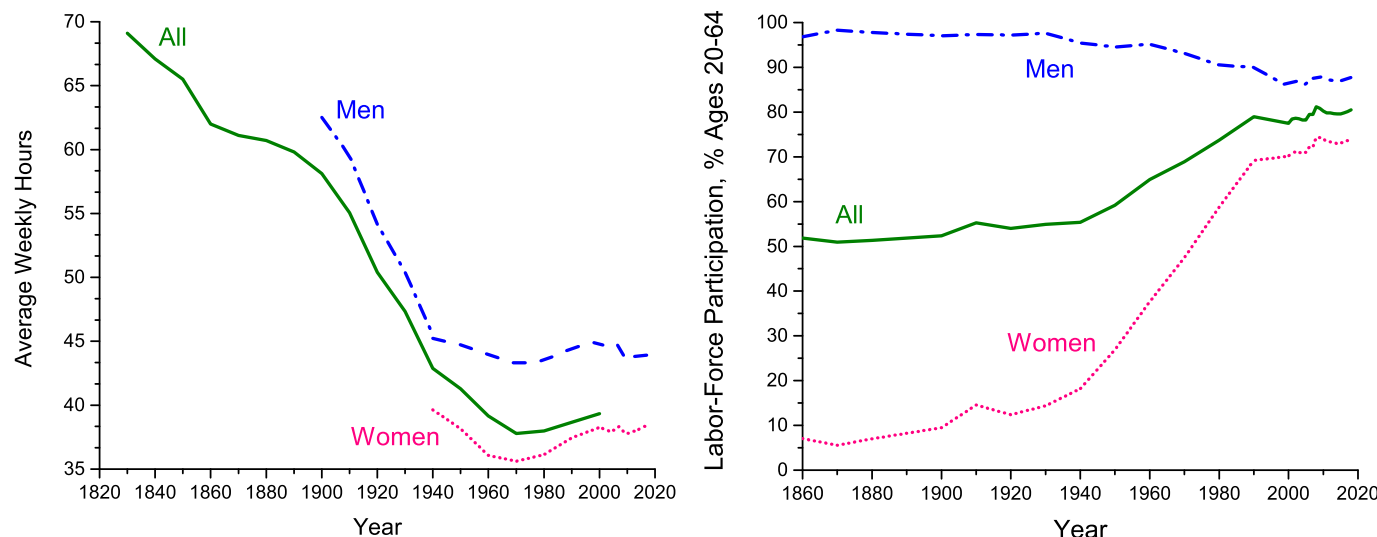
Chetty et al. (2011) はメタ分析を行い, Frisch 弾力性の平均的な推定値を報告した.

- ▶ ミクロ分析 (擬似実験, quasi-experiment): 0.82
- ▶ マクロモデル: 2.84
  - RBC モデルなどで, 雇用は実質賃金よりも volatile

Puzzle: 「マクロモデルの Frisch 弾力性はミクロモデルよりもかなり大きい」

- ▶ Frisch 弾力性の推定値に関しては, 今も議論が続いている
  - 例: Erosa, Fuster, and Kambourov (2016)

# 労働供給と家族経済学



**FIGURE 2.1 Average weekly hours and labor-force participation in the United States.**

Figure 1: Greenwood, Guner, and Marto (2023)

- ▶ 1940 年以降, 男女別の労働時間はあまり変化していない
- ▶ 過去 150 年で女性の労働参加率は大きく上昇した
- ▶ 通常のマクロ経済学が仮定する単一 (unitary) な家計のモデルでは説明できない

**Erosa et al. (2022)**

# Linear vs. Non-linear Jobs

Goldin (2014) は男女平等の “Last Chapter” として, 職種による賃金構造の違いを指摘した

## **Linear Jobs** (薬剤師など)

- ▶ 収入が労働時間に比例する. 標準的な経済モデルでの仮定  $e = wh$

## **Non-linear Jobs** (MBA, 弁護士など)

- ▶ 労働時間が長いほど時給が高くなる (凸的, convex wage profile)

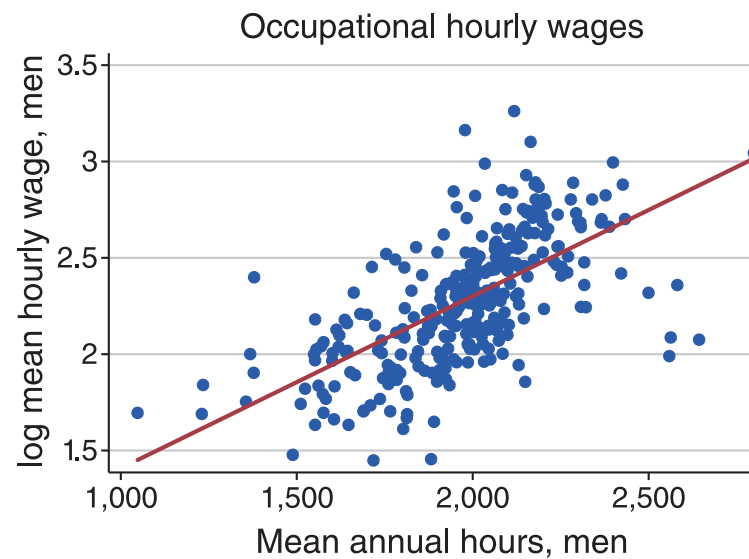
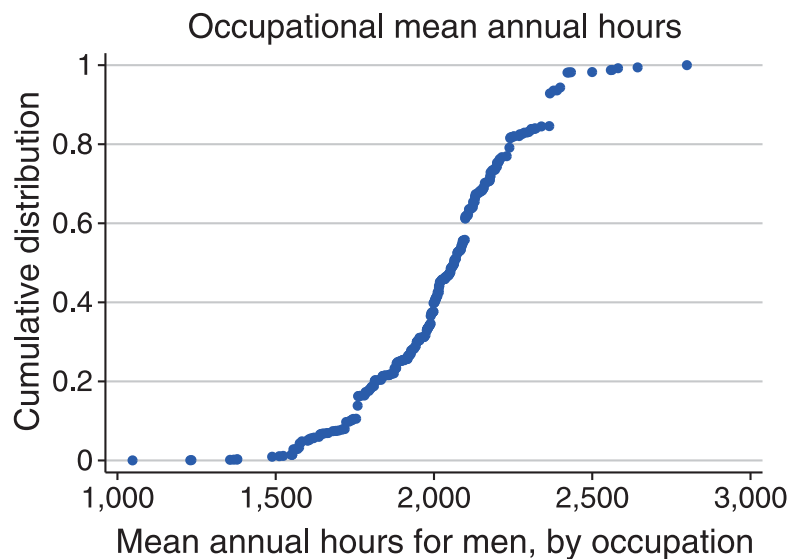
Erosa et al. (2022) はこれに着想を得て, 男女間の職種の違いと賃金格差を分析した

- ▶ Non-linear jobs は長時間労働を要求されるため, 家事・育児の負担が大きい女性に不利
- ▶ 女性は賃金が比較的低い linear jobs を選択しやすい



# Stylized Facts

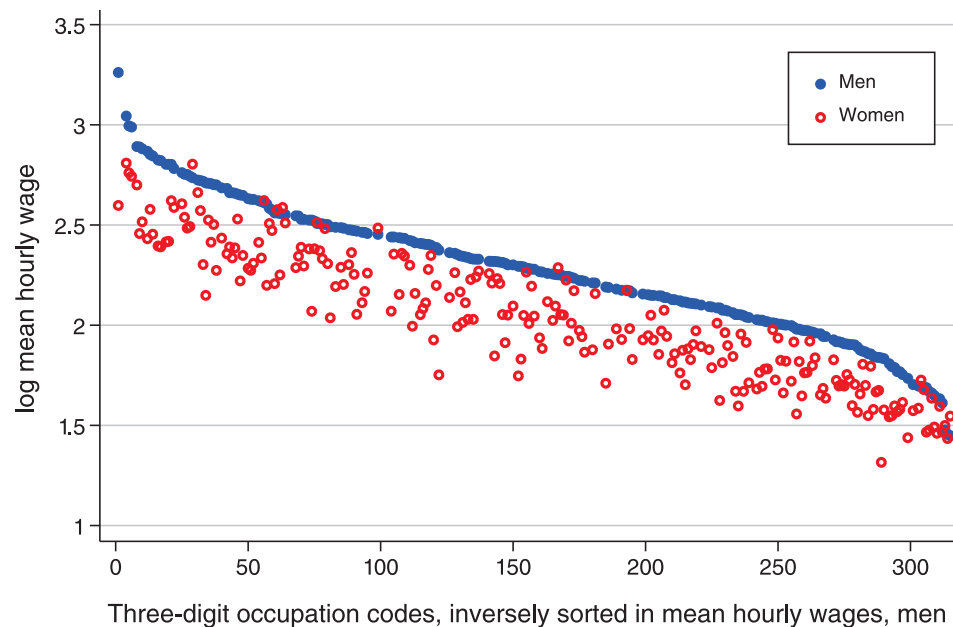
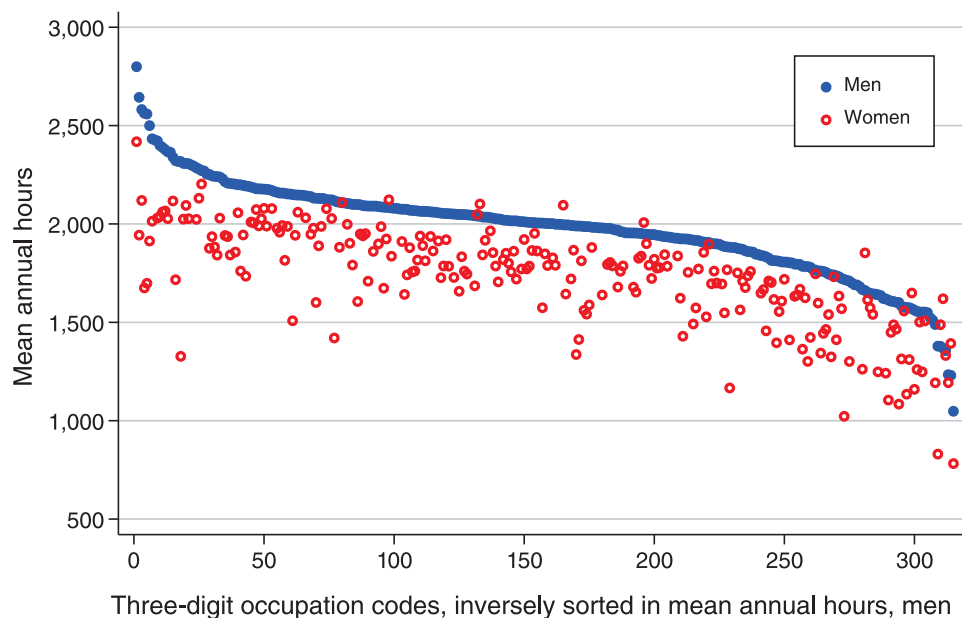
## 職業と労働時間



- ▶ データ: Current Population Survey (CPS) 1986-1995, United States
- ▶ 3桁の職業分類ごとに平均値を算出
- ▶ 職業ごとに平均労働時間にバリエーション
- ▶ 労働時間と**時給**に正の相関  $\Rightarrow$  Non-linear jobs

# Stylized Facts

## 職業と労働時間のジェンダーギャップ



- ▶ 男性の平均順に職業を並べ, 同じ職業の女性の値をプロット
- ▶ 平均労働時間, 時給ともに女性の方が低い

# Stylized Facts

## Linear vs. Non-linear Jobs

TABLE 1—DATA MOMENTS: CPS (1986–1995)

	Employment share	log mean hours	log mean wages	Std. log hours	Std. log wages
<i>Panel A. Men</i>					
Nonlinear	0.60	7.73	2.59	0.22	0.45
Linear	0.40	7.57	2.22	0.32	0.47
Aggregate	1.00	7.67	2.46	0.26	0.46
<i>Panel B. Women</i>					
Nonlinear	0.37	7.50	2.25	0.39	0.48
Linear	0.63	7.35	1.89	0.50	0.47
Aggregate	1.00	7.40	2.04	0.46	0.48

- ▶ 3 桁の職業分類のうち, 平均労働時間が中央値より大きいものを Non-linear jobs と定義
- ▶ Non-linear jobs の方が賃金も高い

# モデル

## 設定

- ▶ 静的なカップルの意思決定モデル. 男性  $g = m$ , 女性  $g = f$
- ▶ カップルは職業  $j_m, j_f \in \{1, 2\}$  と労働時間  $h_m, h_f$  を選択
- ▶ 男女の家事労働時間  $T_m, T_f$  は外生的に与えられる ( $T_m < T_f$ )
- ▶ カップルごとに職業に応じた能力  $a_{m1}, a_{m2}, a_{f1}, a_{f2}$  と労働への選好  $\phi_m, \phi_f$  が与えられる

## 家計の問題

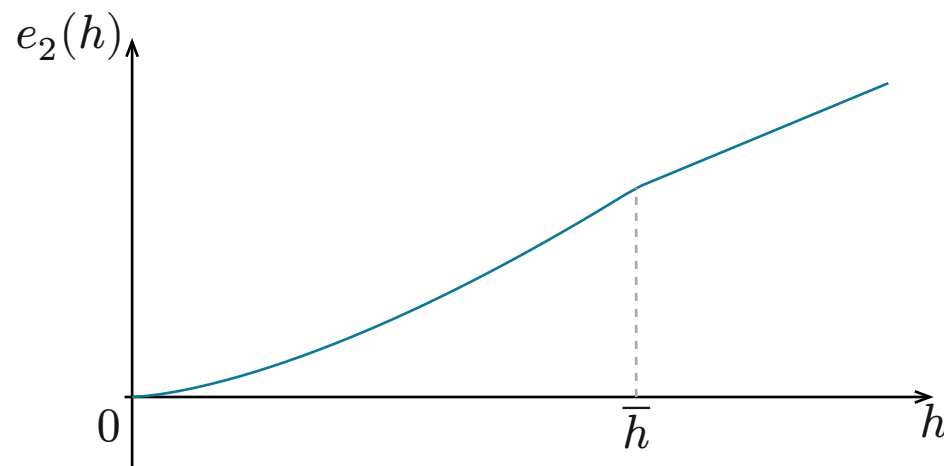
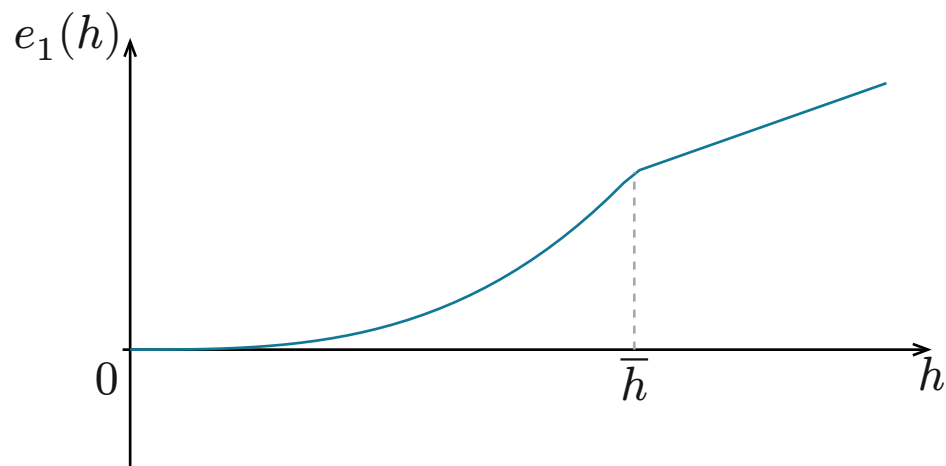
$$\max_{c_m, c_f, h_m, h_f, j_m, j_f} u_m(c_m, h_m) + u_f(c_f, h_f) \quad \text{subject to} \quad c_m + c_f \leq e_{j_m}(h_m) + e_{j_f}(h_f)$$

ここで,  $e_j(h)$  は職業ごとの収入関数であり, 効用関数は

$$u_g(c_g, h_g) = \log c_g - \phi_g \frac{(T_g + h_g)^{1+\gamma}}{1+\gamma}.$$

# モデル

## Convex Wage Profile



$$e_j(h) = \begin{cases} a_j h^{1+\theta_j} & \text{if } h \leq \bar{h} \\ a_j \bar{h}^{1+\theta_j} h & \text{if } h > \bar{h} \end{cases}$$

ここでは  $\theta_1 > \theta_2 > 0$  を仮定 (Non-linear jobs の方が凸的)

# カリブレーション

## Exogenous Parameters

- ▶  $\theta_1 = 0.6, \theta_2 = 0.2$ : Literature. Appendix B にて詳細な議論
- ▶  $\bar{h} = 2500$ 
  - Bick, Blandin, and Rogerson (2022) は, 週 50 時間以上働く人の時給が低いことを指摘
  - 年 50 週労働と仮定
- ▶  $T_m = 0, T_f = 500$ : Aguiar and Hurst (2007) の 1993 年のデータに基づく
- ▶  $\gamma = 3$ : Literature. Frisch 弾力性  $\eta = 1/3$

## Ability

$$\log \begin{pmatrix} a_{m1} \\ a_{f1} \\ a_{m2} \\ a_{f2} \end{pmatrix} \sim \mathcal{N} \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \mu_{a_2} \\ \mu_{a_2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{a_m, a_f} \sigma_1^2 & \rho_{a_1, a_2} \sigma_1 \sigma_2 & 0 \\ \cdot & \sigma_1^2 & 0 & \rho_{a_1, a_2} \sigma_1 \sigma_2 \\ \cdot & \cdot & \sigma_2^2 & \rho_{a_m, a_f} \sigma_2^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \right)$$
$$\log \begin{pmatrix} \phi_m \\ \phi_f \end{pmatrix} \sim \mathcal{N} \left( \begin{pmatrix} \mu_\phi \\ \mu_\phi \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_\phi^2 & \rho_\phi \sigma_\phi^2 \\ \cdot & \sigma_\phi^2 \end{pmatrix} \right)$$

# カリブレーション

## Simulated Method of Moments (SMM)

TABLE 2—CALIBRATION OF BASELINE ECONOMY

Parameter	Value	Target	Data	Model
$\mu_{a_2}$	-0.1758	$E_m^{NL}$	0.60	0.61
$\sigma_{a_1}^2$	0.3290	$sd(\ln w_{m,NL})$	0.45	0.49
$\sigma_{a_2}^2$	0.1877	$sd(\ln w_{m,L})$	0.47	0.42
$\mu_\phi$	0.4589	$\ln \bar{h}_m$	7.67	7.67
$\sigma_\phi^2$	0.9429	$sd(\ln h_m)$	0.26	0.26
$\rho_{a_1,a_2}$	0.3114	$\ln \bar{w}_{m,NL} - \ln \bar{w}_{m,L}$	0.37	0.36
$\rho_{a_m,a_f}$	0.6886	gender corr. of log wages	0.43	0.43
$\rho_{\phi_m,\phi_f}$	0.5056	gender corr. of log hours	0.02	0.02

*Note:* The baseline economy features  $\theta_1 = 0.6$ ,  $\theta_2 = 0.2$ ,  $\bar{h} = 2,500$ ,  $T_m = 0$ ,  $T_f = 500$ , and  $\gamma = 3$ .

- ▶ 男性側のモーメントで推定. ジェンダーギャップはモデルからの含意
- ▶ 男女で能力や選好の差はないと仮定. ジェンダーギャップは  $T_m < T_f$  によって生じる

# Untargeted Moments

TABLE 3—GENDER GAPS, BASELINE MODEL

Gender gap	Data	Model
<i>Panel A. Aggregate Economy</i>		
Occupation	0.24	0.09
Hours	0.27	0.29
Wages	0.42	0.12
<i>Panel B. By Occupation</i>		
Hours NL	0.23	0.22
Wages NL	0.34	0.082
Hours L	0.23	0.35
Wages L	0.35	0.103

- ▶ Occupation は NL の割合の男女差. Hours, Wages は対数値の男女差
- ▶ 多くの割合をモデルが再現



# まとめ

## 労働供給の経済学

- ▶ Intensive margin と extensive margin
- ▶ Frisch 弾力性のマクロ vs ミクロの違い
- ▶ 古典的な unitary モデルの限界  $\Rightarrow$  家庭内 (夫婦) の意思決定モデル

## Erosa et al. (2022)

- ▶ Goldin (2014) は職業ごとの賃金構造の違いを指摘
  - $\rightarrow$  Nonlinear な職業は長時間労働の代わりに高賃金
- ▶ 男女の職業選択に Nonlinear vs Linear jobs の違いがある
- ▶ 家事負担の男女差が職業選択の男女差をもたらし、賃金格差の一因となっている

## 参考文献

- Aguiar, Mark, and Erik Hurst. 2007. “Life-Cycle Prices and Production”. *American Economic Review* 97 (5): 1533–59. <https://doi.org/10.1257/aer.97.5.1533>.
- Bick, Alexander, Adam Blandin, and Richard Rogerson. 2022. “Hours and Wages”. *The Quarterly Journal of Economics* 137 (3): 1901–62. <https://doi.org/10.1093/qje/qjac005>.
- Chetty, Raj, Adam Guren, Day Manoli, and Andrea Weber. 2011. “Are Micro and Macro Labor Supply Elasticities Consistent? A Review of Evidence on the Intensive and Extensive Margins”. *American Economic Review* 101 (3): 471–75. <https://doi.org/10.1257/aer.101.3.471>.
- Erosa, Andrés, Luisa Fuster, and Gueorgui Kambourov. 2016. “Towards a Micro-Founded Theory of Aggregate Labour Supply”. *The Review of Economic Studies* 83 (3): 1001–39. <https://doi.org/10.1093/restud/rdw010>.
- Erosa, Andrés, Luisa Fuster, Gueorgui Kambourov, and Richard Rogerson. 2022. “Hours, Occupations, And Gender Differences in Labor Market Outcomes”. *American Economic Journal: Macroeconomics* 14 (3): 543–90. <https://doi.org/10.1257/mac.20200318>.

## 参考文献

- Goldin, Claudia. 2014. “A Grand Gender Convergence: Its Last Chapter”. *American Economic Review* 104 (4): 1091–1119. <https://doi.org/10.1257/aer.104.4.1091>.
- Greenwood, Jeremy, Nezih Guner, and Ricardo Marto. 2023. “The Great Transition: Kuznets Facts for Family-Economists”. Edited by Shelly Lundberg and Alessandra Voena. *Handbook of the Economics of the Family*. *Handbook of the Economics of the Family*, Volume 1. North-Holland. <https://doi.org/10.1016/bs.hefam.2023.01.006>.