

# Search and Matching I

Greenwood and Guner (2009)

柳本和春 

yanagimoto@econ.kobe-u.ac.jp

神戸大学

2025-10-27

# 結婚の経済学的な意義

経済学においては以下の 4 つが主たる結婚のインセンティブとして議論される.

1. **Economies of scale:** 実質的な所得効果
2. **公共財の供給:** 家事労働, 子供
3. **リスクシェアリング:** 所得リスクなど
4. **愛:** 上記 3 つで説明されない (確率的) 要素

モデルを理解する際に, これらの要素に着目すると整理しやすくなる.

## ⚠ 結婚の定義

近年では多様な形のパートナーシップも広がっているが, 本講義では, 注釈のない限り異性間の法律婚を対象とする. しかし, 特に西欧諸国では事実婚と法律婚の違いが小さくなっているため, 事実婚や同居 (cohabitation) を含めた研究も多い.

# 結婚モデルの 2 つの流派

## 1. サーチモデル (Search and Matching Model)

- ▶ Shimer and Smith (2000) を起源とした毎期ランダムに相手を探す動学的モデル
- ▶ 結婚のタイミング (晩婚化) や再婚などを扱いやすい
- ▶ 講義では Greenwood and Guner (2009), Greenwood et al. (2016) を紹介

## 2. 摩擦のない結婚市場モデル (Frictionless Marriage Market)

- ▶ Choo and Siow (2006) などの初期時点で全ての人が結婚相手を見つけるモデル
- ▶ より詳細な家庭の意思決定 (家庭内配分など) をモデル化しやすい
- ▶ 講義では Gayle and Shephard (2019), Reynoso (2024) を紹介

# **Greenwood and Guner (2009)**

# Motivation: 婚姻率の低下と離婚率の上昇

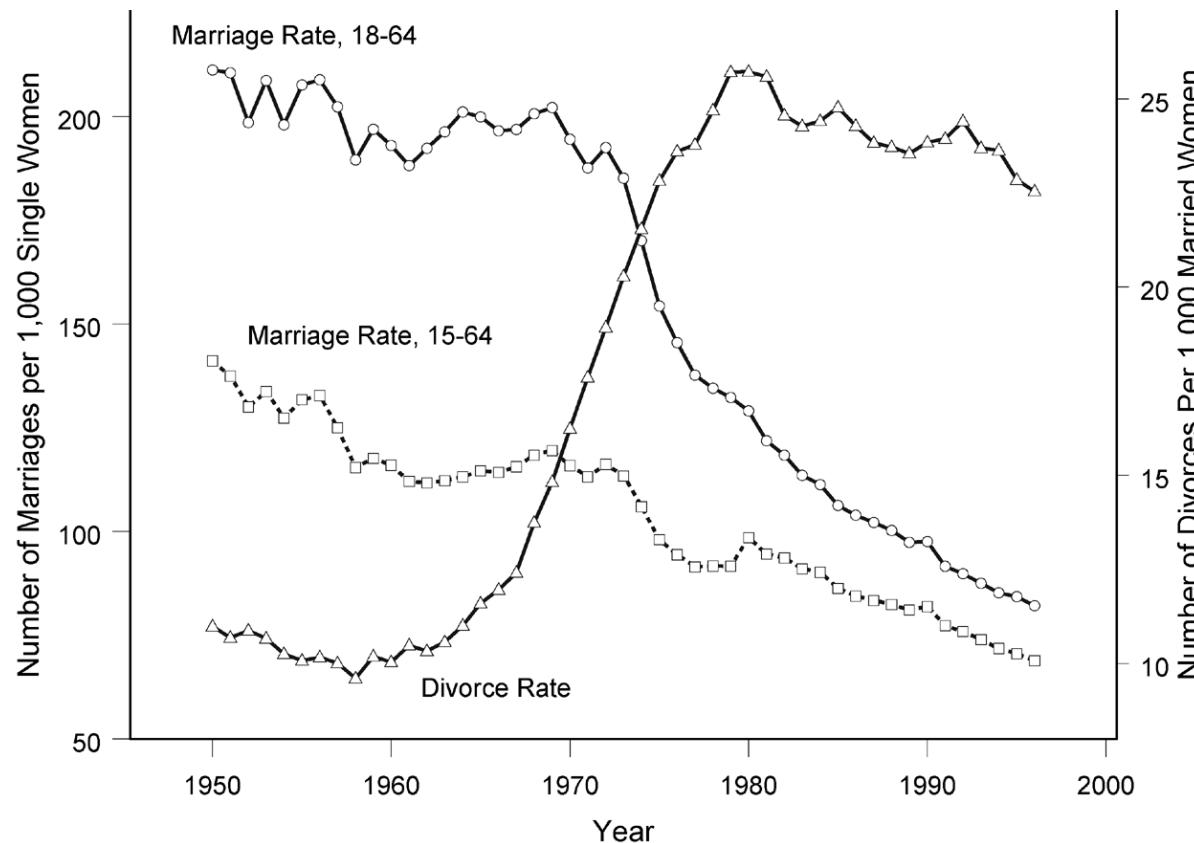


Fig. 2. Rates of marriage and divorce, 1950–2000

# Motivation: 有配偶者の労働時間の増加

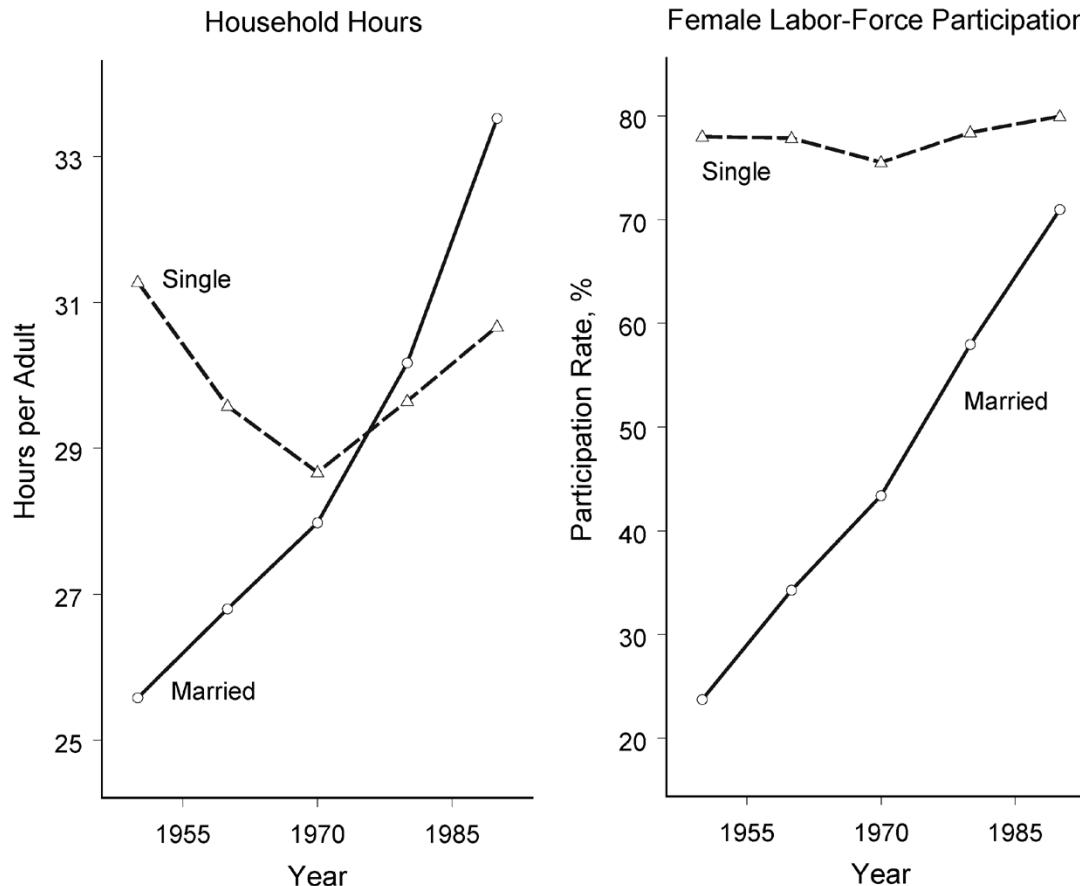
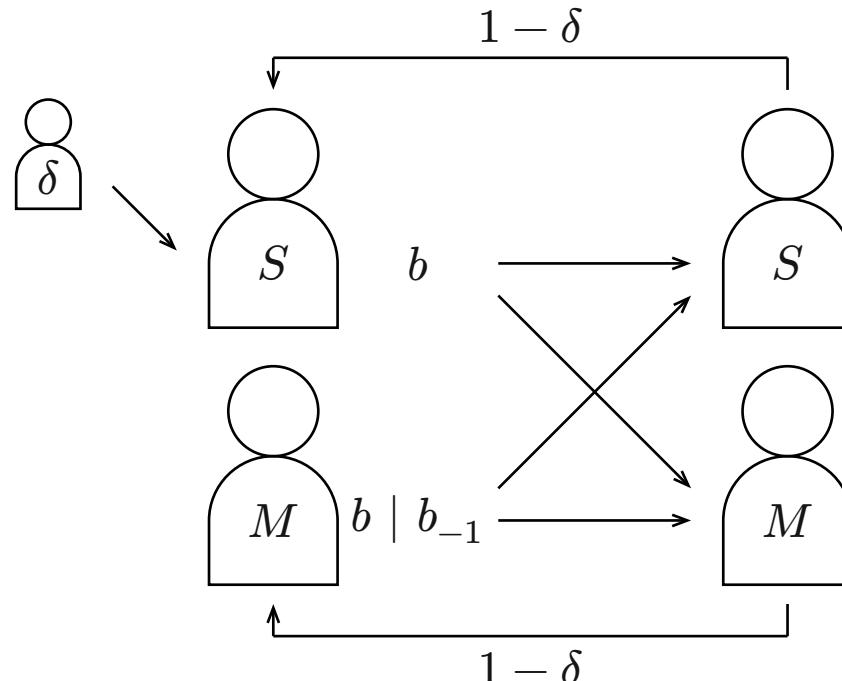


Fig. 3. Household hours worked and female labor force participation, 1950–90

# 設定

- ▶ 1期を1年とした無限期間モデル. 每期の死亡確率  $\delta$
- ▶ エージェントは性別を持たない中性の独身者または有配偶者
- ▶ 独身者は毎期ランダムに他の独身者と出会い, マッチングの質  $b$  に基づいて結婚
- ▶ 有配偶者は毎期, マッチングの質  $b$  が前期の  $b_{-1}$  から上下し,  $b$  の値に基づいて離婚を決定



# 設定

## 効用関数

$$U^S(c, n) = \alpha \log(c - \bar{c}) + (1 - \alpha)n^\zeta / \zeta$$

$$U^M(c, n) + b = \alpha \log((c - \bar{c})/2^\phi) + (1 - \alpha)(n/2^\phi)^\zeta / \zeta + b$$

- ▶  $c$ : 消費.  $\bar{c}$  は最低消費
- ▶  $n$ : 家庭内生産 (Home production)
- ▶  $b$ : マッチングの質 (Match quality, Bliss shock)
- ▶  $2^\phi$ : 消費のスケーリング (Economies of scale)
  - 一人当たりの消費は家計の人数の規模に応じて効率化されるという仮定
  - OECD equivalence scale: 配偶者を 0.7 人, 子供を 0.5 人として数える
  - OECD modified scale: 配偶者を 0.5 人, 子供を 0.3 人として数える

# 設定

## 家庭内生産 (Home Production)

$$n = (\theta d^\kappa + (1 - \theta)h^\kappa)^{1/\kappa}$$

- ▶  $d$ : 家事財の消費量. 價格は  $wp$ , つまり時間給で計測
- ▶  $h$ : 家事時間

## マッチングの質 (Matching Quality, Bliss shock)

- ▶ 独身者は毎期, 他の独身者と会い, その質  $b$  を CDF  $F(b)$  から引く:  $b \sim \mathcal{N}(\mu_s, \sigma_s^2)$
- ▶ 有配偶者の  $b$  は毎期 AR(1)過程によって変動する. CDF  $G(b' | b)$ :

$$b' = (1 - \rho)\mu_m + \rho b + \sigma_m \sqrt{1 - \rho^2} \xi \quad \text{with } \xi \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

# 家計の意思決定

## 独身者

$$W = \max_{c,d,h} U^S(c, n) + \beta \int_{-\infty}^{\infty} \max\{W, V(b)\} dF(b)$$

subject to

$$c = w(1 - h) - wpd.$$

## 有配偶者

$$V(b) = \max_{c,d,h} U^M(c, n) + b + \beta \int_{-\infty}^{\infty} \max\{W, V(b')\} dG(b' | b)$$

subject to

$$c = w(2 - h) - wpd.$$

## 結婚市場の均衡

結婚市場の均衡において, 有配偶者の累積密度関数  $M(b)$  と単身者の密度  $s$  は以下を満たす.

$$s = \delta + (1 - \delta)s \int_{-\infty}^{\infty} \mathbb{1}\{V(b') \leq W\} dF(b') + (1 - \delta) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^b \mathbb{1}\{V(b') \leq W\} dG(b' | b_{-1}) dM(b_{-1})$$

$$M(b) = (1 - \delta)s \int_{-\infty}^b \mathbb{1}\{V(b') > W\} dF(b') + (1 - \delta) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^b \mathbb{1}\{V(b') > W\} dG(b' | b_{-1}) dM(b_{-1})$$

- ▶ 每期, 密度  $\delta$  の人が死亡するため, 每期  $\delta$  の人が独身者として生まれる
- ▶ 独身者  $s$  は  $b'$  を引き,  $V(b') > W$  を満たすと結婚する
- ▶ 有配偶者は  $b'$  を引き,  $V(b') \leq W$  を満たすと離婚する
- ▶ なお, 定義から  $s = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} dM(b)$  を満たす

# 均衡

独身者, 有配偶者をあわせた, 全体の変数 (aggregate variables) を  $Y, L, C, D$  とする.

## 生産関数

$$Y = wL$$

- ▶ 企業のゼロ利潤条件を常に満たすため,  $w$  は均衡価格を表す
- ▶ 賃金は外生的に上昇する

## 資源制約

$$C + wpD = Y$$

- ▶ 最終生産財  $Y$  は消費  $C$  と家事財の消費  $D$  に分配される
- ▶  $p$  も外生的に下落する

# Qualitative Analysis

## i Proposition 1

家庭内労働時間  $h$  は

- ▶  $p$  の下落に対して、減少する ( $0 < \kappa < 1$ )
- ▶  $w$  の上昇に対して、減少する ( $0 < \bar{c}$ )

厳密な証明は論文の Appendix を参照。直感的には、

- ▶  $p$  の下落: 家庭内生産関数が代替的であるため,  $0 < \kappa < 1$  家事財  $d$  に代替される
- ▶  $w$  の上昇: 最低消費  $\bar{c}$  に取られる労働時間が減るため, 家事財  $d$  の消費が増え、代替される

$\bar{c}$ がないときは、 $w$  の上昇に対しても家庭内労働時間は不変となる。FOC は、

$$\frac{\alpha}{z - h - pd - \frac{\bar{c}}{w}} p = (1 - \alpha) z^{-\phi\zeta} [\theta d^\kappa + (1 - \theta) h^\kappa]^{\zeta/\kappa-1} \theta d^{\kappa-1}$$

$$\frac{\alpha}{z - h - pd - \frac{\bar{c}}{w}} = (1 - \alpha) z^{-\phi\zeta} [\theta d^\kappa + (1 - \theta) h^\kappa]^{\zeta/\kappa-1} (1 - \theta) h^{\kappa-1}.$$

# Qualitative Analysis

## i Proposition 2

有配偶者と独身者の効用の差  $u^m - u^s$  は,

- ▶  $p$  の下落に対して, 減少する ( $\zeta > 0$ )
- ▶  $w$  の上昇に対して, 減少する ( $0 < \bar{c}$ )

厳密な証明は論文の Appendix を参照. 直感的には,

- ▶ 有配偶者は独身者よりも所得が高い (Economies of scale)
- ▶ 低所得者の方が最低消費  $\bar{c}$  の影響を受けやすく,  $w$  の上昇によって効用の差が小さくなる
- ▶ 家庭内生産に対する効用がより凹であるため, 低所得者の方が  $p$  の影響を受けやすい

# カリブレーション

## A priori information

以下のパラメータは、モデルから外生的に決定される。

- ▶  $1/\delta = 47$ : 平均寿命 (18 歳から 65 歳までの期間)
- ▶  $\beta = 0.96 \times (1 - \delta)$ : 1 年あたりの割引率 0.96 と生存確率  $1 - \delta$  の積
- ▶  $\phi = 0.766$ : OECD Equivalence Scale  $1 + 0.7 = 2^\phi$
- ▶  $\theta = 0.206, \kappa = 0.189$ : McGrattan, Rogerson, and Wright (1997)
- ▶  $w_{1950} = 1.00$ : 基準化
- ▶  $w_t = w_{1950} \exp(0.022(t - 1950))$ 
  - 1950 年から 2000 年まで平均賃金上昇率を  $x\%$  として,  $w_{2000} = w_{1950} \exp(x \times (2000 - 1950))$  を解いて  $x = 0.022$

# カリブレーション

## Simulated Method of Moments (SMM)

残った 10 個のパラメータは SMM でカリブレーションする.

$$\lambda := (\bar{c}, p_{1950}, \gamma, \alpha, \zeta, \mu_s, \sigma_s, \mu_m, \sigma_m, \rho)$$

ターゲットとして, 1950 年から 2000 年までの 16 個の統計量を用いる.

- ▶ 婚姻世帯の余暇時間 (1950, 1960, 1970, 1980, 1990)
- ▶ 独身世帯の余暇時間 (1950, 1960, 1970, 1980, 1990)
- ▶ 婚姻率, 結婚確率, 離婚確率 (1950, 2000)

# カリブレーション

**Table 2**  
Parameter Values

Category	Parameter Values	Criteria
Tastes	$\beta = 0.960 \times (1 - \delta)$ , $\phi = 0.766$ $\alpha = 0.278$ , $\zeta = -1.901$	A priori information Estimated—vital statistics
Technology	$c = 0.131$ $\theta = 0.206$ , $\kappa = 0.189$	Estimated—hours data
Life span	$1/\delta = 47$	A priori information
Shocks	$\mu_s = -4.252$ , $\sigma_s^2 = 8.063$ $\mu_m = 0.521$ , $\sigma_m^2 = 0.680$ , $\rho = 0.896$	Estimated—vital statistics
Prices	$p_{1950} = 9.959$ , $\gamma = 0.059$ $p_t = p_{1950} \times e^{-\gamma \times (t-1950)}$ for $t = 1951, \dots, 2000$	Estimated—hours data
Wages	$w_{1950} = 1.00$ $w_t = w_{1950} \times e^{0.022 \times (t-1950)}$ for $t = 1951, \dots, 2000$	Normalization A priori information

## カリブレーション

$$\mu_s = -4.252$$

- ▶ 独身者のマッチングの質は平均的に負
- ▶ 良い相手を待つ (waiting for the right person)

$$\sigma_s^2 = 8.063 > \sigma_m^2 = 0.680$$

- ▶ 独身者のマッチングの質の分散は有配偶者のそれよりもかなり大きい
- ▶ 結婚後のマッチングは安定している

$$\mu_m = 0.521, \rho = 0.896$$

- ▶ 有配偶者のマッチングは平均的に正 (the right person)
- ▶ 有配偶者のマッチングの質は自己相関が高く, 安定的

直感的 (intuitive, narrative) にも納得できる推定結果ではないだろうか.

# 結果

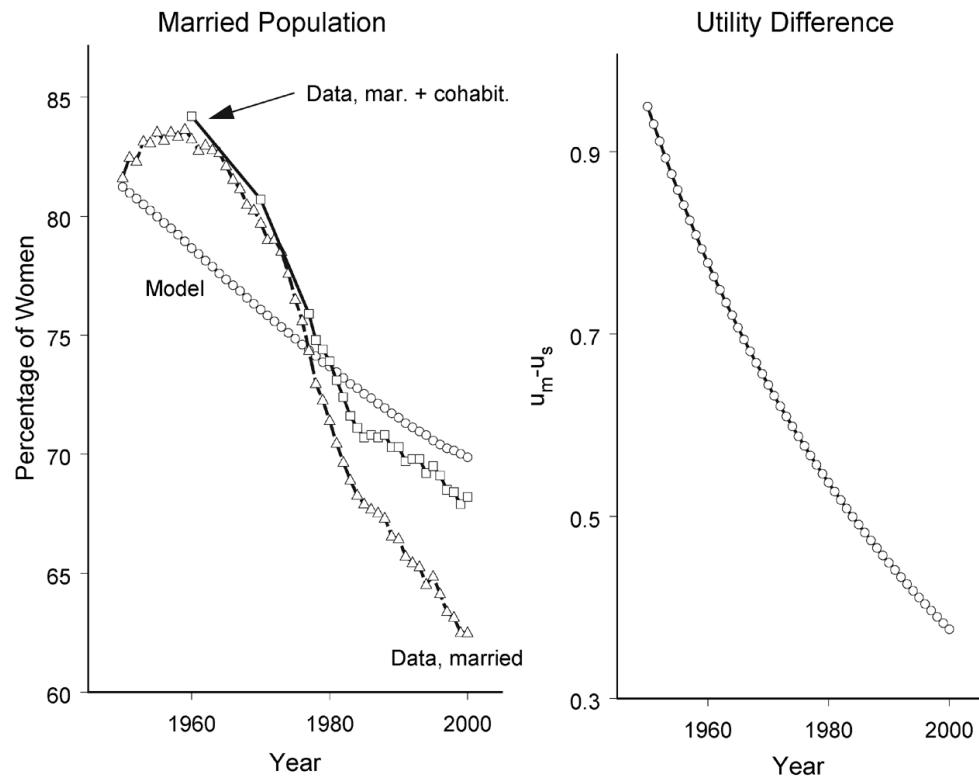


Fig. 6. Decline in marriage, 1950–2000: U.S. data and model

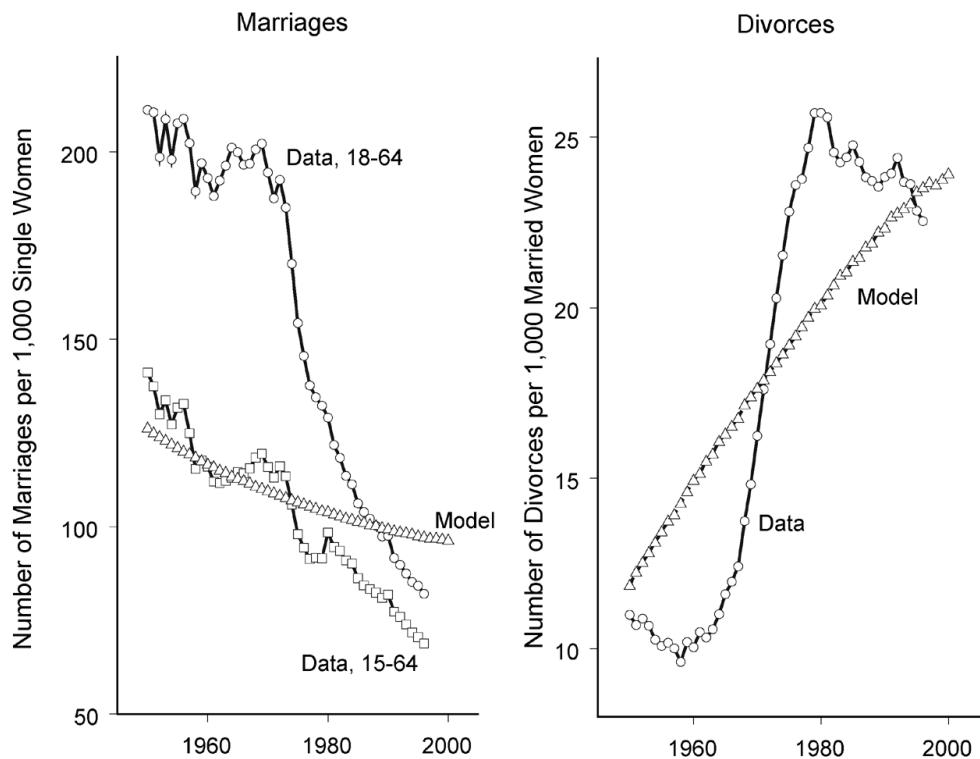


Fig. 7. Rates of marriage and divorce, 1950–96: U.S. data and model

- ▶ 婚姻率の減少と離婚率の上昇を説明できている
- ▶ 有配偶者と独身者の効用の差  $u_m - u_s$  が小さくなっている

# まとめ

## サーチモデル

- ▶ 結婚と離婚を確率的な match quality とサーチの過程でモデル化
- ▶ 賃金の上昇と家庭内生産の効率化によって、結婚の減少と離婚率の上昇が説明できる

## 結婚のメリットの減少

- ▶ 有配偶者と独身者の効用の差  $u_m - u_s$  が小さくなっている
- ▶ モデルでは結婚のメリットは Economies of scale のみ ⇒ 実質的な差は所得の差
- ▶  $w$  の上昇
  - 最低消費  $\bar{c}$  の影響は低所得者（独身者）に大きく、高所得者（有配偶者）に小さい
  - $w$  の上昇によって、独身者と有配偶者の  $\bar{c}$  に対する影響の差が小さくなった
- ▶  $p$  の下落:
  - 消費  $c$  よりも家庭内生産  $n$  の方が効用関数がより凹である
  - 低所得者（独身者）の方が  $p$  の影響を受けやすい

# 参考文献

- Choo, Eugene, and Aloysius Siow. 2006. "Who Marries Whom and Why". *Journal of Political Economy* 114 (1): 175–201. <https://doi.org/10.1086/498585>.
- Gayle, George-Levi, and Andrew Shephard. 2019. "Optimal Taxation, Marriage, Home Production, And Family Labor Supply". *Econometrica* 87 (1): 291–326. <https://doi.org/10.3982/ECTA14528>.
- Greenwood, Jeremy, and Nezih Guner. 2009. "Marriage and Divorce since World War II: Analyzing the Role of Technological Progress on the Formation of Households". NBER Macroeconomics Annual 2008, Volume 23. University of Chicago Press.
- Greenwood, Jeremy, Nezih Guner, Georgi Kocharkov, and Cezar Santos. 2016. "Technology and the Changing Family: A Unified Model of Marriage, Divorce, Educational Attainment, And Married Female Labor-Force Participation". *American Economic Journal: Macroeconomics* 8 (1): 1–41. <https://doi.org/10.1257/mac.20130156>.

## 参考文献

- McGrattan, Ellen R., Richard Rogerson, and Randall Wright. 1997. "An Equilibrium Model of the Business Cycle with Household Production and Fiscal Policy". *International Economic Review* 38 (2): 267–90. <https://doi.org/10.2307/2527375>.
- Reynoso, Ana. 2024. "The Impact of Divorce Laws on the Equilibrium in the Marriage Market". *Journal of Political Economy* 132 (12): 4155–4204. <https://doi.org/10.1086/732532>.
- Shimer, Robert, and Lones Smith. 2000. "Assortative Matching and Search". *Econometrica* 68 (2): 343–69. <https://doi.org/10.1111/1468-0262.00112>.