

Non-linear Wage

Erosa et al. (2022)

柳本和春 

yanagimoto@econ.kobe-u.ac.jp

神戸大学

2026-01-05

労働供給の経済学

労働供給 (Labor Supply) といった時, 次の二つの要素がある.

- ▶ Extensive Margin: 労働市場に参加するかどうか
- ▶ Intensive Margin: 労働市場に参加した場合, 何時間働くか

Extensive Margin

- ▶ 労働参加率 (Labor Force Participation Rate) を指す場合が多い
- ▶ 女性の労働参加 (Female Labor Force Participation, FLFP) も重要

Intensive Margin

- ▶ (週あたり) 労働時間を指す場合が多い
- ▶ 労働参加を所与とした統計か, 労働非参加を 0 として含むか (extensive margin)

労働供給の弾力性

労働供給の賃金に対する弾力性には主に以下の3つがある:

1. Marshallian 弾力性: 所得を一定とした下での労働供給の弾力性
2. Hicksian 弾力性: 効用のレベルを一定とした下での労働供給の弾力性
3. Frisch 弾力性: 限界効用を一定にした下での労働供給の弾力性

マクロ経済学で関心があるのは基本的に Frisch 弾力性:

- ▶ 動学モデルでは, 各期の労働供給は将来の限界効用を所与として決定する
- ▶ そのため, 景気循環や政策の影響を受ける労働供給の弾力性は Frisch 弾力性である

Frisch 弾力性

$$V(a) = \max_{c,h,a'} u(c,h) + \beta V(a') \quad \text{s.t.} \quad c + a' = (1+r)a + wh$$

λ をラグランジュ乗数とした一階条件から $u_c(c,h) = \lambda$, $u_h(c,h) = -\lambda w$ より,

$$u_{cc} \frac{\partial c}{\partial w} + u_{ch} \frac{\partial h}{\partial w} = 0 \quad \text{and} \quad u_{hc} \frac{\partial c}{\partial w} + u_{hh} \frac{\partial h}{\partial w} = -\lambda.$$

これを $\frac{\partial h}{\partial w}$ について解くと,

$$\frac{\partial h}{\partial w} = \frac{u_h}{u_{hh} - \frac{u_{ch}^2}{u_{cc}}} \frac{1}{w}.$$

Frisch 弾力性 $\eta := \frac{\partial h}{\partial w} \frac{w}{h}$ より,

$$\eta = \frac{u_h}{h \left(u_{hh} - \frac{u_{ch}^2}{u_{cc}} \right)}.$$

Frisch 弾力性: マクロ vs ミクロ

マクロ経済学でよく用いられる (separable) な CRRA 効用関数を考えると,

$$u(c, h) = \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \alpha \frac{h^{1+\phi}}{1+\phi} \Rightarrow \eta = \frac{1}{\phi}.$$

Chetty et al. (2011) はメタ分析を行い, Frisch 弾力性の平均的な推定値を報告した.

- ▶ ミクロ分析 (擬似実験, quasi-experiment): 0.82
- ▶ マクロモデル: 2.84
 - RBC モデルなどで, 雇用は実質賃金よりも volatile

Puzzle: 「マクロモデルの Frisch 弾力性はミクロモデルよりもかなり大きい」

- ▶ Frisch 弾力性の推定値に関しては, 今も議論が続いている
 - 例: Erosa, Fuster, and Kambourov (2016)

労働供給と家族経済学

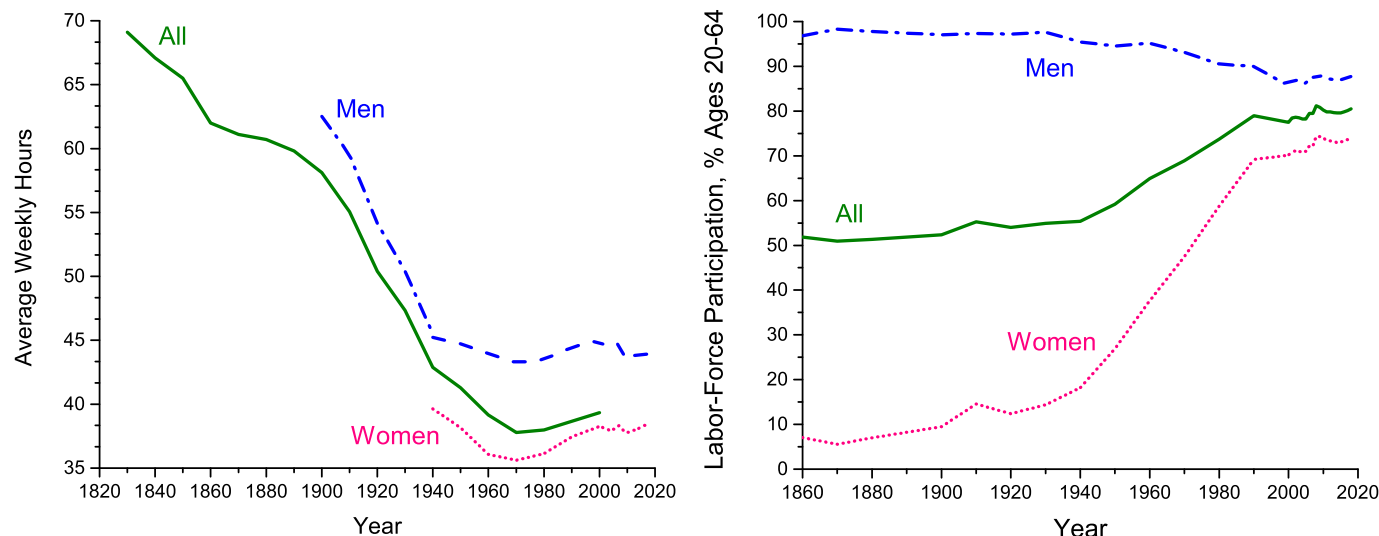


FIGURE 2.1 Average weekly hours and labor-force participation in the United States.

Figure 1: Greenwood, Guner, and Marto (2023)

- ▶ 1940 年以降, 男女別の労働時間はあまり変化していない
- ▶ 過去 150 年で女性の労働参加率は大きく上昇した
- ▶ 通常のマクロ経済学が仮定する単一 (unitary) な家計のモデルでは説明できない

Erosa et al. (2022)

Linear vs. Non-linear Jobs

Goldin (2014) は男女平等の “Last Chapter” として, 職種による賃金構造の違いを指摘した

Linear Jobs (薬剤師など)

- ▶ 収入が労働時間に比例する. 標準的な経済モデルでの仮定 $e = wh$

Non-linear Jobs (MBA, 弁護士など)

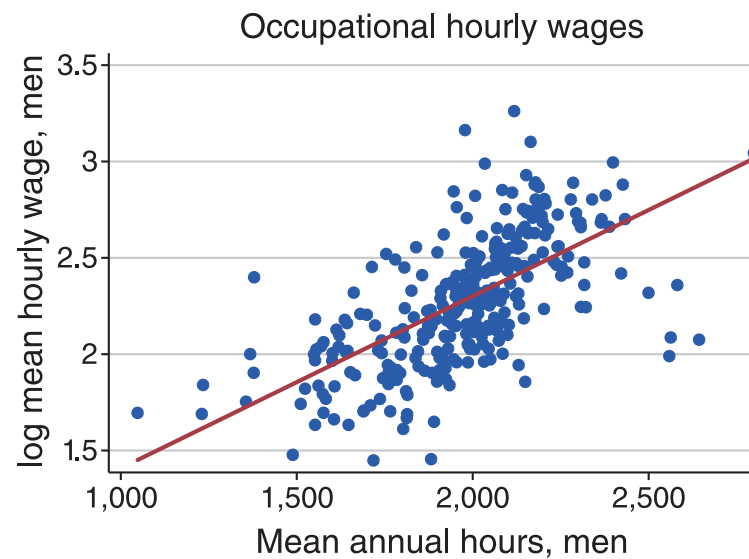
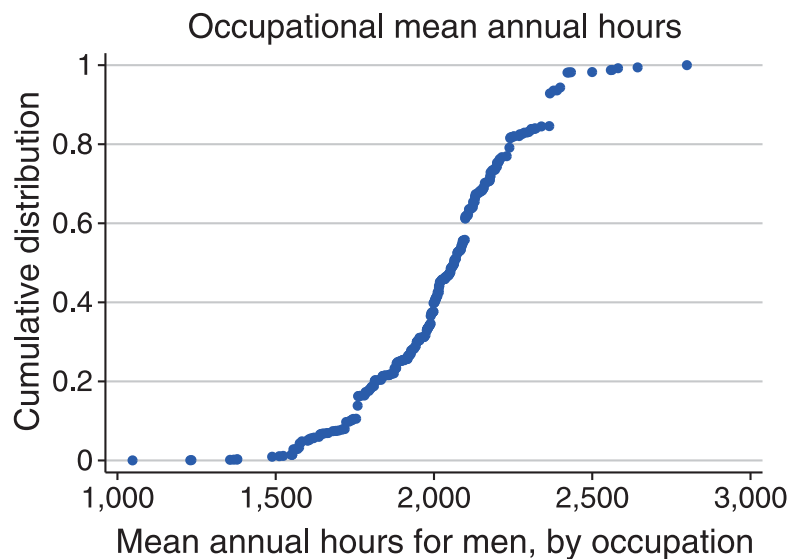
- ▶ 労働時間が長いほど時給が高くなる (凸的, convex wage profile)

Erosa et al. (2022) はこれに着想を得て, 男女間の職種の違いと賃金格差を分析した

- ▶ Non-linear jobs は長時間労働を要求されるため, 家事・育児の負担が大きい女性に不利
- ▶ 女性は賃金が比較的低い linear jobs を選択しやすい

Stylized Facts

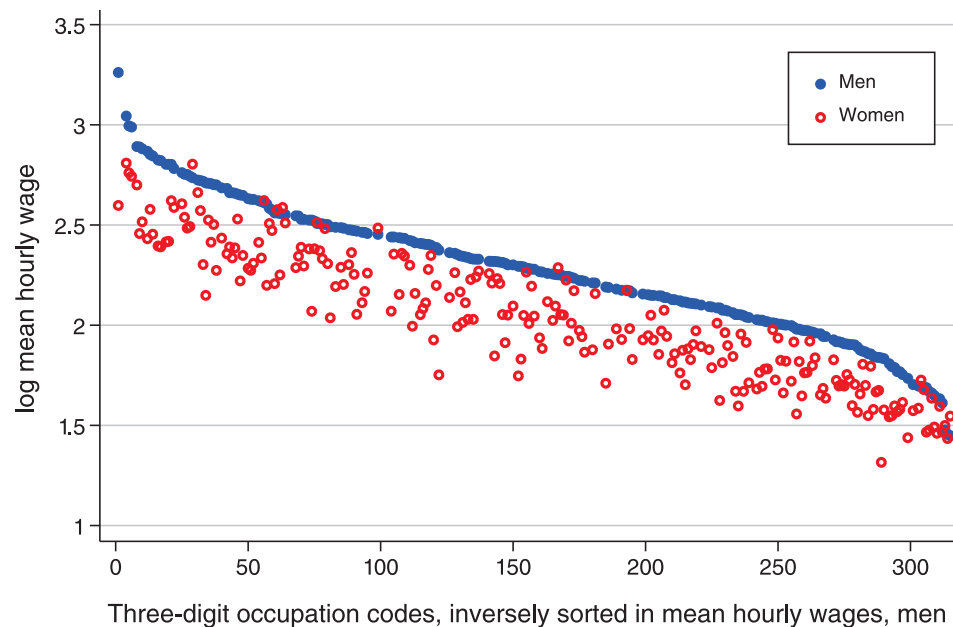
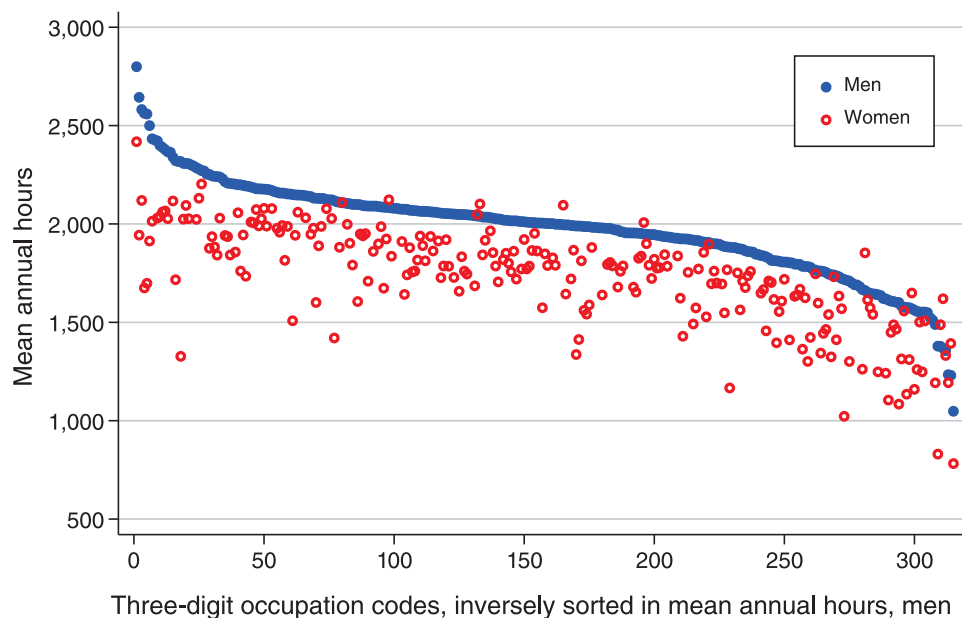
職業と労働時間



- ▶ データ: Current Population Survey (CPS) 1986-1995, United States
- ▶ 3 桁の職業分類ごとに平均値を算出
- ▶ 職業ごとに平均労働時間にバリエーション
- ▶ 労働時間と**時給**に正の相関 \Rightarrow Non-linear jobs

Stylized Facts

職業と労働時間のジェンダーギャップ



- ▶ 男性の平均順に職業を並べ, 同じ職業の女性の値をプロット
- ▶ 平均労働時間, 時給ともに女性の方が低い

Stylized Facts

Linear vs. Non-linear Jobs

TABLE 1—DATA MOMENTS: CPS (1986–1995)

| | Employment share | log mean hours | log mean wages | Std. log hours | Std. log wages |
|-----------------------|---------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| <i>Panel A. Men</i> | | | | | |
| Nonlinear | 0.60 | 7.73 | 2.59 | 0.22 | 0.45 |
| Linear | 0.40 | 7.57 | 2.22 | 0.32 | 0.47 |
| Aggregate | 1.00 | 7.67 | 2.46 | 0.26 | 0.46 |
| <i>Panel B. Women</i> | | | | | |
| Nonlinear | 0.37 | 7.50 | 2.25 | 0.39 | 0.48 |
| Linear | 0.63 | 7.35 | 1.89 | 0.50 | 0.47 |
| Aggregate | 1.00 | 7.40 | 2.04 | 0.46 | 0.48 |

- ▶ 3 桁の職業分類のうち, 平均労働時間が中央値より大きいものを Non-linear jobs と定義
- ▶ Non-linear jobs の方が賃金も高い

モデル

設定

- ▶ 静的なカップルの意思決定モデル. 男性 $g = m$, 女性 $g = f$
- ▶ カップルは職業 $j_m, j_f \in \{1, 2\}$ と労働時間 h_m, h_f を選択
- ▶ 男女の家事労働時間 T_m, T_f は外生的に与えられる ($T_m < T_f$)
- ▶ カップルごとに職業に応じた能力 $a_{m1}, a_{m2}, a_{f1}, a_{f2}$ と労働への選好 ϕ_m, ϕ_f が与えられる

家計の問題

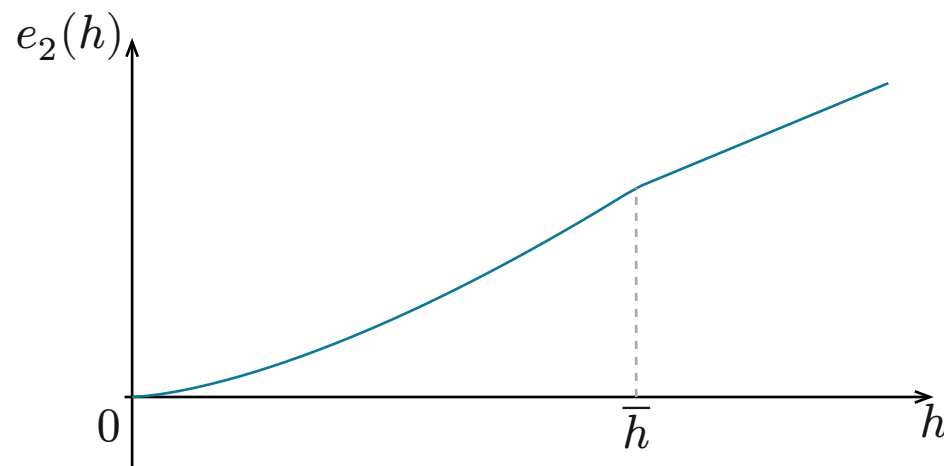
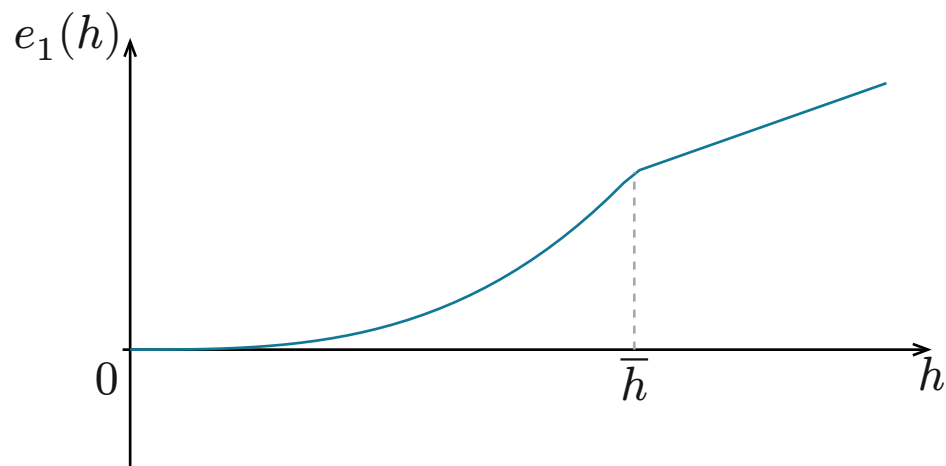
$$\max_{c_m, c_f, h_m, h_f, j_m, j_f} u_m(c_m, h_m) + u_f(c_f, h_f) \quad \text{subject to} \quad c_m + c_f \leq e_{j_m}(h_m) + e_{j_f}(h_f)$$

ここで, $e_j(h)$ は職業ごとの収入関数であり, 効用関数は

$$u_g(c_g, h_g) = \log c_g - \phi_g \frac{(T_g + h_g)^{1+\gamma}}{1+\gamma}.$$

モデル

Convex Wage Profile



$$e_j(h) = \begin{cases} a_j h^{1+\theta_j} & \text{if } h \leq \bar{h} \\ a_j \bar{h}^{1+\theta_j} h & \text{if } h > \bar{h} \end{cases}$$

ここでは $\theta_1 > \theta_2 > 0$ を仮定 (Non-linear jobs の方が凸的)

カリブレーション

Exogenous Parameters

- ▶ $\theta_1 = 0.6, \theta_2 = 0.2$: Literature. Appendix B にて詳細な議論
- ▶ $\bar{h} = 2500$
 - Bick, Blandin, and Rogerson (2022) は, 週 50 時間以上働く人の時給が低いことを指摘
 - 年 50 週労働と仮定
- ▶ $T_m = 0, T_f = 500$: Aguiar and Hurst (2007) の 1993 年のデータに基づく
- ▶ $\gamma = 3$: Literature. Frisch 弾力性 $\eta = 1/3$

Ability

$$\log \begin{pmatrix} a_{m1} \\ a_{f1} \\ a_{m2} \\ a_{f2} \end{pmatrix} \sim \mathcal{N} \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \mu_{a_2} \\ \mu_{a_2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{a_m, a_f} \sigma_1^2 & \rho_{a_1, a_2} \sigma_1 \sigma_2 & 0 \\ \cdot & \sigma_1^2 & 0 & \rho_{a_1, a_2} \sigma_1 \sigma_2 \\ \cdot & \cdot & \sigma_2^2 & \rho_{a_m, a_f} \sigma_2^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \right)$$
$$\log \begin{pmatrix} \phi_m \\ \phi_f \end{pmatrix} \sim \mathcal{N} \left(\begin{pmatrix} \mu_\phi \\ \mu_\phi \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_\phi^2 & \rho_\phi \sigma_\phi^2 \\ \cdot & \sigma_\phi^2 \end{pmatrix} \right)$$

カリブレーション

Simulated Method of Moments (SMM)

TABLE 2—CALIBRATION OF BASELINE ECONOMY

| Parameter | Value | Target | Data | Model |
|------------------------|---------|--|------|-------|
| μ_{a_2} | -0.1758 | E_m^{NL} | 0.60 | 0.61 |
| $\sigma_{a_1}^2$ | 0.3290 | $sd(\ln w_{m,NL})$ | 0.45 | 0.49 |
| $\sigma_{a_2}^2$ | 0.1877 | $sd(\ln w_{m,L})$ | 0.47 | 0.42 |
| μ_ϕ | 0.4589 | $\ln \bar{h}_m$ | 7.67 | 7.67 |
| σ_ϕ^2 | 0.9429 | $sd(\ln h_m)$ | 0.26 | 0.26 |
| ρ_{a_1,a_2} | 0.3114 | $\ln \bar{w}_{m,NL} - \ln \bar{w}_{m,L}$ | 0.37 | 0.36 |
| ρ_{a_m,a_f} | 0.6886 | gender corr. of log wages | 0.43 | 0.43 |
| ρ_{ϕ_m,ϕ_f} | 0.5056 | gender corr. of log hours | 0.02 | 0.02 |

Note: The baseline economy features $\theta_1 = 0.6$, $\theta_2 = 0.2$, $\bar{h} = 2,500$, $T_m = 0$, $T_f = 500$, and $\gamma = 3$.

- ▶ 男性側のモーメントで推定. ジェンダーギャップはモデルからの含意
- ▶ 男女で能力や選好の差はないと仮定. ジェンダーギャップは $T_m < T_f$ によって生じる

Untargeted Moments

TABLE 3—GENDER GAPS, BASELINE MODEL

| Gender gap | Data | Model |
|-----------------------------------|------|-------|
| <i>Panel A. Aggregate Economy</i> | | |
| Occupation | 0.24 | 0.09 |
| Hours | 0.27 | 0.29 |
| Wages | 0.42 | 0.12 |
| <i>Panel B. By Occupation</i> | | |
| Hours NL | 0.23 | 0.22 |
| Wages NL | 0.34 | 0.082 |
| Hours L | 0.23 | 0.35 |
| Wages L | 0.35 | 0.103 |

- ▶ Occupation は NL の割合の男女差. Hours, Wages は対数値の男女差
- ▶ 多くの割合をモデルが再現

まとめ

労働供給の経済学

- ▶ Intensive margin と extensive margin
- ▶ Frisch 弾力性のマクロ vs ミクロの違い
- ▶ 古典的な unitary モデルの限界 \Rightarrow 家庭内 (夫婦) の意思決定モデル

Erosa et al. (2022)

- ▶ Goldin (2014) は職業ごとの賃金構造の違いを指摘
 - \rightarrow Nonlinear な職業は長時間労働の代わりに高賃金
- ▶ 男女の職業選択に Nonlinear vs Linear jobs の違いがある
- ▶ 家事負担の男女差が職業選択の男女差をもたらし、賃金格差の一因となっている

参考文献

- Aguiar, Mark, and Erik Hurst. 2007. “Life-Cycle Prices and Production”. *American Economic Review* 97 (5): 1533–59. <https://doi.org/10.1257/aer.97.5.1533>.
- Bick, Alexander, Adam Blandin, and Richard Rogerson. 2022. “Hours and Wages”. *The Quarterly Journal of Economics* 137 (3): 1901–62. <https://doi.org/10.1093/qje/qjac005>.
- Chetty, Raj, Adam Guren, Day Manoli, and Andrea Weber. 2011. “Are Micro and Macro Labor Supply Elasticities Consistent? A Review of Evidence on the Intensive and Extensive Margins”. *American Economic Review* 101 (3): 471–75. <https://doi.org/10.1257/aer.101.3.471>.
- Erosa, Andrés, Luisa Fuster, and Gueorgui Kambourov. 2016. “Towards a Micro-Founded Theory of Aggregate Labour Supply”. *The Review of Economic Studies* 83 (3): 1001–39. <https://doi.org/10.1093/restud/rdw010>.
- Erosa, Andrés, Luisa Fuster, Gueorgui Kambourov, and Richard Rogerson. 2022. “Hours, Occupations, And Gender Differences in Labor Market Outcomes”. *American Economic Journal: Macroeconomics* 14 (3): 543–90. <https://doi.org/10.1257/mac.20200318>.

参考文献

- Goldin, Claudia. 2014. “A Grand Gender Convergence: Its Last Chapter”. *American Economic Review* 104 (4): 1091–1119. <https://doi.org/10.1257/aer.104.4.1091>.
- Greenwood, Jeremy, Nezih Guner, and Ricardo Marto. 2023. “The Great Transition: Kuznets Facts for Family-Economists”. Edited by Shelly Lundberg and Alessandra Voena. *Handbook of the Economics of the Family*. *Handbook of the Economics of the Family*, Volume 1. North-Holland. <https://doi.org/10.1016/bs.hefam.2023.01.006>.