

# How much should we trust staggered difference-in-differences estimates?

*Andrew C. Baker, Larcker, and Wang (2022)*

柳本和春 

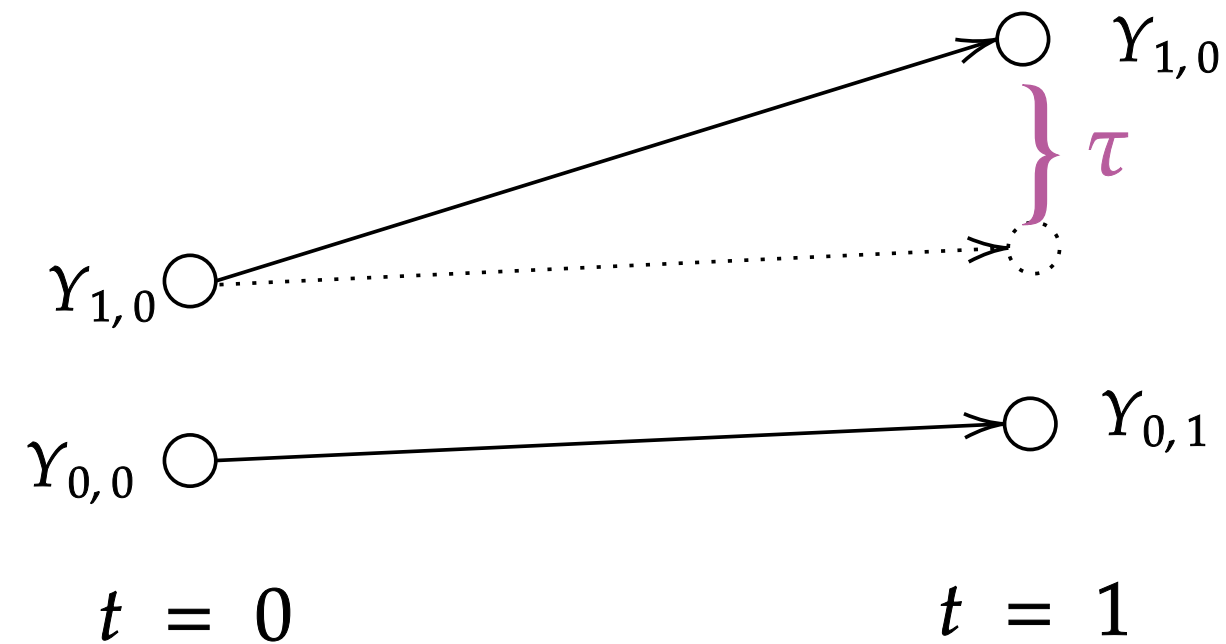
*kazuharu.yanagimoto@cemfi.edu.es*

*CEMFI*

August 31, 2023

# Difference-in-Differences (DID) とは

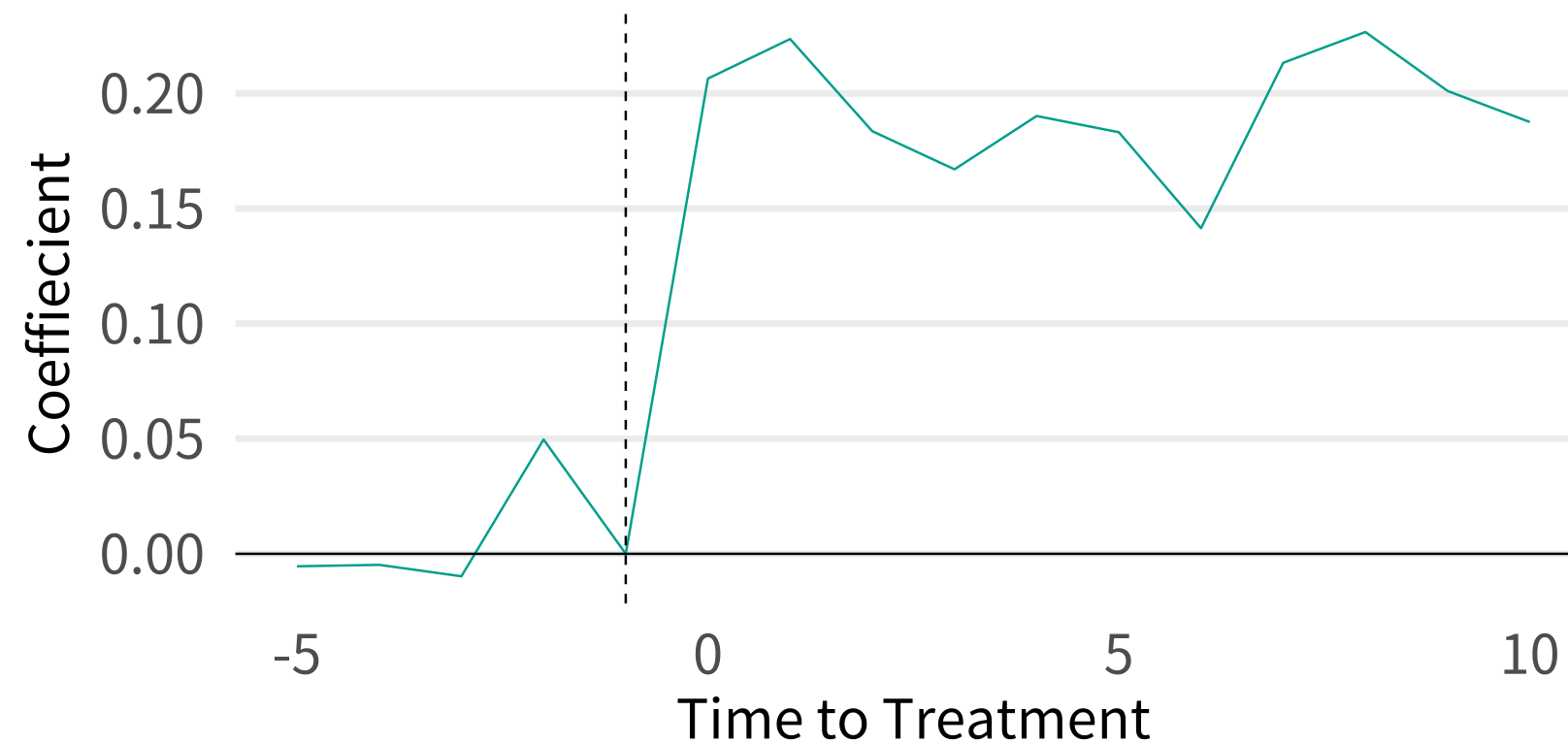
$$\tau = (\mathbb{E}[Y_{1,1}] - \mathbb{E}[Y_{1,0}]) - (\mathbb{E}[Y_{0,1}] - \mathbb{E}[Y_{0,0}])$$



よくある Specification として Two-way Fixed Effect (TWFE) がある

$$Y_{it} = \alpha_i + \lambda_t + \tau D_{it} + \epsilon_{it}$$

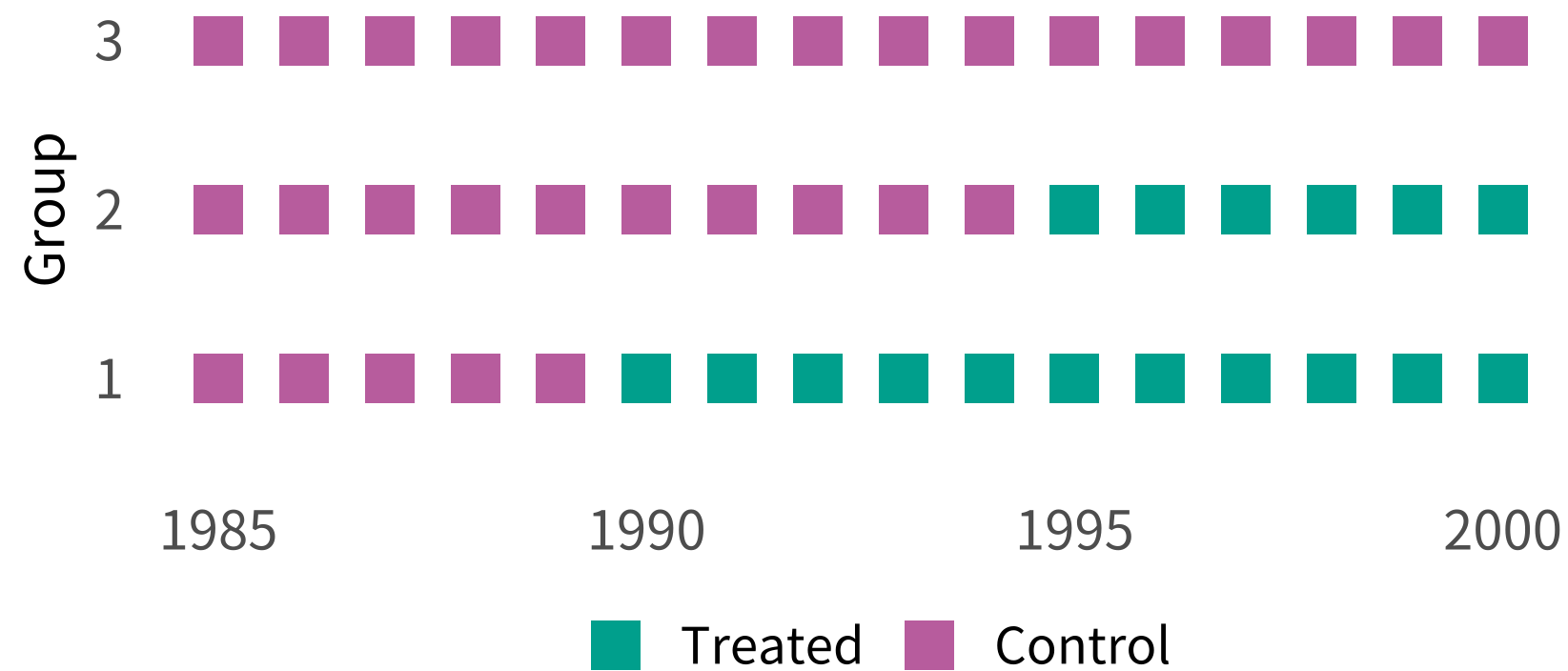
# Event Study Plot



- あるEvent/Treatment ( $t = e$ ) の前後 の効果を時間に沿ってプロットすることも多い
- 通常, Treatmentの一期前を基準として, その前後  $k$  期の効果を  $\tau_k$  とする

$$Y_{it} = \alpha_i + \lambda_t + \sum_{t \neq e-1} \tau_k D_{i,e+k} + \epsilon_{it}$$

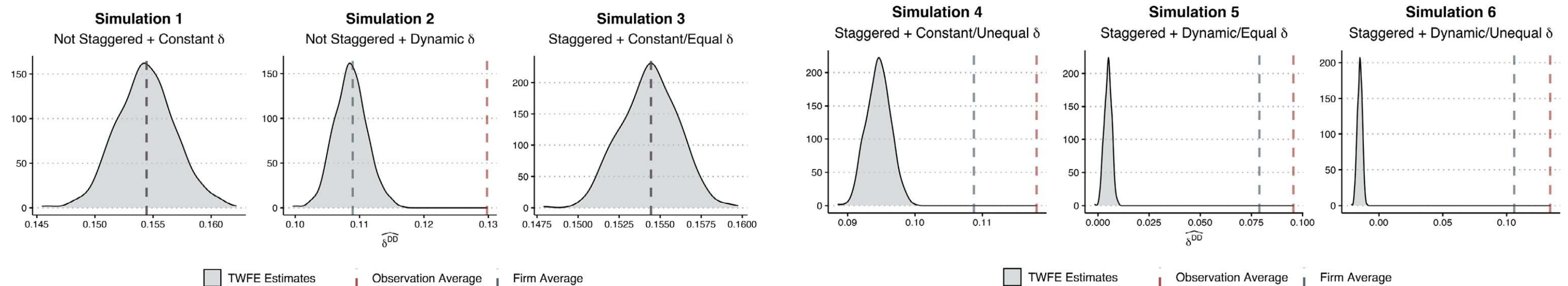
# Staggered DID とは



- Treatmentのタイミングがグループごとに異なるケースがある
- Event Studyの場合,  $i \in g$  に対する処置タイミング  $e_{g(i)}$  に対して

$$Y_{it} = \alpha_i + \lambda_t + \sum_{k \neq -1} \tau_k D_{e_{g(i)} + k} + \epsilon_{it}$$

# この論文の目的



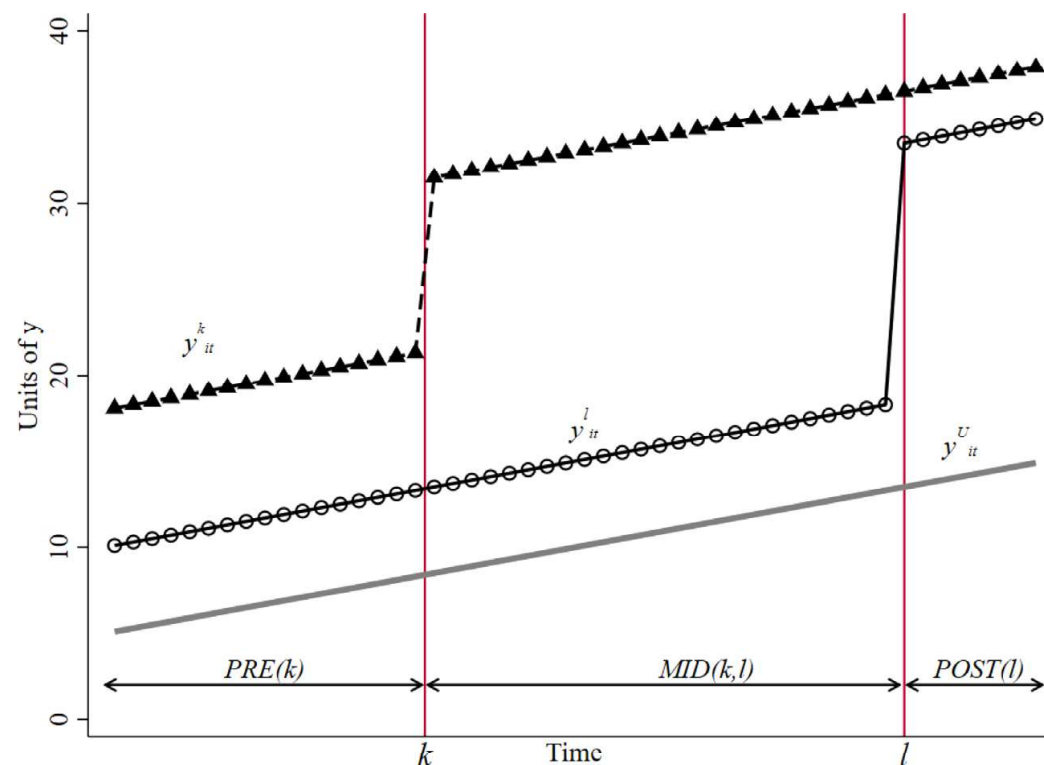
- Staggered DIDデザインにおいてバイアスが生じる状況をシミュレーションする
- Sun and Abraham (2021) や Callaway and Sant'Anna (2021) がUnbiasedに推定できることを確認
- 既存の研究の推定値がどの程度信頼できるかを検証する

# なぜバイアスが生じるのか?: Goodman-Bacon (2021)

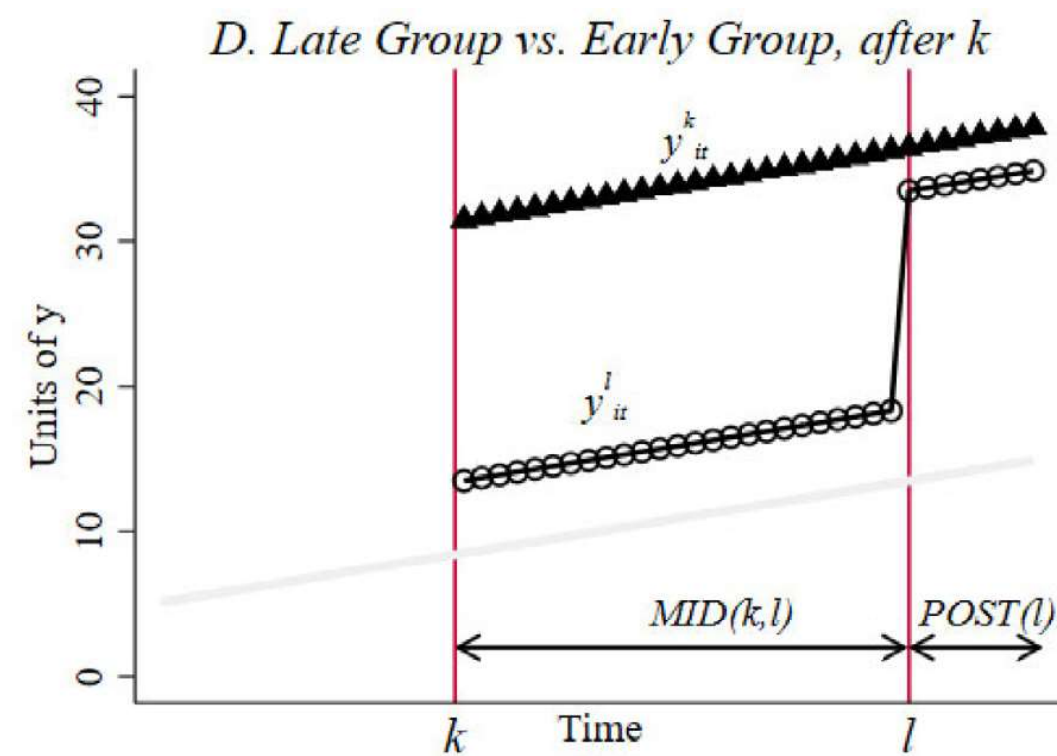
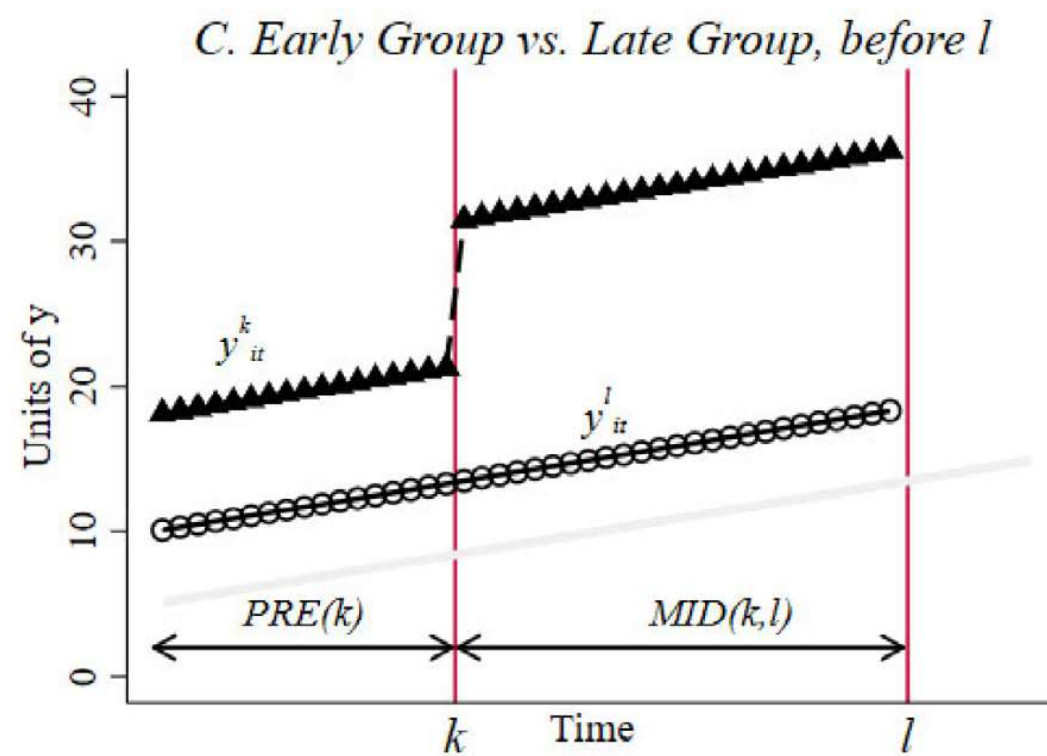
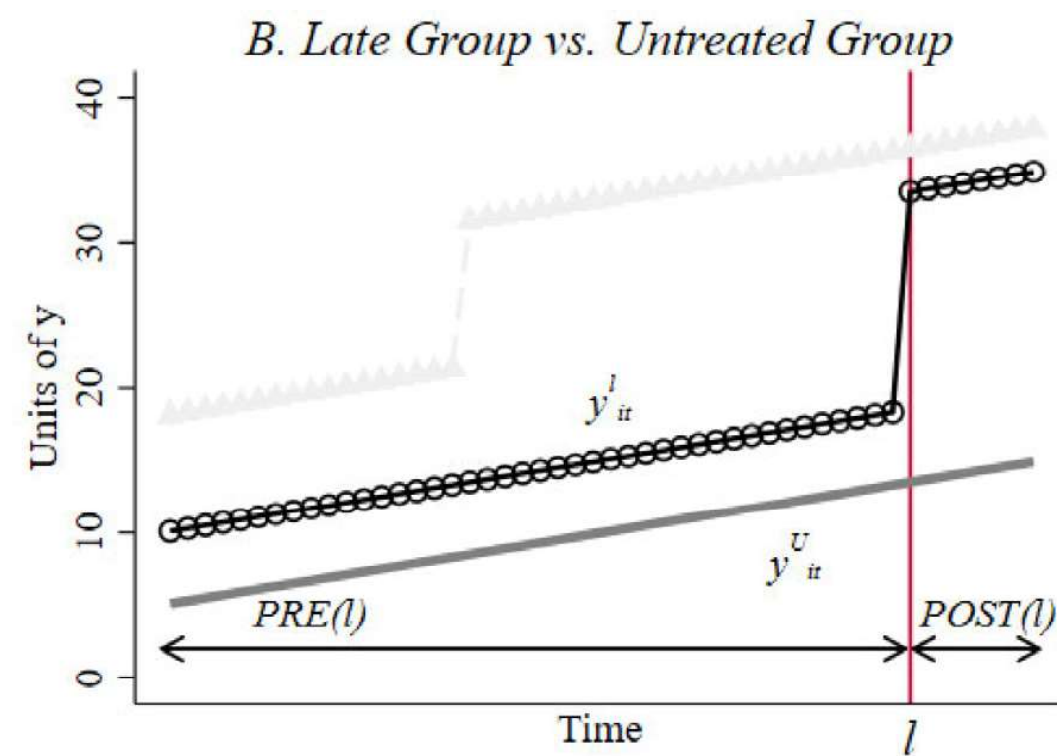
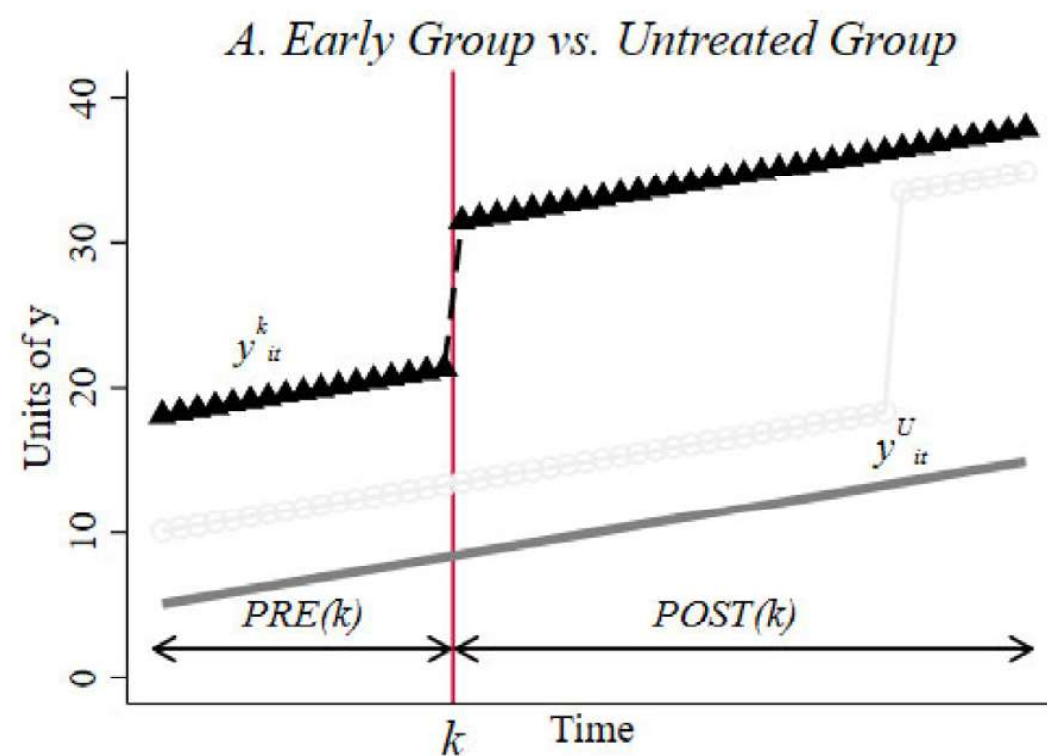
## 💡 Goodman-Baconの分解定理

$$y_{it} = \alpha_i + \lambda_t + \tau D_{it} + \epsilon_{it}$$

のDID推定量  $\hat{\tau}$  は, あらゆる2×2のDID推定値の加重和になる.



- $\hat{\tau}_{it}$  は, 4通りの2×2のDID推定値の加重和になる (次ページ)
- Forbidden comparison を含む推定値
- Forbidden comparison を除けばよいのでは?  
→ Sun and Abraham (2021)



# なぜバイアスが生じるのか?: Jakiela's Diagnosis (2021)

$$Y_{it} = \alpha_i + \lambda_t + \tau D_{it} + \epsilon_{it}$$

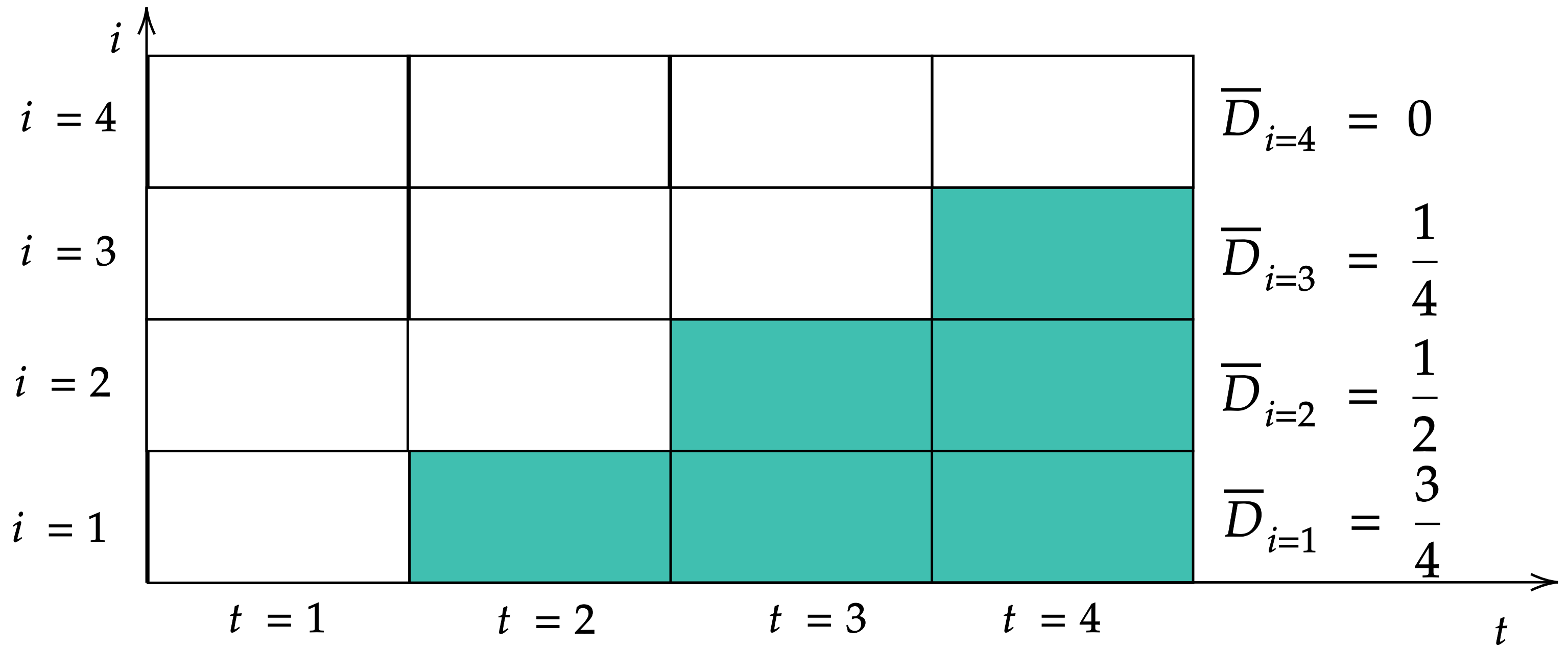
Frisch–Waugh–Lovell Theoremにより,

$$\hat{\tau} = \sum_{it} \frac{\tilde{D}_{it}}{\sum_{it} \tilde{D}_{it}^2} Y_{it}$$

where

$$\tilde{D}_{it} = D_{it} - \bar{D}_t - \bar{D}_i + \bar{D}_{all}$$





$$\bar{D}_{t=1} = 0 \quad \bar{D}_{t=2} = \frac{1}{4} \quad \bar{D}_{t=3} = \frac{1}{2} \quad \bar{D}_{t=4} = \frac{3}{4}$$

$$\tilde{D}_{it} = D_{it} - \bar{D}_t - \bar{D}_i + \bar{D}_{all}$$

- $\bar{D}_t$  が大きいほどウェイトが小さい
  - Treatmentされたサンプルが多い時間ほどウェイトが小さい
- $\bar{D}_i$  が大きいほどウェイトが小さい
  - 早くTreatmentされたサンプルほどウェイトが小さい
  - Treatment後の観測期間が長いほどウェイトが小さい
- Treatmentされていても ( $D_{it} = 1$ ),  $\tilde{D}_{it} < 0$  の場合がある
  - DIDデザイン:  $\tau = (\mathbb{E}[Y_{11}] - \mathbb{E}[Y_{10}]) - (\mathbb{E}[Y_{01}] - \mathbb{E}[Y_{00}])$
  - 解釈できるか？ DIDデザインからの乖離

# Replication 課題

## Note

Compustat Dataを手に入れるのは煩雑なので, シミュレーションの数値例はWorking Paper版(2021) を用いる

1. 通常のTwo-way Fixed Effect がBiasを生じる場合と生じない場合を確認  
→ Figure 1 & 2 の再現
2. Event StudyのプロットがBiasを含むことを確認  
→ Figure 5 の再現
3. Sun and Abraham (2021) や Callaway and Sant'Anna (2021) が不偏推定性を確認  
→ Figure 6 & 7 の再現

## 発展課題

1. Jakiela (2021) のFigure 2のプロットをシミュレーションデータを用いて再現

# References

- Baker, Andrew C., David F. Larcker, and Charles C. Y. Wang. 2022. “How Much Should We Trust Staggered Difference-in-Differences Estimates?” *Journal of Financial Economics* 144 (2): 370–95. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2022.01.004>.
- Baker, Andrew C., David F. Larcker, and Charles C. Y. Wang. 2021. “How Much Should We Trust Staggered Difference-In-Differences Estimates?” Harvard Business School Working Paper.
- Callaway, Brantly, and Pedro H. C. Sant’Anna. 2021. “Difference-in-Differences with Multiple Time Periods.” *Journal of Econometrics* 225 (2): 200–230. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2020.12.001>.
- Goodman-Bacon, Andrew. 2021. “Difference-in-Differences with Variation in Treatment Timing.” *Journal of Econometrics*, Themed Issue: Treatment Effect 1, 225 (2): 254–77. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2021.03.014>.
- Jakiela, Pamela. 2021. “Simple Diagnostics for Two-Way Fixed Effects.” arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2103.13229>.
- Sun, Liyang, and Sarah Abraham. 2021. “Estimating Dynamic Treatment Effects in Event Studies with Heterogeneous Treatment Effects.” *Journal of Econometrics* 225 (2): 175–99. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2020.09.006>.