4. Übungsblatt zur Vorlesung
Statistische Methoden der Datenanalyse
Abgabe: 17.11.2014, 18:00 Uhr

WS 2014/2015
Prof. W. Rhode

Zeit	Raum	Abgabe an (*immer an beide*)
Mo. 16-18	SRG 3.013	sabrina.einecke@udo.edu und marlene.doert@udo.edu
Mi. 10-12	PE-E1-124	sabrina.einecke@udo.edu und maximilian.noethe@udo.edu
Mi. 10-12	P1-01-306	mathis.boerner@udo.edu und tim.ruhe@udo.edu
Fr. 10-12	P1-02-323	mathis.boerner@udo.edu und thorben.menne@udo.edu

Aufgabe 13: *Zufallszahlengeneratoren* 5 P.

Linear-kongruente Zufallszahlengeneratoren erzeugen eine neue ganzzahlige Zufallszahl aus der vorhergehenden durch die Vorschrift

$$x_n = (a \cdot x_{n-1} + b) \mod m.$$

Division durch m ergibt dann eine zwischen 0 und 1 gleichverteilte reelle Zufallszahl.

a) Programmieren Sie einen solchen Zufallszahlengenerator mit $a = 1601$, $b = 3456$ und $m = 10\,000$.

b) Erzeugen Sie so 10000 Zufallszahlen und stellen Sie diese als Histogramm dar. Entspricht das Ergebnis den Anforderungen an einen guten Zufallszahlengenerator? Hängt es vom Startwert x_0 ab, und wenn ja, wie?

c) Stellen Sie Paare bzw. Tripletts aufeinanderfolgender Zufallszahlen als zweidimensionales bzw. dreidimensionales Histogramm dar. Entspricht das Ergebnis den Anforderungen an einen guten Zufallszahlengenerator?

d) Vergleichen Sie diesen Generator mit dem in `root` implementierten `TRandom->Rndm()`. Sehen Sie sich dazu den Quelltext an. Um was für einen Generator handelt es sich und welche Periodizität hat dieser Generator?

e) Erstellen Sie Histogramme wie in (b) und (c) auch mit `TRandom->Rndm()`.

Aufgabe 14: *Zufallszahlen verschiedener Verteilungen* 5 P.

Die Zufallsvariable x möge der Wahrscheinlichkeitsdichte

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(Gleichverteilung zwischen 0 und 1) genügen.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit nimmt x einen Wert zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ an?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit nimmt x den exakten Wert $\frac{1}{2}$ an?

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit liefert ein Zufallsgenerator auf einem Computer den exakten Wert $\frac{1}{2}$? Der Generator soll sein Ergebnis in Form einer binären Gleitkommazahl mit einer Mantisse von 23 Binärstellen darstellen.

d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit liefert derselbe Zufallsgenerator den exakten Wert $\frac{2}{3}$?

e) Wie oft liefert der Zufallsgenerator aus der vorherigen Aufgabe den exakten Wert $\frac{1}{2}$? Hängt diese Anzahl vom Startwert ab? Wenn ja, produzieren Sie verschiedene Ergebnisse mit Hilfe zwei verschiedener Startwerte.

Aufgabe 15: *Gleichverteilung* **5 P.**

Gegeben sei ein Zufallszahlengenerator, der gleichverteilte Zahlen z von 0 bis 1 liefert. Geben Sie **effiziente Algorithmen** an, und implementieren Sie diese, mit denen Sie Zufallszahlen erzeugen können, die den folgenden Verteilungen gehorchen:

a) Eine Gleichverteilung in den Grenzen x_{min} bis x_{max}

b) Exponentialgesetz: $f(t) = Ne^{-t/\tau}$ in den Grenzen 0 bis ∞ (N = Normierungskonstante)

c) Potenzgesetz: $f(x) = Nx^{-n}$ in den Grenzen x_{min} bis x_{max} ($n \geq 2$, N = Normierungskonstante)

d) Cauchy-Verteilung:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 + x^2}$$

in den Grenzen $-\infty$ bis ∞

e) Die durch das (im EWS unter *aufg15e.pdf* zu findene) Histogramm gegebene empirische Verteilung. Die Root-Datei dieses Histogramms finden Sie ebenfalls dort. Zum

Zum Einlesen und Darstellen dieses Histogramms können Sie z.B. so vorgehen:

```
TFile f("aufg15e.root","read");
TH1F *h1 = (TH1F*)f.Get("h1");
h1->DrawCopy();
```

Aufgabe 16: *Maxima der Binomial- und Poisson-Verteilung* **5 P.**

Wo liegen die Maxima der Binomialverteilung $f(n; p, N)$ und der Poissonverteilung $f(n; \mu)$?

Hinweis: Die Funktionen hängen von dem ganzzahligen Argument n ab und lassen sich daher nicht ohne weiteres ableiten. Betrachten Sie die Differenz oder das Verhältnis von $f(n + 1)$ und $f(n)$.