2. Übungsblatt zur Vorlesung
Statistische Methoden der Datenanalyse
Abgabe: 03.11.2014, 18:00 Uhr

WS 2014/2015
Prof. W. Rhode

Zeit	Raum	Abgabe an (*immer an beide*)
Mo. 16-18	SRG 3.013	sabrina.einecke@udo.edu und marlene.doert@udo.edu
Mi. 10-12	PE-E1-124	sabrina.einecke@udo.edu und maximilian.noethe@udo.edu
Mi. 10-12	P1-01-306	mathis.boerner@udo.edu und tim.ruhe@udo.edu
Fr. 10-12	P1-02-323	mathis.boerner@udo.edu und thorben.menne@udo.edu

Aufgabe 5: *Numerische Stabilität* **5 P.**

Betrachten Sie die Funktionen

a) $f(x) = (x^3 + 1/3) - (x^3 - 1/3)$ und

b) $g(x) = ((3 + x^3/3) - (3 - x^3/3))/x^3$.

Bestimmen Sie empirisch, für welche Bereiche von x (grob) das numerische Ergebnis

- dem algebraischen soweit gleicht, wie es die Darstellung als Gleitkommazahl zulässt,
- vom algebraischen um nicht mehr als 1 % abweicht,
- gleich Null ist.

c) Stellen Sie das Ergebnis in geeigneter Form graphisch dar (d. h. z. B. logarithmische x-Skala)!

Aufgabe 6: $\mathrm{e^-e^+} \to \gamma\gamma$ **5 P.**

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $\mathrm{e^-e^+} \to \gamma\gamma$ ist gegeben durch

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{\alpha^2}{s}\left(\frac{2+\sin^2\Theta}{1-\beta^2\cos^2\Theta} - \frac{2\sin^4\Theta}{(1-\beta^2\cos^2\Theta)^2}\right).$$

mit

$$s = (2E_\mathrm{e})^2 \quad (E_\mathrm{e} \text{ ist die Energie des } \mathrm{e^-} \text{ oder } \mathrm{e^+} \text{ im Schwerpunktsystem}),$$
$$\beta = \sqrt{1-\gamma^{-2}},$$
$$\gamma = \frac{E_\mathrm{e}}{m_\mathrm{e}} \quad (m_\mathrm{e} = 511\,\mathrm{keV}).$$

a) Ist diese Gleichung für $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}$ numerisch stabil? In welchem Bereich von Θ ist die Gleichung für $E_\mathrm{e} = 50\,\mathrm{GeV}$ in doppelter Genauigkeit numerisch instabil?

b) Beheben Sie die Stabilitätsprobleme durch eine geeignete analytische Umformung. (Hinweis: Nutzen Sie $1 - \beta^2 = {}^1\!/\!_{\gamma^2}$ und $1 = \sin^2\Theta + \cos^2\Theta$)

c) Zeigen Sie, dass Sie die Stabilitätsprobleme behoben haben, indem Sie beide Gleichungen im kritischen Intervall darstellen.

d) Berechnen Sie die Konditionszahl. Wie hängt diese von Θ ab?

e) Stellen Sie den Verlauf der Konditionszahl als Funktion von Θ ($0 \leq \Theta \leq \pi$) grafisch dar. In welchem Bereich ist das Problem gut bzw. schlecht konditioniert?

Aufgabe 7: *Binning* — 5 P.

a) Lesen Sie aus der Datei `Groesse_Gewicht.txt` die Verteilungen für Größe und Gewicht ein. Sie finden diese Datei im EWS. Histogrammieren Sie beide Verteilungen mit jeweils 5, 10, 15, 20, 30, 50 Bins in einem Canvas, gesplittet in 3x2. Welche Unterschiede stellen Sie fest? Welches Binning erscheint Ihnen als vernünftig? Weshalb?

b) Was passiert, wenn man Daten von weitaus mehr als 250 Personen verwendet? Inwiefern könnte es sinnvoll sein, bei den beiden Datensätzen unterschiedliche Anzahlen an Bins zu benutzen? Geben Sie eine sinnvolle minimale Bin-Breite an, sowie die Position der Bin-Mitten.

c) Ziehen sie 10^5 gleichverteilte ganze Zahlen aus dem Intervall 1-100. Logarithmieren Sie die gezogenen Zahlen und füllen Sie sie dann in ein Histogramm. Wählen Sie auch hier verschiedene Binnings aus (analog zu a)). Welche Effekte machen sich abhängig vom Binning bemerkbar?

Aufgabe 8: *Würfel* — 5 P.

Nutzen Sie für diese Aufgabe die Schreibweise für Wahrscheinlichkeiten aus der Vorlesung (z.B. $P(W_{rot} + W_{blau} = 42) = \ldots$, $P(W_{rot} + W_{blau} = 42 \mid W_{rot} = 4) = \ldots$).
Sie würfeln mit zwei Würfeln, einem roten und einem blauen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

a) die Summe der Punkte 9 ergibt,

b) die Summe der Punkte 9 oder mehr ergibt,

c) ein Würfel 4, der andere 5 Punkte zeigt,

d) der rote Würfel 4, der blaue 5 Punkte zeigt?

Sie werfen die Würfel so, dass der blaue Würfel hinter einen Gegenstand rollt, so dass Sie ihn zunächst nicht sehen können. Der rote Würfel zeigt eine 4. Nachdem Sie das gesehen haben, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

e) die Summe der Punkte 9 ergibt,

f) die Summe der Punkte 9 oder mehr ergibt,

g) der rote Würfel 4, der blaue 5 Punkte zeigt?