# 第三章　微分中值定理与导数应用

## 第二节　洛必达法则

主讲　武忠祥 教授

## 洛必达法则

若 1）$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=0;$

2）$f(x)$ 和 $g(x)$在 $\mathring{U}(x_0,\delta)$ 内可导,且 $g'(x)\neq 0;$

3）$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$ 存在（或 $\infty$ ）;

则 $$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to x_0}\frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

**例1** 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-x}{x-\sin x}$

例2 求极限 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2 + 2\cos x - 2}{(e^x - 1)^2 \ln(1 + x^2)}$

例3 求 $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\log_a x}{x^\alpha}$ 与 $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^\alpha}{a^x}$.$(a > 1, \alpha, \beta > 0)$

**例4** 求 $\lim\limits_{x\to 0}[\frac{1}{\ln(1+x)}-\frac{1}{x}]$ $(\frac{1}{2})$

**例5** 求 $\lim\limits_{x\to 0^+}(x)^{\sin x}=1$

**例6** 求 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{2}{\pi}\arctan x\right)^{x} = e^{-\frac{2}{\pi}}$

# 内容小结

**1）适用类型：** $\dfrac{0}{0}$; $\dfrac{\infty}{\infty}$; $0\cdot\infty$; $\infty-\infty$; $1^{\infty}$; $\infty^{0}$; $0^{0}$.

$$\frac{0}{0},\frac{\infty}{\infty} \Leftarrow \begin{cases} 0\cdot\infty \Leftarrow \begin{cases} 1^{\infty} \\ \infty^{0} \\ 0^{0} \end{cases} \\ \infty-\infty \end{cases}$$

**2）注意两点：**

(1) 化简.

(2) 条件3);

## 洛必达法则

若 1）$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=0;$

2）$f(x)$ 和 $g(x)$在 $\mathring{U}(x_0,\delta)$ 内可导,且 $g'(x)\neq 0;$

3）$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$ 存在（或 $\infty$ ）;

则 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}.$

**作业** P137： 1(3)(5)(9)(11)(13)(15)(16); 2; 3;