第二章　导数与微分

第三节　高阶导数

主讲　武忠祥 教授

位移 $s(t)$ $s'(t)=v(t)$ $s''(t)=a(t)$

$$(y')'=y''=\frac{d^2y}{dx^2} \qquad y''' \qquad y^{(4)} \qquad y^{(n)}=\frac{d^ny}{dx^n}$$

若 $f^{(n)}(x)$ 在区间 I 上连续，称 $f(x)$ 在 I 上 n 阶连续可导.

例1 求下列函数的 n 阶导数

1）$(e^x)^{(n)}=e^x$

2）$(\sin x)^{(n)}=\sin(x+n\frac{\pi}{2})$

3) $(\cos x)^{(n)}=\cos(x+n\frac{\pi}{2})$

4）$(\ln(1+x))^{(n)}=(-1)^{n-1}\frac{(n-1)!}{(1+x)^n}$

定理 设 u,v 都是 n 阶可导，则

1）$(u\pm v)^{(n)}=u^{(n)}\pm v^{(n)}$

2）Leibniz公式 $(uv)^{(n)}=\sum_{k=0}^{n}C_n^k u^{(n-k)}v^{(k)}$

例 1）设 $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$，求 $f^{(n)}(x)$

2）设 $f(x)=x^2e^x$, 求 $f^{(100)}(x)$

内容小结

1. 定义(高阶导数) $y^{(n)} = [f^{(n-1)}(x)]'$,

$$f^{(n)}(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f^{(n-1)}(x_0 + \Delta x) - f^{(n-1)}(x_0)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{x \to x_0} \frac{f^{(n-1)}(x) - f^{(n-1)}(x_0)}{x - x_0}$$

2. 高阶导数的求法

(1) 利用归纳法

(2) 利用公式

1) $(\sin x)^{(n)} = \sin(x + n \cdot \frac{\pi}{2})$; 2) $(\cos x)^{(n)} = \cos(x + n \cdot \frac{\pi}{2})$;

3) $(u \pm v)^{(n)} = u^{(n)} \pm v^{(n)}$ 4) $(uv)^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} C_n^k u^{(k)} v^{(n-k)}$.

作业 P100：2；3；4；10；11.