UPMC Année 2014-2015	LRC - Examen réparti n° 1	M1 ANDROIDE M1 DAC

Durée 2h - aucun document autorisé

Le barème n'est donné qu'à titre indicatif

1 Logique classique

Exercice 1 – Logique propositionnelle – *3 points*

1. En utilisant le système de Hilbert (voir les rappels en annexe) et en justifiant chaque étape, montrer que $\vdash (\neg p \rightarrow (q \rightarrow \neg r) \rightarrow ((\neg p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow p))$
2. En utilisant la méthode de résolution, montrer que $p \rightarrow q, q \rightarrow p, p \vee q \vdash p \wedge q$

Exercice 2 – Logique du premier ordre – *3 points*

On considère la formule $F = \exists x \forall y (R(x, y) \rightarrow x \neq y)$

1. Combien admet-elle de modèle à un seul élément (c'est-à-dire tel que $card(\mathcal{D}) = 1$) ? S'il en existe, quels sont-ils ?
2. Combien admet-elle de modèle à deux éléments (c'est-à-dire tel que $card(\mathcal{D}) = 2$) ? S'il en existe, quels sont-ils ?
3. F est-elle satisfaite si le domaine est $\mathcal{D} = \mathbb{N}$ et R est le prédicat de comparaison tel que $R_\gamma(n, m) = 1$ si et seulement si $n \leq m$?

2 Graphes conceptuels

Considérons les connaissances suivantes sur la poésie classique française :

a) Un alexandrin est un vers
b) Il existe deux formes distinctes d'*alexandrin* : le *trimètre* et le *tétramètre*
c) Un alexandrin comporte deux *hémistiches* et douze *syllabes*
d) Chaque hémistiche comporte 6 syllabes
e) Tous les alexandrins comportent une césure à la fin de l'hémistiche
f) "Je courus ! Et les péninsules démarrées" est un vers écrit par Rimbaud qui a 12 syllabes
g) "Je courus ! Et les péninsules démarrées" ne comporte pas de césure à l'hémistiche

On veut représenter les connaissances a), b), c), d), e), f) à l'aide de graphes conceptuels.

Exercice 3 – *1 point*

Donner le treillis des types, en faisant intervenir les concepts vers, alexandrin, trimètre, tétramètre, hémistiche, syllabe et homme.

Le treillis doit en particulier traduire les connaissances exprimées dans les propositions a) et b).

Exercice 4 – *3 points*

Représenter les propositions c), d), e) et f) à l'aide de graphes conceptuels en donnant à la fois la forme graphique et la forme linéaire.

Les concepts à utiliser sont ceux de l'exercice précédent. En ce qui concerne les relations, outre *contient*, on utilisera *mètre*, qui lie une entité à un nombre de syllabes, *césure* qui lie une entité à une position après laquelle il y a une coupure, et *auteur*.

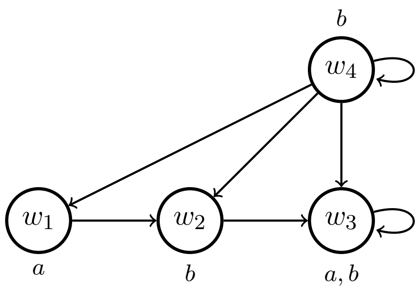
3 Logiques de description

Exercice 5 – *3 points*
Traduire les connaissances a), b), c), d), e), f) et g) dans la logique de description $\mathcal{ALCN}$ dont la syntaxe est rappelée en annexe.
Les concepts atomiques à utiliser sont ceux de l'exercice 3, les rôles atomiques sont *contient* et *cesure*.

Exercice 6 *2 points*
Démontrer à l'aide de la méthode des tableaux que le vers de Rimbaud "Je courus ! Et les Péninsules démarrées" n'est pas un alexandrin.

4 Logique modale

Exercice 7 – *3 points*
On considère le modèle de Kripke M suivant :



Indiquez, en justifiant vos réponses, s'il est vrai que :

1. $M, w_1 \models b$
2. $M, w_1 \models \Box\Box\Box(a \wedge b)$
3. $M, w_4 \models \neg\Box\Diamond b$
4. $M, w_2 \models \Diamond(a \rightarrow \Box b)$
5. $M \models a \rightarrow \Diamond b$
6. $M \models \Box(a \rightarrow \Diamond b)$

5 Prolog

Exercice 8 – *3 points*

1. Ecrire le prédicat `deuxieme/2` tel que `deuxieme(L, X)` est satisfait si, `L` étant une liste, `X` est son deuxième élément. Ainsi
   - `deuxieme([a, b, c, d], X).` doit conduire à l'unique unification `X = b`.
   - `deuxieme([1, Y, 3, 4], a).` doit conduire à l'unique unification `Y = a`.
   - `deuxieme([a], X).` doit échouer
2. Ecrire le prédicat `remplace/4` tel que `remplace(L, X, Y, R)` est satisfait si, `L` étant une liste et `X` et `Y` deux éléments, `R` est la liste obtenue en remplaçant dans `L` toutes les occurrences de `X` par `Y`. Ainsi
   - `remplace([1,2,3,1,2,3], 1, a, R)` doit conduire à l'unique unification `R = [a,2,3,a,2,3]`.
   - `remplace([1,2,3,1,2,3], X, Y, [a,2,3,a,2,3])` doit conduire à l'unique unification `X = 1` et `Y = a`.

6 Annexe

6.1 Système de Hilbert

Rappel : le système de Hilbert pour la logique des propositions

Le système de Hilbert est caractérisé par trois schémas d'axiomes et une règle d'inférence :

- Schémas d'axiomes :
  - **SA1 :** $A \to (B \to A)$
  - **SA2 :** $(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$
  - **SA3 :** $(\neg B \to \neg A) \to (A \to B)$
- Règle d'inférence
  - **Règle :** $A, A \to B \vdash B$ (modus ponens)

- La déduction d'une formule A dans une théorie Δ est une suite finie $A_0, \ldots, A_n$ telle que $A_n = A$ et pour tout i,
  - A_i est l'instanciation de l'un des axiomes,
  - A_i est l'une des hypothèses, c'est-à-dire $A_i \in \Delta$
  - A_i est obtenue par modus ponens appliqué à A_j et A_k avec $j < i$ et $k < i$.

On peut aussi appliquer toutes les substitutions nécessaires, à condition de les effectuer dans l'ensemble de la formule.
Si on trouve une telle suite, on peut noter $\Delta \vdash A$

On peut de plus utiliser le théorème de la déduction :

$$A_1, A_2, \ldots, A_n \vdash B \quad \text{si et seulement si} \quad A_1, A_2, \ldots, A_{n-1} \vdash (A_n \to B)$$

6.2 Logiques de description

Rappels : Syntaxe de $\mathcal{ALCN}$
$\mathcal{ALNC}$ contient des concepts, des rôle et des restrictions sur les cardinalités.

- **Alphabet** :
  Un ensemble de concepts atomiques : A, B, C, etc.
  Un ensemble de rôles atomiques : r, m, n, etc.
  Un ensemble de symboles : $\{\sqcup, \sqcap, \sqsubseteq, \exists, \forall, \neg, \top, \bot, ., \exists^{\geq n}, \exists^{\leq n}\}$
- **TBox** :
  $\bot$ et $\top$ sont des concepts,
  Si A et B sont des concepts, $A \sqcup B$, $A \sqcap B$ et $\neg A$ sont des concepts,
  Si A est un concept et r un rôle, $\exists r.A$, $\forall r.A$, $\exists^{\geq n} r$ et $\exists^{\leq n} r$ sont des concepts,
- **ABox** :
  C étant un concept, r un rôle et I, J deux individus,
  $I : C$ signifie que I est une instance de ce concept C
  $\langle I, J\rangle : r$ signifie que $\langle I, J\rangle$ est une instance de ce rôle r.

Rappels : règles pour mettre en œuvre la méthode des tableaux dans $\mathcal{ALC}$
Il y a quatre règles à appliquer sur les tableaux $\mathcal{A}$ issus des $ABox$:

- $R_\sqcap$: si $P \sqcap Q \in \mathcal{A}$ et soit $P \notin \mathcal{A}$ soit $Q \notin \mathcal{A}$, alors ajouter $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{P, Q\}$ comme fils de $\mathcal{A}$
- $R_\sqcup$: si $P \sqcup Q \in \mathcal{A}$ et ni $P \in \mathcal{A}$ ni $P \in \mathcal{A}$, alors ajouter les tableaux $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{P\}$ et $\mathcal{A}'' = \mathcal{A} \cup \{Q\}$ comme fils de $\mathcal{A}$
- $R_\exists$: si $\exists r.C \in \mathcal{A}$ et s'il n'existe pas de constante z telle que $\langle x, z\rangle : r \in \mathcal{A}$ et $z : C \in \mathcal{A}$, alors ajouter le tableau $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{\langle x, z\rangle : r, z : C\}$ comme fils de $\mathcal{A}$
- $R_\forall$: si $\forall r.C \in \mathcal{A}$, $\langle x, y\rangle : r \in \mathcal{A}$ et $y : C \notin \mathcal{A}$, alors ajouter le tableau $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{y : C\}$ comme fils de $\mathcal{A}$