UPMC Année 2016-2017	# LRC - Examen réparti n° 1	M1 ANDROIDE M1 DAC

Durée 2h - aucun document autorisé

Le barème n'est donné qu'à titre indicatif

1 Logique classique

Exercice 1 – Logique du premier ordre – *3 points*

Formulez en logique les énoncés suivants, en utilisant les prédicats *Cuisinier*, *Restaurant*, *Travaille*, *Porte*, ainsi que la constante l pour le restaurant « Le Lion d'Or » :

a) Tous les cuisiniers travaillent dans un restaurant.

b) Certains cuisiniers travaillent dans le même restaurant.

c) Tous les cuisiniers qui travaillent au Lion d'Or portent la même tenue.

2 Logiques de description

On utilisera uniquement les concepts $Humain$, $Chien$, $Male$ et $Docteur$ et les rôles $estMarieA$, $estAmiAvec$, $aPourAnimal$.

Exercice 2 Représentation de concepts –*2 points*

Représenter les concepts suivants dans la syntaxe $\mathcal{ALCN}$ (voir annexe) :

a) Ceux qui sont mariés à un docteur et qui ont un chien comme animal domestique.

b) Ceux qui ne sont pas mariés et dont tous les amis sont soit des femmes, soit des hommes mariés.

Remarque : on supposera que les individus sont tous sexués, et donc qu'ils sont soit mâles, soit femelles. De ce fait, les femmes sont des femelles humaines, c'est-à-dire des humains non mâles.

Exercice 3 Représentation d'assertions –*2 points*

Représenter les phrases suivantes dans la syntaxe $\mathcal{ALCN}$ en utilisant la subsomption ($\sqsubseteq$) :

c) Ceux qui n'ont pas d'ami homme n'ont pas d'animal domestique.

d) Tous les hommes sont soit mariés soit ont un ami qui n'est pas un homme.

Exercice 4 Sémantique –*5 points*

Supposons maintenant que nous ayons l'interprétation $\mathcal{I} = (\Delta, .^{\mathcal{I}})$:

- $\Delta^{\mathcal{I}} = \{Jean, Suzanne, Max, Hélène, Nathalie, Nicolas\}$,
- $Humain^{\mathcal{I}} = \{Jean, Suzanne, Hélène, Nathalie, Nicolas\}$,
- $Male^{\mathcal{I}} = \{Jean, Max, Nicolas\}$,
- $Chien^{\mathcal{I}} = \{Max\}$,
- $Docteur^{\mathcal{I}} = \{Jean, Hélène\}$,
- $estAmiAvec^{\mathcal{I}} = \{(Suzanne, Hélène), (Hélène, Suzanne), (Natalie, Hélène), (Hélène, Natalie), (Suzanne, Nathalie), (Nathalie, Suzanne), (Nathalie, Nicolas), (Nicolas, Nathalie)\}$,
- $estMarieA^{\mathcal{I}} = \{(Suzanne, Jean), (Jean, Suzanne)\}$,
- $aPourAnimal^{\mathcal{I}} = (Suzanne, Max), (Jean, Max)$.

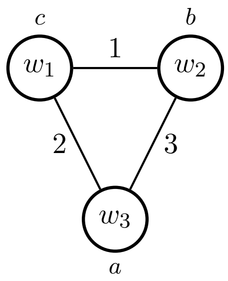
e) Représenter cette interprétation sous forme d'un graphe coloré, c'est-à-dire d'un graphe dont les nœuds sont étiquetés par des concepts et les arcs par des rôles.

f) Calculer l'extension des concepts a) et b) dans l'interprétation $\mathcal{I}$

g) Est-ce que les phrases c) et d) sont vraies dans l'interprétation $\mathcal{I}$?

3 Logique modale

Exercice 5 Logique épistémique – *4 points*
On considère le modèle de Kripke M suivant, où l'on suppose qu'il y a trois agents (1, 2 et 3), et que les relations de réflexivité avec ces trois agents sont présentes mais pas explicitement représentées.



1. La formule suivante est-elle vraie ?

$$K_2(K_1 a \vee K_1 \neg a)$$

   Donnez en une interprétation en langage naturel.

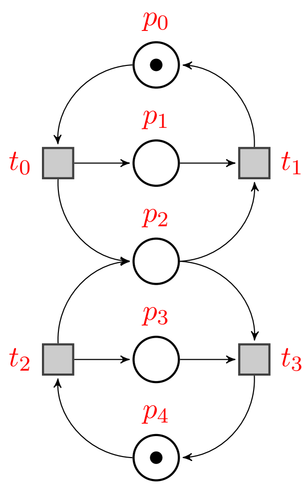
2. Proposez une formule de la logique de la logique épistémique S5 permettant de représenter l'assertion suivante :

   > "N'importe quelle paire de 2 agents a la même connaissance distribuée que le groupe des 3 agents"

3. Cette assertion est-elle vérifiée ? Justifiez votre réponse.

4 Réseaux de Petri

Exercice 6 Marquages et notions essentielles – *4 points*
On considère le réseau de Petri suivant (le marquage indiqué étant le marquage initial) :



1. Donnez le graphe des marquages accessibles.
2. Le réseau est-il 1-borné ? Le réseau est-il borné ? Le réseau est-il sans blocage ?
3. En *ajoutant* une transition au réseau existant, pouvez-vous modifier une des propriétés données à la question précédente ?

5 Annexe

5.1 Méthode des tableaux sémantiques

La méthode des tableaux sémantiques permet d'établir si un ensemble de formules logiques est *valide*, *satisfiable* ou *insatisfiable*.

5.1.1 Composantes

La méthode des tableaux est basée sur des règles syntaxiques de décomposition, qui distinguent deux types de formules, nommés α et β.

Formule α	α_1	α_2
$\neg\neg\varphi$	φ	φ
$\varphi_1 \wedge \varphi_2$	φ_1	φ_2
$\neg(\varphi_1 \vee \varphi_2)$	$\neg\varphi_1$	$\neg\varphi_2$
$\neg(\varphi_1 \rightarrow \varphi_2)$	φ_1	$\neg\varphi_2$
$\varphi_1 \leftrightarrow \varphi_2$	$\varphi_1 \rightarrow \varphi_2$	$\varphi_2 \rightarrow \varphi_1$

Formule β	β_1	β_2
$\varphi_1 \vee \varphi_2$	φ_1	φ_2
$\neg(\varphi_1 \wedge \varphi_2)$	$\neg\varphi_1$	$\neg\varphi_2$
$\varphi_1 \rightarrow \varphi_2$	$\neg\varphi_1$	φ_2
$\neg(\varphi_1 \leftrightarrow \varphi_2)$	$\neg(\varphi_1 \rightarrow \varphi_2)$	$\neg(\varphi_2 \rightarrow \varphi_1)$

5.1.2 Satisfiabilité et insatisfiabilité

La recherche d'un modèle pour un ensemble de formules $\mathcal{F}$ par la méthode des tableaux peut être représentée de différentes façons, nous utilisons ici une forme arborescente.

Initialisation : créer un nœud racine, étiqueté par l'ensemble $\mathcal{F}$ et marqué comme non traité

Décomposition itérative : choisir un nœud non traité et le marquer comme traité

> **Si** l'étiquette du nœud contient deux littéraux complémentaires (à savoir un littéral et sa négation), marquer le nœud comme fermé
>
> **sinon, si** toutes les formules associées au nœud sont des variables propositionnelles, marquer le nœud comme ouvert
>
> **sinon**, choisir une formule F de l'étiquette du nœud
>
> > **Si** elle est de type α
> >
> > 1. créer un sous-nœud marqué comme non traité
> > 2. lui associer l'étiquette $\mathcal{F} \setminus \{F\} \cup \{\alpha_1, \alpha_2\}$ où α_1 et α_2 sont les formules obtenues par réécriture de F
> >
> > **sinon** (elle est alors de type β)
> >
> > 1. créer deux sous-nœuds marqués comme non traités
> > 2. leur associer respectivement les étiquettes $\mathcal{F} \setminus \{F\} \cup \{\beta_1\}$ et $\mathcal{F} \setminus \{F\} \cup \{\beta_2\}$ où β_1 et β_2 sont les formules obtenues par réécriture de F

Si l'arbre contient une feuille ouverte, alors $\mathcal{F}$ est satisfiable.
Si toutes les feuilles de l'arbre sont fermées, alors $\mathcal{F}$ est insatisfiable.

5.2 Logiques de description

Rappels : Syntaxe de $\mathcal{ALCN}$

$\mathcal{ALNC}$ contient des concepts, des rôle et des restrictions sur les cardinalités.

• **Alphabet** :

Un ensemble de concepts atomiques : A, B, C, etc.

Un ensemble de rôles atomiques : r, m, n, etc.

Un ensemble de symboles : $\{\sqcup, \sqcap, \sqsubseteq, \exists, \forall, \neg, \top, \bot, ., \exists^{\geq n}, \exists^{\leq n}\}$

• **TBox** :

$\bot$ et $\top$ sont des concepts,

Si A et B sont des concepts, $A \sqcup B$, $A \sqcap B$ et $\neg A$ sont des concepts,

Si A est un concept et r un rôle, $\exists r.A$, $\forall r.A$, $\exists^{\geq n} r$ et $\exists^{\leq n} r$ sont des concepts,

• **ABox** :

C étant un concept, r un rôle et I, J deux individus,

$I : C$ signifie que I est une instance de ce concept C

$\langle I, J \rangle : r$ signifie que $\langle I, J \rangle$ est une instance de ce rôle r.

Rappels : règles pour mettre en œuvre la méthode des tableaux dans $\mathcal{ALC}$

On met d'abord les formules sous *forme normale négative*. Cela veut dire que l'on remplace les subsumptions du type $A \sqsubseteq B$ par $\neg A \sqcup B$ puis que l'on "rentre" les négations à l'intérieur des formules en changeant $\neg(A \sqcup B)$ en $\neg A \sqcap \neg B$, $\neg(A \sqcap B)$ en $\neg A \sqcup \neg B$, $\neg\neg A$ en A, $\neg\forall r.C$ en $\exists r.\neg C$ et $\neg\exists r.C$ en $\forall r.\neg C$.

Il y a ensuite cinq règles à appliquer sur les tableaux $\mathcal{A}$ issus des *ABox* :

- $R_\sqcap$: si $P \sqcap Q \in \mathcal{A}$ et soit $P \notin \mathcal{A}$ soit $Q \notin \mathcal{A}$, alors ajouter $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{P, Q\}$ comme fils de $\mathcal{A}$
- $R_\sqcup$: si $P \sqcup Q \in \mathcal{A}$ et ni $P \in \mathcal{A}$ ni $Q \in \mathcal{A}$, alors ajouter les tableaux $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{P\}$ et $\mathcal{A}'' = \mathcal{A} \cup \{Q\}$ comme fils de $\mathcal{A}$
- $R_\exists$: si $\exists r.C \in \mathcal{A}$ et s'il n'existe pas de constante z telle que $\langle x, z \rangle : r \in \mathcal{A}$ et $z : C \in \mathcal{A}$, alors ajouter le tableau $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{\langle x, z \rangle : r, z : C\}$ comme fils de $\mathcal{A}$
- $R_\forall$: si $\forall r.C \in \mathcal{A}$, $\langle x, y \rangle : r \in \mathcal{A}$ et $y : C \notin \mathcal{A}$, alors ajouter le tableau $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{y : C\}$ comme fils de $\mathcal{A}$

Enfin, notons que s'il y a une TBox $\mathcal{T}$ qui contient une formule C, on peut ajouter pour toute constante a l'assertion $a : C$ dans la ABox $\mathcal{A}$.