UPMC ANNÉE 2015-2016	**LRC - Examen réparti n° 1**	M1 ANDROIDE M1 DAC

Durée 2h - aucun document autorisé

Le barème n'est donné qu'à titre indicatif

1 Logique classique

Exercice 1 – Sémantique – *2 points*
Considérer les deux propositions suivantes :

a) Ce qui est rare est cher

b) Ce qui est cher n'est pas rare

1. Formaliser ces deux propositions en logique des propositions.
2. Ces propositions sont-elles contradictoires ou peuvent-elles être simultanément vraies ?

Exercice 2 – Logique propositionnelle – méthode des tableaux – *3 points*
Considérer les trois formules suivantes :

a) $F_1 = (P \wedge Q \wedge R) \supset (P \vee Q)$

b) $F_2 = ((P \supset Q) \wedge (Q \supset R)) \supset (P \supset R)$

c) $F_3 = (P \supset Q) \supset P$

Déterminer, à l'aide de la méthode des tableaux, des modèles pour chacune de ces formules.
Remarque : voir en annexe les rappels sur la méthode des tableaux sémantiques.

2 Logiques de description

Exercice 3 – Représentation en logique de description $\mathcal{ALCN}$ – *3 points*
Considérer les deux concepts atomiques `Humain` et `Cyclope`, l'individu *Polyphème* et le rôle `aŒil`. Traduire les formules suivantes en $\mathcal{ALCN}$:

a) Les cyclopes ne sont pas des humains.

b) Les cyclopes n'existent pas.

c) Les cyclopes ont exactement un œil.

d) Les hommes ont au plus deux yeux.

e) Polyphème est un cyclope.

Exercice 4 – Démonstration – *3 points*
Considérer la ABox $\mathcal{A}$ suivante :

$\langle Anne, Jacques\rangle : estMoniteurDe$

$\langle Anne, Roland\rangle : estMoniteurDe$

$Roland : EtudiantM1$

$Jacques : EtudiantM2$

et la TBox $\mathcal{T}$: $EtudiantM1 \sqsubseteq EtudiantMaster$, $EtudiantM2 \sqsubseteq EtudiantMaster$ et $EtudiantM1 \sqcap EtudiantM2 \sqsubseteq \bot$
Vérifier, à l'aide de la méthode des tableaux, que $Anne : \forall estMoniteurDe.EtudiantM1$ est incompatible avec la base de connaissance $\mathcal{C} : \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$, autrement dit que $\langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle \not\models Anne : \forall estMoniteurDe.EtudiantM1$
Remarque : le plus facile est d'ajouter à la ABox $\mathcal{A}$ l'assertion selon laquelle $Anne$ est une instance de $\forall estMoniteurDe.EtudiantM1$ (autrement dit $Anne : \forall estMoniteurDe.EtudiantM1$), puis de montrer, en appliquant les règles de dérivation de la méthode des tableaux et en tenant compte de la TBox $\mathcal{T}$, que cette nouvelle ABox, à savoir $\mathcal{A} \cup \{Anne : \forall estMoniteurDe.EtudiantM1\}$, est insatisfiable.

3 Modélisation par réseau de Petri ordinaire

Exercice 5 – Système de traitement cyclique : – *5 points (2, 2, 1)*
Un serveur S est en mesure de traiter n types de requêtes $(R_1, R_2, .., R_n)$. n tampons d'attente (buffers) $(T_1, T_2.., T_n)$ de capacité limitée, reçoivent les requêtes à leur arrivée au serveur. Pour des raisons de priorité entre les requêtes (et des clients qui les émettent), le serveur traite successivement les requêtes de type R_1, puis de type R_2, ... et enfin de type R_n.

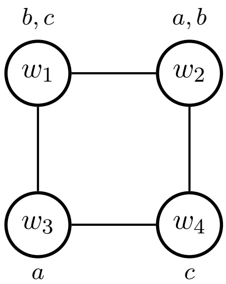
Ce cycle de traitement se poursuit tant que le serveur ne rencontre pas de tampon vide.

1. Modéliser ce système à l'aide d'un réseau de Petri pour $n = 3$
2. On s'autorise maintenant à traiter successivement plusieurs requêtes de même type.
   Par exemple : $R_1R_1R_2R_2R_2R_2R_2R_3R_3R_1R_2$. mais pas $R_1R_3R_2$. Modéliser le nouveau système.
3. Comment modifier ce système pour que les requêtes soient traitées selon un ordre FIFO (premier arrivé premier servi - First In, First Out).

4 Logique épistémique

Exercice 6 Sémantique des mondes possibles – *4 points*

On considère le modèle de Kripke M suivant :



1. On suppose qu'il y a trois agents (1, 2 et 3), et que les relations de réflexivité avec ces trois agents sont présentes mais pas explicitement représentées. Proposez une manière d'étiqueter toutes les relations d'accessibilité par les agents (note : chaque agent doit apparaitre *au moins* sur une relation du graphe dessiné, mais une relation peut être étiquetée par plusieurs agents), qui soit telle que la structure de Kripke corresponde bien à la logique S5, et que les formules suivantes soient (toutes) valides :
   (a) $M \models \neg K_1 c \wedge (K_1 b \vee K_1 \neg b)$
   (b) $M \models \neg K_3 b \wedge \neg K_3 \neg b$
   (c) $M \models K_2 b \vee K_2(a \wedge \neg b) \vee K_2(c \wedge \neg b)$
2. Donnez une interprétation en langage naturel de l'énoncé (b)
3. Pour la structure obtenue, quel groupe d'agents X peut garantir que $M \models D_X a \vee D_X \neg a$?

5 Annexe

5.1 Méthode des tableaux sémantiques

La méthode des tableaux sémantiques permet d'établir si un ensemble de formules logiques est *valide*, *satisfiable* ou *insatisfiable*.

5.1.1 Composantes

La méthode des tableaux est basée sur des règles syntaxiques de décomposition, qui distinguent deux types de formules, nommés α et β.

Formule α	α_1	α_2
$\neg\neg\varphi$	φ	φ
$\varphi_1 \wedge \varphi_2$	φ_1	φ_2
$\neg(\varphi_1 \vee \varphi_2)$	$\neg\varphi_1$	$\neg\varphi_2$
$\neg(\varphi_1 \rightarrow \varphi_2)$	φ_1	$\neg\varphi_2$
$\varphi_1 \leftrightarrow \varphi_2$	$\varphi_1 \rightarrow \varphi_2$	$\varphi_2 \rightarrow \varphi_1$

Formule β	β_1	β_2
$\varphi_1 \vee \varphi_2$	φ_1	φ_2
$\neg(\varphi_1 \wedge \varphi_2)$	$\neg\varphi_1$	$\neg\varphi_2$
$\varphi_1 \rightarrow \varphi_2$	$\neg\varphi_1$	φ_2
$\neg(\varphi_1 \leftrightarrow \varphi_2)$	$\neg(\varphi_1 \rightarrow \varphi_2)$	$\neg(\varphi_2 \rightarrow \varphi_1)$

5.1.2 Satisfiabilité et insatisfiabilité

La recherche d'un modèle pour un ensemble de formules $\mathcal{F}$ par la méthode des tableaux peut être représentée de différentes façons, nous utilisons ici une forme arborescente.

Initialisation : créer un nœud racine, étiqueté par l'ensemble $\mathcal{F}$ et marqué comme non traité

Décomposition itérative : choisir un nœud non traité et le marquer comme traité

> **Si** l'étiquette du nœud contient deux littéraux complémentaires (à savoir un littéral et sa négation), marquer le nœud comme fermé
>
> **sinon, si** toutes les formules associées au nœud sont des variables propositionnelles, marquer le nœud comme ouvert
>
> **sinon**, choisir une formule F de l'étiquette du nœud
>
> > **Si** elle est de type α
> >
> > 1. créer un sous-nœud marqué comme non traité
> > 2. lui associer l'étiquette $\mathcal{F} \setminus \{F\} \cup \{\alpha_1, \alpha_2\}$ où α_1 et α_2 sont les formules obtenues par réécriture de F
> >
> > **sinon** (elle est alors de type β)
> >
> > 1. créer deux sous-nœuds marqués comme non traités
> > 2. leur associer respectivement les étiquettes $\mathcal{F} \setminus \{F\} \cup \{\beta_1\}$ et $\mathcal{F} \setminus \{F\} \cup \{\beta_2\}$ où β_1 et β_2 sont les formules obtenues par réécriture de F

Si l'arbre contient une feuille ouverte, alors $\mathcal{F}$ est satisfiable.
Si toutes les feuilles de l'arbre sont fermées, alors $\mathcal{F}$ est insatisfiable.

5.2 Logiques de description

Rappels : Syntaxe de $\mathcal{ALCN}$

$\mathcal{ALNC}$ contient des concepts, des rôle et des restrictions sur les cardinalités.

• **Alphabet** :

Un ensemble de concepts atomiques : A, B, C, etc.

Un ensemble de rôles atomiques : r, m, n, etc.

Un ensemble de symboles : $\{\sqcup, \sqcap, \sqsubseteq, \exists, \forall, \neg, \top, \bot, ., \exists^{\geq n}, \exists^{\leq n}\}$

• **TBox** :

$\bot$ et $\top$ sont des concepts,

Si A et B sont des concepts, $A \sqcup B$, $A \sqcap B$ et $\neg A$ sont des concepts,

Si A est un concept et r un rôle, $\exists r.A$, $\forall r.A$, $\exists^{\geq n} r$ et $\exists^{\leq n} r$ sont des concepts,

• **ABox** :

C étant un concept, r un rôle et I, J deux individus,

$I : C$ signifie que I est une instance de ce concept C

$\langle I, J\rangle : r$ signifie que $\langle I, J\rangle$ est une instance de ce rôle r.

Rappels : règles pour mettre en œuvre la méthode des tableaux dans $\mathcal{ALC}$

On met d'abord les formules sous *forme normale négative*. Cela veut dire que l'on remplace les subsumptions du type $A \sqsubseteq B$ par $\neg A \sqcup B$ puis que l'on "rentre" les négations à l'intérieur des formules en changeant $\neg(A \sqcup B)$ en $\neg A \sqcap \neg B$, $\neg(A \sqcap B)$ en $\neg A \sqcup \neg B$, $\neg\neg A$ en A, $\neg\forall r.C$ en $\exists r.\neg C$ et $\neg\exists r.C$ en $\forall r.\neg C$.

Il y a ensuite cinq règles à appliquer sur les tableaux $\mathcal{A}$ issus des *ABox* :

- $R_\sqcap$: si $P \sqcap Q \in \mathcal{A}$ et soit $P \notin \mathcal{A}$ soit $Q \notin \mathcal{A}$, alors ajouter $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{P, Q\}$ comme fils de $\mathcal{A}$
- $R_\sqcup$: si $P \sqcup Q \in \mathcal{A}$ et ni $P \in \mathcal{A}$ ni $Q \in \mathcal{A}$, alors ajouter les tableaux $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{P\}$ et $\mathcal{A}'' = \mathcal{A} \cup \{Q\}$ comme fils de $\mathcal{A}$
- $R_\exists$: si $\exists r.C \in \mathcal{A}$ et s'il n'existe pas de constante z telle que $\langle x, z\rangle : r \in \mathcal{A}$ et $z : C \in \mathcal{A}$, alors ajouter le tableau $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{\langle x, z\rangle : r, z : C\}$ comme fils de $\mathcal{A}$
- $R_\forall$: si $\forall r.C \in \mathcal{A}$, $\langle x, y\rangle : r \in \mathcal{A}$ et $y : C \notin \mathcal{A}$, alors ajouter le tableau $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{y : C\}$ comme fils de $\mathcal{A}$

Enfin, notons que s'il y a une TBox $\mathcal{T}$ qui contient une formule C, on peut ajouter pour toute constante a l'assertion $a : C$ dans la ABox $\mathcal{A}$.