Rappels : **Aucun document n'est autorisé.** Le barème n'est donné qu'à titre indicatif. Ce sujet comporte 4 pages **plus une feuille à rendre.**

Remarque : les exercices ne sont pas classés par difficulté croissante.

Les 3 parties A, B et C doivent être rédigées sur 3 copies séparées.

Partie A

Exercice 1 *Expressions en ASP (2 points)*

Marie fait une fête d'anniversaire. Elle a invité Alain, Barbara, Camille et Didier.

On se donne les faits suivants :

```
invite(alain;barbara;camille;didier).
typeCadeau(livre;dvd;cd).
```

Traduire les quatre phrases suivantes en ASP. On utilise le predicat `vient(`P`)` pour représenter le fait que P vient, le prédicat `offre(`P`,`C`)` pour représenter le fait que P offre à Marie un cadeau C et le predicat `annule` pour indiquer que la fête est annulée.

1. (0.5 pt) Chaque invité peut décider de venir ou pas.
2. (0.5 pt) Si Alain vient, Barbara ne vient pas. Si ni Barbara, ni Camille ne viennent, Didier ne vient pas non plus.
3. (0.5 pt) S'il n'y a que deux invités ou moins qui viennent, la fête est annulée.
4. (0.5 pt) Chacune des personnes qui vient offre à Marie un cadeau, qui peut être un livre, un DVD ou un CD.

Exercice 2 *SAT - CDCL (4 points)*

On considère la théorie suivante :

$\phi_1 = x_1 \vee x_2 \vee x_3$	$\phi_5 = x_4 \vee \neg x_6 \vee x_8$	$\phi_9 = x_6 \vee x_8 \vee x_{11}$
$\phi_2 = \neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_5$	$\phi_6 = x_5 \vee x_7 \vee \neg x_8$	$\phi_{10} = x_9 \vee \neg x_{10}$
$\phi_3 = x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4$	$\phi_7 = x_5 \vee \neg x_9$	$\phi_{11} = x_9 \vee \neg x_{11}$
$\phi_4 = x_3 \vee x_4 \vee \neg x_5$	$\phi_8 = x_6 \vee \neg x_7$	$\phi_{12} = x_{10} \vee \neg x_{11}$

L'heuristique de choix de variables est uniquement basée sur l'ordre de variables : x_1 est choisi en premier, puis x_2, etc... On teste toujours en premier la valeur faux.

1. (2 pts) Dérouler les choix et propagations unitaires suivant l'heuristique jusqu'à arriver à un conflit. Indiquer, à chaque niveau de décision, la variable choisie et les variables dérivées par propagation unitaire (en indiquant pour chacune la clause dont elle est dérivée).
2. (1 pt) Analyser le conflit pour déterminer le premier point d'implication unique (FUIP). Vous pouvez utiliser au choix la méthode de résolution ou utiliser le graphe d'implication (*cf.* rappel SAT donné page suivante).
3. (1 pt) Indiquer la clause apprise et comment effectuer le backjump (retour arrière non synchrone) qui s'ensuit, puis dérouler le reste de l'algorithme (sans changer l'heuristique) jusqu'à la prochaine découverte d'un modèle ou d'un conflit. Peut-on conclure sur la satisfiabilité de cet ensemble de clauses à ce stade ?

Annexe : SAT - Analyse de conflit

Le premier point d'implication unique (FUIP) peut être déterminé de deux manières.

— **Par résolution.** On commence par résoudre entre elles les deux clauses qui causent le conflit pour obtenir la clause β_1, puis on élimine dans l'ordre les variables du niveau de décision actuel de β_i par résolution sur elles entre la clause dont elles sont dérivées et la clause β_i (pour obtenir β_{i+1}) en s'arrêtant dès que β_i ne contient plus qu'une seule variable du niveau de décision actuel.

— **Par coupure du graphe d'implication.** Le graphe d'implication est construit en mettant comme nœud toutes les variables produites à chaque niveau de décision (en séparant bien les différents niveaux de décision). Chaque variable de choix (qu'on rassemble plutôt vers le haut du graphe, la partie "Raison") est entourée, et chaque variable dérivée est reliée à toutes les variables qui apparaissent dans la clause dont elle est dérivée. On réalise alors des coupures en s'éloignant progressivement du conflit. Chaque coupure donne une clause (en prenant la négation des arêtes coupées côté raison) et le FUIP est la coupure la plus proche du conflit ne contenant qu'une seule variable du niveau de décision actuel.

Partie B

Exercice 3 *Planification (4 points)*

On cherche à concevoir un système générique de planification qui calcule les mouvements d'avions transporteurs déplaçant des cargaisons. Il y a trois opérateurs : chargement d'une cargaison, déchargement d'une cargaison et déplacement de l'avion. On applique ce système au cas où il y a deux avions transporteurs, A_1 et A_2 qui sont situés l'un à Angers, l'autre à Pau, et trois cargaisons C_1, C_2 et C_3 situées respectivement à Nantes, Lyon et Marseille, que l'on veut toutes amener à Pau.

1. (1.5 pt) Donner dans le formalisme STRIPS trois règles qui correspondent aux trois opérateurs indiqués dans l'énoncé.
   Remarque 1 : on fera appel aux prédicats *avion*, *cargaison* et *situé_à*.
   Remarque 2 : ou pourra utiliser le prédicat *situé_à* pour exprimer qu'une cargaison C se trouve à bord d'un avion A.
2. (1 pt) Donner, toujours dans le formalisme STRIPS, l'état initial et le but.
3. (1.5 pt) Montrer l'évolution des états et de la pile de but dans les trois premières étapes de la résolution.

Partie C

Exercice 4 *Jeu à n joueurs (5 points)*

1. (1 pt) Quelle est la différence entre un arbre de jeu et un arbre de recherche ?
2. (1 pt) La figure 1 représente le déroulement partiel d'un algorithme de recherche lors de l'examen de la position `A`. La première position fille de `A`, la position `B`, a été évaluée à la valeur b. Lors de l'examen de la deuxième position fille de `A`, la position `C`, on évalue la première fille `D` de `C` à la valeur d. En étudiant séparément les cas où `A` est une position amie ou une position ennemie, quelle information est-il possible de déduire sur a et c (les évaluations finales de `A` et `C` respectivement) connaissant les valeurs b et d obtenues ? Donner alors la justification de l'utilisation d'une coupe α ou β, selon le cas.
3. (1.5 pts) On se place maintenant dans le cadre d'un jeu à 3 joueurs [1] qui nécessite d'adapter les algorithmes minimax et alpha-béta vus en cours. On considère ici trois joueurs j_1, j_2 et j_3

1. par exemple, le jeu des dames chinoises.

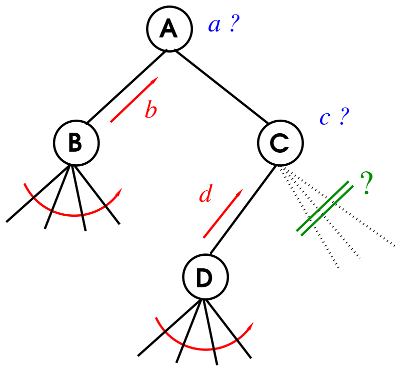
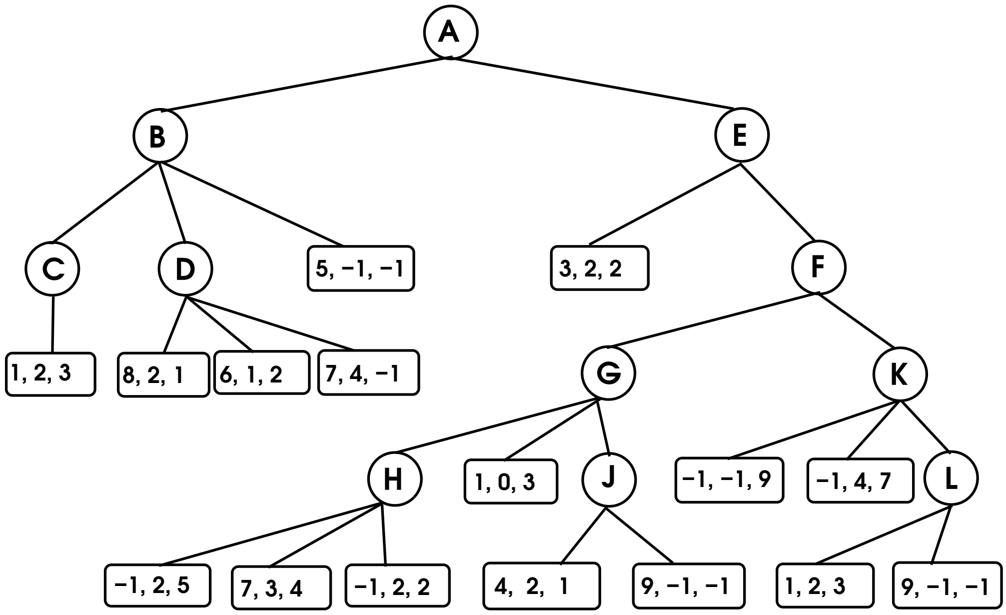


FIGURE 1 – Évaluation d'une position

qui s'opposent dans une même partie. Il n'y a qu'un vainqueur et il n'y a pas d'alliance entre joueurs. La fonction d'évaluation utilisée pour évaluer une position rend un triplet (v_1, v_2, v_3) qui donne la valeur $v_i \in \{-1, 0, 1, \ldots, 9\}$ de la position pour chaque joueur j_i. Plus la valeur de v_i est élevée, plus la position est favorable au joueur j_i. Une évaluation de -1 pour le joueur j_i signifie que la partie est perdue pour lui (elle peut continuer pour les autres), et une évaluation de 9 pour le joueur j_i signifie que la position est gagnée pour lui (et donc perdue pour les 2 autres).

On considère l'arbre de recherche donné ci-dessous.



Dans cet arbre, à la racine, dans la position A, le joueur j_1 doit jouer. Les joueurs alternent les coups à tour de rôle : j_1, puis j_2, puis j_3, puis de nouveau j_1, etc. En expliquant comment vous procédez, donnez l'évaluation des nœuds A, B, C, D, E, F, G, H, J, K, et L.

4. (1.5 pts) Toujours dans le cadre du jeu à 3 joueurs précédent, il est possible de proposer une variante de l'algorithme alpha-béta. Dans ce cas, il est nécessaire de maintenir trois valeurs : (α, β, γ). En vous aidant de la question 2, expliquez comment mettre en œuvre cet algorithme alpha-béta-gamma et détaillez la façon dont les coupes se produiront.

Exercice 5 *Apprentissage (5 points)*

On considère la base d'apprentissage suivante contenant 10 transactions et 6 items (notés de A à F).

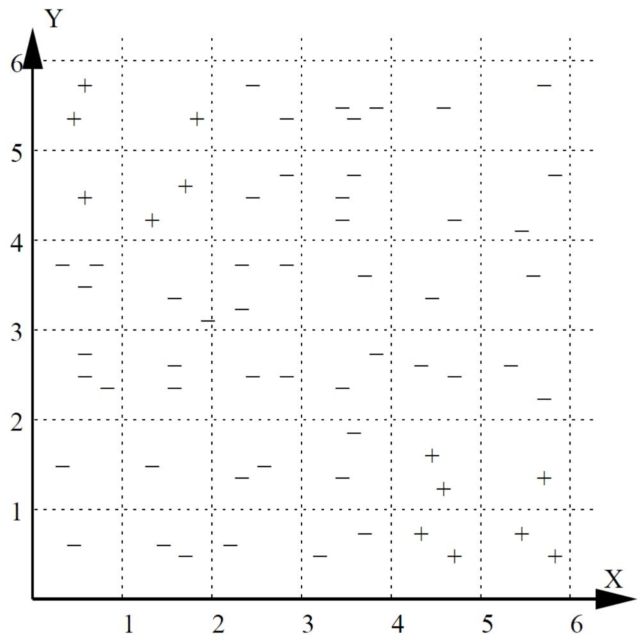
Id.	Items
1	A, B, C
2	A, D, E
3	A, C, F
4	D, E, F
5	B, C, F
6	A, C, D, E
7	C, D, E
8	B, C
9	A, C, D, E
10	B, F

1. (0.5 pt) Quelle est la taille maximale des itemsets fréquents que l'on peut envisager d'obtenir avec cette base ?
2. (1 pt) Quel est donc le nombre d'itemsets distincts que l'on pourra avoir besoin d'examiner avec pour seule contrainte minsup > 0 ?
3. (2 pts) Quel est l'itemset de taille supérieure ou égale à 2 qui a le support maximal ? (la solution attendue doit, naturellement, éviter de considérer tous les candidats et proposer une approche efficace)
4. (1 pt) On considère les deux bases représentées graphiquement sur la feuille jointe : chaque donnée est décrite par un couple de réels positifs (x, y) et représentée par un point du plan, noté + ou - selon sa classe.

   Dans chacun des cas, donner un arbre de décision binaire qui classifie correctement la base et tracer la frontière de décision qui lui correspond. (il n'est pas demandé ici de faire des calculs, mais de donner une solution intuitive et justifiée).
5. (0.5 pt) Quelle critique peut-on faire aux arbres de décision ? Comment peut-on essayer d'y remédier ? Quelles sont les difficultés associées ?

Feuille à rendre avec la copie de la **partie C**

Base de données A



Base de données B