Finance, Banque, Assurance et Apprentissage Statistique

Préparé par *Riyane Kchikach*

20 juillet 2025

Table des matières

Introduction Générale

Dans un monde en constante évolution, où les marchés financiers, les systèmes bancaires et les institutions d'assurance jouent un rôle central dans l'économie mondiale, il est indispensable pour moi, en tant qu'étudiant ou professionnel, de comprendre les fondements théoriques et pratiques de ces domaines.

Ce cours complet est conçu pour m'offrir une vision intégrée et claire des concepts essentiels en finance, gestion bancaire, assurance, ainsi qu'en statistique appliquée et apprentissage automatique. Il aborde non seulement les notions classiques comme la gestion de portefeuille, la théorie financière ou la valorisation des options, mais aussi les méthodes modernes d'analyse de données, indispensables pour appréhender les enjeux actuels liés à la modélisation du risque et à la prise de décision.

Mon objectif principal est de me fournir une base solide, à la fois théorique et opérationnelle, me permettant de développer une compréhension approfondie des mécanismes sous-jacents aux marchés financiers, à la gestion des risques et à l'utilisation des outils statistiques dans ce contexte. Les chapitres sont organisés de manière progressive et illustrés par de nombreux exemples pratiques, figures explicatives et exercices, afin de faciliter l'assimilation et la mise en application des concepts.

Ce document s'adresse particulièrement à moi, en tant qu'étudiant en finance, banque, actuariat, assurance, mais aussi aux professionnels souhaitant actualiser leurs connaissances dans un environnement dynamique où les données jouent un rôle prépondérant. Que je sois débutant ou déjà familier avec certains concepts, ce cours me guidera à travers les différentes thématiques, en insistant sur la clarté et la simplicité, sans sacrifier la rigueur.

Enfin, ce cours intègre également les avancées récentes dans le domaine des modèles statistiques et des méthodes d'apprentissage supervisé, éléments clés pour comprendre la gestion moderne des risques, la valorisation des produits dérivés complexes et l'évaluation des portefeuilles sous incertitude.

J'espère que ce parcours pédagogique m'aidera à acquérir les compétences nécessaires pour évoluer avec confiance dans les domaines passionnants de la finance et de la gestion des risques.

Chapitre 1. Gestion Bancaire

Introduction

La gestion bancaire est une discipline clé dans le secteur financier. Les banques, en tant qu'intermédiaires entre les agents économiques, jouent un rôle essentiel dans la mobilisation de l'épargne et l'allocation du crédit, facteurs déterminants pour la croissance économique. Leur fonction dépasse le simple rôle de prêteur et déposant : elles doivent gérer la liquidité, anticiper et contrôler les risques, assurer la rentabilité et respecter les réglementations strictes imposées par les autorités prudentielles.

Ce chapitre vise à présenter les fondamentaux de la gestion bancaire. Nous analyserons d'abord la structure du bilan bancaire, qui illustre la composition des actifs et passifs. Ensuite, la notion de marge d'intermédiation, principale source de revenus des banques, sera développée. Enfin, nous aborderons les différents types de risques (crédit, liquidité, marché) ainsi que leurs outils de contrôle, pour comprendre les mécanismes qui garantissent la stabilité bancaire.

Le contexte réglementaire, marqué par les accords de Bâle, influencera aussi nos discussions, ainsi que les défis contemporains liés à la digitalisation et à la transformation du secteur bancaire.

Ce cours est complété par des exemples concrets, des figures explicatives et des exercices pour consolider les connaissances.

1.1 Les Fondamentaux de la Gestion Bancaire

1.1.1 Le bilan bancaire

Le bilan d'une banque se compose de deux parties essentielles :

— **Actif :** crédits accordés aux clients, investissements, titres, trésorerie.
— **Passif :** dépôts des clients, emprunts interbancaires, fonds propres.

Par exemple, un bilan simplifié peut se présenter ainsi :

Actif	**Passif**
Crédits aux clients	Dépôts clients
Investissements	Emprunts interbancaires
Titres	Fonds propres
Trésorerie	

1.1.2 La marge d'intermédiation

La marge d'intermédiation est la différence entre le taux moyen des prêts accordés et le taux moyen des dépôts payés aux clients. C'est la principale source de revenu pour une banque commerciale.

Exemple chiffré : Supposons que la banque accorde des prêts à un taux moyen de 6% par an, tandis qu'elle rémunère les dépôts à un taux moyen de 2% par an. La marge d'intermédiation est donc :

$$\text{Marge d'intermédiation} = 6\% - 2\% = 4\%$$

Cela signifie que pour chaque euro prêté, la banque réalise une marge brute de 4 centimes, avant prise en compte des coûts et des risques.

Marge d'intermédiation : 4%

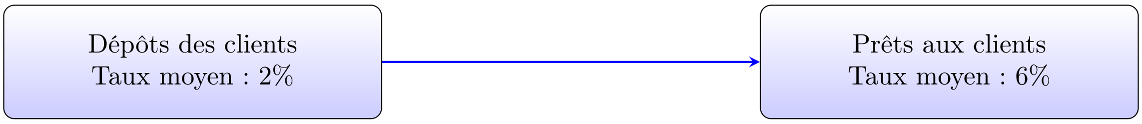


FIGURE 1.1 – Illustration simplifiée de la marge d'intermédiation bancaire

1.1.3 Les risques bancaires

— **Risque de crédit :** défaut de remboursement des emprunteurs.
— **Risque de liquidité :** incapacité à honorer les engagements à court terme.
— **Risque de marché :** pertes dues aux variations des taux d'intérêt, change ou autres actifs financiers.

1.2 Exemple pratique

Supposons qu'une banque collecte 1 milliard de dirhams de dépôts rémunérés à un taux moyen de 2% par an, et prête 800 millions de dirhams au taux moyen de 6% par an.

La marge brute annuelle se calcule comme suit :

$$\text{Marge brute} = (800 \times 6\%) - (1000 \times 2\%) = 48 - 20 = 28 \text{ millions de dirhams}$$

Cela signifie que la banque réalise une marge brute de 28 millions de dirhams par an avant déduction des autres coûts (frais de gestion, provisions, impôts, etc.). Cette marge est essentielle pour assurer la rentabilité de la banque.

1.3 Figure explicative

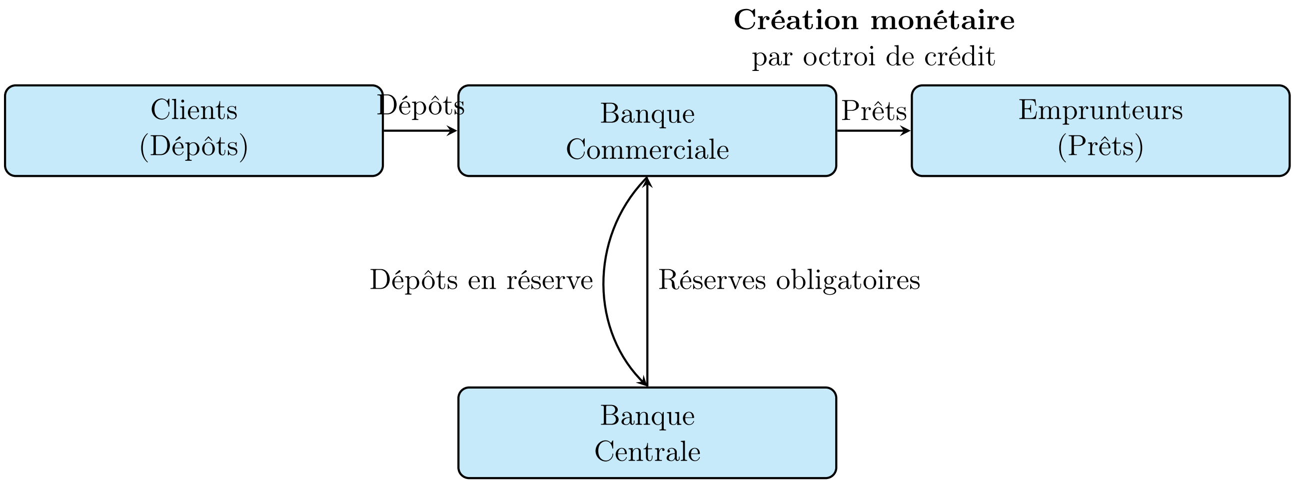


Figure 1.2 – Schéma simplifié du fonctionnement bancaire

Chapitre 2. Théorie Financière

Introduction

La théorie financière est le pilier central qui permet d'analyser et de comprendre le comportement des actifs financiers sur les marchés. Elle offre un cadre mathématique et économique pour étudier la relation entre le risque et le rendement, les mécanismes de fixation des prix des actifs, et la diversification optimale des portefeuilles.

Le modèle du Capital Asset Pricing Model (CAPM) occupe une place majeure dans cette théorie en mettant en relation le rendement attendu d'un actif avec son risque systématique, mesuré par le coefficient bêta. Ce modèle, bien que fondamental, repose sur des hypothèses fortes qu'il est important de connaître pour en comprendre les limites et applications.

Ce chapitre explore les fondements du CAPM, ses hypothèses, les implications pratiques ainsi que ses extensions. Nous illustrerons les concepts par des exemples, des représentations graphiques, et des exercices concrets pour favoriser la compréhension.

2.1 Le modèle CAPM

Le modèle s'écrit ainsi :

$$E(R_i) = R_f + \beta_i \times (E(R_m) - R_f)$$

où :

- $E(R_i)$: rendement attendu de l'actif i,
- R_f : taux sans risque,
- β_i : mesure du risque systématique,
- $E(R_m)$: rendement attendu du marché.

2.2 Exemple d'application détaillé

Considérons un actif financier dont le coefficient bêta est $\beta = 1.5$. Le taux sans risque est $R_f = 2\%$, c'est-à-dire le rendement d'un actif sans risque (par exemple les obligations d'État). Le rendement attendu du marché est $E(R_m) = 8\%$.

Selon le modèle d'évaluation des actifs financiers (CAPM), le rendement attendu de l'actif i est donné par la formule suivante :

$$E(R_i) = R_f + \beta_i \times \big(E(R_m) - R_f\big)$$

Ici :

— $R_f = 2\%$ est le taux sans risque,
— $E(R_m) - R_f = 8\% - 2\% = 6\%$ est la prime de risque du marché,
— $\beta_i = 1.5$ mesure la sensibilité de l'actif au marché.

En remplaçant dans la formule, on obtient :

$$E(R_i) = 2\% + 1.5 \times 6\% = 2\% + 9\% = 11\%$$

Ainsi, le rendement attendu de l'actif est de 11%.

Cette valeur signifie que, compte tenu de son risque systématique plus élevé (bêta supérieur à 1), l'investisseur exige un rendement supérieur au rendement moyen du marché.

Interprétation : Un bêta de 1.5 indique que cet actif est 50% plus volatil que le marché global. Il amplifie donc les mouvements du marché, justifiant une prime de risque plus importante et donc un rendement attendu plus élevé.

2.3 Figure : droite de marché (CAPM)

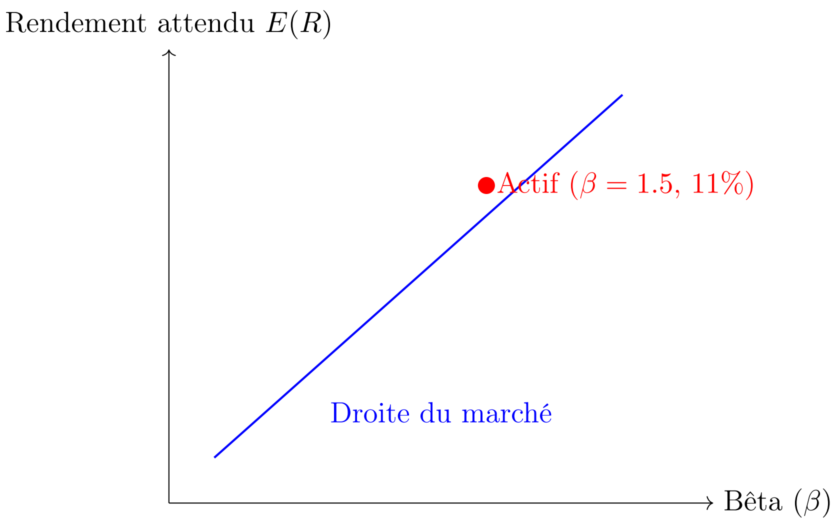


FIGURE 2.1 – Relation linéaire entre risque systématique et rendement

Chapitre 3. Les Options

3.1 Introduction

Les options sont des instruments dérivés qui offrent à leur détenteur le droit, mais non l'obligation, d'acheter ou de vendre un actif sous-jacent à un prix prédéterminé (prix d'exercice) à une date ou pendant une période donnée. Elles sont largement utilisées dans les stratégies de couverture, de spéculation ou d'arbitrage sur les marchés financiers.

3.2 Définition et types d'options

Une option est un contrat financier donnant à son détenteur le droit, mais non l'obligation, d'acheter ou de vendre un actif sous-jacent à un prix fixé à l'avance (appelé prix d'exercice ou strike), avant ou à une date donnée.

Il existe principalement deux types d'options :

— **Option d'achat (call)** : donne le droit d'acheter l'actif sous-jacent au prix d'exercice.
— **Option de vente (put)** : donne le droit de vendre l'actif sous-jacent au prix d'exercice.

3.3 Les éléments caractéristiques d'une option

Chaque contrat d'option comporte des caractéristiques clés :

— **Actif sous-jacent** : l'actif sur lequel porte l'option (action, indice, matière première, etc.).
— **Prix d'exercice (strike)** : prix auquel l'actif peut être acheté ou vendu.
— **Échéance** : date à laquelle l'option expire.
— **Prime** : prix payé par l'acheteur pour acquérir l'option.

3.4 Profil de gains d'une option call

Voici un schéma représentant le gain réalisé par un investisseur à la date d'échéance d'une option call :

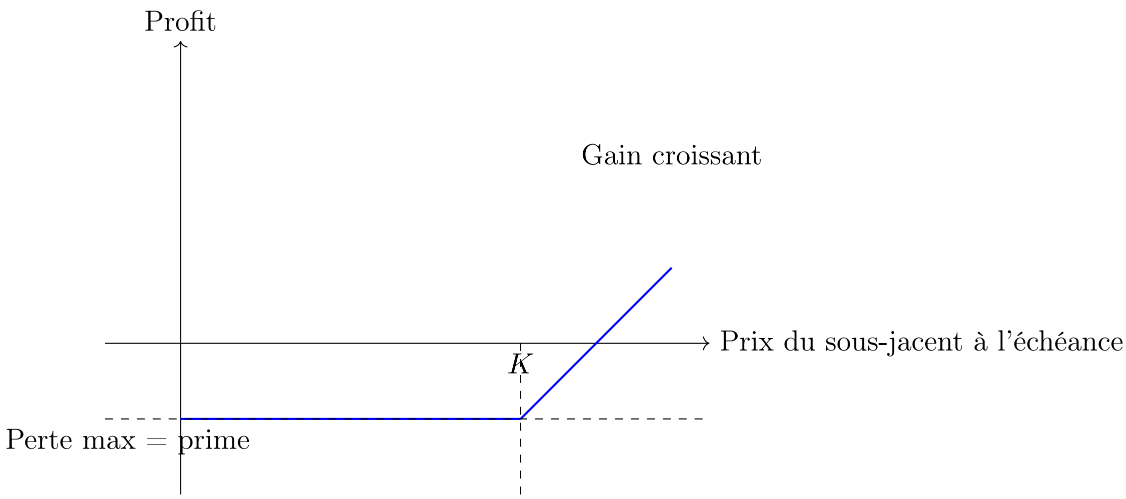


Figure 3.1 – Profil de gains d'une option call

3.5 Valorisation des options

Le prix d'une option dépend de plusieurs facteurs :

- Prix actuel du sous-jacent
- Prix d'exercice
- Temps restant avant l'échéance
- Volatilité de l'actif sous-jacent
- Taux d'intérêt sans risque

Le modèle de Black-Scholes est l'un des modèles les plus utilisés pour évaluer les options européennes.

3.6 Stratégies avec options

Les options peuvent être utilisées dans diverses stratégies financières :

- **Couverture (hedging)** : pour se protéger contre des mouvements défavorables du marché.
- **Spéculation** : parier sur la hausse ou la baisse d'un actif.
- **Arbitrage** : tirer profit des écarts de prix sur différents marchés.

Chapitre 4. Marché de l'Assurance au Maroc

Introduction

Le secteur de l'assurance au Maroc occupe une place stratégique dans la protection des individus, des entreprises et de l'économie contre les risques financiers. Régulé par l'Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale (ACAPS), le marché marocain de l'assurance se caractérise par une diversité de produits, allant de l'assurance vie aux assurances dommages, en passant par la prévoyance sociale.

Ce chapitre propose une analyse détaillée du fonctionnement du marché marocain de l'assurance, des principaux acteurs, des types de contrats proposés, ainsi que des spécificités réglementaires. Une attention particulière sera portée sur les enjeux liés à la croissance du secteur, à l'innovation produit et à l'adaptation aux exigences internationales.

Des exemples concrets et des questions d'application permettront de mieux comprendre ce secteur clé de l'économie nationale.

4.1 Structure du marché de l'assurance au Maroc

Le marché de l'assurance au Maroc est structuré autour de plusieurs éléments clés qui assurent son bon fonctionnement, sa stabilité et la protection des assurés.

- **Régulation** : L'Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale (ACAPS) joue un rôle central en tant qu'organe régulateur. Elle supervise les compagnies d'assurance, veille au respect des normes prudentielles, garantit la solvabilité des acteurs et protège les intérêts des assurés. Elle fixe également les règles de gouvernance, de gestion des risques, et s'assure de la transparence du marché.
- **Acteurs principaux** : Le marché est composé de compagnies d'assurance marocaines indépendantes ainsi que de filiales ou succursales de groupes internationaux reconnus. Ces acteurs proposent une gamme diversifiée de produits et contribuent à la dynamique concurrentielle et à l'innovation sur le marché local. On trouve aussi des intermédiaires tels que les courtiers et agents d'assurance qui facilitent la distribution des produits.
- **Produits d'assurance** : Le marché marocain offre une large palette de produits d'assurance, adaptée aux besoins des particuliers et des entreprises :
  - *Assurance vie* : épargne, retraite, prévoyance, produits unit-linked.
  - *Assurance automobile* : obligatoire pour tous les véhicules, couvrant les dommages corporels et matériels.
  - *Assurance santé* : prise en charge des frais médicaux et hospitaliers, complémentaire à la couverture sociale.
  - *Assurance dommage* : assurance habitation, responsabilité civile, assurance construction, etc.

  Ce panel répond à la demande croissante d'une population de plus en plus sensibilisée aux risques et à la nécessité de protection financière.

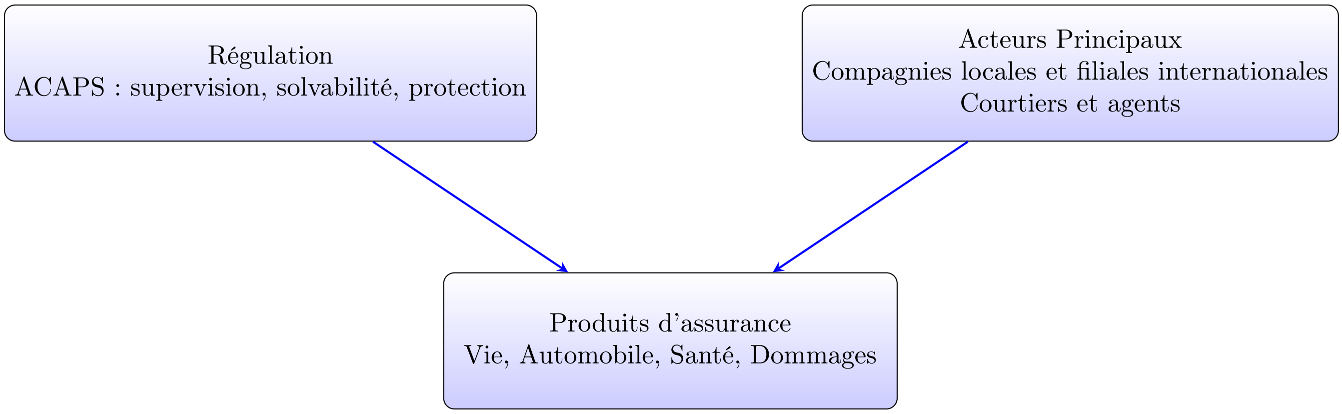


Figure 4.1 – Structure du marché de l'assurance au Maroc

4.2 Exemple

L'assurance automobile est obligatoire au Maroc, avec des garanties minimales strictement définies par la loi pour protéger les victimes d'accidents.

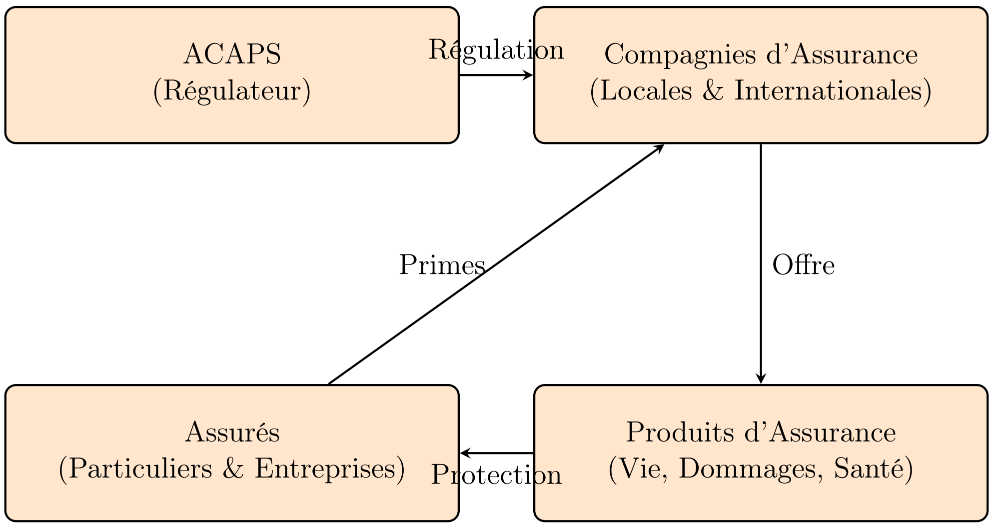


Figure 4.2 – Schéma simplifié des acteurs du marché de l'assurance au Maroc

Chapitre 5. Fondements de l'Apprentissage Statistique

Introduction

L'apprentissage statistique est un champ multidisciplinaire combinant statistiques, informatique et mathématiques, qui vise à extraire automatiquement des connaissances à partir de données. Il constitue la base de nombreuses techniques modernes utilisées en finance, en gestion des risques et dans d'autres secteurs.

Ce chapitre présente les concepts fondamentaux de l'apprentissage statistique, notamment la distinction entre apprentissage supervisé et non supervisé, la notion de modèle, et les méthodes d'estimation. Il pose également les bases mathématiques essentielles à la compréhension des algorithmes.

Des illustrations par des exemples simples et des exercices permettront de consolider la compréhension et d'appréhender les applications concrètes.

5.1 Notions clés

— **Apprentissage supervisé** : apprentissage à partir d'un ensemble de données avec des labels.
— **Apprentissage non supervisé** : extraction de structure sans labels.
— **Modèle** : fonction ou mécanisme représentant la relation entre variables.
— **Erreur de généralisation** : capacité à bien prédire sur des données nouvelles.

Exemple concret

Classification d'e-mails en spam ou non spam à partir d'exemples annotés.

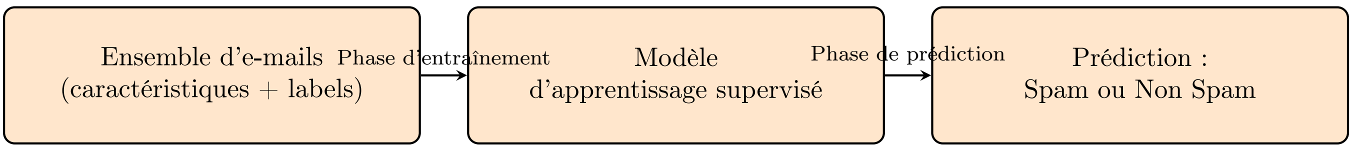


Figure 5.1 – Processus d'apprentissage supervisé pour la classification d'e-mails

Segmentation des clients sans étiquettes pour regrouper des profils similaires.

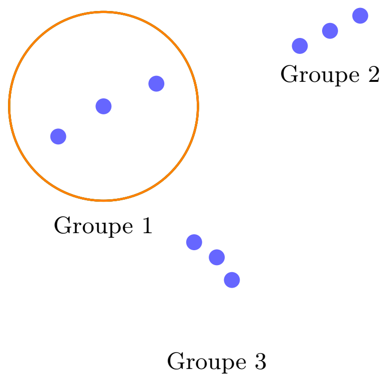


Figure 5.2 – Segmentation des clients par clustering (apprentissage non supervisé)

Exemple simple : régression linéaire pour prédire la consommation électrique en fonction de la température.

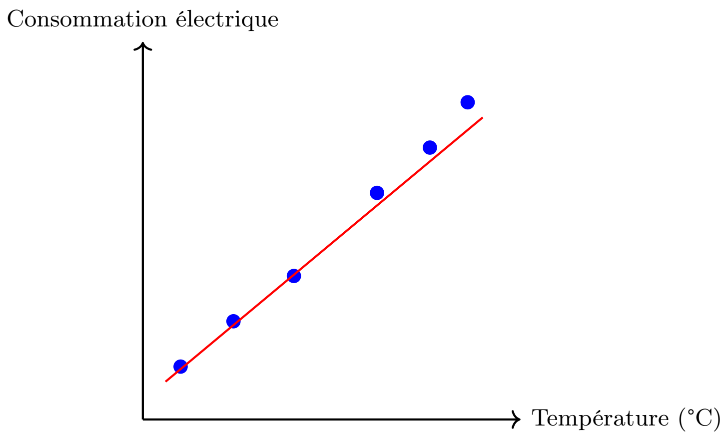


Figure 5.3 – Régression linéaire simple entre température et consommation électrique

Chapitre 6. Apprentissage Statistique Supervisé

Introduction

L'apprentissage supervisé est une méthode d'apprentissage automatique dans laquelle un modèle est entraîné à partir d'un ensemble de données étiquetées, c'est-à-dire où chaque observation est associée à une sortie attendue (ou label). Le but est de permettre au modèle d'apprendre une fonction qui, à partir des entrées, permet de prédire les sorties sur de nouvelles données.

Ce type d'apprentissage est largement utilisé pour :
- La classification (ex. : détecter si un email est un spam ou non),
- La régression (ex. : prédire le prix d'un bien immobilier en fonction de ses caractéristiques).

Ce chapitre présente les principales méthodes utilisées, les étapes de validation, ainsi qu'un exemple pratique d'application en finance.

6.1 Principales méthodes

- **Régression linéaire :** utilisée pour modéliser la relation entre une variable continue et plusieurs variables explicatives.
- **Régression logistique :** utilisée pour prédire une variable binaire (par exemple, défaut ou non défaut).
- **Arbres de décision :** modèles prédictifs basés sur des règles de décisions hiérarchiques.
- **Forêts aléatoires (Random Forest) :** ensemble d'arbres de décision pour améliorer la robustesse.
- **Support Vector Machines (SVM) :** méthode efficace pour la classification en maximisant les marges de séparation.

6.2 Figure : Processus d'Apprentissage Supervisé

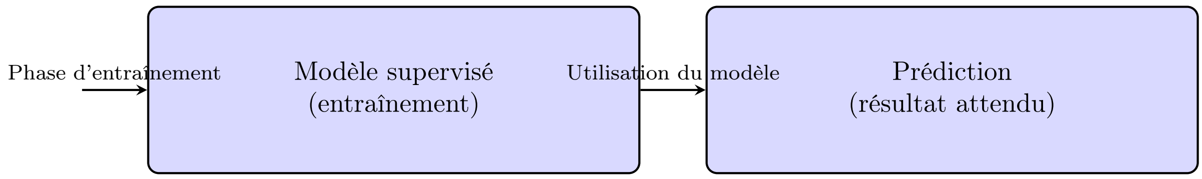


Figure 6.1 – Schéma du processus d'apprentissage supervisé

6.3 Exemple d'application en finance

Imaginons une banque souhaitant évaluer la probabilité qu'un client fasse défaut sur un crédit. Les données d'entrée pourraient inclure le revenu mensuel, l'âge, l'historique de crédit, etc. Le label est binaire : défaut (1) ou non (0). Un modèle de régression logistique ou un SVM peut alors être utilisé pour prédire ce risque.

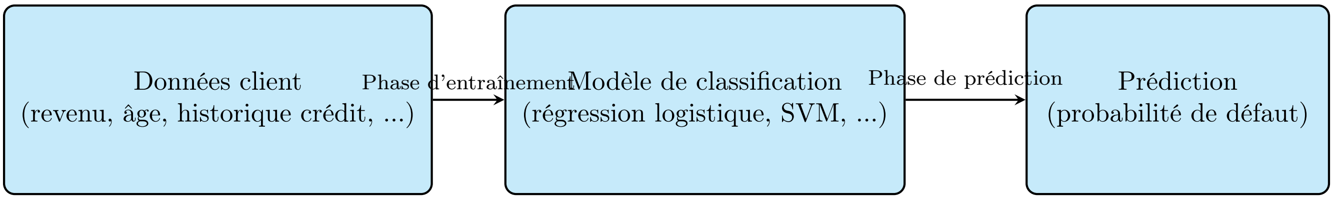


Figure 6.2 – Processus d'évaluation du risque de défaut par apprentissage supervisé

Chapitre 7. Retraite et Protection Sociale au Maroc

Introduction

Le système de retraite et de protection sociale au Maroc vise à garantir un niveau minimum de vie aux personnes âgées et à assurer la couverture des risques sociaux tels que la maladie, le chômage et les accidents du travail.

Ce chapitre décrit les principaux régimes de retraite existants, les mécanismes de financement (capitalisation, répartition), ainsi que les défis démographiques et économiques qui pèsent sur ces systèmes. Nous aborderons également la comptabilité actuarielle et les prévisions financières associées.

Des exemples chiffrés et exercices permettront de mieux saisir les enjeux.

7.1 Systèmes de retraite

- **Régimes obligatoires et complémentaires** : Les régimes obligatoires, imposés par la loi, assurent une pension minimale. Les régimes complémentaires, souvent basés sur la capitalisation, viennent compléter cette pension.
- **Financement par répartition vs capitalisation** :
  - *Répartition* : les cotisations des actifs financent directement les pensions des retraités actuels.
  - *Capitalisation* : chaque individu épargne pour sa propre retraite, investissant ses cotisations sur les marchés financiers.
- **Problèmes liés au vieillissement démographique** : L'allongement de la durée de vie et la baisse du taux de natalité pèsent sur le système par répartition, ce qui nécessite des réformes ou un renforcement des régimes capitalisés.

Illustration

7.2 Systèmes de retraite

Répartition :

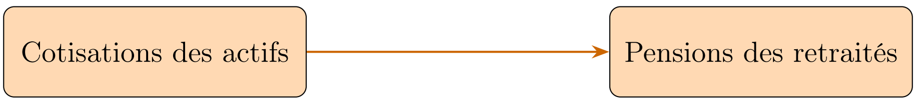


FIGURE 7.1 – Système par répartition

Capitalisation :

Figure 7.2 – Système par capitalisation

Système mixte :

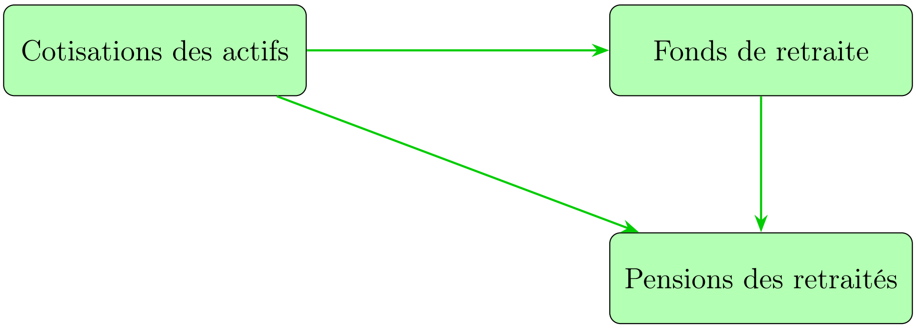


Figure 7.3 – Système mixte (répartition + capitalisation)

Chapitre 8. Economie Monétaire et Bancaire

Introduction

L'économie monétaire étudie le rôle de la monnaie dans l'économie, son impact sur l'activité économique, l'inflation, et la politique monétaire menée par les banques centrales. Ce champ est essentiel pour comprendre les interactions entre le système bancaire, la création monétaire et la stabilité macroéconomique.

Ce chapitre introduit les fonctions de la monnaie, les mécanismes de création monétaire, le rôle des banques centrales, ainsi que les outils de la politique monétaire. Nous examinerons aussi les liens entre économie réelle et système financier.

Des exemples illustrés et exercices pratiques aideront à intégrer ces notions.

8.1 Fonctions de la monnaie

La monnaie joue un rôle fondamental dans l'économie en remplissant plusieurs fonctions essentielles qui facilitent les échanges et la gestion des richesses.

- **Moyen d'échange** : La monnaie est utilisée pour acheter et vendre des biens et services, ce qui évite les contraintes du troc. En servant d'intermédiaire dans les transactions, elle facilite la fluidité des échanges économiques et réduit les coûts de transaction.
- **Réserve de valeur** : La monnaie permet de conserver du pouvoir d'achat dans le temps. Les agents économiques peuvent épargner en détenant de la monnaie, sachant qu'elle pourra être utilisée ultérieurement pour des achats. Cette fonction est néanmoins sensible à l'inflation, qui peut réduire la valeur réelle de la monnaie.
- **Unité de compte** : La monnaie fournit une unité de mesure commune pour exprimer la valeur des biens, services et actifs. Cela facilite la comparaison des prix, la tenue de la comptabilité et la planification économique, en rendant les valeurs homogènes et compréhensibles.
- **Instrument de paiement différé** : La monnaie permet aussi de régler des dettes ou obligations dans le futur, ce qui est essentiel pour les contrats à terme, les crédits et autres opérations financières.
- **Standard de règlement** : La monnaie est utilisée pour liquider des dettes et régler les obligations fiscales, jouant un rôle crucial dans le fonctionnement des systèmes financiers et juridiques.

Ces fonctions assurent que la monnaie soit acceptée et utilisée massivement, ce qui est indispensable au bon fonctionnement de l'économie moderne.

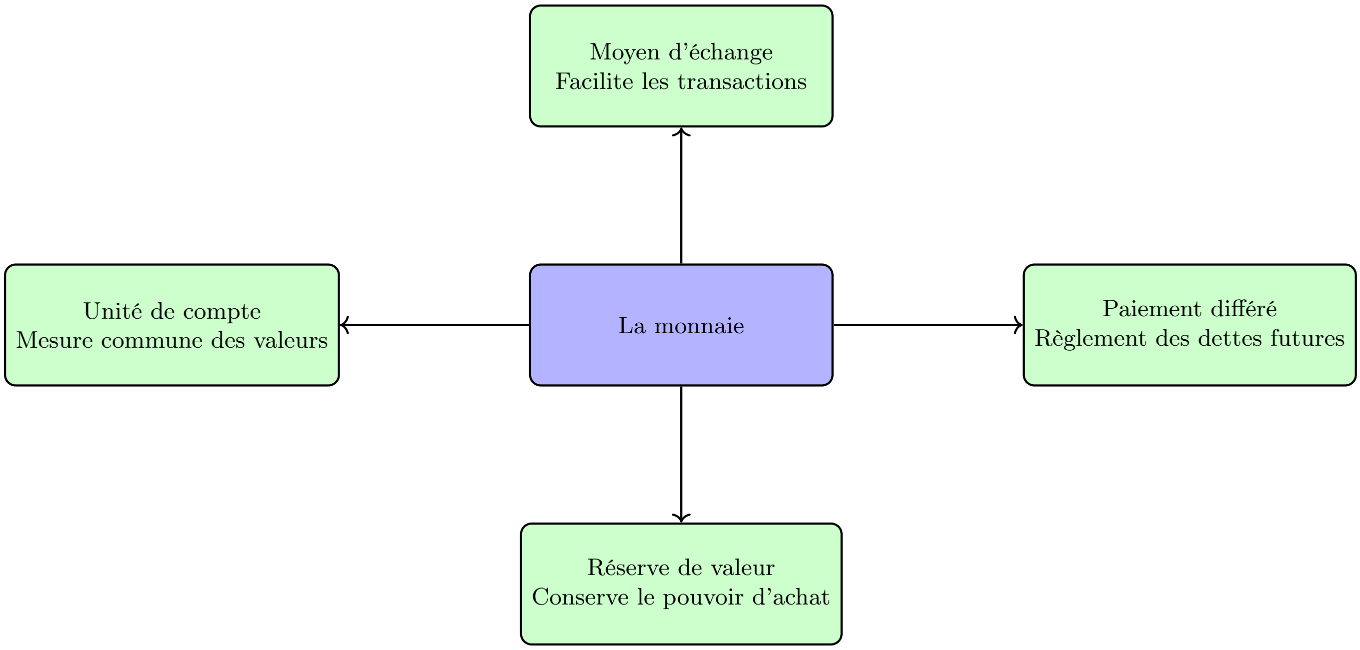
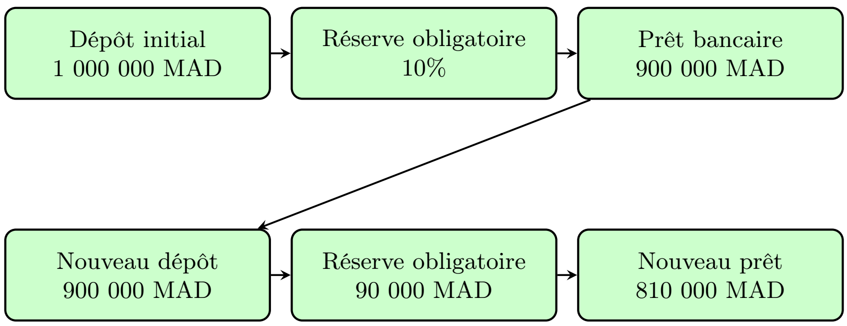


FIGURE 8.1 – Principales fonctions de la monnaie

8.2 Création monétaire

Description du processus de création monétaire via le multiplicateur de crédit.



Multiplicateur de crédit $= \frac{1}{taux\ de\ rserve} = \frac{1}{0.10} = 10$

Masse monétaire totale créée = dépôt initial × multiplicateur = 10 000 000 MAD

FIGURE 8.2 – Création monétaire par le multiplicateur de crédit

8.3 Exemple

Si le coefficient de réserve obligatoire est de 10%, quelle est la masse monétaire créée à partir d'un dépôt initial de 1 million ?

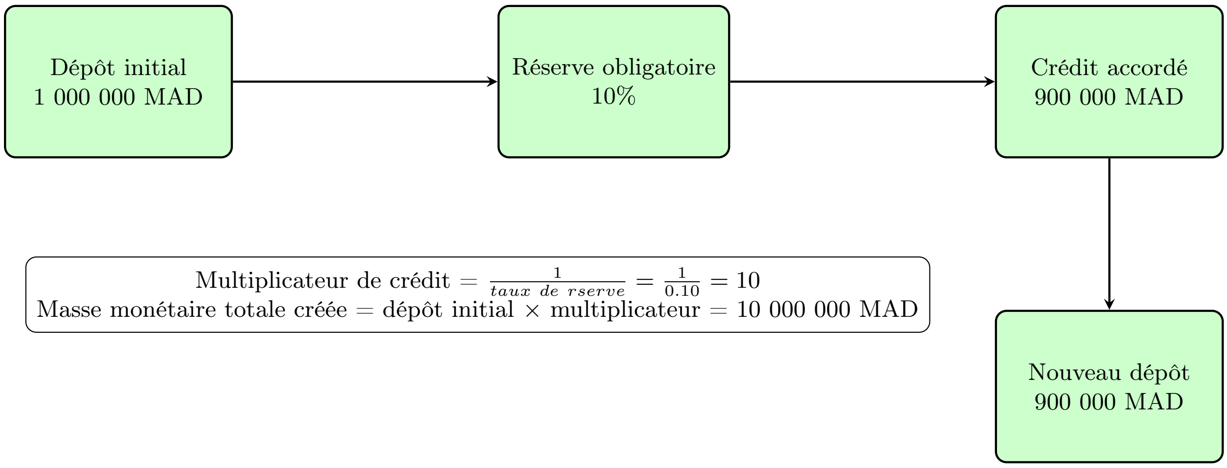


FIGURE 8.3 – Processus simplifié de création monétaire via multiplicateur de crédit

Chapitre 9. Gestion de Portefeuille

Introduction

La gestion de portefeuille vise à optimiser l'allocation des actifs financiers pour maximiser le rendement attendu tout en maîtrisant le risque. Cette discipline combine théorie financière, statistiques et optimisation.

Ce chapitre présente les concepts fondamentaux tels que la diversification, la frontière efficiente, et le modèle moyenne-variance de Markowitz. Nous aborderons aussi les techniques d'évaluation et d'ajustement des portefeuilles.

Les exemples pratiques, figures et exercices proposés faciliteront l'assimilation des méthodes.

9.1 Diversification et frontière efficiente

La diversification permet de réduire le risque total d'un portefeuille en combinant plusieurs actifs dont les performances ne sont pas parfaitement corrélées. La frontière efficiente représente l'ensemble des portefeuilles offrant le meilleur rendement attendu pour un niveau de risque donné.

9.2 Modèle de Markowitz

Le modèle moyenne-variance de Markowitz consiste à choisir la pondération des actifs afin de minimiser la variance (risque) pour un rendement attendu fixé. Soit un portefeuille composé de deux actifs A et B avec :

$$\begin{cases} w_A = 0.4, \quad w_B = 0.6 \\ E[R_A] = 5\%, \quad E[R_B] = 8\% \\ \sigma_A = 10\%, \quad \sigma_B = 15\% \\ \rho_{A,B} = 0.3 \end{cases}$$

Le rendement attendu du portefeuille est :

$$E[R_p] = w_A E[R_A] + w_B E[R_B] = 0.4 \times 5\% + 0.6 \times 8\% = 6.8\%$$

La variance du portefeuille est :

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2 w_A w_B \rho_{A,B} \sigma_A \sigma_B$$

$$= 0.4^2 \times 0.10^2 + 0.6^2 \times 0.15^2 + 2 \times 0.4 \times 0.6 \times 0.3 \times 0.10 \times 0.15 = 0.00988$$

Donc l'écart-type (risque) est :

$$\sigma_p = \sqrt{0.00988} \approx 9.94\%$$

9.3 Mesure du risque

La mesure du risque est essentielle pour évaluer la volatilité et la dépendance entre les actifs dans un portefeuille.

— **Écart-type (volatilité)** : mesure la dispersion des rendements autour de leur moyenne. *Exemple :* Un actif A avec un rendement moyen de 8% et un écart-type de 10% signifie que ses rendements varient généralement de ±10% autour de 8%.
— **Variance et covariance** : - La variance est le carré de l'écart-type, elle mesure la volatilité au carré. - La covariance mesure la manière dont deux actifs varient ensemble. Une covariance positive signifie que les actifs tendent à évoluer dans le même sens. *Exemple :* Si la covariance entre actifs A et B est positive, ils ont tendance à monter et baisser ensemble.
— **Coefficient de corrélation** : La corrélation est une version normalisée de la covariance, variant entre -1 et 1, indiquant la force et la direction de la relation linéaire entre deux actifs. *Exemple :* Une corrélation de 0.8 indique une forte relation positive, tandis que -0.5 indique une relation négative modérée.
— **Autres mesures de risque** : - *Value at Risk (VaR)* : perte maximale attendue sur un horizon donné avec un certain niveau de confiance (ex. 5%). - *Conditional VaR (CVaR)* : moyenne des pertes au-delà de la VaR, mesure plus prudente.

Exemple numérique simple

Considérons deux actifs A et B avec :

$$\begin{cases} \text{Rendement moyen} & \mu_A = 8\%, \quad \mu_B = 12\% \\ \text{Écart-type} & \sigma_A = 10\%, \quad \sigma_B = 15\% \\ \text{Covariance} & \mathrm{Cov}(A, B) = 0.012 \end{cases}$$

La corrélation est calculée par :

$$\rho_{A,B} = \frac{\mathrm{Cov}(A, B)}{\sigma_A \sigma_B} = \frac{0.012}{0.10 \times 0.15} = 0.8$$

Figure illustrative

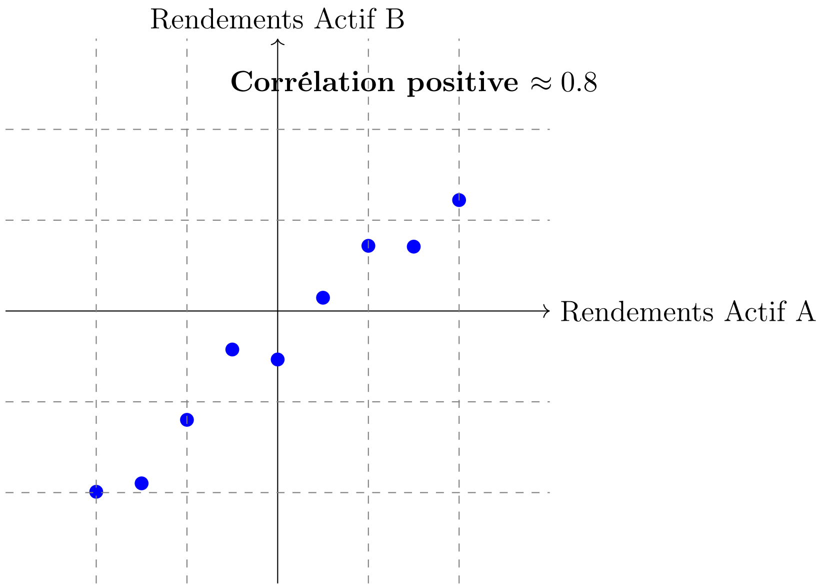


FIGURE 9.1 – Exemple de corrélation positive entre deux actifs

9.4 Allocation optimale

L'allocation optimale consiste à déterminer les poids des actifs dans un portefeuille afin de maximiser le rendement attendu pour un niveau de risque donné, ou inversement minimiser le risque pour un rendement cible.

- **Construction du portefeuille efficient** : sélection de portefeuilles offrant le meilleur compromis rendement/risque, situés sur la frontière efficiente.
- **Contraintes d'allocation** :
  - Budget total : la somme des poids doit être égale à 1, $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$.
  - Poids minimum/maximum : par exemple $0 \leq w_i \leq 0.4$ pour limiter l'exposition à un actif.
- **Optimisation quadratique** : problème d'optimisation sous contraintes formulé comme

  $$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^\top \Sigma \mathbf{w} \quad \text{sous contraintes } \mathbf{w}^\top \mathbf{1} = 1, \quad \mathbf{w}^\top \mu = \mu^*$$

  où Σ est la matrice de covariance des actifs, μ leur vecteur de rendement attendu, et μ^* le rendement cible.
- **Méthodes numériques** : utilisation de solveurs quadratiques (ex : CVXOPT, quadprog) pour résoudre ce problème.

Exemple

Pour deux actifs A et B :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0.01 & 0.0018 \\ 0.0018 & 0.0225 \end{pmatrix}, \quad \mu = \begin{pmatrix} 0.08 \\ 0.12 \end{pmatrix}, \quad \mu^* = 0.10$$

On cherche $\mathbf{w} = (w_A, w_B)$ minimisant la variance sous la contrainte $\mathbf{w}^\top \mu = 0.10$ et $w_A + w_B = 1$.

Exemple de minimisation de la variance

On considère deux actifs A et B avec :
- Rendements espérés : $\mu_A = 0.08$, $\mu_B = 0.12$, rendement cible $\mu^* = 0.10$
- Matrice de covariance :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0.01 & 0.0018 \\ 0.0018 & 0.0225 \end{pmatrix}$$

Nous voulons minimiser la variance du portefeuille sous les contraintes :

$$w_A + w_B = 1 \quad \text{et} \quad 0.08w_A + 0.12w_B = 0.10$$

Étapes :

1. Remplacer $w_B = 1 - w_A$
2. Résoudre :

$$0.08w_A + 0.12(1 - w_A) = 0.10 \Rightarrow w_A = 0.5, \ w_B = 0.5$$

3. Calcul de la variance :

$$\sigma_p^2 = (0.5)^2 \cdot 0.01 + (0.5)^2 \cdot 0.0225 + 2 \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 0.0018 = 0.009025$$

4. **Risque du portefeuille** :

$$\sigma_p = \sqrt{0.009025} \approx 0.095 \quad \text{soit } 9.5\%$$

Conclusion : Le portefeuille optimal équilibré (50%-50%) respecte le rendement cible avec un risque de 9.5%.

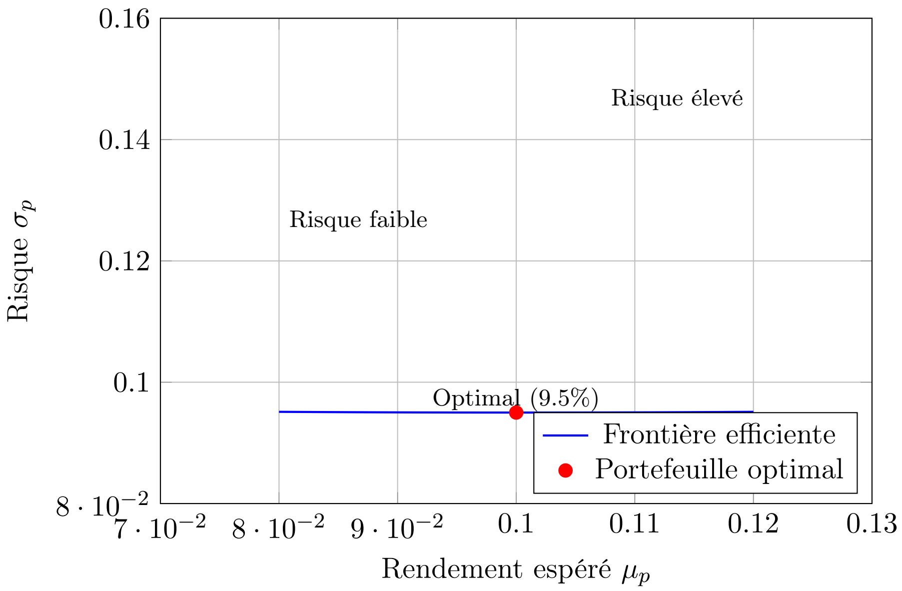


FIGURE 9.2 – Visualisation de la frontière efficiente et du portefeuille optimal

9.5 Gestion dynamique de portefeuille

La gestion dynamique de portefeuille consiste à ajuster périodiquement les allocations afin de s'adapter aux évolutions du marché, aux objectifs de l'investisseur ou à des prévisions spécifiques.

— **Rééquilibrage périodique** : consiste à remettre les poids des actifs aux niveaux initiaux à intervalles réguliers. Cela permet de contrôler le risque du portefeuille.

  Exemple : Supposons un portefeuille initialement composé de 50% d'actions et 50% d'obligations. Si les actions montent de 10% et les obligations ne varient pas, le portefeuille devient déséquilibré (environ 52.6% actions). Le rééquilibrage ramènera les actions à 50%.

— **Stratégies basées sur les prévisions de marché** : ici, le gestionnaire ajuste activement les poids en fonction d'anticipations (hausse attendue d'un secteur, taux d'intérêt, etc.).

  Exemple : Un investisseur s'attend à une hausse des taux d'intérêt. Il diminue alors son exposition aux obligations longues au profit d'actions financières.

— **Gestion active vs passive** :
  — *Active* : sélection d'actifs, market timing, recherche d'alpha.
  — *Passive* : réplication d'un indice (ex : S&P 500), coûts plus faibles, performance proche du marché.

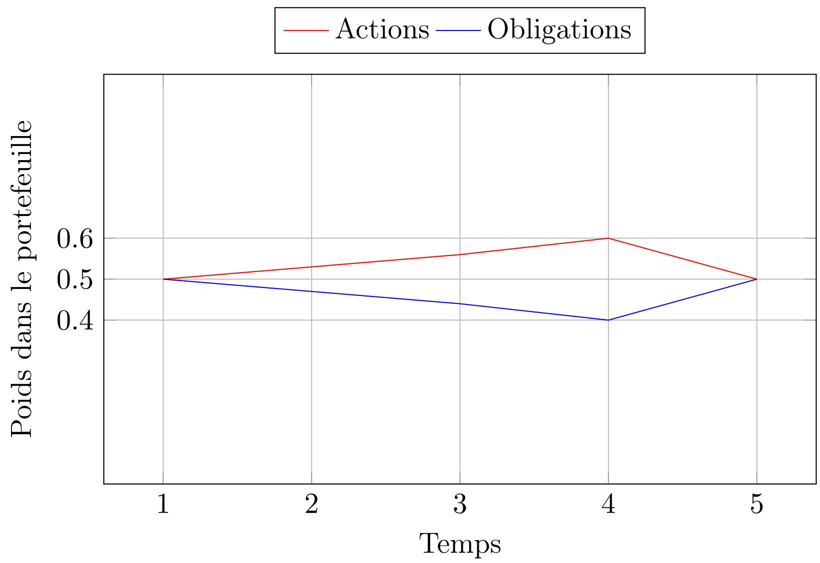


FIGURE 9.3 – Rééquilibrage périodique d'un portefeuille 50/50

La figure 9.3 illustre l'évolution des **poids** des actifs (actions et obligations) dans un portefeuille au fil du temps. Initialement, les poids sont équilibrés à 50 % chacun.

— Lorsque les actions performent mieux que les obligations, leur poids dans le portefeuille augmente automatiquement (par exemple de 50 % à 60 %).

— Inversement, le poids des obligations diminue (de 50 % à 40 %) car leur valeur relative baisse dans le portefeuille total.

— À la période 5, on procède à un **rééquilibrage** : on vend une partie des actions (qui ont surperformé) et on achète des obligations afin de ramener les poids respectifs à leur niveau cible de 50 % . Ce mécanisme permet de gérer le risque et de conserver la structure d'allocation initiale.

9.6 Figure : frontière efficiente

Voici une illustration de la frontière efficiente en gestion de portefeuille.

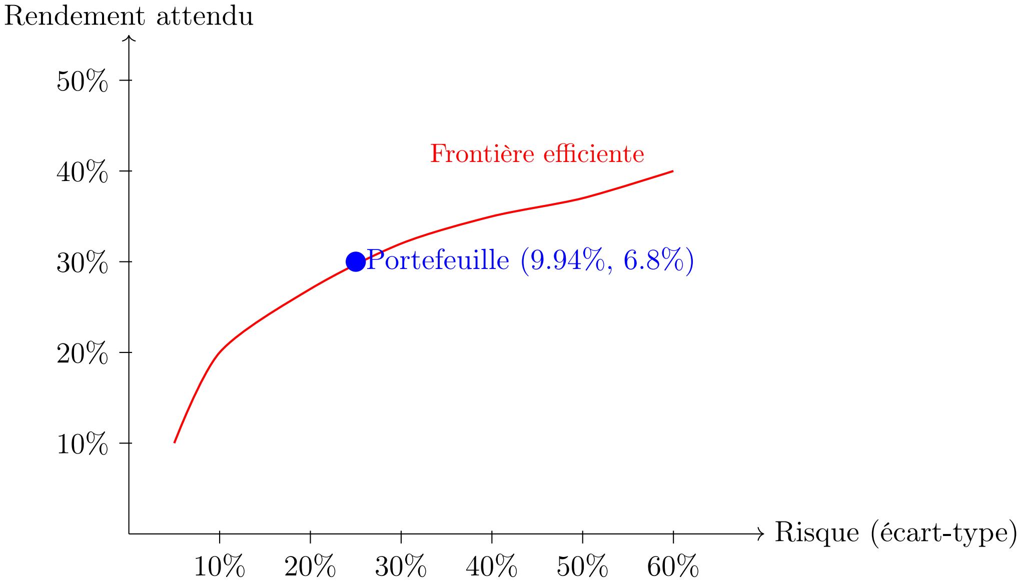


Figure 9.4 – Frontière efficiente en gestion de portefeuille

Chapitre 10. Finance Participative

Introduction

La finance participative, ou finance islamique, est un système financier qui respecte les principes de la charia. Elle interdit l'intérêt (riba), les activités spéculatives (gharar) et les investissements dans des secteurs illicites. Ce modèle vise à promouvoir une finance éthique, solidaire et fondée sur le partage des risques.

Ce chapitre présente les fondements de la finance participative, les principaux contrats (moudaraba, mourabaha, ijara, etc.), ainsi que les mécanismes d'investissement et de gestion des risques propres à ce système. Nous illustrerons ces notions par des exemples concrets et proposerons des exercices pour mieux comprendre.

10.1 Principes fondamentaux

- Interdiction de l'intérêt (riba)
- Partage des profits et pertes
- Actifs tangibles sous-jacents
- Prohibition des activités illicites

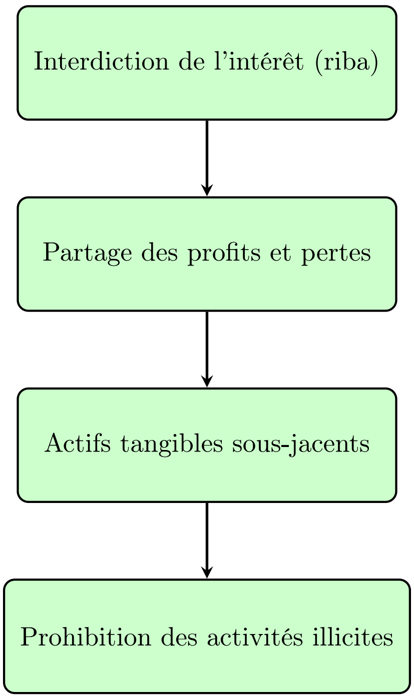
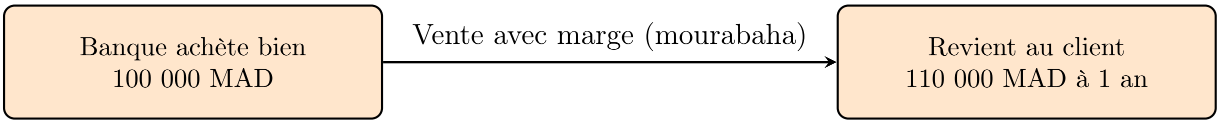


FIGURE 10.1 – Principes fondamentaux de la finance participative

10.2 Exemple détaillé : Contrat de Mourabaha

Une banque achète un bien pour 100 000 MAD et le revend au client à 110 000 MAD payable en 1 an. Le gain de 10 000 MAD est considéré comme un profit commercial, non un intérêt.



Supposons un investisseur apporte 1 000 000 MAD à un entrepreneur qui lance une activité. Ils conviennent de partager les profits à 60% pour l'investisseur et 40% pour l'entrepreneur.

Après un an, le bénéfice net est de 200 000 MAD.

$$\text{Profit investisseur} = 200\,000 \times 60\% = 120\,000 \text{ MAD}$$

$$\text{Profit entrepreneur} = 200\,000 \times 40\% = 80\,000 \text{ MAD}$$

Si une perte survient (ex : -100 000 MAD), elle est supportée uniquement par l'investisseur, sauf faute grave du gestionnaire.

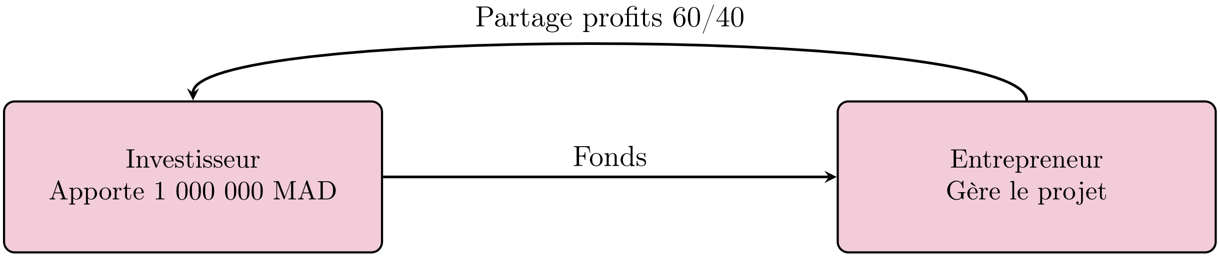


FIGURE 10.2 – Schéma du contrat de Moudaraba

10.3 Risques spécifiques en finance participative

Risques spécifiques

- **Risque opérationnel** : lié à la gestion des projets et à la performance des partenaires (moudaraba, musharaka).
- **Risque de marché et liquidité** : actifs tangibles souvent peu liquides, difficulté de revente.
- **Risque juridique** : conformité aux principes de la charia, audits nécessaires.
- **Risque absence d'intérêts** : pas de garantie d'intérêts, volatilité et pertes possibles.

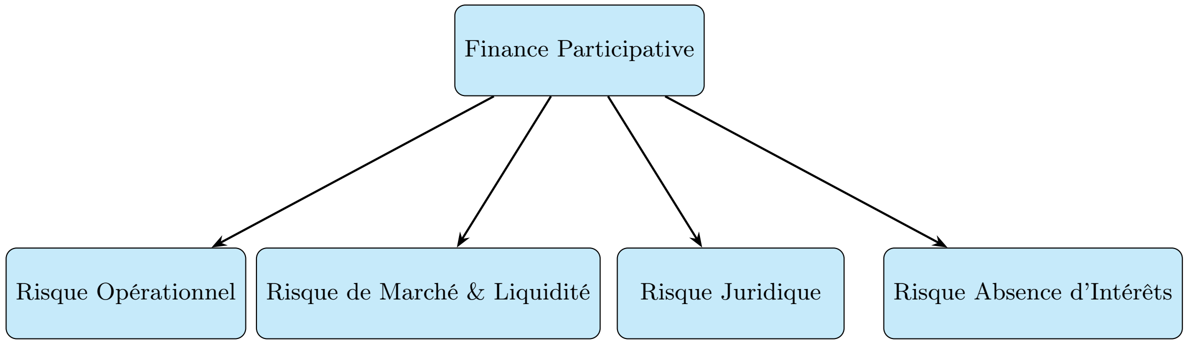


FIGURE 10.3 – Illustration des risques spécifiques en finance participative

10.4 Autres contrats courants

— **Moudaraba** : partenariat où un investisseur (rab al-mal) fournit les fonds, et un entrepreneur (moudarib) gère le projet. Les profits sont partagés selon un ratio convenu, tandis que les pertes sont supportées uniquement par l'investisseur, sauf en cas de faute du gestionnaire. *Exemple :* Un investisseur fournit 100 000 MAD, le gestionnaire réalise un profit de 20 000 MAD, partagé 70% investisseur / 30% gestionnaire.

— **Mourabaha** : vente avec marge bénéficiaire connue, où la banque achète un bien puis le revend au client à un prix majoré payable à terme (exemple déjà présenté). *Exemple :* La banque achète un équipement à 100 000 MAD et le revend à 110 000 MAD payable en 1 an.

— **Ijara** : contrat de location où la banque achète un actif et le loue au client, qui peut en devenir propriétaire à la fin du contrat (leasing islamique). *Exemple :* La banque achète une machine et la loue pour 5 ans, le client peut l'acheter à la fin du bail.

— **Musharaka** : partenariat où toutes les parties investissent des fonds et partagent profits et pertes proportionnellement à leur investissement. *Exemple :* Deux partenaires investissent 60 000 et 40 000 MAD. Un bénéfice de 20 000 MAD est partagé à 60% et 40%.

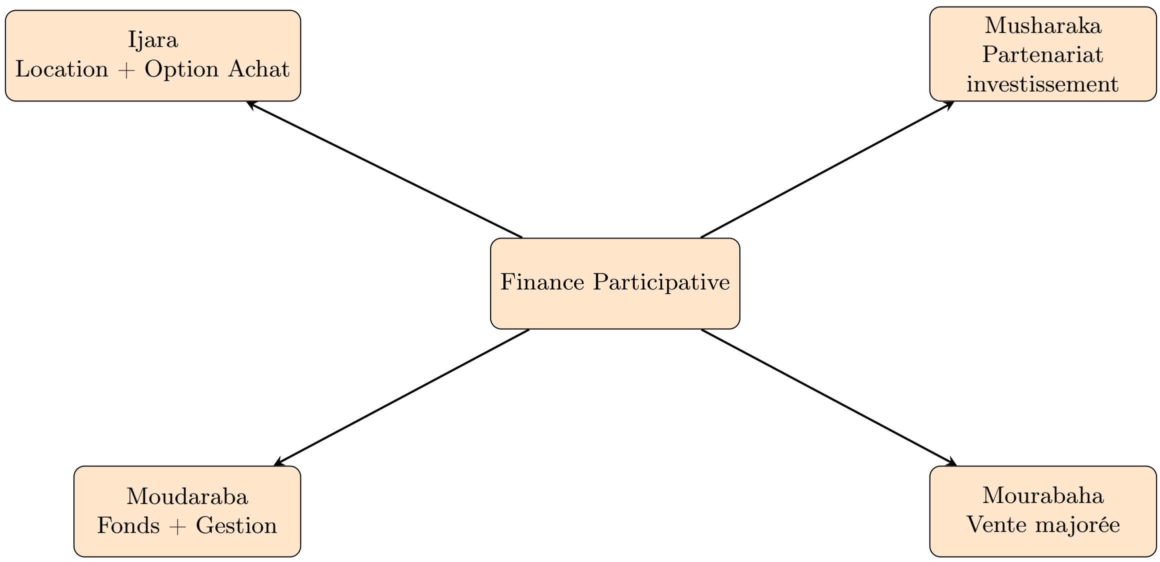


FIGURE 10.4 – Principaux contrats en finance participative

Chapitre 11. Séries Chronologiques

Introduction

L'analyse des séries chronologiques est cruciale pour modéliser et prévoir les évolutions dans le temps, notamment dans les marchés financiers et la gestion des risques. Elle consiste à étudier des données observées successivement selon un ordre temporel.

Ce chapitre introduit les concepts clés, tels que la stationnarité, les modèles AR, MA, ARMA, ARIMA, ainsi que les méthodes de prévision. Les applications en finance sont nombreuses, par exemple pour prévoir les cours boursiers, les taux d'intérêt ou les pertes.

Des exemples pratiques et exercices accompagnent la théorie pour faciliter l'apprentissage.

11.1 Concepts principaux

- **Stationnarité** : propriété d'une série temporelle dont les caractéristiques statistiques (moyenne, variance, autocorrélation) sont constantes dans le temps.
- **Autocorrélation** : mesure de la corrélation d'une série avec elle-même décalée dans le temps, importante pour détecter la dépendance temporelle.
- **Modèles AR, MA, ARMA, ARIMA** :
  - AR (AutoRegressive) : modèle où la valeur actuelle dépend des valeurs passées.
  - MA (Moving Average) : modèle basé sur les erreurs passées.
  - ARMA : combinaison des modèles AR et MA.
  - ARIMA : extension ARMA intégrant une différenciation pour rendre la série stationnaire.
- **Identification et estimation** : processus de détermination de l'ordre du modèle et estimation des paramètres à partir des données observées.

Illustration : Modèle AR(1)

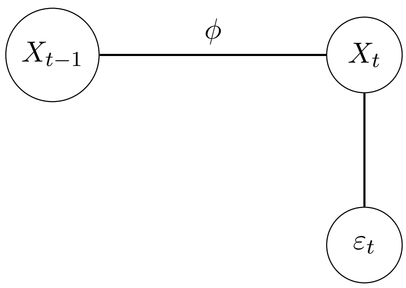


Figure 11.1 – Schéma du modèle AR(1)

11.2 Exemple simple : Modèle AR(1)

Un modèle AR(1) est défini par la relation :

$$X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t,$$

où $|\phi| < 1$ garantit la stationnarité et ε_t est un bruit blanc, i.e. un processus de variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées avec moyenne nulle et variance σ^2.

Propriétés :
- La moyenne est nulle : $\mathbb{E}[X_t] = 0$.
- La fonction d'autocorrélation est : $\rho(k) = \phi^k$, décroissant exponentiellement.

Considérons le modèle AR(1) défini par :

$$X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t,$$

où $|\phi| < 1$ et ε_t est un bruit blanc centré, de variance σ_ε^2.

Objectif : Calculer la moyenne $\mu = \mathbb{E}[X_t]$, la variance $\sigma^2 = \mathrm{Var}(X_t)$, et la fonction d'autocorrélation $\rho(k)$.

1. Calcul de la moyenne

En prenant l'espérance dans l'équation, on a :

$$\mathbb{E}[X_t] = \phi \mathbb{E}[X_{t-1}] + \mathbb{E}[\varepsilon_t].$$

Or $\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0$, et en stationnarité $\mathbb{E}[X_t] = \mathbb{E}[X_{t-1}] = \mu$, donc :

$$\mu = \phi\mu \implies \mu(1-\phi) = 0 \implies \mu = 0.$$

2. Calcul de la variance

Posons $\sigma^2 = \mathrm{Var}(X_t)$. En appliquant la variance à l'équation :

$$X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t,$$

et sachant que ε_t est indépendant de X_{t-1},

$$\mathrm{Var}(X_t) = \phi^2 \mathrm{Var}(X_{t-1}) + \mathrm{Var}(\varepsilon_t) = \phi^2\sigma^2 + \sigma_\varepsilon^2.$$

En stationnarité $\mathrm{Var}(X_t) = \mathrm{Var}(X_{t-1}) = \sigma^2$, donc

$$\sigma^2 = \phi^2\sigma^2 + \sigma_\varepsilon^2 \implies \sigma^2(1-\phi^2) = \sigma_\varepsilon^2 \implies \sigma^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\phi^2}.$$

3. Fonction d'autocorrélation

La covariance au décalage k est définie par

$$\gamma(k) = \mathrm{Cov}(X_t, X_{t-k}) = \mathbb{E}[X_t X_{t-k}] - \mu^2 = \mathbb{E}[X_t X_{t-k}],$$

puisque $\mu = 0$.

On utilise la propriété

$$\gamma(k) = \phi\gamma(k-1).$$

En effet,

$$\gamma(k) = \mathbb{E}[X_t X_{t-k}] = \mathbb{E}[(\phi X_{t-1} + \varepsilon_t)X_{t-k}] = \phi\mathbb{E}[X_{t-1}X_{t-k}] + \underbrace{\mathbb{E}[\varepsilon_t X_{t-k}]}_{=0}.$$

Par stationnarité, $\mathbb{E}[X_{t-1}X_{t-k}] = \gamma(k-1)$, donc

$$\gamma(k) = \phi\gamma(k-1).$$

Par récurrence,

$$\gamma(k) = \phi^k\gamma(0) = \phi^k\sigma^2.$$

Enfin, la fonction d'autocorrélation $\rho(k)$ est

$$\rho(k) = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)} = \phi^k.$$

—

Exemple numérique

Pour $\phi = 0.7$ et $\sigma_\varepsilon^2 = 1$, on obtient

$$\sigma^2 = \frac{1}{1-0.7^2} = \frac{1}{1-0.49} = \frac{1}{0.51} \approx 1.9608.$$

Les premières autocorrélations sont :

$$\rho(1) = 0.7, \quad \rho(2) = 0.7^2 = 0.49, \quad \rho(3) = 0.7^3 = 0.343, \ldots$$

—

Cette analyse permet de comprendre l'effet mémoire du modèle AR(1) : plus ϕ est proche de 1, plus les valeurs passées influencent fortement le présent.

11.3 Figure : Simulation d'un AR(1) avec $\phi = 0.7$

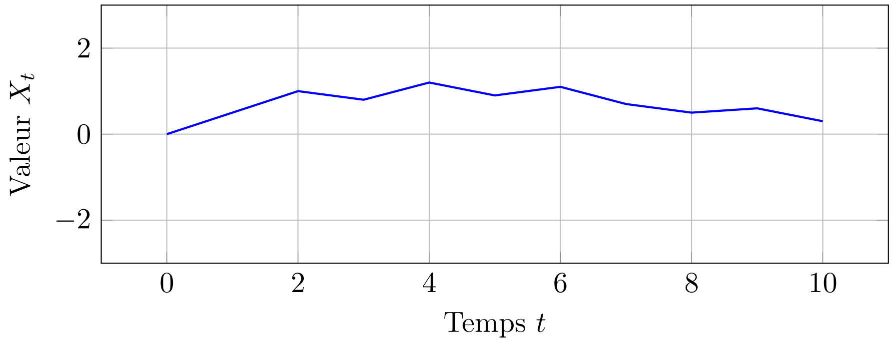


FIGURE 11.2 – Exemple de réalisation d'un modèle AR(1) avec $\phi = 0.7$

11.4 Exemple d'autocorrélation

Pour un modèle AR(1) avec $\phi = 0.7$, la fonction d'autocorrélation théorique est :

$$\rho(k) = 0.7^k.$$

On obtient ainsi $\rho(1) = 0.7$, $\rho(2) = 0.49$, $\rho(3) = 0.343$, etc., ce qui montre une décroissance rapide.

11.5 Figure : Fonction d'autocorrélation d'un AR(1)

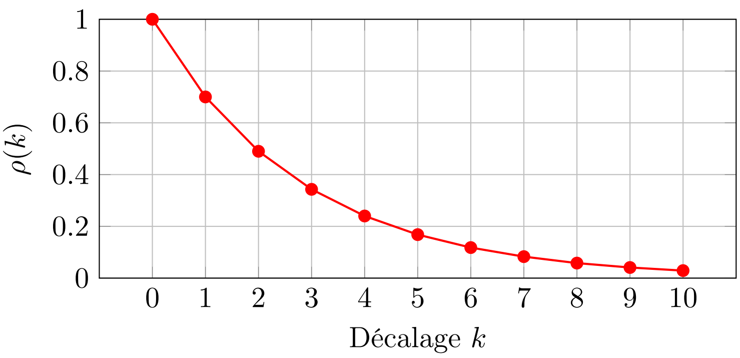


FIGURE 11.3 – Fonction d'autocorrélation théorique pour un AR(1) avec $\phi = 0.7$

11.6 Différence entre AR et MA

- **AR (Auto-Régressif)** : X_t dépend linéairement de ses propres valeurs passées plus un bruit blanc.
$$X_t = \sum_{i=1}^{p} \phi_i X_{t-i} + \varepsilon_t.$$
- **MA (Moyenne Mobile)** : X_t dépend d'une combinaison linéaire de chocs passés.
$$X_t = \varepsilon_t + \sum_{j=1}^{q} \theta_j \varepsilon_{t-j}.$$

Chapitre 12. Théorie des Valeurs Extrêmes

Introduction

La théorie des valeurs extrêmes (EVT) s'intéresse à la modélisation des événements rares et extrêmes, qui se situent dans les queues des distributions. En finance, ces événements correspondent souvent à des pertes exceptionnelles ou à des crises systémiques, qui ont un impact majeur sur la gestion des risques.

Les modèles classiques fondés sur des distributions normales sous-estiment souvent la probabilité de ces événements rares. L'EVT propose donc un cadre théorique rigoureux permettant de mieux caractériser ces queues lourdes, et d'estimer les probabilités d'occurrence et l'impact de ces valeurs extrêmes.

Ce chapitre introduit les lois limites des maxima, les distributions extrêmes types (Gumbel, Fréchet, Weibull), ainsi que des méthodes d'estimation basées sur les excès au-delà d'un seuil (modèle de Pareto généralisée). Nous illustrerons ces notions avec des exemples concrets, des figures et des exercices pour approfondir la compréhension.

12.1 Principes de base

- **Distribution des maxima** : Étude de la distribution des valeurs maximales $M_n = \max(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ pour une suite i.i.d. $\{X_i\}$.
- **Théorème de Fisher-Tippett-Gnedenko** : Si il existe des constantes $a_n > 0$ et b_n telles que la variable normalisée
$$\frac{M_n - b_n}{a_n}$$
converge en loi vers une distribution non dégénérée, alors cette limite appartient à une des trois familles suivantes.
- **Lois limites extrêmes** :
  - **Gumbel** (type I) : pour distributions avec queues exponentielles (ex : normale, exponentielle).
  - **Fréchet** (type II) : pour distributions avec queues lourdes, décroissant en loi puissance (ex : Pareto).
  - **Weibull** (type III) : pour distributions bornées à droite (ex : distribution uniforme bornée).

12.2 Modèle des excès - Distribution de Pareto généralisée (GPD)

L'approche des excès consiste à étudier la distribution des valeurs qui dépassent un seuil élevé u. Soit $Y = X - u \mid X > u$, la variable excès. Selon le théorème de Pickands-Balkema-de Haan, pour un seuil suffisamment grand, la distribution de Y peut être approchée par une GPD définie par :

$$G_{\xi,\beta}(y) = 1 - \left(1 + \frac{\xi y}{\beta}\right)^{-1/\xi}, \quad y \geq 0,$$

où ξ est le paramètre de forme (queue lourde si $\xi > 0$), $\beta > 0$ est le paramètre d'échelle.

12.3 Exemple : Modélisation des pertes extrêmes

Considérons une série de pertes financières journalières $\{X_t\}$ avec un seuil élevé $u = 10\,000$ MAD. On observe les excès $Y = X - u$ au-delà de u.

Supposons que l'on estime $\xi = 0.2$ et $\beta = 5000$ par maximum de vraisemblance.

La probabilité qu'une perte dépasse $x > u$ est approximée par :

$$P(X > x) \approx P(X > u) \times \left(1 + \frac{\xi(x-u)}{\beta}\right)^{-1/\xi}.$$

Si $P(X > u) = 0.01$, alors pour $x = 20\,000$,

$$P(X > 20\,000) \approx 0.01 \times \left(1 + \frac{0.2 \times (20\,000 - 10\,000)}{5000}\right)^{-1/0.2} = 0.01 \times (1+0.4)^{-5} = 0.01 \times (1.4)^{-5} \approx 0.0023.$$

Cela signifie qu'une perte dépassant 20 000 MAD a une probabilité d'environ 0.23%, ce qui est faible mais non négligeable.

12.4 Lois limites en Théorie des Valeurs Extrêmes

La théorie des valeurs extrêmes repose sur un résultat fondamental : les distributions des maxima normalisés d'échantillons convergent vers l'une des trois lois limites — Gumbel, Fréchet ou Weibull — en fonction de la nature de la queue de distribution.

La figure 12.1 illustre les fonctions de répartition (CDF) caractéristiques de ces trois lois.

Ces trois lois couvrent les cas des queues légères, lourdes et bornées, ce qui permet de modéliser un large éventail d'événements extrêmes en finance, météorologie ou autres domaines. La théorie des valeurs extrêmes repose sur le théorème de Fisher-Tippett-Gnedenko, qui affirme que la distribution des maxima normalisés d'échantillons indépendants et identiquement distribués converge vers l'une des trois lois limites, selon la nature de la queue de distribution de la variable étudiée :

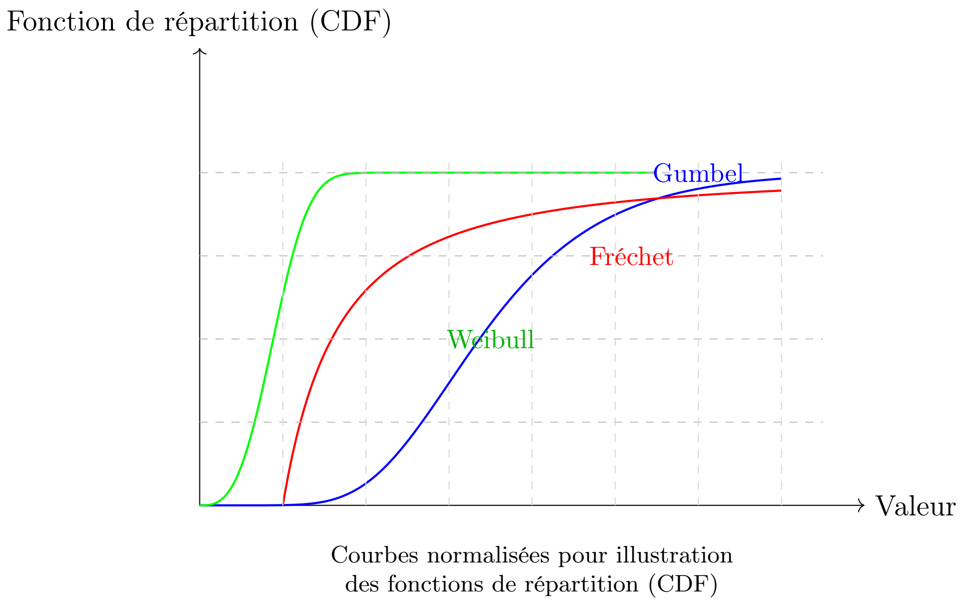


FIGURE 12.1 – Fonctions de répartition des lois extrêmes : Gumbel, Fréchet et Weibull

- **Loi de Gumbel** (courbe bleue) : s'applique aux distributions à queue légère (exponentielle ou plus rapide), comme la normale ou l'exponentielle. Elle modélise les extrêmes non bornés avec décroissance rapide des probabilités.
- **Loi de Fréchet** (courbe rouge) : concerne les distributions à queue lourde (puissance), telles que la Pareto, où les grands événements extrêmes ont une probabilité plus significative.
- **Loi de Weibull** (courbe verte) : s'applique aux distributions bornées, où les valeurs extrêmes sont limitées par un seuil maximal.

Ainsi, selon la nature des données, on choisira la loi extrême adaptée pour modéliser les maxima et estimer des risques extrêmes fiables.

Chapitre 13. Théorie de la Ruine

Introduction

La théorie de la ruine est une branche fondamentale de l'actuariat qui étudie la probabilité qu'une entreprise d'assurance devienne insolvable en raison de pertes successives dues aux sinistres. Elle permet d'évaluer la solvabilité, d'estimer la probabilité de défaut et de déterminer les réserves ou le capital nécessaire pour couvrir les risques.

Ce chapitre présente les modèles classiques, notamment le modèle de Cramér-Lundberg, ainsi que les méthodes analytiques et numériques pour calculer la probabilité de ruine. Nous illustrerons les concepts par des exemples chiffrés et proposerons des exercices pratiques.

13.1 Modèle classique de Cramér-Lundberg

On modélise le surplus (capital disponible) à l'instant t par :

$$U(t) = u + ct - S(t)$$

où :

- $u > 0$ est le capital initial,
- $c > 0$ est le taux de primes perçues par unité de temps,
- $S(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i$ est le total cumulé des sinistres jusqu'à t,
- $N(t)$ est un processus de comptage des sinistres (souvent un processus de Poisson de paramètre λ),
- X_i sont les montants des sinistres, supposés iid avec distribution F_X.

La ruine survient si à un certain temps t, le surplus devient négatif :

$$\tau = \inf\{t \geq 0 : U(t) < 0\}$$

La probabilité de ruine est :

$$\psi(u) = P(\tau < \infty | U(0) = u)$$

13.2 Formule approximative de la probabilité de ruine

Sous certaines hypothèses (sinistres exponentiels, primes ajustées), la probabilité de ruine peut s'estimer par la formule d'approximation de Cramér :

$$\psi(u) \approx e^{-Ru}$$

où R est la racine positive de l'équation de Lundberg :

$$\mathbb{E}[e^{RX}] = \frac{c}{c - \lambda \mathbb{E}[X]}$$

ou encore définie par :

$$\lambda(M_X(R) - 1) = cR$$

avec $M_X(R)$ la fonction génératrice des moments des sinistres.

Cette approximation montre que la probabilité de ruine diminue exponentiellement avec le capital initial u.

13.3 Exemple numérique

Supposons un capital initial $u = 1\,000\,000$ MAD, un taux de primes $c = 1\,200\,000$ MAD par an, un taux d'arrivée des sinistres $\lambda = 5$ sinistres par an, et des sinistres exponentiels de moyenne $\mathbb{E}[X] = 200\,000$ MAD.

La charge moyenne est :

$$\lambda \times \mathbb{E}[X] = 5 \times 200\,000 = 1\,000\,000$$

Le taux de primes $c = 1\,200\,000$ est supérieur à la charge moyenne, ce qui est nécessaire pour que la ruine ne soit pas certaine.

La fonction génératrice des moments pour $X \sim \text{Exp}(\beta = 200\,000)$ est :

$$M_X(R) = \frac{1}{1 - \beta R} \quad \text{pour } R < \frac{1}{\beta}$$

On cherche $R > 0$ solution de :

$$\lambda(M_X(R) - 1) = cR \implies 5\left(\frac{1}{1 - 200\,000R} - 1\right) = 1\,200\,000 \times R$$

13.4 Figure illustrative : processus de surplus

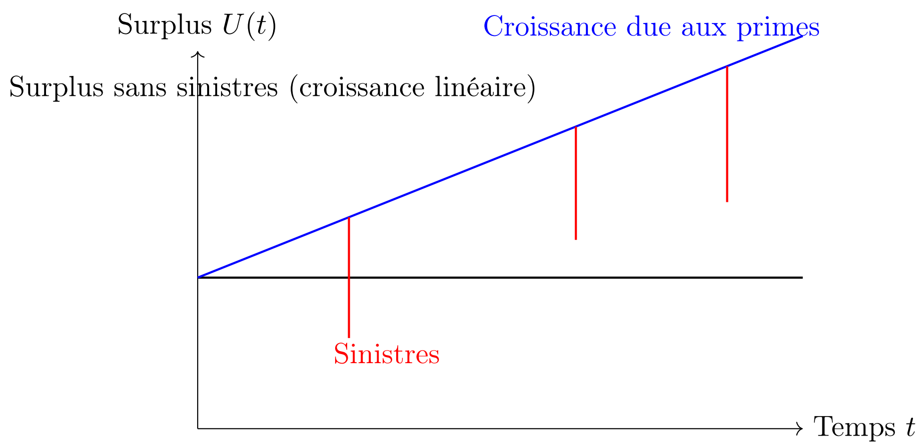


Figure 13.1 – Exemple de processus de surplus avec sinistres

Chapitre 14. Econométrie de la Finance

Introduction

L'économétrie financière combine la théorie économique, la statistique et l'analyse de données pour modéliser, tester et prévoir les comportements financiers. Elle est indispensable pour évaluer les relations entre variables économiques et financières et pour tester les hypothèses des modèles.

Ce chapitre aborde les outils principaux de l'économétrie appliquée à la finance, tels que les modèles de régression, la modélisation des volatilités (GARCH), et les tests d'hypothèses.

14.1 Principaux outils

- **Régressions linéaires et non linéaires** : Ces modèles permettent d'analyser la relation entre une variable dépendante (par exemple, le rendement d'un actif) et une ou plusieurs variables explicatives (facteurs économiques, indicateurs financiers). Ils servent à estimer l'impact de ces variables sur le comportement financier.
- **Modèles ARCH et GARCH** : Ces modèles capturent l'hétéroscédasticité conditionnelle, c'est-à-dire la variation de la volatilité dans le temps, souvent observée dans les séries financières. Le modèle ARCH (AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity) et son extension GARCH (Generalized ARCH) sont essentiels pour modéliser la dynamique de la volatilité.
- **Tests de racine unitaire et cointégration** : Ces tests servent à vérifier la stationnarité des séries temporelles, condition nécessaire pour de nombreuses analyses économétriques. Le test de racine unitaire permet de détecter la présence d'une tendance stochastique, tandis que la cointégration identifie des relations d'équilibre à long terme entre plusieurs séries non stationnaires.

Exemple : Modèle GARCH(1,1)

Considérons une série de rendements financiers r_t modélisée par :

$$r_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t = \sigma_t z_t$$

où $z_t \sim \mathcal{N}(0,1)$ est un bruit blanc standard, et la volatilité conditionnelle σ_t^2 suit un processus GARCH(1,1) défini par :

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2$$

avec $\omega > 0$, $\alpha \geq 0$ et $\beta \geq 0$.

Ce modèle permet de capturer la volatilité variable dans le temps, typique des séries financières où les périodes de forte volatilité s'alternent avec des périodes calmes.

Interprétation des paramètres :
- ω est la volatilité de base,
- α mesure l'impact des chocs récents (rendements extrêmes),
- β représente la persistance de la volatilité passée.

Application : Une estimation des paramètres peut être réalisée via la méthode du maximum de vraisemblance sur les données historiques de rendements. Le modèle estimé permet de prévoir la volatilité future, utile pour la gestion des risques et la tarification des dérivés.

Exercice : Estimez un modèle GARCH(1,1) sur une série de rendements donnée et interprétez les résultats.

14.2 Exemple détaillé : Modèle GARCH(1,1)

Le modèle GARCH(1,1) pour la variance conditionnelle σ_t^2 est défini par :

$$\begin{cases} r_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t = \sigma_t z_t, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0,1) \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \end{cases}$$

où :
- r_t est le rendement à la date t,
- μ est la moyenne des rendements,
- σ_t^2 est la variance conditionnelle (volatilité au carré) à la date t,
- $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$, $\beta_1 \geq 0$ sont les paramètres du modèle.

Ce modèle capture la dépendance temporelle de la volatilité, caractéristique importante des marchés financiers.

Supposons que l'on ait estimé les paramètres suivants par maximum de vraisemblance :

$$\mu = 0.001, \quad \alpha_0 = 0.00001, \quad \alpha_1 = 0.15, \quad \beta_1 = 0.80$$

- α_0 est la variance constante (ou "long-term" variance).
- α_1 mesure l'impact des chocs récents (ε_{t-1}^2) sur la volatilité.
- β_1 mesure la persistance de la volatilité passée (σ_{t-1}^2).

La somme $\alpha_1 + \beta_1 = 0.95$ proche de 1 indique une forte persistance de la volatilité, typique des marchés financiers.

Calcul de σ_t^2 à une date donnée :

Si on connaît $\varepsilon_{t-1} = 0.02$ et $\sigma_{t-1} = 0.018$, alors :

$$\sigma_t^2 = 0.00001 + 0.15 \times (0.02)^2 + 0.80 \times (0.018)^2 = 0.00001 + 0.00006 + 0.0002592 = 0.0003292$$

Donc, $\sigma_t = \sqrt{0.0003292} \approx 0.0181$ (1.81% volatilité).

14.3 Figure illustrative : Volatilité conditionnelle simulée

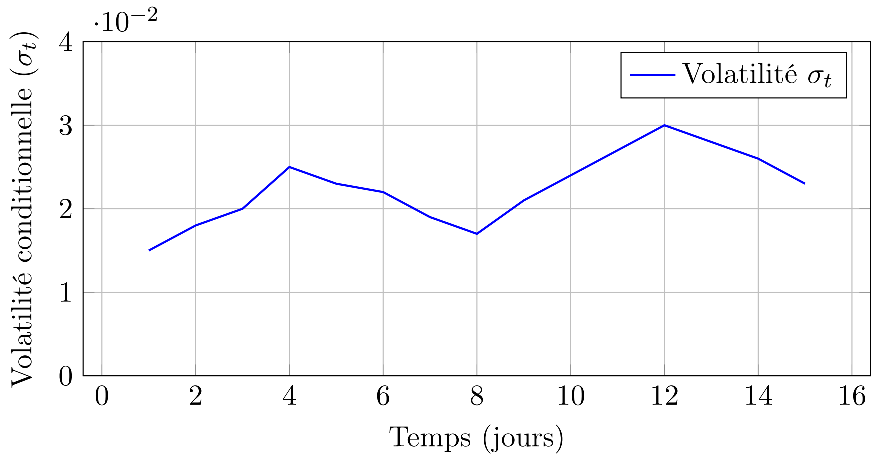


Figure 14.1 – Exemple simulé de volatilité conditionnelle selon un modèle GARCH(1,1)

Chapitre 15. Norme de Solvabilité

Introduction

La norme de solvabilité, en particulier Solvabilité II pour le secteur de l'assurance, est un cadre réglementaire européen conçu pour assurer la stabilité financière des compagnies d'assurance. Elle impose des exigences quantitatives et qualitatives sur le capital, la gestion des risques et la transparence, afin de protéger les assurés et maintenir la confiance dans le système financier.

Ce chapitre présente les objectifs et principes fondamentaux des normes de solvabilité, décrit les approches de calcul du capital requis, et explique leur impact sur la gestion et la supervision des compagnies d'assurance.

15.1 Principes clés

- **Exigences de capital basées sur les risques** : le capital réglementaire doit couvrir les risques auxquels l'entreprise est exposée (souscription, marché, crédit, opérationnel, etc.).
- **Approche basée sur les modèles internes ou standards** : les entreprises peuvent utiliser un modèle standardisé proposé par le régulateur ou développer un modèle interne validé.
- **Transparence et reporting** : obligations de reporting réguliers à l'autorité de contrôle pour assurer la surveillance et la gestion des risques.

15.2 Exemple détaillé de calcul du capital requis avec corrélation

Considérons une compagnie d'assurance exposée à trois types de risques avec les exigences de capital suivantes :

$$\text{Capital Souscription} = 4\,\text{M€}, \quad \text{Capital Marché} = 6\,\text{M€}, \quad \text{Capital Crédit} = 3\,\text{M€}$$

Ces risques sont partiellement corrélés avec la matrice de corrélation suivante :

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 1 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 1 \end{pmatrix}$$

Le capital total requis, appelé *Solvency Capital Requirement* (SCR), se calcule par la formule quadratique :

$$SCR = \sqrt{\begin{pmatrix} SCR_1 & SCR_2 & SCR_3 \end{pmatrix} \mathbf{R} \begin{pmatrix} SCR_1 \\ SCR_2 \\ SCR_3 \end{pmatrix}}$$

En remplaçant les valeurs :

$$SCR = \sqrt{\begin{pmatrix} 4 & 6 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 1 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}}$$

Calcul intermédiaire :

$$\mathbf{v} = \mathbf{R} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 4 + 0.25 \times 6 + 0.25 \times 3 \\ 0.25 \times 4 + 1 \times 6 + 0.25 \times 3 \\ 0.25 \times 4 + 0.25 \times 6 + 1 \times 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + 1.5 + 0.75 \\ 1 + 6 + 0.75 \\ 1 + 1.5 + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6.25 \\ 7.75 \\ 5.5 \end{pmatrix}$$

Puis :

$$SCR^2 = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6.25 \\ 7.75 \\ 5.5 \end{pmatrix} = 4 \times 6.25 + 6 \times 7.75 + 3 \times 5.5 = 25 + 46.5 + 16.5 = 88$$

Enfin :

$$SCR = \sqrt{88} \approx 9.38\,\text{M€}$$

Cette méthode intègre la diversification partielle des risques, ce qui réduit le capital total requis par rapport à une somme simple des capitaux.

Chapitre 16. Régression en Grandes Dimensions

Introduction

Les données modernes en finance et en actuariat sont souvent de très grande dimension, avec plus de variables que d'observations. Les méthodes classiques de régression linéaire (moindres carrés ordinaires) deviennent alors inefficaces, notamment à cause du surapprentissage et de la multicolinéarité.

Ce chapitre présente les techniques adaptées à ce contexte, notamment la régression pénalisée (Ridge, Lasso), qui ajoutent des contraintes pour stabiliser l'estimation, ainsi que les méthodes de sélection de variables permettant de choisir les variables les plus pertinentes.

16.1 Méthodes principales

— **Régression Ridge** : pénalise la somme des carrés des coefficients $\|\beta\|_2^2$ pour réduire leur taille et gérer la multicolinéarité.

$$\hat{\beta}^{ridge} = \arg\min_{\beta} \left\{ \sum_{i=1}^{n} (y_i - X_i^\top \beta)^2 + \lambda \sum_{j=1}^{p} \beta_j^2 \right\}$$

— **Lasso** (Least Absolute Shrinkage and Selection Operator) : pénalise la somme des valeurs absolues $\|\beta\|_1$, ce qui favorise des coefficients exactement nuls et donc la sélection automatique de variables.

$$\hat{\beta}^{lasso} = \arg\min_{\beta} \left\{ \sum_{i=1}^{n} (y_i - X_i^\top \beta)^2 + \lambda \sum_{j=1}^{p} |\beta_j| \right\}$$

— **Sélection de variables** : choisir un sous-ensemble restreint de variables explicatives, améliorant l'interprétabilité et la généralisation.

Exemple détaillé : Régression Ridge vs Lasso

Considérons un jeu de données simulées avec $n = 50$ observations et $p = 10$ variables explicatives $X_1, \ldots, X_{10}$. La variable cible y est générée par :

$$y = 3X_1 - 2X_3 + 4X_7 + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

où les X_j sont indépendantes et suivent $\mathcal{N}(0, 1)$, et ε est un bruit blanc.

Objectif : Estimer les coefficients $\beta = (\beta_1, \ldots, \beta_{10})$ du modèle linéaire tout en évitant le surapprentissage et en sélectionnant les variables pertinentes.

Méthodes :

— **Régression Ridge** minimise :

$$\sum_{i=1}^{50}\left(y_i-\sum_{j=1}^{10}X_{ij}\beta_j\right)^2+\lambda\sum_{j=1}^{10}\beta_j^2$$

— **Régression Lasso** minimise :

$$\sum_{i=1}^{50}\left(y_i-\sum_{j=1}^{10}X_{ij}\beta_j\right)^2+\lambda\sum_{j=1}^{10}|\beta_j|$$

Le paramètre $\lambda > 0$ contrôle la force de la régularisation.

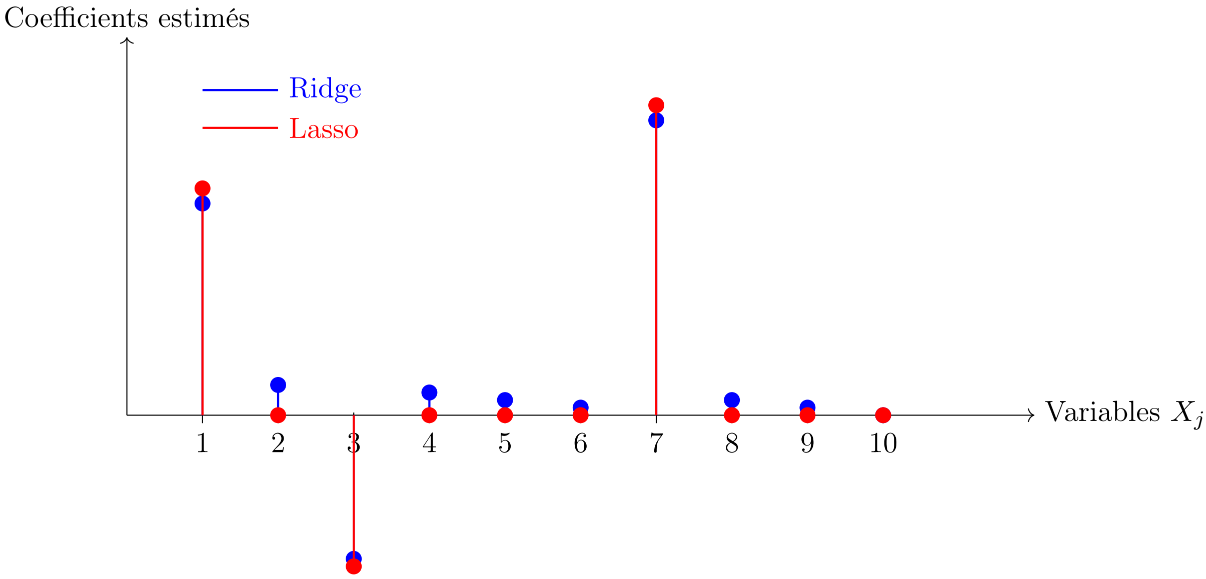


FIGURE 16.1 – Coefficients estimés par Ridge (bleu) et Lasso (rouge) pour chaque variable X_j

Interprétation :

— La **régression Ridge** réduit la magnitude des coefficients mais conserve toutes les variables, même celles non significatives (par exemple $X_2, X_4, X_5, \ldots$). Elle est utile pour traiter la multicolinéarité et stabiliser l'estimation.

— La **régression Lasso** force certains coefficients à zéro, effectuant ainsi une sélection automatique des variables. Ici, elle identifie correctement X_1, X_3, X_7 comme significatives, en supprimant les autres.

— Le choix du paramètre λ est crucial et est souvent optimisé par validation croisée pour équilibrer biais et variance.

Chapitre 17. Modélisation de la Dépendance

Introduction

Comprendre la dépendance entre variables aléatoires est fondamental en finance et assurance pour évaluer le risque global de portefeuilles ou de contrats liés. Ce chapitre présente les concepts de copules, mesures de dépendance, et les modèles courants.

17.1 Concepts clés

- Corrélation vs dépendance : la corrélation mesure la relation linéaire, alors que la dépendance est plus générale et peut capturer des liens non linéaires.
- Copules : fonctions liant les distributions marginales à la distribution conjointe, permettant de modéliser la dépendance indépendamment des marges.
- Types de copules :
  - Gaussian (copule normale) : dépendance symétrique basée sur la corrélation.
  - t-Student : similaire à Gaussian mais avec queues plus épaisses (capturant la dépendance extrême).
  - Archimédiennes (Clayton, Gumbel, Frank) : capturent différentes formes d'asymétrie et de dépendance aux extrêmes.
- Applications : gestion des risques, évaluation de portefeuilles, assurance multirisque.

17.2 Exemple détaillé : Modélisation de la dépendance par une copule gaussienne

Considérons deux actifs financiers X et Y dont les rendements suivent des distributions normales :

$$X \sim \mathcal{N}(\mu_X = 0.05, \sigma_X = 0.10), \quad Y \sim \mathcal{N}(\mu_Y = 0.08, \sigma_Y = 0.15).$$

La dépendance entre X et Y est modélisée par une copule gaussienne avec coefficient de corrélation $\rho = 0.7$.

Étape 1 : Transformation en marges uniformes

On transforme les variables X et Y en variables uniformes sur $[0, 1]$ via leurs fonctions de répartition marginales :

$$U = F_X(x) = \Phi\left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X}\right), \quad V = F_Y(y) = \Phi\left(\frac{y - \mu_Y}{\sigma_Y}\right),$$

où Φ est la fonction de répartition de la loi normale standard.

Exemple numérique : calculons U et V pour $x = 0.08$ et $y = 0.10$.

$$z_X = \frac{0.08 - 0.05}{0.10} = 0.3, \quad U = \Phi(0.3) \approx 0.6179,$$

$$z_Y = \frac{0.10 - 0.08}{0.15} = 0.1333, \quad V = \Phi(0.1333) \approx 0.5531.$$

Étape 2 : Fonction de la copule gaussienne

La copule gaussienne avec paramètre ρ est définie par :

$$C_\rho(u, v) = \Phi_\rho\left(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v)\right),$$

où Φ^{-1} est la fonction quantile de la loi normale standard, et Φ_ρ la fonction de répartition conjointe d'une loi normale bivariée centrée avec covariance :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}.$$

Pour $u = 0.6179$ et $v = 0.5531$,

$$s = \Phi^{-1}(u) = 0.3, \quad t = \Phi^{-1}(v) = 0.1333.$$

La valeur de la copule est :

$$C_{0.7}(0.6179, 0.5531) = \Phi_{0.7}(0.3, 0.1333).$$

Cette probabilité conjointe se calcule via la fonction de répartition bivariée normale, que l'on peut approximer numériquement (exemple via tables ou logiciel statistique).

Interprétation : $C_{0.7}(u, v)$ mesure la probabilité conjointe que X soit inférieur à 0.08 et Y inférieur à 0.10, prenant en compte la dépendance $\rho = 0.7$.

Interprétation

- $U = 0.62$ signifie que la réalisation $x = 0.08$ est au $62^{\text{ème}}$ percentile de sa distribution marginale normale.
- $V = 0.55$ signifie que la réalisation $y = 0.10$ est au $55^{\text{ème}}$ percentile de sa distribution marginale normale.
- La copule $C_{0.7}(0.62, 0.55) \approx 0.58$ donne la probabilité conjointe que $X \leq 0.08$ et $Y \leq 0.10$ en tenant compte de la dépendance modélisée par $\rho = 0.7$.

Cette modélisation par copule permet de séparer la gestion des distributions marginales de celle de la dépendance entre variables, ce qui est particulièrement utile en finance lorsque les marges sont non normales ou que la dépendance présente des caractéristiques complexes (par exemple asymétrie ou queues lourdes).

Remarque : La copule gaussienne est souvent un bon modèle de départ, mais d'autres copules (t-Student, Archimédiennes) peuvent être utilisées selon la nature des dépendances observées.

Illustration graphique

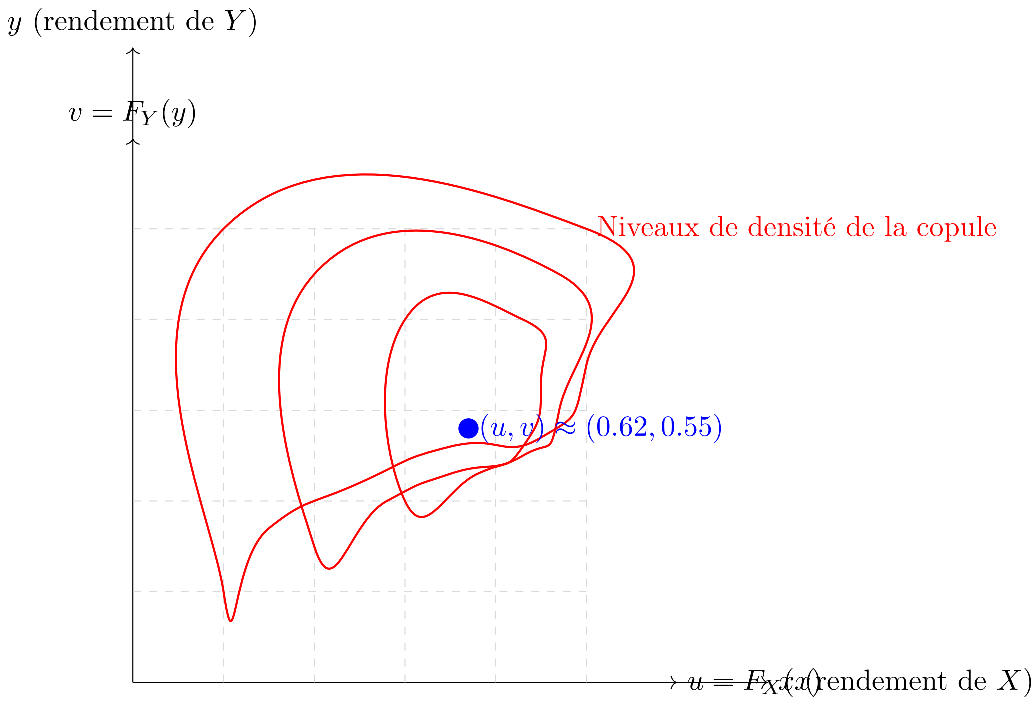


Figure 17.1 – Illustration stylisée de la copule gaussienne avec $\rho = 0.7$ et marges uniformes

Chapitre 18. Valorisation sous Modèles à Sauts

Introduction

Les modèles à sauts enrichissent les modèles classiques de diffusion en incorporant des événements brusques et rares, comme des chocs de marché, indispensables pour la valorisation d'options et produits dérivés.

Ce chapitre introduit les processus de Lévy, les modèles de Merton et Kou, ainsi que les techniques d'évaluation des options dans ces cadres.

18.1 Modèles de sauts

- Processus de Poisson composé : modélise les sauts par un nombre aléatoire d'événements dans le temps.
- Modèle de Merton : combinaison d'un mouvement brownien et d'un processus de sauts lognormaux.
- Modèle de Kou : modèle à sauts avec une loi exponentielle double pour la taille des sauts, permettant des asymétries.

18.2 Exemple détaillé : Valorisation d'une option européenne sous le modèle de Merton

Considérons une option d'achat européenne (call) avec les paramètres suivants :

$$\begin{cases} S_0 = 100, \quad K = 100, \quad r = 5\% = 0.05, \quad \sigma = 20\% = 0.2, \\ \lambda = 0.1, \quad \mu_Y = -0.2, \quad \delta_Y = 0.2, \quad T = 1 \text{ an.} \end{cases}$$

Étape 1 : Calcul des ajustements liés aux sauts

Le terme $k = \mathbb{E}[Y - 1]$ correspond à :

$$k = e^{\mu_Y + \frac{\delta_Y^2}{2}} - 1 = e^{-0.2 + \frac{0.2^2}{2}} - 1 = e^{-0.2+0.02} - 1 = e^{-0.18} - 1 \approx 0.8353 - 1 = -0.1647.$$

Étape 2 : Prix de l'option comme somme pondérée

Le prix de l'option s'écrit :

$$C = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda T} \frac{(\lambda T)^n}{n!} C_{BS} \left(S_0, K, r - \lambda k + \frac{n \ln(1+k)}{T}, \sqrt{\sigma^2 + \frac{n\delta_Y^2}{T}}, T \right).$$

Pour simplifier, on approxime la somme aux termes $n = 0, 1, 2$.

Calcul des termes :

— Pour $n = 0$:

$$p_0 = e^{-\lambda T}\frac{(\lambda T)^0}{0!} = e^{-0.1} \approx 0.9048,$$

$$r_0 = r - \lambda k + 0 = 0.05 - 0.1 \times (-0.1647) = 0.05 + 0.01647 = 0.06647,$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\sigma^2 + 0} = 0.2.$$

— Pour $n = 1$:

$$p_1 = e^{-0.1}\frac{(0.1)^1}{1!} = 0.9048 \times 0.1 = 0.09048,$$

$$r_1 = 0.05 - 0.1 \times (-0.1647) + \frac{1 \times \ln(1 - 0.1647)}{1} = 0.06647 + \ln(0.8353) = 0.06647 - 0.180 = -0.11353,$$

$$\sigma_1 = \sqrt{0.2^2 + 1 \times 0.2^2} = \sqrt{0.04 + 0.04} = \sqrt{0.08} \approx 0.283.$$

— Pour $n = 2$:

$$p_2 = e^{-0.1}\frac{(0.1)^2}{2!} = 0.9048 \times 0.005 = 0.00452,$$

$$r_2 = 0.06647 + 2 \times \ln(0.8353) = 0.06647 + 2 \times (-0.18) = 0.06647 - 0.36 = -0.29353,$$

$$\sigma_2 = \sqrt{0.04 + 2 \times 0.04} = \sqrt{0.12} \approx 0.346.$$

Étape 3 : Calcul des prix Black-Scholes

On utilise la formule classique du call BS (avec d_1, d_2) :

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{S_0}{K}) + (r_i + \frac{\sigma_i^2}{2})T}{\sigma_i\sqrt{T}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma_i\sqrt{T},$$

$$C_{BS}(S_0, K, r_i, \sigma_i, T) = S_0\Phi(d_1) - Ke^{-r_i T}\Phi(d_2).$$

Calculons les trois prix :

— $n = 0$:

$$d_1 = \frac{\ln(1) + (0.06647 + 0.02)}{0.2} = \frac{0.08647}{0.2} = 0.43235, \quad d_2 = 0.43235 - 0.2 = 0.23235,$$

$$C_0 = 100\Phi(0.43235) - 100e^{-0.06647}\Phi(0.23235).$$

En utilisant des tables ou une calculatrice de la fonction Φ :

$$\Phi(0.43235) \approx 0.6665, \quad \Phi(0.23235) \approx 0.5919, \quad e^{-0.06647} \approx 0.9357,$$

donc

$$C_0 = 66.65 - 100 \times 0.9357 \times 0.5919 = 66.65 - 55.34 = 11.31.$$

— $n = 1$:

$$d_1 = \frac{0 + (-0.11353 + \frac{0.283^2}{2})}{0.283} = \frac{-0.11353 + 0.04}{0.283} = \frac{-0.07353}{0.283} = -0.2598,$$

$$d_2 = -0.2598 - 0.283 = -0.5428,$$

$$C_1 = 100\Phi(-0.2598) - 100e^{0.11353}\Phi(-0.5428).$$

Avec :

$$\Phi(-0.2598) = 1 - \Phi(0.2598) \approx 1 - 0.6020 = 0.3980,$$

$$\Phi(-0.5428) = 1 - \Phi(0.5428) \approx 1 - 0.705 = 0.295,$$

$$e^{0.11353} \approx 1.1203,$$

donc

$$C_1 = 39.80 - 100 \times 1.1203 \times 0.295 = 39.80 - 33.06 = 6.74.$$

— $n = 2$:

$$d_1 = \frac{0 + (-0.29353 + \frac{0.346^2}{2})}{0.346} = \frac{-0.29353 + 0.06}{0.346} = \frac{-0.23353}{0.346} = -0.6746,$$

$$d_2 = -0.6746 - 0.346 = -1.0206,$$

$$C_2 = 100\Phi(-0.6746) - 100e^{0.29353}\Phi(-1.0206).$$

Avec :

$$\Phi(-0.6746) \approx 1 - 0.75 = 0.25,$$

$$\Phi(-1.0206) \approx 1 - 0.846 = 0.154,$$

$$e^{0.29353} \approx 1.341,$$

donc

$$C_2 = 25 - 100 \times 1.341 \times 0.154 = 25 - 20.66 = 4.34.$$

Étape 4 : Calcul du prix total

$$C \approx p_0 C_0 + p_1 C_1 + p_2 C_2 = 0.9048 \times 11.31 + 0.09048 \times 6.74 + 0.00452 \times 4.34,$$

$$C \approx 10.23 + 0.61 + 0.02 = 10.86.$$

Ce prix inclut donc l'effet des sauts dans la dynamique du sous-jacent.

Remarque : Le prix Black-Scholes classique avec les mêmes paramètres (sans saut) serait environ $C_{BS} = 10.45$, donc le modèle à sauts ajuste légèrement le prix vers le haut.

Conclusion Générale

Ce cours a offert une vue d'ensemble complète des concepts clés en finance, actuariat et gestion des risques, en abordant à la fois les fondements théoriques et leurs applications pratiques.

Nous avons exploré la création monétaire, les fonctions de la monnaie, la gestion de portefeuille avec ses méthodes d'optimisation et de mesure du risque, ainsi que la finance participative qui propose une alternative éthique et solidaire au système financier classique.

L'analyse des séries chronologiques et la théorie des valeurs extrêmes ont permis de comprendre comment modéliser et prévoir les comportements des marchés, en tenant compte des événements rares et des fluctuations importantes. La théorie de la ruine a quant à elle mis en lumière les enjeux liés à la solvabilité et la gestion des risques en assurance.

Les outils d'économétrie financière, de régression en grandes dimensions, et de modélisation de la dépendance (notamment via les copules) enrichissent la palette méthodologique pour analyser des données complexes et interconnectées.

Enfin, les normes réglementaires de solvabilité et les modèles avancés de valorisation sous sauts illustrent l'importance de la rigueur et de l'innovation dans la gestion des risques et la tarification des produits financiers.

Cette formation prépare ainsi à relever les défis actuels de la finance moderne, en combinant théorie, techniques quantitatives et conscience des enjeux éthiques et réglementaires. Elle ouvre la voie à des carrières diversifiées dans la finance, l'assurance, la gestion d'actifs et la recherche.

La maîtrise de ces connaissances est essentielle pour comprendre les marchés financiers, anticiper les risques, et contribuer à la stabilité et à l'efficacité du système financier global.