Интегралы

Таблица интегралов

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1),$$

$$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x + C,$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + C,$$

$$\int \operatorname{tg} x\,dx = -\ln|\cos x| + C,$$

$$\int \operatorname{ctg} x\,dx = \ln|\sin x| + C,$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} + C \quad (a > 0)$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{x}{a} + C,$$

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + C,$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C;$$

$$\int e^x\,dx = e^x + C;$$

$$\int \operatorname{sh} x\,dx = \operatorname{ch} x + C;$$

$$\int \operatorname{ch} x\,dx = \operatorname{sh} x + C;$$

$$\int \operatorname{th} x\,dx = \ln|\operatorname{ch} x| + C;$$

$$\int \operatorname{cth} x\,dx = \ln|\operatorname{sh} x| + C;$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x} = \operatorname{th} x + C;$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{sh}^2 x} = -\operatorname{cth} x + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C;$$

$$\int \frac{dx}{1 + x^2} = \operatorname{arctg} x + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}| + C.$$

Производные

Таблица производных основных элементарных функций

$$(c)' = 0 \ (c - \text{const}); \qquad (x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1} \ (\alpha - \text{const});$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}; \qquad \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2};$$

$$(\sin x)' = \cos x; \qquad (\cos x)' = -\sin x;$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}; \qquad (\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x};$$

$$(a^x)' = a^x \ln a; \qquad \left(e^x\right)' = e^x;$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}; \qquad (\ln x)' = \frac{1}{x};$$

$$^*(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}; \qquad ^*(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}};$$

$$^*(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}; \qquad ^*(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1 + x^2}.$$

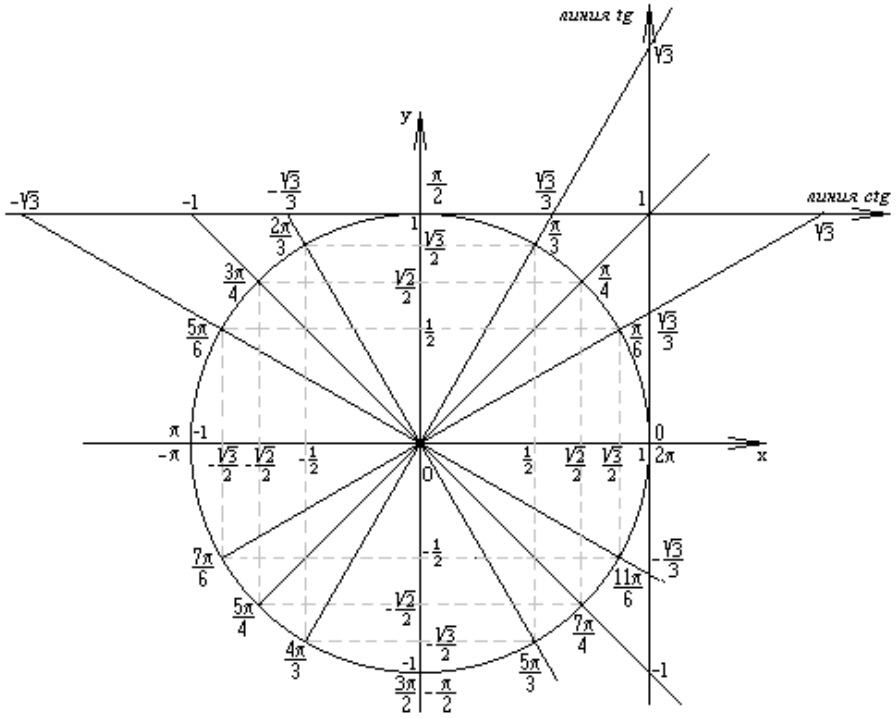
Основные правила дифференцирования

$$(c \cdot u)' = c \cdot u', \ c - \text{const}; \qquad (u \pm v)' = u' \pm v';$$

$$(uv)' = u'v + uv'; \qquad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2};$$

$$y = f\big(g(x)\big), \ y' = f'_u(u) \cdot g'_x(x), \ \text{где} \ u = g(x).$$

Тригонометрический круг



Формулы сокращенного умножения

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Тригонометрические формулы

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin 2x = 2\sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$1 + \mathrm{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$$

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)$$

$$2\sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)$$

$$2\sin\alpha\cos\beta = \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)$$

ч

Интегрирование по частям

$$\int u\,d\vartheta = u\vartheta - \int \vartheta\,du$$

IF $(\int P(x)e^{ax}\,dx \;||\; \int P(x)\sin ax\,dx \;||\; \int P(x)\cos ax\,dx\,)$ // P(x)-многочлен
$\{ u = P(x);$
$d\vartheta =$ (остальные сомножители); $\}$

ELSE IF $(\int P(x)\arcsin x\,dx \;||\; \int P(x)\arccos x\,dx \;||\; \int P(x)\,\mathrm{arctg}\,x\,dx\,)$
// P(x)-многочлен
$\{ u = arc*;$
$d\vartheta = P(x)dx;\}$

ELSE IF $(\int e^{ax}\sin bx\,dx \;||\; e^{ax}\cos bx\,dx)$
$\{ u =$ (остальные сомножители);
$d\vartheta = e^{ax}\,dx;\}$

ELSE IF $(\int \ln x\,dx \;||\; \int(x^2+3)\ln x\,dx \;||\; x\ln^a x\,dx)$
$\{ u = \ln^a x\,;$
$d\vartheta =$ (остальные сомножители); $\}$