отправлю

Д/З

Интерполяция кубическими сплайнами

	x	y
0	1	2
1	3	5
2	5	2
3	7	-1
4	9	2

$S_1(2) - ?$

$S_2(4) - ?$

$$S_i(x) = M_{i-1}\frac{(x_i - x)^3}{6h_i} + M_i\frac{(x - x_{i-1})^3}{6h_i} +$$

$$+\left(y_{i-1} - \frac{M_{i-1}h_i^2}{6}\right)\frac{x_i - x}{h_i} + \left(y_i - \frac{M_i h_i^2}{6}\right)\frac{x - x_{i-1}}{h_i}$$

$$CM = d$$

$$C_{ij} \begin{cases} \frac{h_i + h_{i+1}}{3}, & i = j \text{ - гл. диагональ} \\ \frac{h_{i+1}}{6}, & j = i+1 \text{ - выше гл. диагонали} \\ \frac{h_i}{6}, & j = i-1 \text{ - ниже гл. диагонали} \\ 0, & |i-j| > i \text{ - остальные элементы} \end{cases}$$

$$(i, j = \overline{1, n-i})$$

$$M_0 = M_n = 0$$

d - вектор правых частей $(i = \overline{1, n-1})$

$$d_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{h_{i+1}} - \frac{y_i - y_{i-1}}{h_i}$$

$$h_i = x_i - x_{i-1}$$

$$h_1 = x_1 - x_0 = 3 - 1 = 2$$
$$h_2 = x_2 - x_1 = 5 - 3 = 2$$
$$h_3 = x_3 - x_2 = 7 - 5 = 2$$
$$h_4 = x_4 - x_3 = 8 - 7 = 2$$

$$C = \begin{pmatrix} \frac{h_1 + h_2}{3} & \frac{h_2}{6} & 0 & 0 \\ \frac{h_2}{6} & \frac{h_2 + h_3}{3} & \frac{h_3}{6} & 0 \\ 0 & \frac{h_3}{6} & \frac{h_3 + h_4}{3} & \end{pmatrix}$$

$$d_1 = \frac{y_2 - y_1}{h_2} - \frac{y_1 - y_0}{h_1} = \frac{2-5}{2} - \frac{5-2}{2} = -3$$

$$d_2 = \frac{y_3 - y_2}{h_3} - \frac{y_2 - y_1}{h_2} = \frac{-1-2}{2} - \frac{2-5}{2} = 0$$

$$d_3 = \frac{y_4 - y_3}{h_4} - \frac{y_3 - y_2}{h_3} = \frac{2+1}{2} - \frac{-1-2}{2} = 3$$

Т.о., вектор правых частей - $d = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & -3 \\ \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & 3 \end{array}\right) \begin{matrix} \\ \\ 2^{ая} \cdot (-4) \end{matrix} \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{15}{3} & \frac{-4}{3} & -3 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & 3 \end{array}\right) \begin{matrix} \\ 3^2 \cdot 15 \\ \sim \end{matrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & 3 \\ 0 & 0 & \frac{56}{3} & 42 \end{array}\right)$$

$x_3 = 2.25$

$x_2 = 0$

$x_1 = -2.25$

$T.0, \quad M = \begin{pmatrix} 0 \\ -2,25 \\ 0 \\ 2,25 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$S_1(2) = M_0 \frac{(x_1 - x)^3}{6 \cdot h_1} + M_1 \frac{(x - x_0)^3}{6 \cdot h_1} +$$

$$+\left(y_0 - \frac{M_0 h_1^2}{6}\right)\frac{x_1 - x}{h_1} + \left(y_1 - \frac{M_1 h_1^2}{6}\right)\frac{x - x_0}{h_1} =$$

$$= 0 + \frac{-2.25\ (2-1)^3}{6 \cdot 2} + (2-0)\frac{3-2}{2} +$$

$$+\left(5 - \frac{-2.25 \cdot 2^2}{6}\right)\frac{2-1}{2} = 4.0625$$

$$S_2(4) = M_1 \frac{(y_2 - y)^3}{6 h_2} + M_2 \frac{(x - x_1)^3}{6 \cdot h_2} +$$

$$+\left(y_1 - \frac{M_1 h_2^2}{6}\right)\frac{x_2 - x}{h_2} + \left(y_2 - \frac{M_2 h_2^2}{6}\right)\frac{x - x_1}{h_2} =$$

$$= 4.0625$$