



§ 8.2 ДИФРАКЦИЯ

Дифракция – явление нарушения целостности фронта волны, вызванное резкими неоднородностями среды. Проявляется в нарушении прямолинейности распространения световых лучей, огибанием волнами препятствий, в проникновении света в область геометрической тени.

Для дифракции характерно не столько загибание света за края преград, сколько возникновение за преградой интерференционной картины.

Ст.преп. ЛУБСКИЙ ВИТАЛИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ
Доцент ПИНЕГИНА ТАТЬЯНА ЮРЬЕВНА

8.2. ДИФРАКЦИЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями и связанных с этим отклонениями от законов геометрической оптики (отклонение от прямолинейного распространения света).

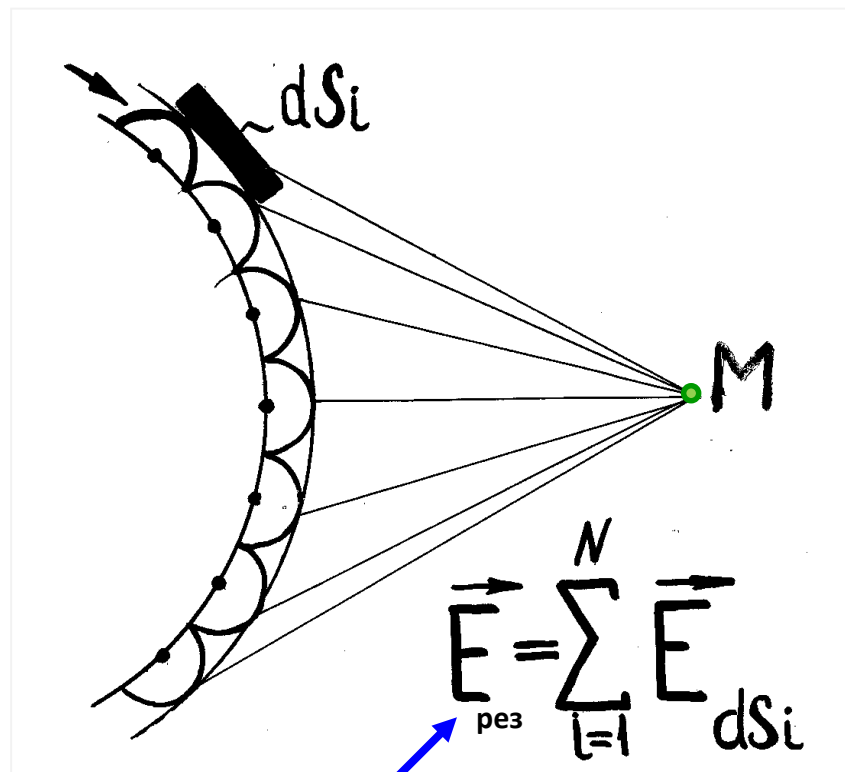
Другое упрощенное определение: Проявление дифракции приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени.

Электромагнитная волна – это распространение колебаний связанных между собой векторов напряженности электрического и магнитного полей. Все выводы мы будем выводить для светового вектора \vec{E} , т.к. фотохимические, физиологические, фотоэлектрические и другие действие света на вещества связаны с колебаниями светового вектора волны. А магнитное поле связано с переменным электрическим полем соотношением однофазности колебаний векторов напряженностей электромагнитной волны.

ЗАДАЧА. Распространяется электромагнитная волна. Необходимо рассчитать результирующую амплитуду волны (от всего фронта) в точке М. Для расчетов разобьём волновой фронт волны на отдельные элементарные площадки площадью dS_i .

Для того, чтобы определить поле в данной точке, надо сложить все вклады от элементов волновой поверхности, на которые разбит фронт, с учетом их амплитуд и фаз.

!
Разбиение фронта волны произвольным образом не дает возможности рассчитать результирующую амплитуду в выбранной точке пространства. Математически эта задача неразрешима.



Результирующая амплитуда световых волн есть векторная сумма в точке М всех амплитуд от элементарных площадок, на которые разбивался волновой фронт.

Метод зон Френеля

Принцип Гюйгенса-Френеля

Расчет явления дифракции производится на основе принципа Гюйгенса – Френеля, которому соответствуют следующие положения.

- Каждый элемент волновой поверхности S служит источником вторичной сферической волны (основа принципа Гюйгенса).
- Вторичные волны сферические. Вторичные волны **когерентны** между собой, **они интерферируют** (дополнение Френеля).
- Результирующая амплитуда колебаний в данной точке равна **геометрической сумме** амплитуд, посылаемых всеми вторичными источниками волнового фронта.

- Принцип Гюйгенса решает лишь задачу о направлении распространения волнового фронта, но не затрагивает вопроса об амплитуде и интенсивности волн, распространяющихся по разным направлениям.

- Для вторичных источников справедлив принцип суперпозиции: излучение одних участков волновой поверхности не влияет на излучение других . Френель вложил в принцип Гюйгенса физический смысл, дополнив его идеей интерференции вторичных волн.

- Используя эти положения, Френель уже мог сделать количественные расчеты дифракционной картины.

§ 8.2.1. МЕТОД ЗОН ФРЕНЕЛЯ

Зоны Френеля - участки, на которые можно разбить поверхность световой (или звуковой) волны для вычисления результатов дифракции.

Френель предложил оригинальный метод разбиения волновой поверхности на зоны, позволяющий упростить решение задачи об амплитуде колебаний в произвольной точке пространства M , до которой доходит световая волна. В этом методе (как и в принципе Гюйгенса) используется разбиение только переднего фронта волны.

Суть метода зон Френеля состоит в разбиении волновой поверхности на кольцевые зоны, расстояние от краев соседних зон до произвольной точки M отличаются на $\frac{\lambda}{2}$.

Следовательно, результирующие колебания, создаваемые каждой из зон в целом, для соседних зон будут отличаться по фазе на π (то есть волны от вторичных источников приходят в данную точку в противофазе)

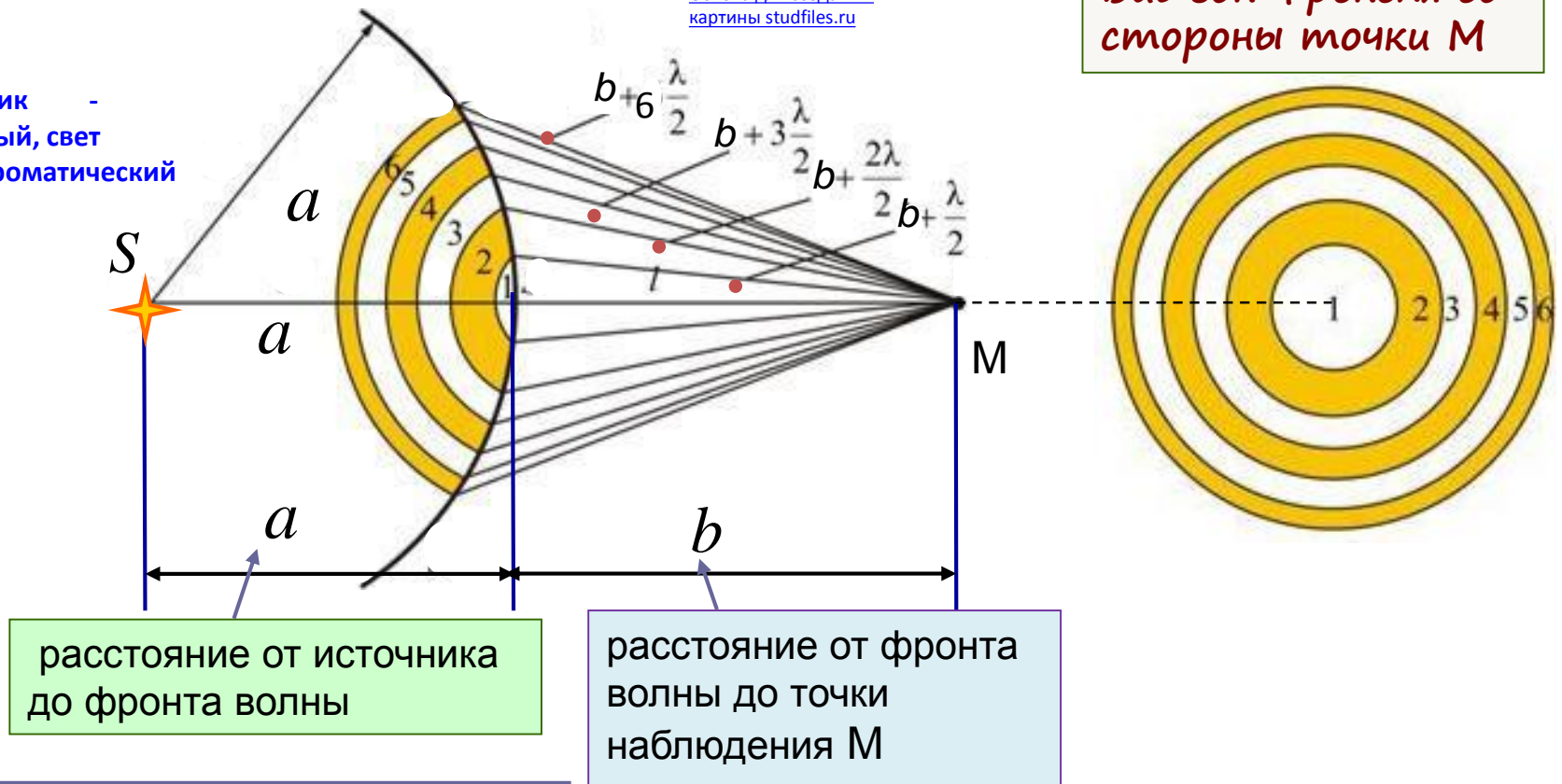
Метод зон Френеля (разбиения волнового фронта) позволяет найти результат интерференции от вторичных источников (каждой точки волнового фронта волны).

МЕТОД ЗОН ФРЕНЕЛЯ

Источник -
точечный, свет
монохроматический

Основа для создания
картины studfiles.ru

Вид зон Френеля со
стороны точки М



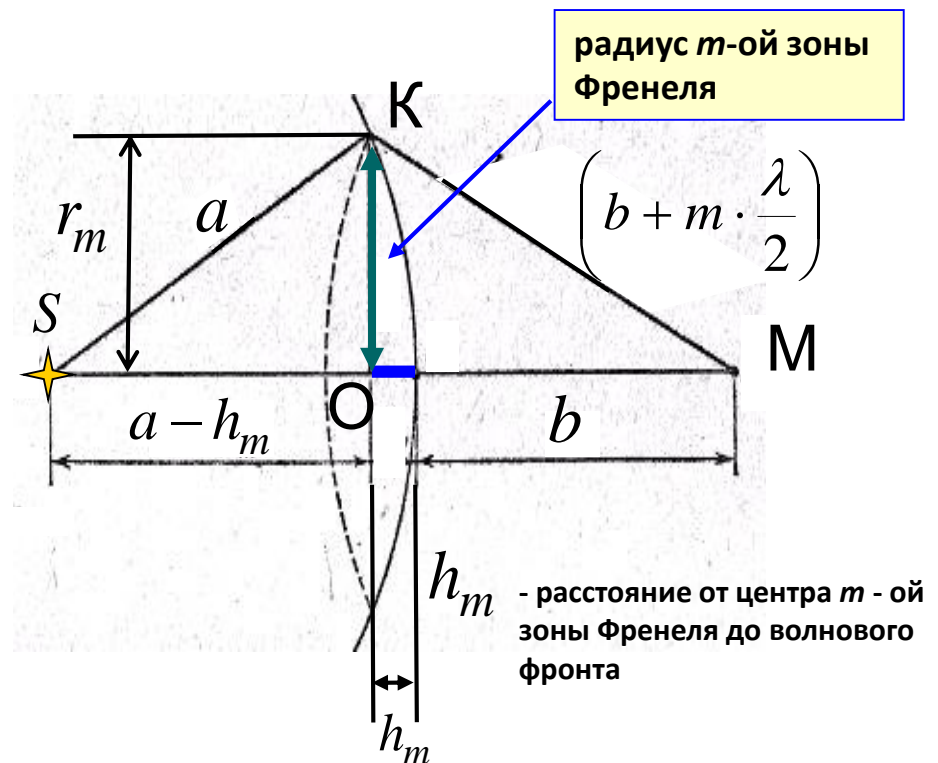
ПОСТРОЕНИЕ ЗОН ФРЕНЕЛЯ

Источник соединяем с точкой М. Фронт волны (положение в данный момент времени) – сферический радиуса a . Расстояние от фронта до точки М равно b . Из точки М радиусом $(b + \frac{\lambda}{2})$ на волновой поверхности чертим окружность, этот сегмент, основой которого является круг, это и есть 1-ая зона Френеля. Далее из точки М радиусом $(b + 3\frac{\lambda}{2})$ выделяем второй сегмент. Разница между вторым и первым сегментами и есть 2-ая зона Френеля. Расстояния от края m -ой зоны до точки равно $(b + m\frac{\lambda}{2})$. Разбиение волнового фронта на зоны происходит до тех пор, пока не исчерпается передняя часть фронта. Зоны Френеля волнового фронта сферической волны являются кольцами, кроме 1-й зоны (шаровой сегмент).

Центральная (первая) зона Френеля состоит из точек фронта волны, распространяющейся от источника S , ограничивается точками на расстоянии $\left(b + \frac{\lambda}{2}\right)$ от точки M .

Точки сферического фронта, лежащие на расстояниях $\left(b + 2 \cdot \frac{\lambda}{2}\right), \left(b + 3 \cdot \frac{\lambda}{2}\right)$ и т.д. от точки M ограничивают 2-ую, 3-ьюзоны Френеля.

Для оценки амплитуд колебаний рассчитаем площади зон Френеля. Внешняя граница m -ой зоны Френеля, которая представляет собой сферический сегмент радиуса r_m (он же радиус m -ой зоны) и высотой h_m , которая необходима для расчета площади зон Френеля.



РАСЧЕТ РАДИУСОВ И ПЛОЩАДЕЙ ЗОН ФРЕНЕЛЯ

Из треугольников ΔSKO и ΔMKO выразим радиус m -ой зоны

$$r_m^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2} \right)^2 - (b + h_m)^2$$

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2$$

Эти выражения приравняем и отсюда выразим величину:

$$h_m = \frac{mb\lambda}{2(a+b)}$$

Площадь m -ого сегмента волновой поверхности равна

$$S_m = 2\pi a h_m = \frac{m\pi ab\lambda}{(a+b)}$$

Площадь m -ой зоны Френеля есть разница площадей соседних сегментов

$$\Delta S = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi ab \lambda}{(a + b)}$$

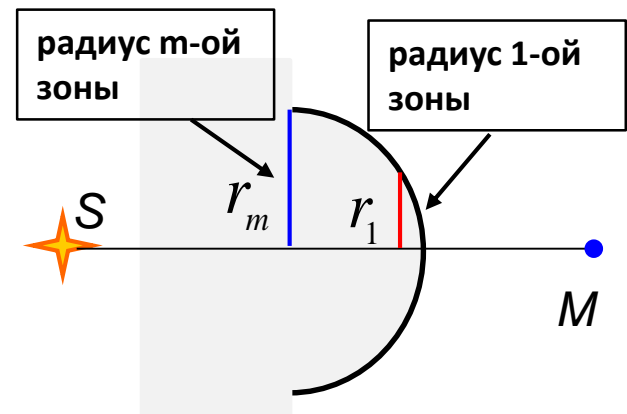
Первый вывод из теории зон Френеля

Площадь зоны Френеля не зависит от номера зоны. При небольших номерах зон их площади практически равны.

При выводе всех формул пренебрегаем величиной λ^2 , т.к. она очень мала по сравнению с радиусом волнового фронта a и расстоянием b от фронта до точки М.

Радиус внешней границы **m -ой зоны Френеля** сферического волнового фронта равен:

$$r_m \approx \sqrt{2ah_m} = \sqrt{\frac{mab\lambda}{(a + b)}}$$



РАСЧЕТ АМПЛИТУДЫ КОЛЕБАНИЙ В ТОЧКЕ М

Векторная сумма для результирующего колебания в точке наблюдений М (согласно принципу суперпозиции волн) равна:

$$\vec{E}_{рез} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$

Второй вывод из теории зон Френеля

Колебания, возбуждаемые в точке М двумя соседними зонами, противоположны по фазе, т.к. разность хода волн от этих зон до точки М равна $\frac{\lambda}{2}$.

Поэтому

$$E_{рез} = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots$$

Лучи (волны), обозначенные одинаково (крестики, цветные пунктирные линии), имеют разность хода в половину длины волны и, достигая точки М, **ослабляют друг друга**

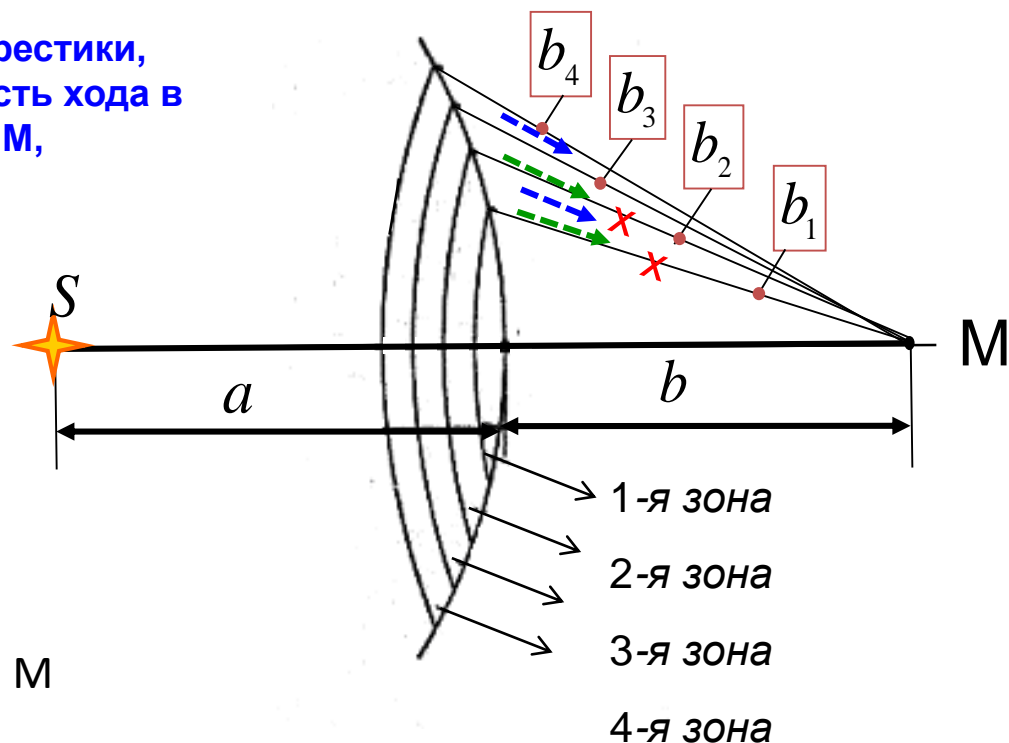
$$b_1 = b + \frac{\lambda}{2}$$

$$b_2 = b_1 + \frac{\lambda}{2}$$

$$b_3 = b_2 + \frac{\lambda}{2}$$

и т.д.

Расстояние b_m от края зоны до точки М медленно растет с номером зоны m .



Третий вывод из теории зон Френеля

Таким образом, амплитуды колебаний, возбуждаемых в точке М зонами Френеля, образуют **МОНОТОННО** убывающую последовательность.

$$E_1 > E_2 > E_3 > \dots > E_{m-1} > E_m > E_{m+1} > \dots$$

Математический пример монотонно убывающей знакопеременной последовательности: 100, 96, 92, 88, 84, 80, 76..... Определить её сумму.

$$A_{pez} = \frac{100}{2} + \left(\frac{100}{2} - 96_2 + \frac{92}{2} \right) + \left(\frac{92}{2} - 88 + \frac{84}{2} \right) + \dots$$

Применим этот численный результат для расчета результирующей амплитуды в точке М от сферического фронта, разбитого на зоны Френеля

$$\vec{E}_{pez} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$

$$E_{pez} = \frac{E_1}{2} + \left(\frac{E_1}{2} - E_2 + \frac{E_3}{2} \right) + \left(\frac{E_3}{2} - E_4 + \frac{E_5}{2} \right) + \dots \rightarrow$$

→ $E_{рез} = \frac{E_1}{2} \pm E_m$ → $E_m \ll E_1$ → $E_{рез} = \frac{E_1}{2}$

Амплитуда волны, создаваемая в точке наблюдения М всей сферической поверхностью волнового фронта равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной Френеля, а интенсивность равна

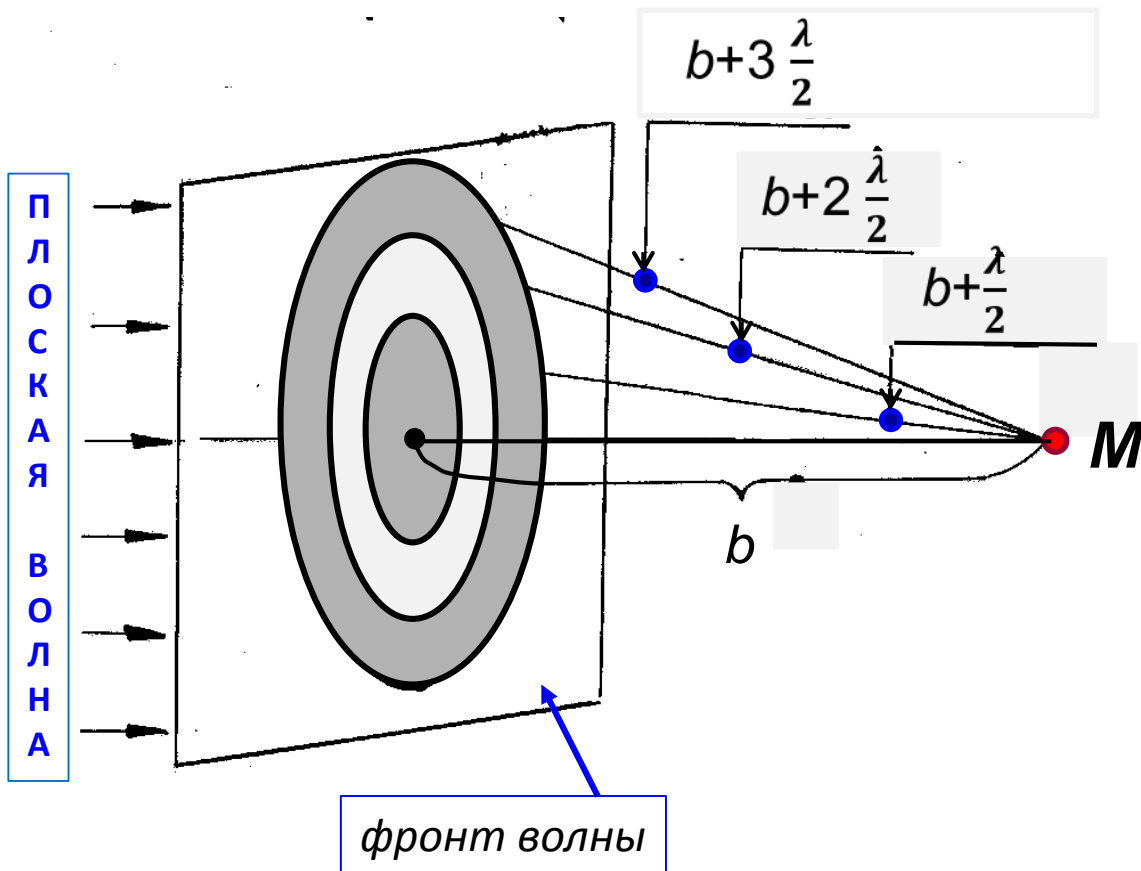
$$I \sim E_{рез}^2 \sim \frac{E_1^2}{4} \sim \frac{I_1^2}{4}$$

Площадь центральной зоны Френеля при $a = b = 1 м$, $\lambda \approx 7 \cdot 10^{-7} м$ равна

$$\Delta S = \frac{\pi ab \lambda}{(a + b)} \approx 10^{-6} м^2 \approx 1 мм^2$$

Этот результат не противоречит выводам геометрической оптики. Интенсивность в точке М определяется светом центральной зоны Френеля, который приходит по узкому каналу малой площади (расчет из волновой теории света). А в геометрической оптике свет распространяется от источника по лучам.

ЗОНЫ ФРЕНЕЛЯ (ПЛОСКАЯ ВОЛНА)



Радиус m – ой зоны Френеля (плоская волна)

$$r_m = \sqrt{m \cdot b \cdot \lambda}$$

Суть дифракции света – попадание света в область глубокой тени (“огибание” светом препятствия.)

Дифракция

Дифракция света сопровождается интерференцией. Интерferируют волны, обогнувшие препятствие

Myshared.ru

myshared.ru

Различают два вида дифракции. Если источник света и точка наблюдения расположены друг от друга настолько далеко, что световые лучи можно считать параллельными, то говорят о дифракции Фраунгофера. Если лучи нельзя считать параллельными, то говорят о дифракции Френеля.

ppt-online.org

Есть и другие признаки различия этих видов дифракций.

- Дифракция сферических волн это дифракция Френеля. Дифракция Фраунгофера – это дифракция в параллельных лучах.
- Дифракционная на небольших расстояниях от препятствия (результат дифракции Френеля). Дифракция Фраунгофера – это случай дифракции, наблюдаемой на значительных расстояниях от преграды.

Критерии различий различных областей оптики

λ - длина волны,

r_0 - размер препятствия,

b - расстояние от препятствия до точки наблюдения

studfiles.net

$$\frac{r_0^2}{b \cdot \lambda} \begin{cases} \gg 1 - \text{геометрическая оптика,} \\ \sim 1 - \text{дифракция Френеля,} \\ \ll 1 - \text{дифракция Фраунгофера.} \end{cases}$$

ДИФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ

(ДИФРАКЦИЯ В РАСХОДЯЩИХСЯ ЛУЧАХ)

ДИФРАКЦИЯ
НА КРУГЛОМ
ДИСКЕ

ДИФРАКЦИЯ
НА КРУГЛОМ
ОТВЕРСТИИ

ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА

(ДИФРАКЦИЯ В ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЛУЧАХ)

ДИФРАКЦИЯ
НА ОДНОЙ
ЩЕЛИ

ДИФРАКЦИЯ НА
ДИФРАКЦИОННОЙ
РЕШЕТКЕ

Дифракция Френеля

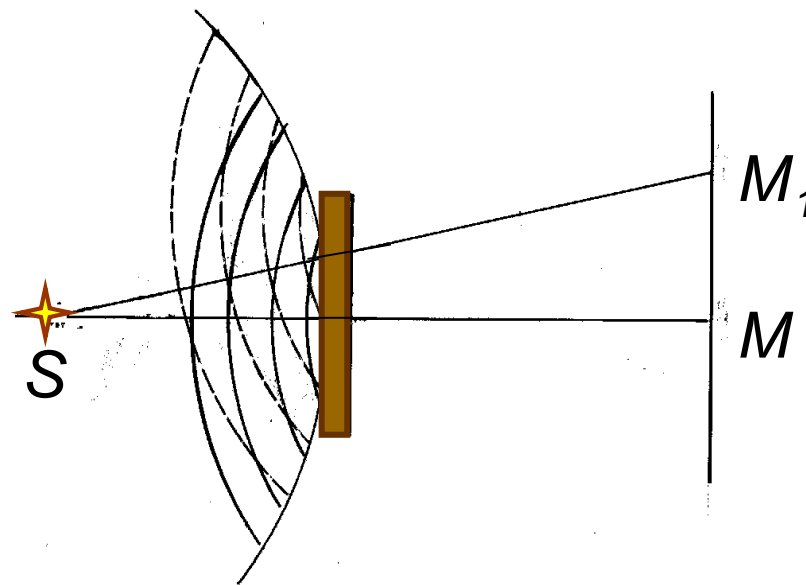
§ 8.2.2. Дифракция Френеля

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

ДИФРАКЦИЯ НА КРУГЛОМ ЭКРАНЕ

На пути световой волны, испускаемой точечным источником $S_{ист}$, поставим круглый экран (диск) радиусом r_0 , сделанный из непрозрачного материала. Пусть число перекрываемых этим диском зон Френеля равно K .

! Для каждой точки на экране наблюдений (например M и M_1) построение зон Френеля проводится отдельно и эти построения не совпадают



Амплитуда в центральной точке М на экране наблюдений, когда k зон Френеля перекрыто равна:

$$E_{рез} = E_{k+1} - E_{k+2} + E_{k+3} - E_{k+4} + \dots \pm E_m$$

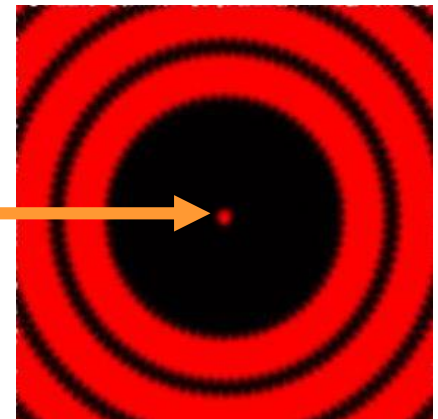
Применяя тот же приём, как и для определения амплитуды волны в точке М от всего фронта волны, идущей от точечного источника, в случае перекрытия части фронта круглым экраном имеем в точке наблюдения М

$$E_{рез} = \frac{E_{k+1}}{2} \pm \frac{E_m}{2} \approx \frac{E_{k+1}}{2} \quad \leftarrow \quad E_m \ll E_1$$

Интенсивность световой волны за непрозрачным диском в точке наблюдения М определяется амплитудой первой открытой зоны Френеля.

В *середине* дифракционной картины на непрозрачном диске всегда будет *светлое пятно* независимо от того, четное или нечетное число зон Френеля перекрыто (см. рисунок Дифракционная картина на непрозрачном диске)

Центр
дифракционной
картины на экране
наблюдений



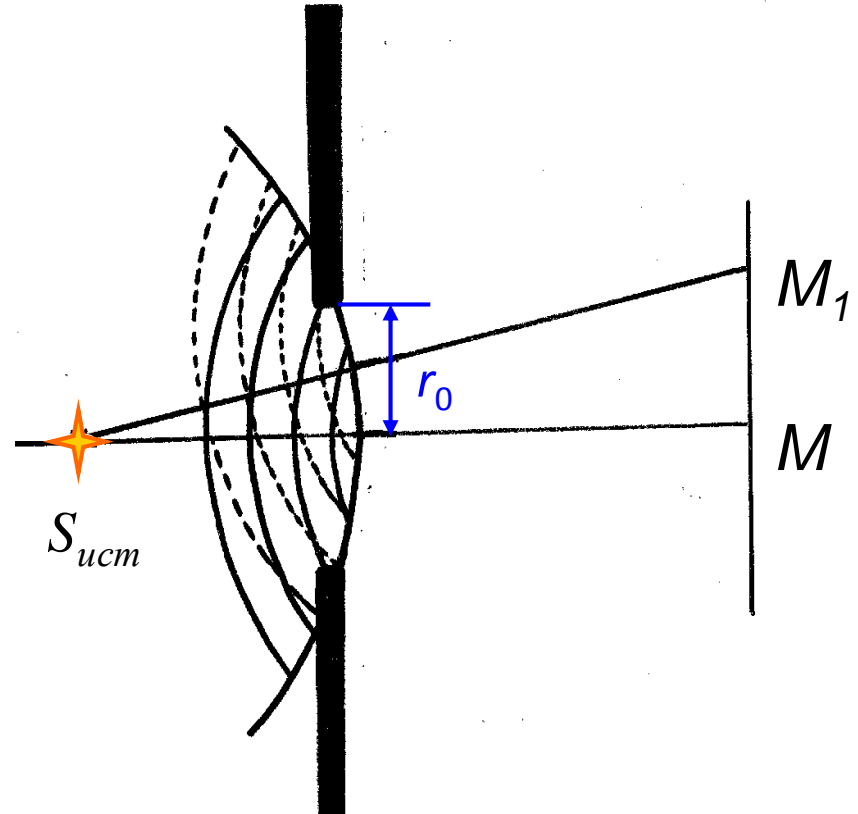
ДИФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ ОТ КРУГЛОГО ОТВЕРСТИЯ

Пропустим световую волну, испускаемую точечным источником $S_{ист}$ через круглое отверстие радиусом r_0 , сделанным в непрозрачной преграде.

Круглое отверстие пропускает m зон Френеля, остальная часть волновой поверхности перекрыта.

Число открытых зон Френеля равно:

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$



Амплитуда в точке М при K открытых зон Френеля будет равна:

$$E_{рез} = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots \pm E_K$$

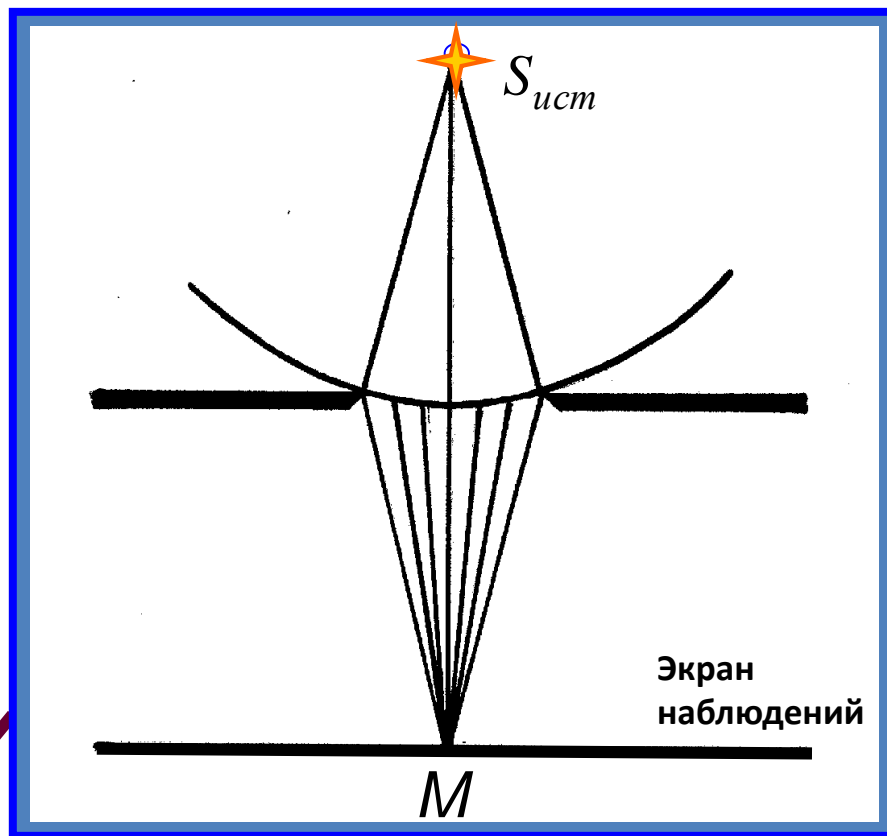
Перед берется знак плюс, если K - нечетное число, и минус, если K - четное.

Окончательно выводы для любого K :

1) Если отверстие открывает **нечетное число зон Френеля** в центре картины напротив отверстия мы видим **максимум интенсивности** (светлое пятно)

$$E_{рез} = E_1 .$$

2) Если открыто **четное число зон**, то в точке М – **минимум интенсивности** (темное пятно) $E_{рез} = 0$.



При смещении от центра вдоль экрана максимумы и минимумы чередуются. Зоны перекрываются частично, что надо учитывать при расчетах. Но дифракционные картины будут такими, как на рисунках



studfiles.ru

*открыто
нечетное
число зон
Френеля*

*открыто
четное
число зон
Френеля*



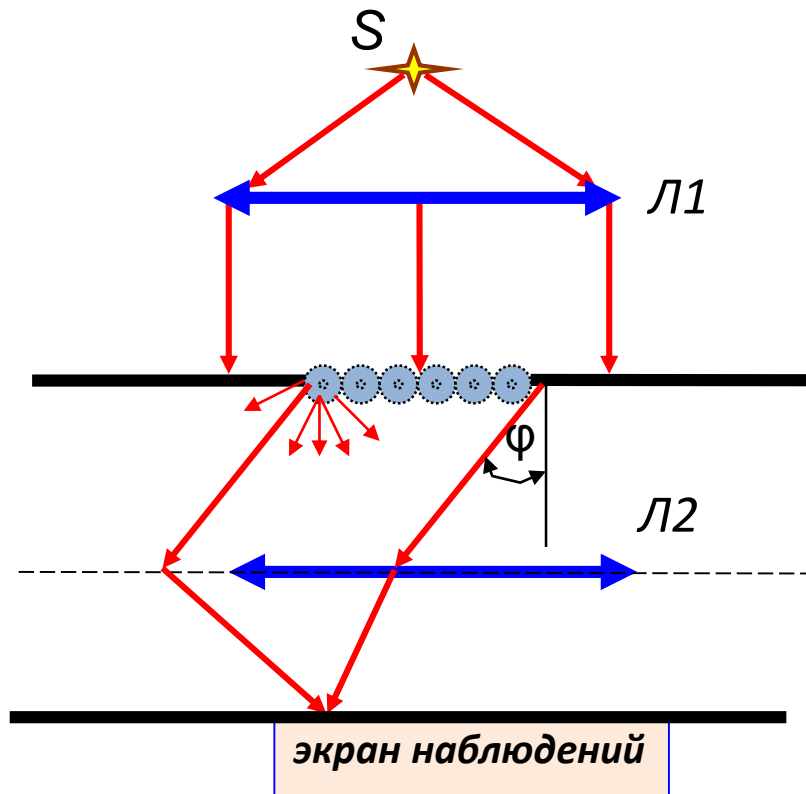
studfiles.ru

Освещённость в центре дифракционной картины на экране зависит от числа зон Френеля, которые уместились в круглом отверстии.

uzh-horod.info


Дифракция Фраунгофера

§ 8.2.3. ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА (ДИФРАКЦИЯ В ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЛУЧАХ)



Источник S помещен в фокусе линзы $L1$ для создания пучка после линзы параллельных лучей.

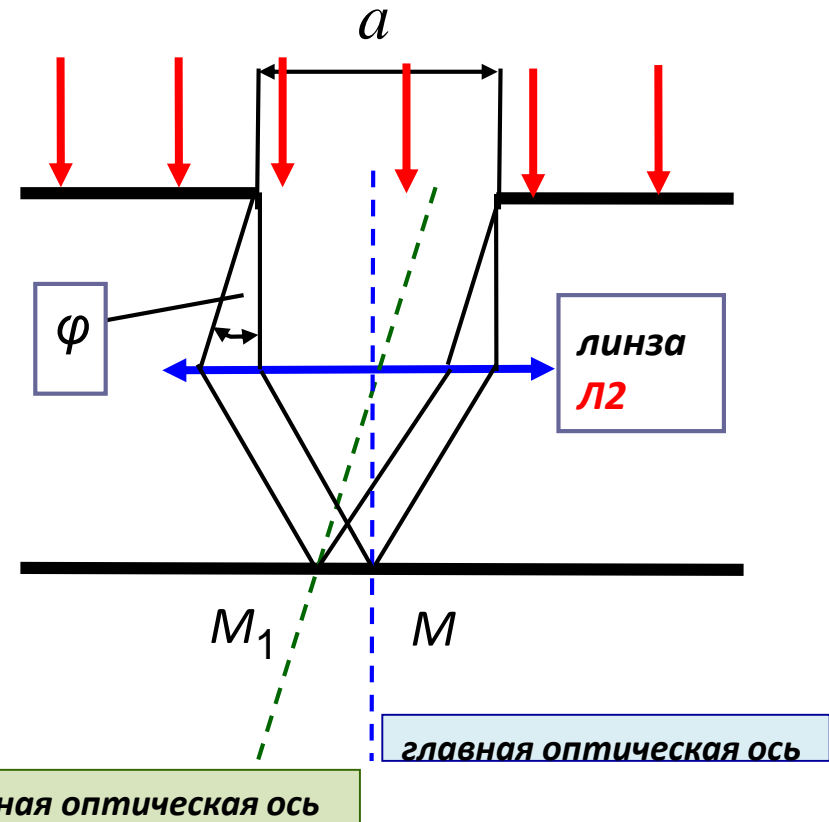
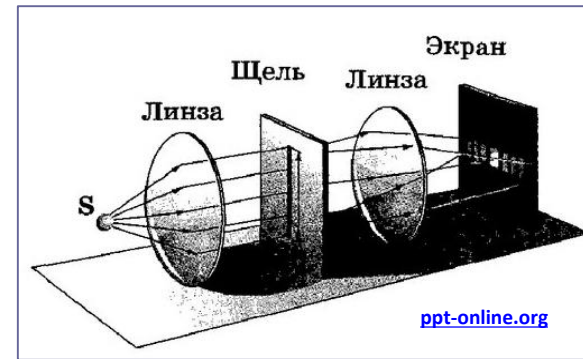
Линза $L2$ помещена так, что экран наблюдений находится в её фокусе для того, чтобы собирать в одной точке на экране наблюдений лучи, которые после препятствия распространяются под одним и тем же углом дифракции φ .

 - фронты сферических волн от вторичных источников

ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА НА ОДНОЙ ЩЕЛИ

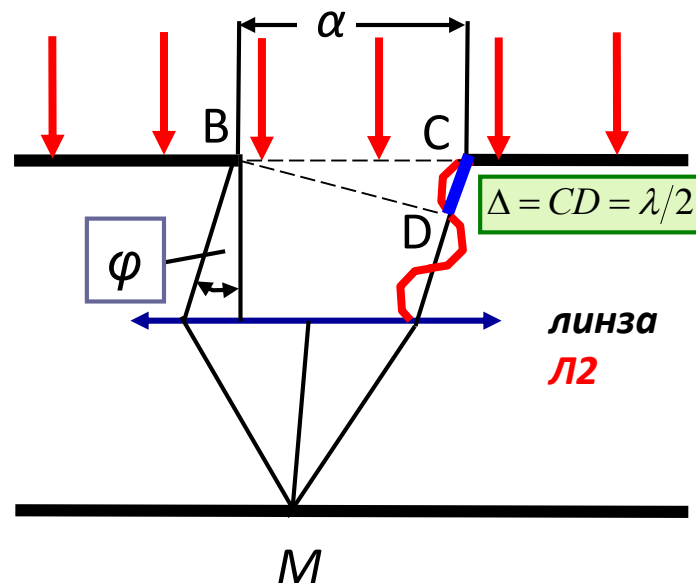
На щель шириной a падает монохроматическая плоская волна с длиной волны λ .

Главная оптическая ось, проведенная через центр линзы перпендикулярно сечению линзы, пересекается с экраном наблюдения в точке M . В этой точке собираются лучи, которые проходят через щель без отклонения. На экране лучи от вторичных источников, которые после дифракции идут под углом φ , собираются на экране там, где побочная ось пересекается с экраном наблюдений в точке M_1 .

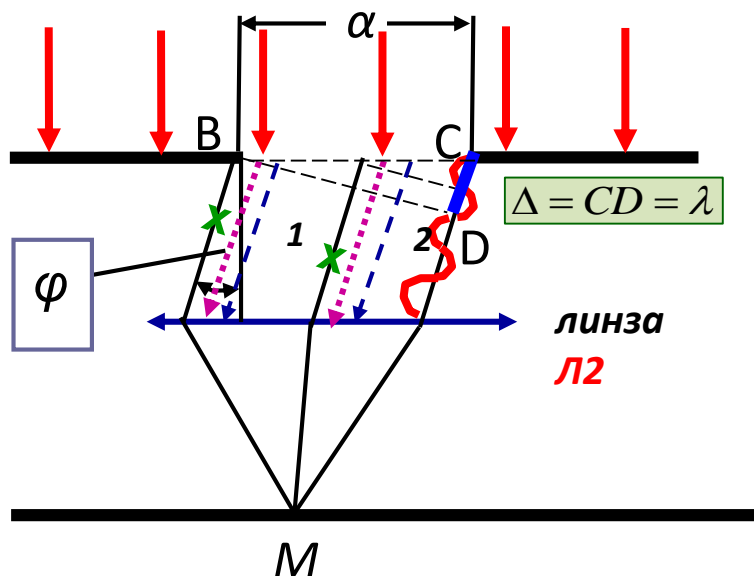


Объяснить дифракцию Фраунгофера на одной щели можно только с использованием метода Гюйгенса – Френеля (метод зон). Прошедший поток света под углом дифракции φ (см. рисунки). Разность хода лучей от крайних точек щели равна

$$\Delta = CD = a \sin \varphi$$

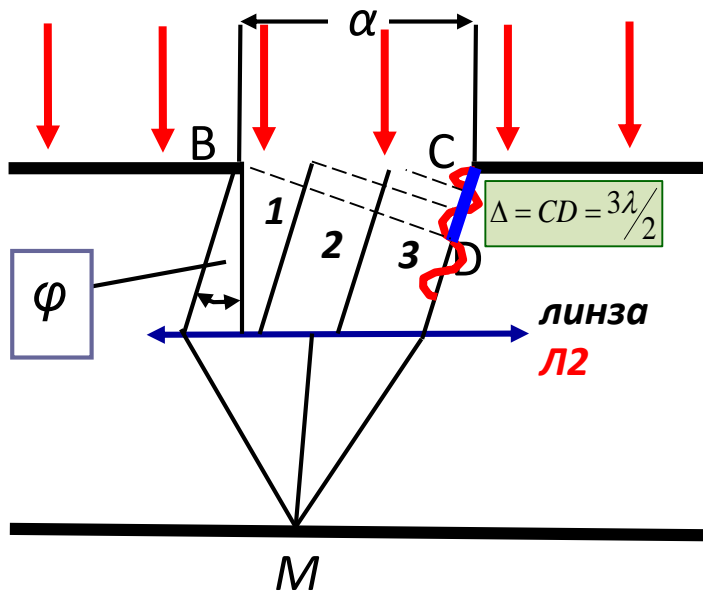


Если на этой разнице хода укладывается половина длины волны, то можно сказать, что проходит одна зоны Френеля. В точке М будет максимум.



Если на этой разнице хода укладывается целая длины волны, то прошедший через щель поток можно разделить на две зоны Френеля.

Возникает разность хода в половину длины волны лучей (х и х); (х и х), а также и; - - - - и - - - - и т.д. Значит эти лучи, встречаясь на экране наблюдений, ослабляют друг друга и дают min.



Если число зон, на которое делится световой поток нечетное, то свет от них на экране наблюдений дает **дифракционный максимум**. Условие максимума при дифракции Фраунгофера на одной щели имеет вид:

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

$$a \sin \varphi = \frac{\pm (2m + 1) \lambda}{2}$$

Если на этой разнице хода укладывается три полуволны, то можно сказать, то прошедший через щель поток можно разделить на три зоны Френеля, две из них компенсируют друг друга, а третья даст на экране наблюдений максимум интенсивности.

ОБЩИЙ ВЫВОД

Если на разности хода CD укладывается четное число полуволн, то и число зон, на которое делится проходящий через щель световой поток, четное. Свет от этих зон встречаются в одной точке на экране наблюдений, интерферируют и дают **дифракционный минимум (полная темнота)**. Условие минимума при дифракции Фраунгофера на одной щели имеет вид:

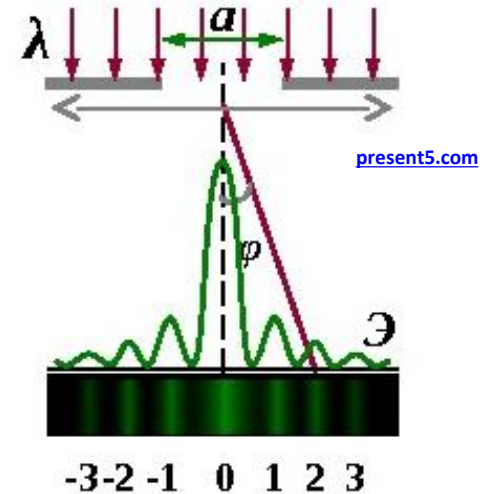
m – номер минимума

!

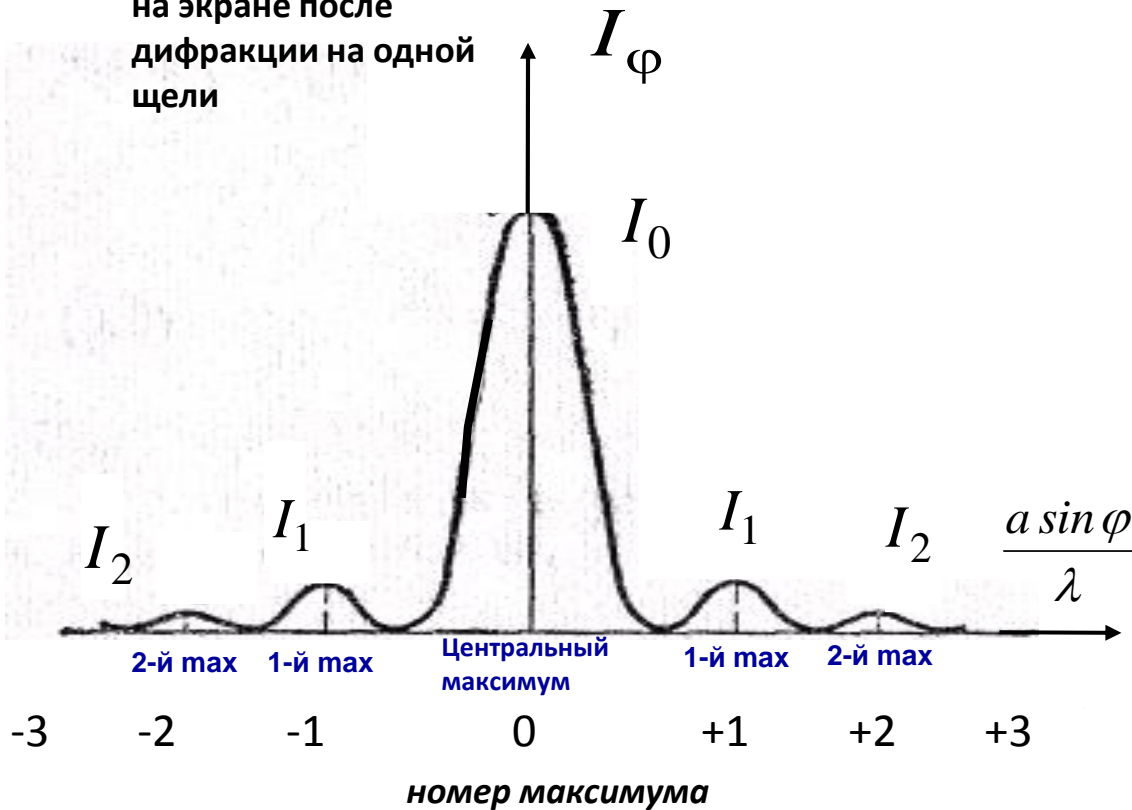
$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

Расчёт дифракционной картины от щели (график)



Интенсивность света
на экране после
дифракции на одной
щели



Из графика видно, что основная часть энергии световой волны, прошедшей через щель, сосредоточена в области центрального дифракционного максимума.

Картина симметричная относительно центра экрана

ОСОБЕННОСТИ ДИФРАКЦИОННОЙ КАРТИНЫ НА ОДНОЙ ЩЕЛИ

● $\varphi_1 \approx \frac{\lambda}{a}$ - угол, под которым получается первый минимум на экране задает ширину центрального максимума $\delta = 2\varphi_1 = 2 \frac{\lambda}{a}$

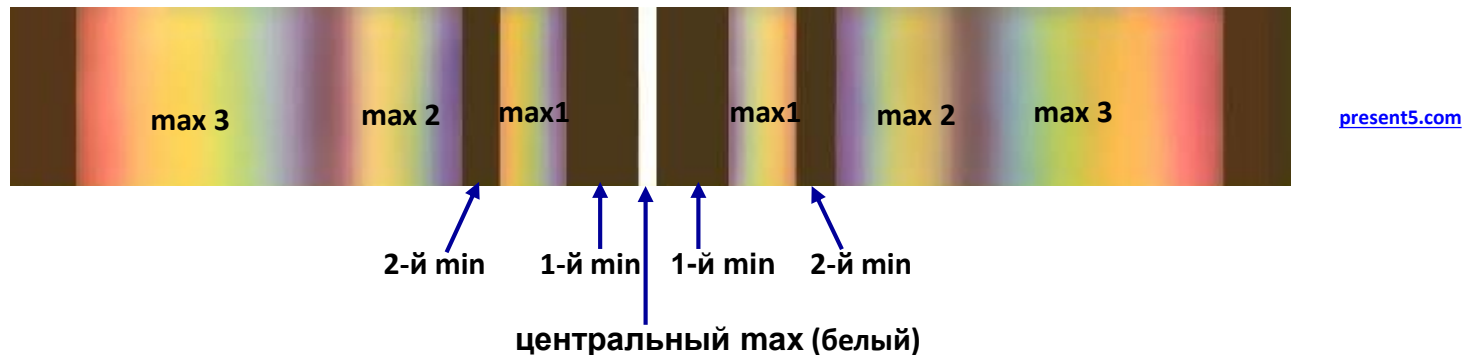
Угол φ_1 называется **угловой полушириной дифракционного максимума**. Для малых углов угловая полуширина дифракционного максимума

● Число минимумов в дифракционной картине определяется максимальным углом дифракции $\varphi_{max} = \frac{\pi}{2} \longrightarrow m_{max} = \frac{a}{\lambda}$

Каким бы не было число m_{max} (например 4,45 или 4,95) следует считать $m_{max}=4$

Дифракция белого света на одной щели

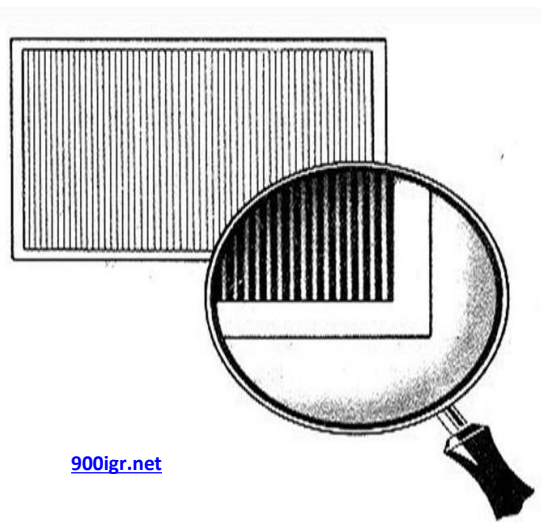
При освещении щели белым светом центральный максимум наблюдается в виде белой полосы, т.к. в центре собираются лучи всех цветов, которые не отклоняются. Боковые максимумы радужно окрашены, справа и слева от центрального максимума наблюдаются максимумы первого ($m=1$), второго ($m=2$) и других порядков, обращенные фиолетовым краем к центру дифракционной картины. Однако они настолько расплывчаты, что отчетливого разделения различных длин волн с помощью дифракции на одной щели получить невозможно.



Картина симметричная относительно центра экрана

ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА НА ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКЕ

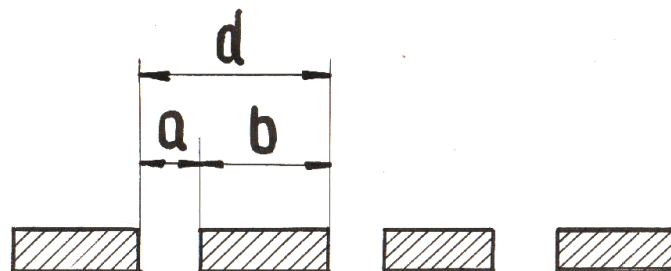
Дифракционной решеткой называется совокупность большого числа узких одинаковых, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние щелей



900igr.net

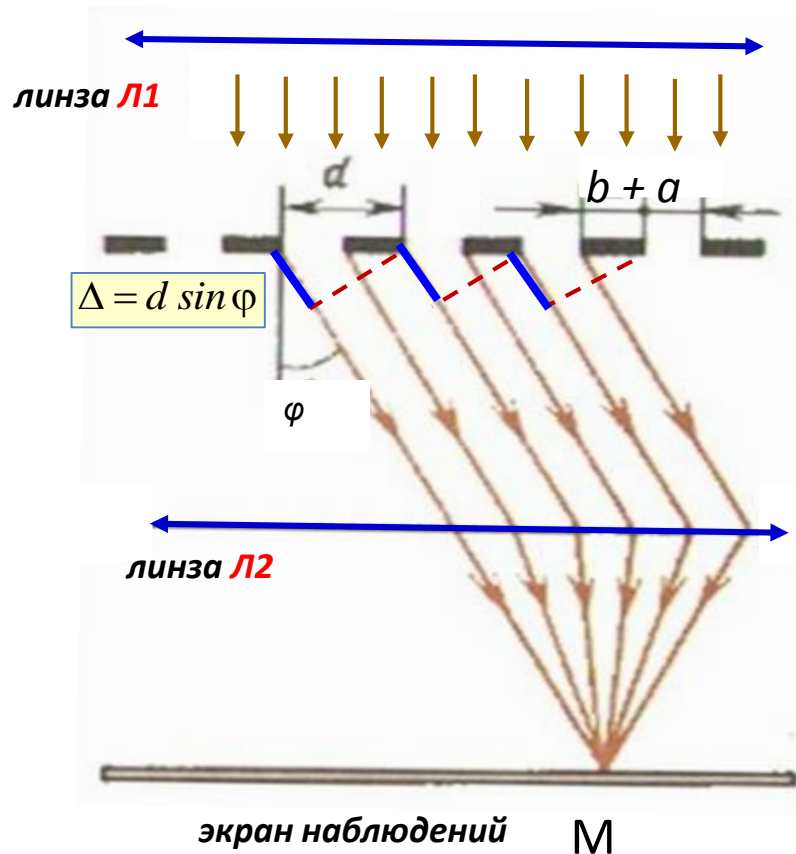
Дифракционная решетка

Т. Пичишвили



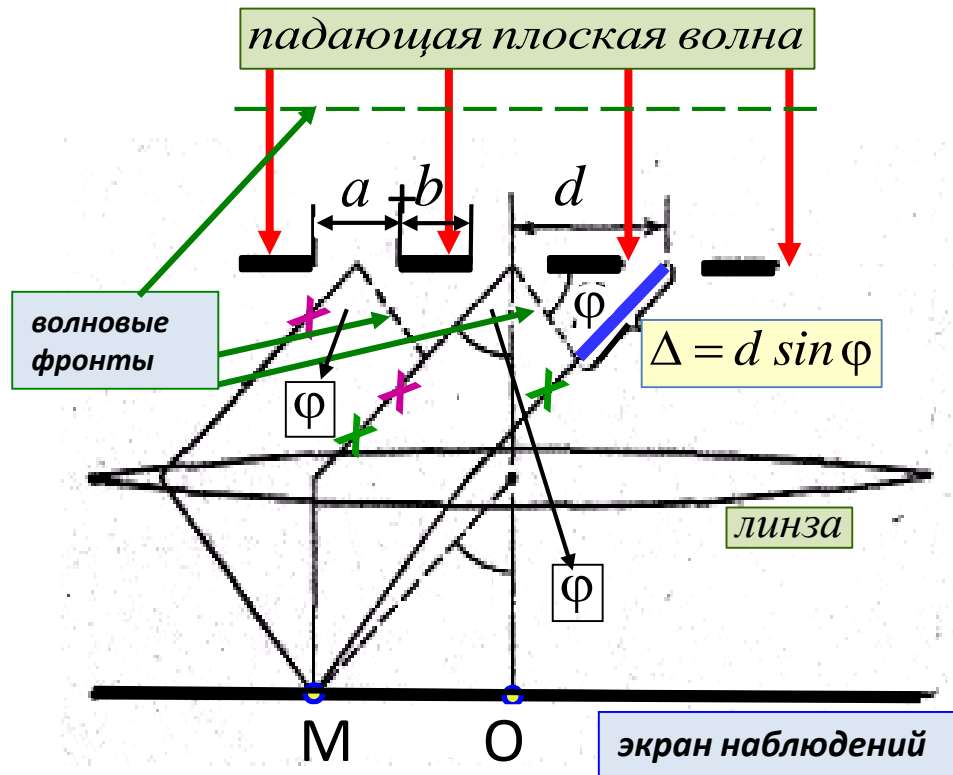
$$d = a + b$$

d - постоянная (или период) дифракционной решетки, a – ширина щели, b – ширина промежутка, недоступного для света.



Параллельный пучок света падает на дифракционную решетку. После решетки показаны лучи, идущие под углом φ , которые после второй линзы собираются на экране наблюдений в точке М. Выбраны лучи, идущие от одних и тех же точек двух соседних щелей. Эти лучи называются соответствующие.

Можно выбрать точки и посередине двух соседних щелей (тоже соответствующие точки). Самое главное, что объединяет этот выбор, это то, что разности хода этих лучей будут равны (синие линии на рисунке). Величина разности хода равна $\Delta = d \sin \varphi$.



Рассмотрим более подробно установку для дифракции света на дифракционной решетке. Для расчета рассмотрим **соответствующие лучи**, т.е. лучи, взятые от одинаковых точек двух соседних щелей (например **X** и **X** или **X** и **X**). Разность хода отмечена синей линией.

Взаимодействие соответствующих лучей на экране наблюдений можно рассматривать как интерференцию от двух когерентных источников (две соседние щели, опыт Юнга). Часто говорят, что результат дифракции на решетке есть интерференция дифрагированных лучей.

Рассмотрим всевозможные результаты дифракции монохроматического света на дифракционной решетке (дифракция Фраунгофера):

- Если для каждой щели выполняется условие $a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda$, то это

условие минимума, т.е. свет от всех щелей на экране при сложении дадут минимумы. Такой **минимум** называется **прежним**, т.к. он следует из рассмотрения дифракции на одной щели в параллельных лучах.

- Две соседние щели – это два когерентных источника. Для расчета максимумов используем условие максимума при интерференции. Разность хода двух соответствующих лучей и условия максимумов дает нам положение **главных максимумов** на экране наблюдений $d \sin \varphi = m \lambda$.

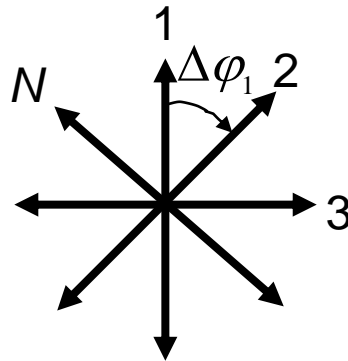
- Но разность соответствующих лучей не обязательно даст условие максимума. Между двумя соседними главными максимумами будет помещаться $(N-1)$ добавочных минимумов, где N – число щелей дифракционной решетки. Между добавочными минимумами лежат добавочные максимумы, но они малы по интенсивности.

Рассмотрим подробнее условие для $(N-1)$ добавочных минимумов, расположенных между нулевым и первым максимумами. Разность хода волн от двух соседних щелей равна:

$$d \sin \varphi = \frac{\lambda}{N}; \quad d \sin \varphi = \frac{2\lambda}{N}; \dots \quad d \sin \varphi = \frac{\lambda(N-1)}{N}$$

- 1) Для первого условия соответствующая разность фаз колебаний от двух соседних щелей решетки:

Векторная диаграмма сложения амплитуд для волн, приходящих определённую точку на экране наблюдений



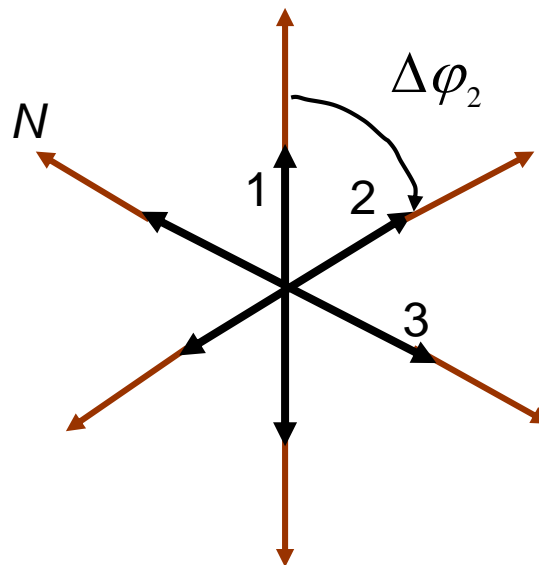
$$\Delta\varphi_1 = \frac{2\pi \Delta}{\lambda} = \frac{2\pi \frac{\lambda}{N}}{\lambda} = \frac{2\pi}{N}$$

$$E_{рез} = 0$$

2)

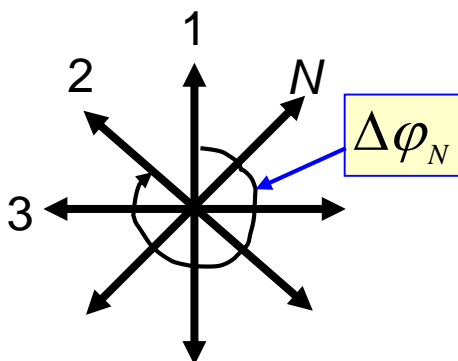
$$\Delta\varphi_2 = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi\frac{2\lambda}{N}}{\lambda} = \frac{4\pi}{N}$$

$$E_{\text{рез}} = 0$$



3)

$$\Delta\varphi_N = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi\frac{(N-1)\lambda}{N}}{\lambda} = \frac{2(N-1)\pi}{N}$$



$$E_{\text{рез}} = 0$$

ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА НА ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКЕ

Условия максимумов
и минимумов для
дифракционной картины
на решетке

$$a \sin \varphi = m\lambda \quad \text{прежние min}$$

$$d \sin \varphi = m\lambda \quad \text{главные max}$$

Пример добавочных минимумов
между центральным и первым
главным max в дифракционной
картине. Всего их $(N-1)$, как и для
двух любых соседних максимумов.

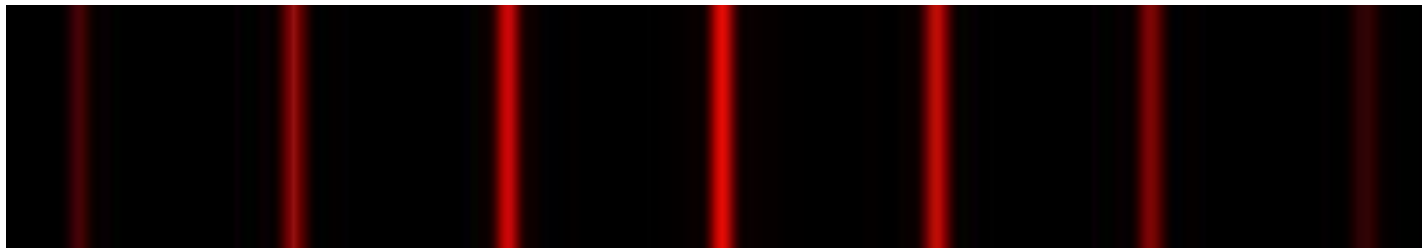
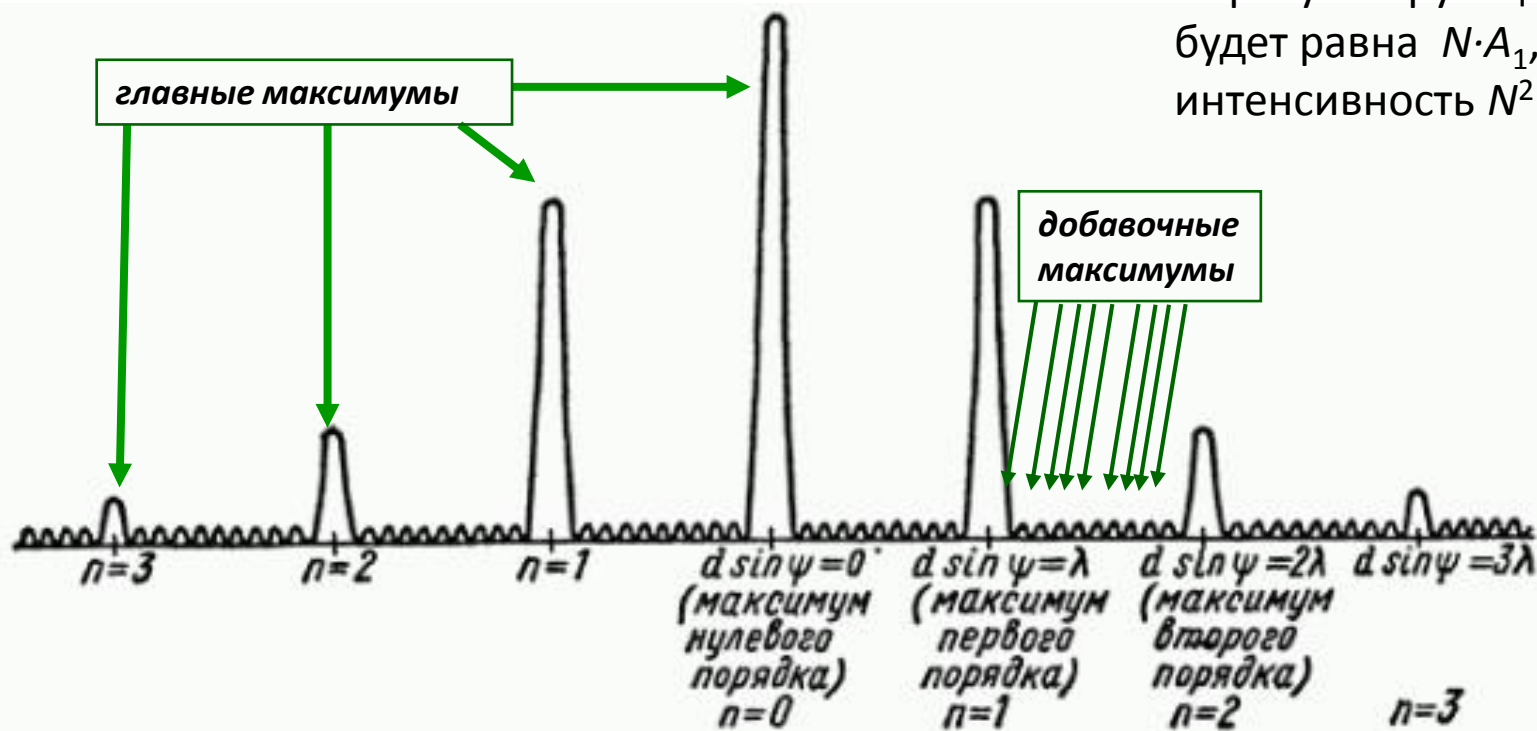
$$d \sin \varphi = \left(m \pm \frac{\kappa'}{N} \right) \lambda$$

$$\kappa' = 1, 2, \dots, (N - 1)$$

Условия для добавочных
минимумов между
 m и $(m + 1)$ -ым главными
максимумами

График интенсивности на экране для дифракции на решетке монохроматического света (например, красного)

Если свет от N щелей собирается в точке максимума, то результирующая амплитуда будет равна $N \cdot A_1$, а интенсивность $N^2 \cdot I_1$



Дифракционная картина на решетке на экране наблюдений в красном свете

ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА БЕЛОГО СВЕТА НА ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКЕ

Если решетку освещать белым светом, то все главные максимумы, кроме центрального, разложатся в цветной спектр (от фиолетового до красного).
Центральный максимум – белый.

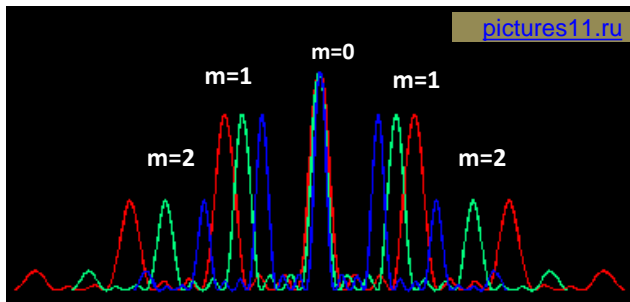
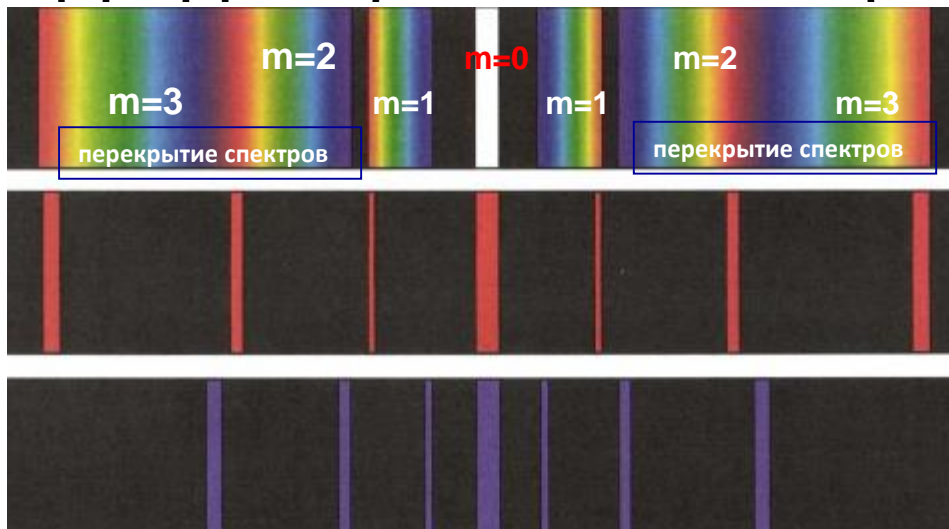


График интенсивности на экране для дифракции на решетке белого света

Дифракционный спектр

infourok.ru



Белого света

Монохроматического
красного
цвета

Монохроматического
фиолетового
цвета

Разложение
света в спектр
дифракционной
решёткой

С помощью дифракционной
решетки можно проводить
точные измерения длины
волны (лаб. раб. 7,3)

ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИФРАКЦИОННОЙ КАРТИНЫ

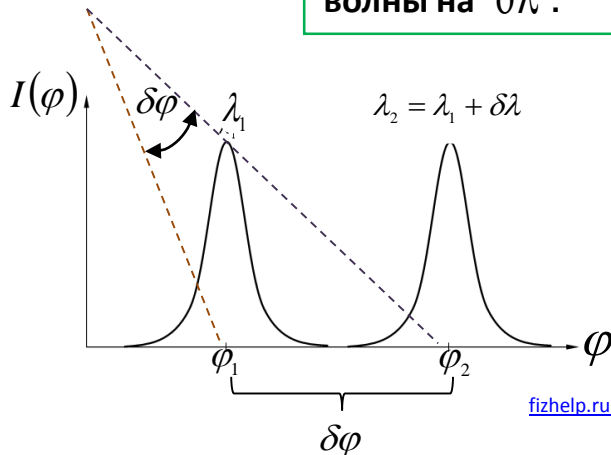
Важными характеристиками дифракционной решетки является её разрешающая способность и дисперсия. Различают дисперсию угловую и линейную.

УГЛОВАЯ ДИСПЕРСИЯ

Угловой дисперсией D_p называется величина равная угловому расстоянию между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на единицу, например на 1\AA ($1\text{\AA} = 1 \text{ ангстрем} = 10^{-10} \text{ м}$).

$$D_p = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}$$

здесь $\delta\varphi$ – угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $\delta\lambda$.



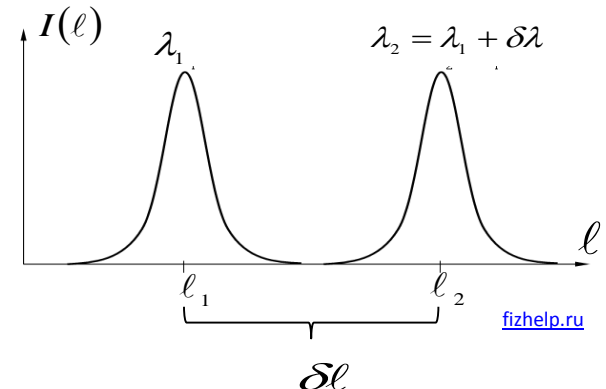
δ - знак дифференциала, т.к. буква d используется для обозначения постоянной (периода) решетки.

ЛИНЕЙНАЯ ДИСПЕРСИЯ

Линейной дисперсией $D_{\text{лин}}$ называется величина равная линейному расстоянию на экране между двумя спектральными линиями, длины волн которых отличаются на единицу, например, на 1\AA .

$$D_{\text{лин}} = \frac{\delta\ell}{\delta\lambda}$$

здесь $\delta\ell$ – линейное расстояние на экране или на фотопластинке между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $\delta\lambda$



ПРИМЕР. Дисперсия дифракционной решетки

Возьмем дифференциал от правой и левой части уравнения для главного m -го максимума и оценим дисперсию дифракционной решетки.

$$\delta(d \cdot \sin \varphi) = \delta(m\lambda) \rightarrow d \cdot \cos \varphi \cdot \delta \varphi = m \cdot \delta \lambda \rightarrow D = \frac{m}{d \cdot \cos \varphi}$$

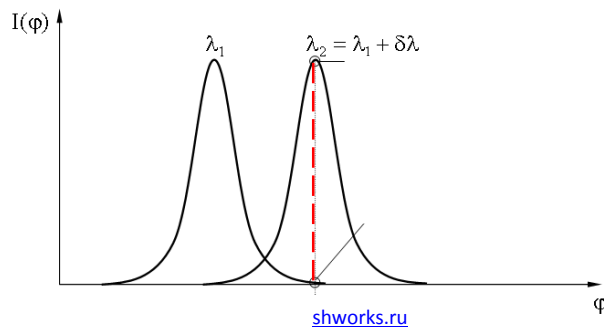
РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ. КРИТЕРИЙ РЭЛЕЯ

Разрешающая способность характеризует возможность наблюдать отдельно две спектральные линии с близкими длинами волн.

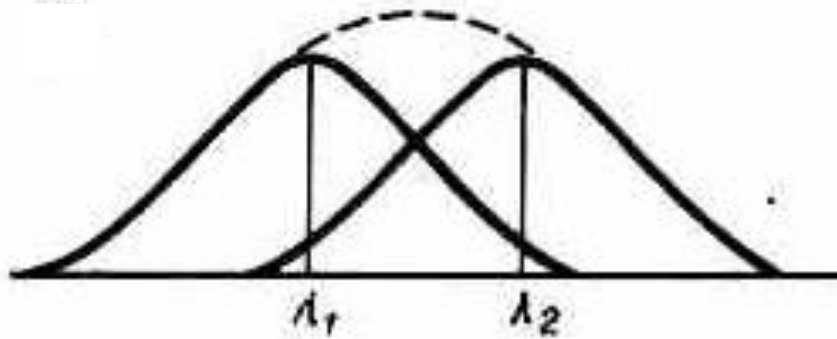
Это возможно, если в одну и ту же точку экрана наблюдений приходится **главный максимум** m -го порядка одной спектральной линии и **первый добавочный минимум** в том же порядке m другой длины волны, математические уравнения

$$d \sin \varphi = m\lambda_1 = m\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{N} \rightarrow m(\lambda_1 - \lambda_2) = \frac{\lambda_2}{N}$$

$$m \Delta \lambda = \frac{\lambda_2}{N}$$

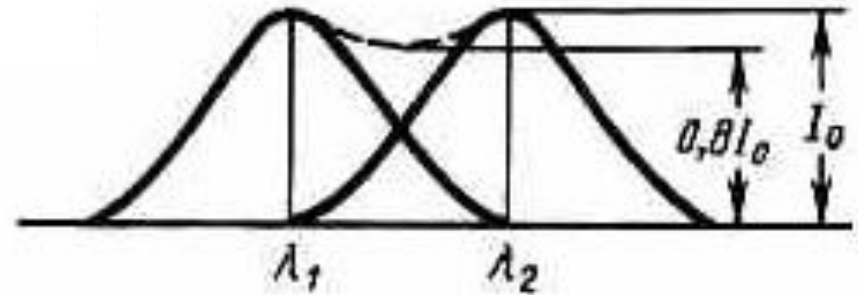


Два близких максимума воспринимаются уже раздельно в том случае, если **середина одного максимума** совпадает с **краем другого**, т.е. когда максимум интенсивности одной линии совпадает с дополнительным минимумом интенсивности второй спектральной линии в том же порядке. При этом интенсивность в промежутке между максимумами может составлять не более 80% от интенсивности максимума.



НЕ РАЗРЕШЕНЫ

studfiles.ru



РАЗРЕШЕНЫ

Разрешающей способностью спектрального прибора R называют безразмерную величину, равную отношению длины волны одной из двух уже разрешенных прибором спектральных линий к разности длин волн этих линий

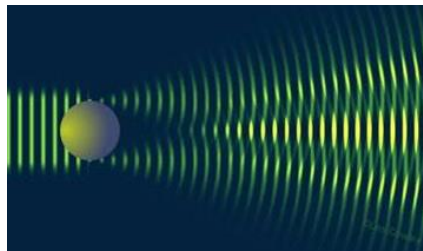
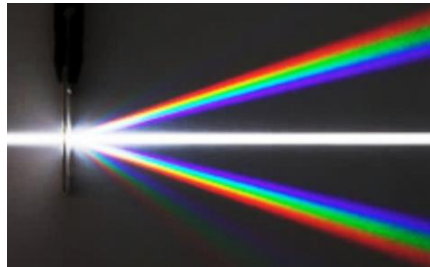
$$R = \frac{\lambda_1}{\delta\lambda} = \frac{\lambda_2}{\delta\lambda} = mN$$

Явление дифракции в природе и технике



bigslide.ru Дифракция в природе

Если рассмотреть под микроскопом крылья бабочек, то можно заметить, что они состоят из большого числа элементов, размер которых имеет порядок длины видимого света. Таким образом, крыло бабочки представляет собой своеобразную дифракционную решетку. Радужная полоска видна в глазах стрекоз и других насекомых. Она образуется благодаря тому, что их сложные глаза состоят из большого числа отдельных «глазков» - фасеток, т.е. тоже являются «живыми» дифракционными решетками.



infourok.ru



«Размытое» изображение звезд и источников света объясняется явлением дифракции.



Перья птиц павлинов, фазанов, колибри и др. представляют пластинчатые структуры.

§ 8.2.4. ДИФРАКЦИЯ НА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РЕШЕТКАХ

Пространственной (трехмерной) дифракционной решеткой называется оптически неоднородная среда, в которой неоднородности периодически повторяются по трём пространственным координатам. Примером трёхмерных решеток служат кристаллы.

Условие получения четкой дифракционной картины- это когда препятствие порядка длины падающей волны $d \sim \lambda$.

Пространственные решетки кристаллов непригодны для наблюдения дифракции в видимом свете , т.к. пространственные решетки $\sim 10^{-10} \text{ м}$, а длины волн падающего видимого света $4 \cdot 10^{-7} \text{ м} \div 7 \cdot 10^{-7} \text{ м}$. Однако, пространственные решетки кристаллов можно использовать в качестве естественных дифракционных решеток для рентгеновского излучения, т.к. расстояние между атомами в кристаллах и рентгеновским излучением одного порядка ($\sim 10^{-12} \div 10^{-8} \text{ м}$).

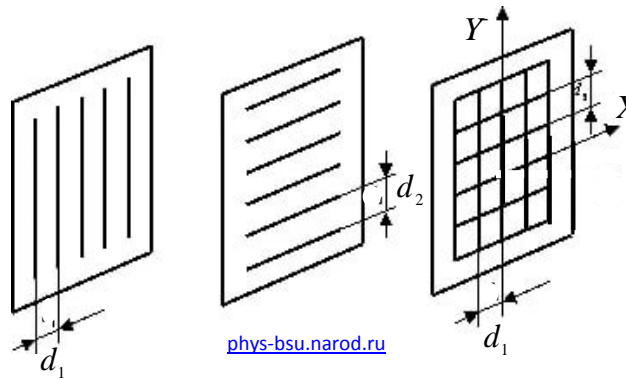
Прохождение света через обычную дифракционную решетку, которая называется *одномерной*, описывается периодическими условиями, изменяющимися только в одном направлении, перпендикулярном к оси щели (рассмотренные ранее примеры дифракции Фраунгофера на щели и дифракционной решетке).

Дифракция света наблюдается не только на плоской **одномерной решетке**, но и на **двумерной**, и **трёхмерной решетках**.

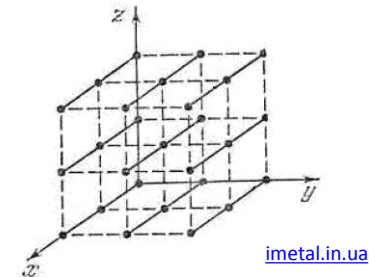
Виды дифракционной решетки:

- 1) одномерная – совокупность щелей расположенных перпендикулярно некоторой прямой линии;
- 2) двумерная – совокупность щелей, расположенных вдоль двух взаимно перпендикулярных направлениях в одной и той же плоскости;
- 3) трехмерная (пространственная) – совокупность щелей, которые расположены вдоль трех взаимно перпендикулярных направлениях, т.е. в объеме.

Простейшую двумерную решетку можно получить, сложив две одномерные решетки так, чтобы их щели были взаимно перпендикулярны.

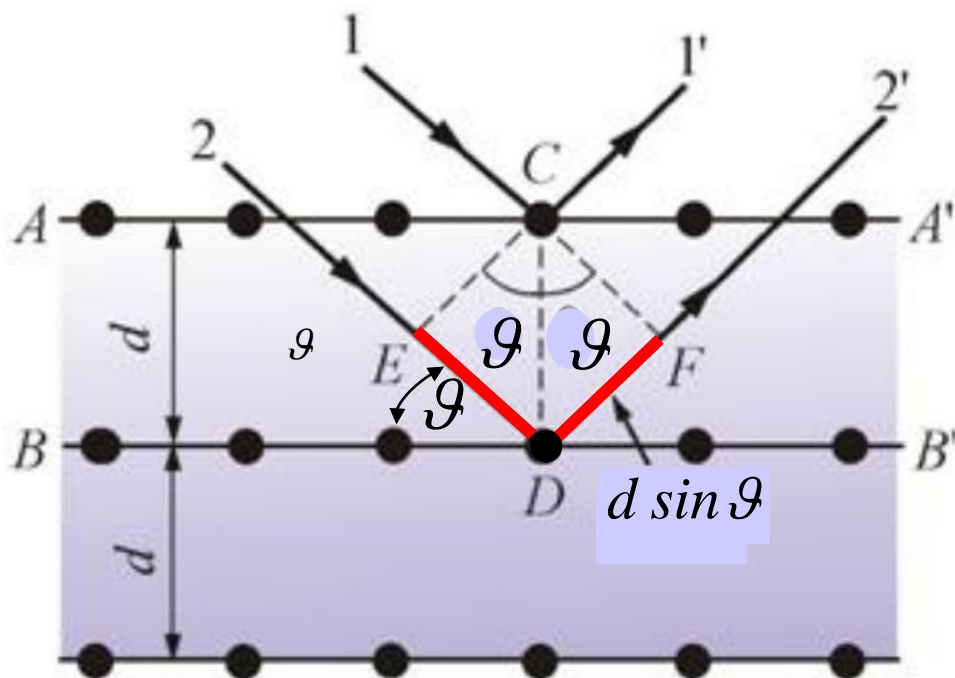


Пространственные дифракционные решетки состоят из упорядоченно расположенных частиц (атомов, ионов или молекул) кристалла, расстояния между которыми порядка 10^{-10} м.



§ 8.2.5. ДИФРАКЦИЯ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В 1913 г. русский физик Г.В. Вульф и английские ученые отец и сын Брэгги, независимо друг от друга, предложили простой метод расчета дифракции рентгеновских лучей в кристаллах. Они полагали, что дифракцию рентгеновских лучей можно рассматривать как *результат отражения рентгеновских лучей от плоскостей кристалла*.



slidepedia.net

На следующем рисунке показаны сечения двух соседних плоскостей кристалла AA' и BB' , при отражении от которых образуются когерентные волны, способные к интерференции. Абсолютный показатель преломления всех кристаллов для рентгеновского излучения близок к единице.

Оптическая разность хода Δ между двумя лучами 1' и 2' равна

$$\Delta = |DE| + |DF| = 2d \sin \vartheta, \quad \vartheta - \text{угол между плоскостью}$$

AA' и падающими (или отраженными) лучами (*угол скольжения*).

Условие *max* (условие Вульфа-Брэггов)

$$2d \sin \vartheta = \pm m \lambda$$

Номер максимума $m=1; 2; \dots$

Из условия Вульфа-Брэггов следует, что дифракция будет наблюдаться лишь при $d > \frac{\lambda}{2}$.

При несоблюдения этого условия не будет дифракционных максимумов.

Формулу Вульфа — Брэггов можно использовать при решении задач двух разных направлений:

1. Наблюдая дифракцию рентгеновских лучей известной длины волны на кристаллической структуре неизвестного строения и определяя угол скольжения θ и номер максимума m , можно найти межплоскостное расстояние d и определить структуру вещества. Это область рентгеноструктурного анализа.

Формулу Вульфа — Брэггов используется при дифракции электронов и нейтронов.

В настоящее время широко применяют рентгеноструктурный анализ биологических объектов (например белков). Этим методом Дж. Уотсон и Ф. Крик установили структуру ДНК, за что были удостоены Нобелевской премии.

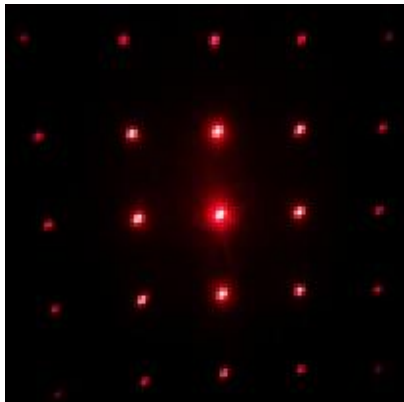
2. При дифракции рентгеновских лучей неизвестной длины волны на известной кристаллической структуре при известном угле скольжения θ и номера максимума m , можно найти длину волны падающего рентгеновского излучения. Этот метод лежит в основе рентгеновской спектроскопии.

Простейшую двумерную решетку можно получить, сложив две одномерные решетки так, чтобы их щели были взаимно перпендикулярны (см. рисунок, приведенный ранее). **Главные максимумы** двумерной решетки должны одновременно удовлетворять условию **максимума** для каждой из решеток:

$$d_1 \sin \varphi_1 = m_1 \lambda; \quad d_2 \sin \varphi_2 = m_2 \lambda$$

φ - угол между направлением на главный максимум и нормалью к решетке.

Узкий пучок монохроматического света, пройдя через первую решетку с вертикальными штрихами, должен дать совокупность максимумов (нулевой и максимумы высших порядков) вдоль горизонтальной линии. Световой пучок, проходя через вторую решетку, распадается на новую совокупность световых пучков, дающих максимумы вдоль вертикальной линии.



Приведены дифракционные спектры лазерного излучения на прозрачной пластиковой пленке, на поверхности которой нанесены методом электронно-лучевой литографии два взаимно перпендикулярных ряда параллельных штрихов с одинаковым периодом.

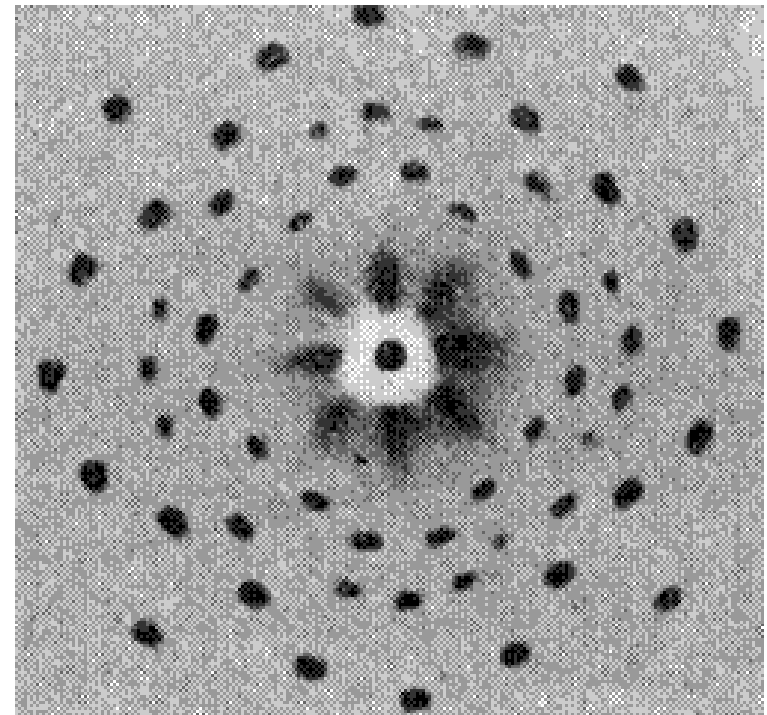
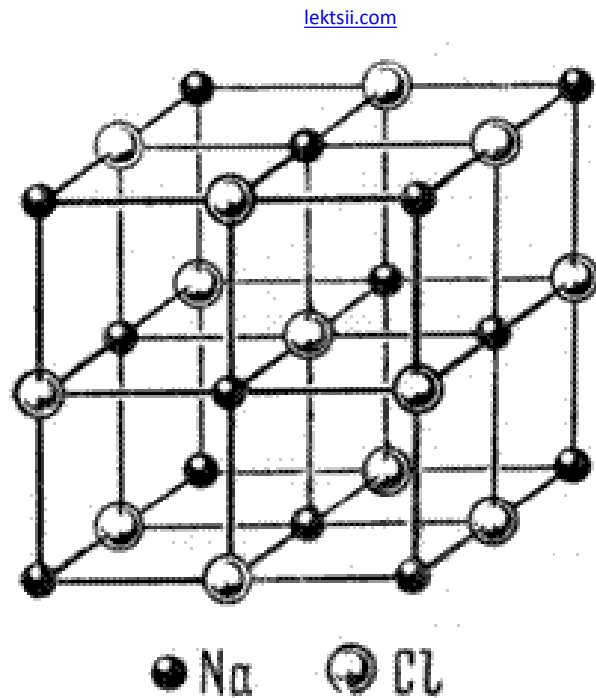


Схема кристаллической решетки NaCl и дифракционная картина от монокристалла NaCl.