

## ОГЛАВЛЕНИЕ:

Система отсчета. Основные кинематические характеристики поступательного движения: радиус-вектор, перемещение, путь, скорость, ускорение. Кинематика поступательного движения: равномерное и равнопеременное движение.	2
Основные кинематические характеристики вращательного движения: угловой путь, угловая скорость, угловое ускорение. Соотношение между кинематическими характеристиками поступательного и вращательного движения. Равномерное и равнопеременное вращение.	3
Тангенциальное и нормальное ускорения. Ускорение при криволинейном движении.	4
Понятие силы и массы. Инерциальные системы отсчета. Законы Ньютона в механике.	5
Импульс. Закон изменения импульса механической системы. Закон сохранения импульса.	6
Работа постоянной и переменной силы. Мощность	6
Кинетическая энергия и ее связь с работой внешних сил.	7
Потенциальные и не потенциальные поля. Потенциальная энергия: в гравитационном поле, упругой пружины (без вывода).	8
Полная механическая энергия физической системы. Закон сохранения механической энергии.	8
Динамические характеристики вращательного движения (момент силы, момент импульса, момент инерции).	9
Уравнение динамики вращательного движения (без вывода)	10
Момент импульса. Закон сохранения импульса (без вывода)	10
Сравнительные характеристики поступательного и вращательного движений.	12
Электрический заряд. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции. Силовые линии электростатического поля. Напряженность поля точечного заряда.	12
Работа в электрическом поле. Потенциальная энергия. Потенциал электрического поля. Потенциал поля точечного заряда. Эквипотенциальные поверхности. Связь напряженности и потенциала.	14
Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Гаусса в вакууме.	15
Применение Теоремы Гаусса для расчета электрических полей и потенциалов заряженных тел: плоскость, две плоскости, полая сфера (без вывода).	16
Проводники в электрическом поле. Напряженность электрического поля у поверхности проводника. Электростатическая защита	17
Электрическая емкость уединенного проводника. Конденсаторы. Расчет электроемкости для: плоского конденсатора. Параллельное и последовательное соединение конденсаторов (формулы).	18
Энергия системы зарядов, уединенного проводника и конденсатора. Плотность энергии электростатического поля (формулы).	20

**1. Система отсчета. Основные кинематические характеристики поступательного движения: радиус-вектор, перемещение, путь, скорость, ускорение. Кинематика поступательного движения: равномерное и равнопеременное движение.**

Механика — часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение. Механическое движение — это изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей. Механика делится на три раздела: 1) кинематику; 2) динамику; 3) статику.

- 1) Система отсчета – система координат, снабженная часами и жестко связанная с абсолютно твердым телом, по отношению к которому определяется положение других тел в различные моменты времени.
- 2) Радиус-вектор – это вектор, соединяющий начало координат с положением материальной точки в данный момент времени.

Перемещение – это вектор, соединяющий начальное и конечное положение материальной точки. (Это изменение радиус-вектора точки)

$$S = \Delta \vec{r}$$

Путь – длина участка траектории материальной точки, пройденного ею за определённое время. Считают, что за промежуток времени  $ds \rightarrow 0$  материальная точка проходит путь  $ds$ , который называют элементарным. При этом:

$$ds = |d\vec{r}| = v dt$$

где  $\vec{r}$  – вектор элементарного перемещения материальной точки,  $v$  – модуль скорости ее движения.

Скорость – векторная физическая величина, характеризующая быстроту перемещения и направление движения материальной точки относительно выбранной системы отсчета

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Ускорение – физическая величина, определяющая быстроту изменения скорости тела, то есть первая производная от скорости по времени.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

- 3) Равномерное движение ( $v = \text{const}$ ) – это движение с постоянной скоростью, то есть когда скорость не изменяется ( $v = \text{const}$ ) и ускорения или замедления не происходит ( $a = 0$ ). В случае равномерного движения числовое значение мгновенной скорости постоянно;

При нем:

$$S = vt \qquad v = \frac{S}{t}$$

Равнопеременное движение ( $a = \text{const}$ ) – это движение, при котором скорость тела (материальной точки) за любые равные промежутки времени изменяется одинаково.

При нем:

$$a = \frac{v-v_0}{t} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$v = v_0 \pm at$$

$$S = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$$

## 2. Основные кинематические характеристики вращательного движения: угловой путь, угловая скорость, угловое ускорение. Соотношение между кинематическими характеристиками поступательного и вращательного движения. Равномерное и равнопеременное вращение.

1) Угловой путь – это элементарный угол поворота, равный углу поворота тела за время и направленный вдоль оси вращения так, что если смотреть вдоль него, то поворот тела наблюдается происходящим по часовой стрелке.

Радян – это угол, который вырезает на окружности дугу, равную радиусу.

Направление углового пути определяется правилом правого винта: если головку винта вращать в направлении движения точки по окружности, то поступательное движение острия винта укажет направление. Векторы, направления которых связываются с направлением вращения, называются псевдовекторами или аксиальными векторами. Эти векторы не имеют определенных точек приложения, они могут откладываться из любой точки оси вращения.

$$\varphi = 2\pi N$$

Угловой скоростью называется векторная величина, равная первой производной угла поворота по времени:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

вектор  $\vec{\omega}$  направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта. Размерность угловой скорости  $\dim \omega = T^{-1}$ , а ее единица - радиан в секунду (рад/с)

Угловым ускорением называется векторная величина, равная первой производной угловой скорости по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

При ускоренном движении вектор  $\vec{\varepsilon}$  сонаправлен вектору  $\vec{\omega}$ , при замедленном - противоположен ему.

При вращении тела вокруг неподвижной оси, вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения в сторону вектора элементарного приращения угловой скорости.

2)

<u>Поступательное движение</u>		<u>Вращательное движение</u>
Перемещение - $S$		$\varphi$ - Угловой путь
Скорость - $v$		$\omega$ - Угловая скорость

Ускорение - $a$		$\varepsilon$ - Угловое ускорение
-----------------	--	-----------------------------------

Все формулы кинематики равноускоренного движения по прямой могут быть превращены в формулы кинематики вращения по окружности, если сделать указанные замены.

<u>Поступательное движение</u>		<u>Вращательное движение</u>
Равномерное	$S = vt$	$\varphi = \omega t$
	$v = \frac{S}{t}$	$\omega = \frac{\varphi}{t}$
Равнопеременное	$a = \frac{v-v_0}{t}$	$\varepsilon = \frac{\omega-\omega_0}{t}$
	$v = v_0 \pm at$	$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$
	$S = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$	$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$

3) Равномерное вращение ( $\omega = const$ ) - вращение, при котором угловая скорость тела остается во все время движения постоянной ( $\omega = const$ ).

При нем:

$$\varphi = \omega t \qquad \omega = \frac{\varphi}{t}$$

Равнопеременное вращение ( $a = const$ ) - вращение, при котором угловое ускорение тела во все время движения остается постоянным.

При нем:

$$\varepsilon = \frac{\omega-\omega_0}{t} \qquad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t \qquad \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

### 3. Тангенциальное и нормальное ускорения. Ускорение при криволинейном движении.

Ускорение – быстрота изменения скорости, то есть производная от скорости по времени. =

Вектор полного ускорения раскладывают обычно на две взаимно-перпендикулярные составляющие: тангенциальное ускорение и нормальное ускорение, где тангенциальное- направлено по касательной к траектории, нормальное- по радиусу.

1) Тангенциальное ускорение- характеризует изменение скорости по величине, направлено по касательной к траектории.

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Нормальное ускорение- характеризует изменение скорости по направлению, направлено по радиусу кривизны траектории движения.

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$

2) Криволинейные движения – движения, траектории которых представляют собой не прямые, а кривые линии.

При криволинейном движении ускорение можно представить как сумму нормальной и тангенциальной составляющих:

$$\overline{a} = \overline{a_n} + \overline{a_t}$$

- нормальное (центростремительное) ускорение, направлено к центру кривизны траектории и характеризует изменение скорости по направлению;
- тангенциальное (касательное) ускорение, направлено по касательной к траектории и характеризует изменение скорости по модулю.

#### 4. Понятие силы и массы. Инерциальные системы отсчета. Законы Ньютона в механике.

1) Масса тела - физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи, определяющая ее инерционные (инертная масса) и гравитационные (гравитационная масса) свойства. Инертная и гравитационная массы равны друг другу (с точностью 10 в -12 степени)  
Обозначение - m.

Сила - это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры. Обозначение F.

Единицы измерения в СИ - 1 Н - сила, которая массе 1 кг сообщает ускорение 1 м/с<sup>2</sup> в направлении действия силы.

Под действием сил, тела либо изменяют скорость движения, т.е. приобретают ускорения (динамическое проявление сил), либо деформируются, т.е. изменяют свою форму и размеры (статическое проявление сил).

В каждый момент времени сила характеризуется числовым значением, направлением в пространстве и точкой приложения.

2) Инерциальные системы отсчета - существуют такие системы отсчёта, называемые инерциальными, относительно которых материальные точки, когда на них не действуют никакие силы (или действуют силы взаимно уравновешенные), находятся в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения.

3) Первый закон Ньютона - всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние.

Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется инертностью. Поэтому первый закон Ньютона называют также законом инерции.

Второй закон Ньютона - основной закон динамики поступательного движения - в инерциальной системе отсчёта ускорение, которое получает материальная точка с постоянной массой, прямо пропорционально равнодействующей всех приложенных к ней сил и обратно пропорционально её массе. Данный закон отвечает на вопрос как изменяется механическое движение материальной точки (тела) под действием приложенных к ней сил. (Скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на нее силе).

$$\overline{F} = m\overline{a} = m \frac{d\overline{v}}{dt}$$

Второй закон справедлив только в инерциальных системах отсчета.

Третий закон Ньютона - определяет взаимодействие между материальными точками (телами) - силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки. Этот закон позволяет осуществить переход от динамики отдельной материальной точки к динамике системы материальных точек. Это следует из того, что и для системы материальных точек взаимодействие сводится к силам парного взаимодействия между материальными точками.

$$F_{12} = -F_{21}$$

## 5. Импульс. Закон изменения импульса механической системы. Закон сохранения импульса.

- 1) Импульс (количество движений) - это векторная величина, численно равная произведению массы материальной точки на ее скорость и имеющая направление скорости.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- 2) Закон изменения импульса механической системы: производная по времени от импульса механической системы равна главному вектору внешних сил, действующих на систему.

$$\frac{dp}{dt} = F^{\text{внеш}}$$

- 3) Закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

$$\frac{dp}{dt} \equiv 0 \quad \text{и} \quad \vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const}$$

Соответственно не изменяются также и проекции импульса замкнутой системы на оси декартовых координат инерциальной системы отсчета.

Также из закона сохранения импульса следует, что при любых процессах, происходящих в замкнутой системе, скорость ее центра масс не изменяется  $v_c = \text{const}$

## 6. Работа постоянной и переменной силы. Мощность

- 1) Работа – это физическая величина, характеризующая процесс превращения одной формы движения в другую. В механике принято говорить, что работа совершается силой.

Если на тело действует несколько сил ( $N$  – число сил), и вектор перемещения тела равен  $\Delta\vec{r}$ , то совершаемая работа равна алгебраической сумме работ, совершаемых каждой из действующих на тело сил на этом перемещении.

$$\Delta A = \Delta A_1 + \Delta A_2 + \dots + \Delta A_n$$

### Работой постоянной силы

Работой постоянной силы называется скалярное произведение вектора силы  $\vec{F}$  и вектора перемещения  $\Delta\vec{r}$ :

$$\Delta A = |\vec{F}| |\Delta\vec{r}| \cos \alpha = (\vec{F} \cdot \vec{S}), \quad \text{где } \alpha = \widehat{(\vec{F}, \Delta\vec{r})}$$

### Работа переменной силы

Если рассматриваемый участок траектории разбивается на большое число элементарных участков, то длина пути элементарного участка будет близка к величине перемещения на этом участке  $|\vec{r}_i| = \Delta s_i$ . Путь ограничен точками С и D (рисунок 1.2.1.).

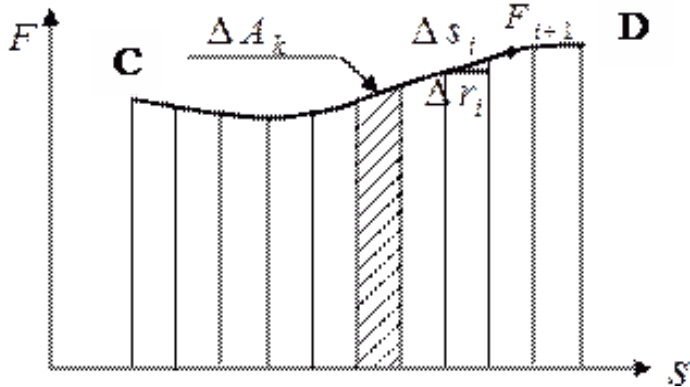


Рисунок 1.2.1. – Зависимость переменной силы от пути

При бесконечно большом количестве участков, на которое разбивается путь (n), приращения величин перейдут в бесконечно малые величины  $d\vec{r}$ ,  $ds$ , а работа переменной силы на участке пути L

выражается криволинейным интегралом:  $A = \int_L (\vec{F} * d\vec{r}) = \int_L F dr \cos \alpha = \int_L F ds = \int_L F_{\tau} ds$ , где

$$\alpha = \angle(\vec{F}, d\vec{r}), \quad dr \cos \alpha = ds.$$

Если силу разложить на касательную и нормальную составляющие, то работу составляет только  $\vec{F}$  – касательная составляющая силы, направленная по касательной в каждой точке траектории.

Силы, работа которых по замкнутому контуру равна нулю, называются потенциальными. В механике к потенциальным силам относятся сила тяжести и сила упругости.

**2) Мощность (N)** – скорость совершения работы. Единица мощности — ватт (Вт): 1 Вт — мощность, при которой за время 1 с совершается работа 1 Дж (1 Вт == 1 Дж/с).

$$N = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} * \vec{v} = \frac{dA}{dt}$$

## **7. Кинетическая энергия и ее связь с работой внешних сил.**

**1)** Кинетической энергией механической системы называется энергия механического движения этой системы. (Кинетическая всегда положительна!!!)

Сила F, действуя на покоящееся тело и вызывая его движения, совершает работу, а энергия движущегося тела возрастает на величину затраченной работы.

Т.о. работа dA силы F на пути, который тело прошло за время возрастания скорости от 0 до v, идет на увеличение энергии dT тела т.е.

$$dA = dT$$

Так как  $v = \frac{dr}{dt}$ , то  $dA = m \frac{dr}{dt} dv = mv dv = dT$ , откуда:

$$T = \int_0^v mv dv = \frac{mv^2}{2}$$

Т.о., тело массой  $m$  движущееся со скоростью  $v$ , обладает кинетической энергией  $T$

$$T = \frac{mv^2}{2}$$

Из формулы видно, что кинетическая энергия зависит только от массы и скорости тела, т.е. кинетическая энергия системы есть функция состояния ее движения.

## 8. Потенциальные и не потенциальные поля. Потенциальная энергия: в гравитационном поле, упругой пружины (без вывода).

1) Потенциальные поля - это поля в которых работа совершаемая действующими силами при перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от того, по какой траектории это перемещение произошло, а зависит только от начального и конечного положения. (Силы действующие в них называют консервативными)(Поле силы тяжести)

Не потенциальные поля - это поля в которых работа совершаемая действующими силами при перемещении тела из одного положения в другое, зависит от того, по какой траектории это перемещение произошло. (Поле силы трения)

Конкретный вид потенциальной энергии зависит от характера силового поля.

2) Потенциальная энергия в гравитационном поле

$$\Pi = -G \frac{Mm}{r}$$

Потенциальная энергия упругой пружины:

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}$$

\*где  $k$  - коэффициент жесткости пружины,  $x$  - величина деформации пружины.

## 9. Полная механическая энергия физической системы. Закон сохранения механической энергии.

1) Полная механическая энергия  $E$  равна сумме кинетической  $T$  и потенциальной  $\Pi$ .

2) Механические системы, на тела которых действуют только консервативные силы, называются консервативными системами.

Консервативные силы действуют в потенциальных полях. В потенциальных полях работа по перемещению тел не зависит от траектории перемещения.

Закон сохранения механической энергии: В консервативных системах полная механическая энергия сохраняется:

$$T + \Pi = E = \text{const}$$

Могут происходить лишь превращения кинетической энергии в потенциальную и обратно в эквивалентных количествах так, что полная энергия остается неизменной.



Таким образом, энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она просто превращается из одного вида в другой.

В системе, в которой действуют также неконсервативные силы (Сила трения), полная механическая энергия не сохраняется.

## 10. Динамические характеристики вращательного движения (момент силы, момент импульса, момент инерции).

- 1) Моментом силы  $F$  относительно неподвижной точки  $O$  называется физическая величина, определяемая векторным произведением радиус-вектора  $r$ , проведенного из точки  $O$  в точку  $A$  приложения силы на силу  $F$ :

$$M = [r \times F] \quad (x - \text{векторное произведение})$$

Модуль момента силы равен

$$|M| = Fr \sin \alpha = Fl$$

- 2) Моментом импульса (количества движения) материальной точки  $A$  относительно неподвижной точки  $O$  называется физическая величина, определяемая векторным произведением.

$$L = [rp] = [r, mv]$$

Модуль вектора момента импульса

$$L = rp \sin \alpha = mvr \sin \alpha = pl$$

\*где  $\alpha$  - угол между векторами  $r$  и  $p$ ,  $l$  – плечо вектора  $p$  относительно точки  $O$ .

Соответственно моментом импульса механической системы относительно неподвижной точки  $O$  называется вектор  $L$ , равный геометрической сумме моментов импульса относительно той же точки всех материальных точек системы:

$$L = \sum_{i=1}^n L_i = \sum_{i=1}^n [r_i p_i]$$

Момент импульса отдельной частицы равен

$$L_{iz} = m_i v_i r_i$$

и направлен по оси в сторону, определяемую правилом правого винта.

Момент импульса твердого тела относительно оси равен произведению момента инерции тела относительно той же оси на угловую скорость.

$$L_z = J_z \omega$$

Производная момента импульса твердого тела относительно оси равна моменту сил относительно той же оси.

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z$$

Это выражение – еще одна форма уравнения динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси.

В общем случае имеет место векторное равенство:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}$$

**3)** Моментом инерции тела  $J$  относительно данной оси называется физическая величина, равная сумме масс материальных точек  $m_i$  тела на квадраты их расстояний  $r_i$  до рассматриваемой оси.

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

Момент инерции твердого тела – мера инертности твердого тела при вращательном движении.

Доп: Теорема Штейнера: Момент инерции тела  $J$  относительно произвольной оси равен моменту его инерции  $J_c$  относительно параллельной оси, проходящей через центр масс  $C$  тела, сложенному с произведением массы  $m$  тела на квадрат расстояния  $a$  между осями:

$$J = J_c + ma^2$$

## 11. Уравнение динамики вращательного движения (без вывода)

Уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси  $z$ .

$$M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon$$

\*где  $M_z$  – момент силы, действующей на тело, относительно оси  $z$ ,

$J_z$  – момент инерции тела относительно оси  $z$ ,

$\varepsilon$  – угловое ускорение тела относительно оси  $z$ ,

$\omega$  – угловая скорость тела относительно оси  $z$ .

Можно показать, что если ось  $z$  проходит через центр масс, то имеет место векторное равенство:

$$\mathbf{M} = J \boldsymbol{\varepsilon}$$

\*где  $M$  – момент силы, действующей на тело,

$J$  – момент инерции,

$\varepsilon$  – угловое ускорение тела,

## 12. Момент импульса. Закон сохранения импульса (без вывода)

**1)** Моментом импульса (количества движения) материальной точки  $A$  относительно неподвижной точки  $O$  называется физическая величина, определяемая векторным произведением.

$$L = [rp] = [r, mv]$$

Модуль вектора момента импульса

$$L = rp \sin \alpha = mvr \sin \alpha = pl$$

\*где  $\alpha$  - угол между векторами  $r$  и  $p$ ,  $l$  – плечо вектора  $p$  относительно точки  $O$ .

Соответственно моментом импульса механической системы относительно неподвижной точки  $O$  называется вектор  $L$ , равный геометрической сумме моментов импульса относительно той же точки всех материальных точек системы:

$$L = \sum_{i=1}^n L_i = \sum_{i=1}^n [r_i p_i]$$

Момент импульса отдельной частицы равен

$$L_{iz} = m_i v_i r_i$$

и направлен по оси в сторону, определяемую правилом правого винта.

Момент импульса твердого тела относительно оси равен произведению момента инерции тела относительно той же оси на угловую скорость.

$$L_z = J_z \omega$$

Производная момента импульса твердого тела относительно оси равна моменту сил относительно той же оси.

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z$$

Это выражение – еще одна форма уравнения динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси.

В общем случае имеет место векторное равенство:

$$\frac{dL}{dt} = M$$

**2) Закон сохранения импульса:** импульс замкнутой системы не изменяется с течением времени.

$$\frac{dp}{dt} = 0 \text{ и } p = \sum_{i=1}^n m_i v_i = \text{const}$$

Соответственно не изменяются также и проекции импульса замкнутой системы на оси декартовых координат инерциальной системы отсчета.

Также из закона сохранения импульса следует, что при любых процессах, происходящих в замкнутой системе, скорость ее центра масс не изменяется  $v_c = \text{const}$

**Закон сохранения момента импульса:** момент импульса замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени.

$$L = \text{const}$$

**13. Сравнительные характеристики поступательного и вращательного движений.**  
**(СМ Вопрос2 П2)**

Поступательного и вращательного движений тел.			
Поступательное движение		Вращательное движение	
Масса	$m$	Момент инерции	$J$
Скорость	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Угловая скорость	$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$
Ускорение	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Угловое ускорение	$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
Сила	$\vec{F}$	Момент силы	$M_z$ или $\vec{M}$
Импульс	$\vec{p} = m\vec{v}$	Момент импульса	$L_z = J_z\omega$
Основное уравнение динамики	$\vec{F} = m\vec{a};$ $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	Основное уравнение динамики	$M_z = J_z\varepsilon;$ $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
Работа	$dA = F_s ds$	Работа	$dA = M_z d\varphi$
Кинетическая энергия	$\frac{mv^2}{2}$	Кинетическая энергия	$\frac{J_z\omega^2}{2}$

**14. Электрический заряд. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона.**

**Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции. Силовые линии электростатического поля. Напряженность поля точечного заряда.**

- 1) Электрический заряд – это физическая величина, характеризующая свойство частиц или тел вступать в электромагнитные силовые взаимодействия.
  - Опытным путем установлено, что в природе существует два типа электрических зарядов – положительные и отрицательные.
  - Американский физик Милликен экспериментально показал, что электрический заряд дискретен, т.е. заряд любого тела составляет целое число кратное от элементарного электрического заряда  $e$  ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл) electron.
  - Электрон и протон являются носителями элементарного отрицательного и положительного зарядов соответственно.
  - Обозначение –  $q$  или  $Q$

- Единица электрического заряда – кулон (Кл) – электрический заряд проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за время 1 с. [1 Кл = 1  $\frac{А}{с}$  ]

2) Закон сохранения электрических зарядов – алгебраическая сумма зарядов любой замкнутой системы (системы, не обменивающиеся зарядами с внешними телами) остается неизменной какие-бы процессы не происходили внутри системы. (Был установлен Фарадеем).

$$q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n = const$$

3) Закон Кулона: сила взаимодействия F между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, пропорциональна зарядам Q1 и Q2 и обратно пропорциональная квадрату расстояния r между ними:

$$F = k \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2}$$

\*где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц. В системе СИ k =

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 * 10^9 \frac{М}{Ф} \quad (\epsilon_0 = 8,85 * 10^{-12} \frac{Ф}{М})$$

4) Напряженность электрического поля – векторная величина, численно равна и совпадает с силой, действующей на единичный точечный положительный заряд. Напряженность равна отношению силы F, действующей со стороны поля на неподвижный точечный пробный электрический заряд, помещенный в рассматриваемую точку поля, к этому заряду  $q_0$ .

$$E = \frac{F}{q_0}$$

5) Принцип суперпозиции – напряженность E результирующего электрического поля, создаваемого системой зарядов равна геометрической сумме (сумме векторов) напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым зарядом в отдельности.

$$E = \sum_{i=1}^n E_i$$

Принцип суперпозиции позволяет рассчитать электростатические поля любой системы неподвижных зарядов, поскольку если заряды не точечные, то их можно всегда свести к совокупности точечных зарядов.

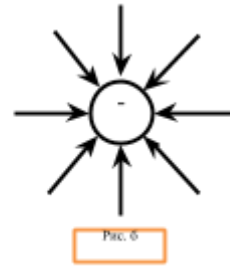
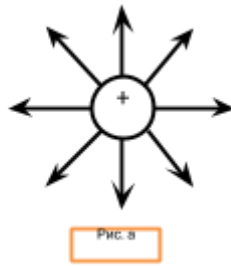
6) Силовые линии электростатического поля – это линии, проведенные в пространстве таким образом, чтобы касательная к ним совпадала с направлением вектора напряженности в данной точке.

Свойства силовых линий:

- Начинаются на положительных зарядах, заканчиваются на отрицательных зарядах.
- Перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям, в том числе поверхностям электродов.
- В тех областях поля, где силовые линии расположены ближе друг к другу, величина напряженности поля больше.
- Направлены в сторону наиболее быстрого убывания потенциала.

7) Напряженность поля точечного заряда.

Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности – радиальные прямые выходящие из заряда, если он положителен (рис а) и входящие в него, если заряд отрицателен (рис б).



Напряженность поля точечного заряда  $q$  в вакууме можно найти из закона Кулона, положив в нем

$$q_1 = q, q_2 = q_0 \text{ и } r_{21} = r:$$

$$E = \frac{q_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$$

## 15. Работа в электрическом поле. Потенциальная энергия. Потенциал электрического поля. Потенциал поля точечного заряда. Эквипотенциальные поверхности. Связь напряженности и потенциала.

- 1) При перемещении пробного заряда  $q$  в электрическом поле электрические силы совершают работу.  
**! Работа сил электростатического поля при перемещении заряда из одной точки поля в другую не зависит от формы траектории, а определяется только положением начальной и конечной точек и величиной заряда.**

$$\Delta A = F * \Delta l * \cos \alpha$$

где  $q$  – величина заряда;  $\alpha$  – угол между перемещением заряда и направлением поля;  $l$  – перемещение.

Работа  $A_{12}$  по перемещению электрического заряда  $q$  из начальной точки (1) в конечную точку (2) равна произведению заряда на разность потенциалов ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) начальной и конечной точек:

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2} = q\varphi_1 - q\varphi_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

- 2) В случае электростатического поля потенциальная энергия служит мерой взаимодействия зарядов. Потенциальная энергия заряда  $q_{пр}$  в поле заряда  $q$  равна:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_{пр}}{r}$$

Для одноименных зарядов  $q_{пр} q > 0$  и потенциальная энергия их взаимодействия (отталкивания) положительна, для разноимённых зарядов  $q_{пр} q < 0$  и потенциальная энергия их взаимодействия (притяжения) отрицательна.

Если поле создаётся системой  $n$  точечных зарядов  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , то потенциальная энергия  $U$  заряда  $q_{\text{пр}}$ , находящегося в этом поле, равна сумме его потенциальных энергий  $U_i$ , создаваемых каждым из зарядов в отдельности:

$$W = \sum_{i=1}^n W_i = q_{\text{пр}} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}$$

**3) Потенциал ( $\varphi$ )** является энергетической характеристикой электростатического поля. Потенциал - это величина, которая измеряется отношением работы при переносе положительного заряда с земной поверхности в определенную точку поля к величине данного заряда. Единица потенциала – вольт.

$$\varphi = \frac{A}{q}$$

Потенциал электростатического поля- скалярная физическая величина, измеряемая отношением потенциальной энергии пробного заряда в электростатическом поле к величине этого заряда

$$\varphi = \frac{W}{q_{\text{пр}}}$$

Потенциал поля, создаваемый точечным зарядом  $q$ , равен:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

**4) Поверхность**, во всех точках которой потенциал электрического поля имеет одинаковые значения, называется эквипотенциальной поверхностью или поверхностью равного потенциала.

**!** Чем гуще эквипотенциальные поверхности, тем значение величины напряженности больше.

**5) Электростатическое поле** имеет две характеристики: силовую (напряжённость) и энергетическую (потенциал). Напряжённость и потенциал – различные характеристики одной и той же точки поля, следовательно, между ними должна быть связь.

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi$$

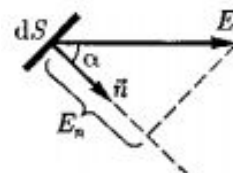
\*Градиент функции — это вектор, характеризующий скорость пространственного изменения функции и направленный в сторону максимального возрастания этой функции.

Напряжённость поля  $E$  равна градиенту потенциала со знаком минус. Знак минус определяется тем, что вектор напряжённости  $E$  поля направлен в сторону убывания потенциала.

Т.о. установленная связь между напряжённостью и потенциалом позволяет по известной напряжённости поля найти разность потенциалов между двумя произвольными точками этого поля.

## 16. Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Гаусса в вакууме.

**1)** Число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку  $dS$ , нормаль  $\vec{n}$  к которой образует угол  $\alpha$  с вектором  $\vec{E}$ , равно  $E dS \cos \alpha \sim E_n dS$ , где  $E_n$  — проекция вектора  $\vec{E}$  на нормаль  $\vec{n}$  к площадке  $dS$ . Величина называется *поток вектора напряженности* сквозь площадку  $dS$ . Здесь  $d\vec{S} = dS \vec{n}$  — вектор, модуль которого равен  $dS$ , а



направление совпадает с направлением нормали  $\vec{n}$  к площадке. Выбор направления вектора  $\vec{n}$  (а следовательно, и  $d\vec{S}$ ) условен, так как его можно направить в любую сторону. Единица потока вектора напряженности электростатического поля — вольтметр ( $\text{В} \cdot \text{м}$ ).

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \vec{E} d\vec{S}$$

## 2) Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме:

поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на  $\epsilon_0$ :

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i$$

Эта теорема выведена математически для векторного поля любой природы русским математиком М. В. Остроградским (1801-1862), а затем независимо от него применительно к электростатическому полю — К. Гауссом

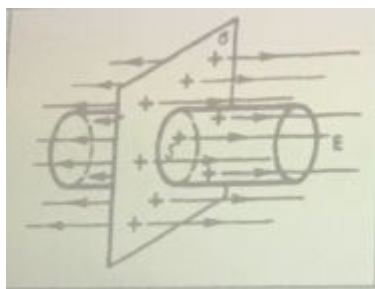
## 17. Применение Теоремы Гаусса для расчета электрических полей и потенциалов заряженных тел: плоскость, две плоскости, полая сфера (без вывода).

### Плоскость:

Поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания, т.е. равен  $2ES$ . Заряд заключенный внутри цилиндра равен  $\sigma S$ . Тогда по теореме Гаусса:

$$2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Напряженность  $E$  не зависит от расстояния до плоскости.

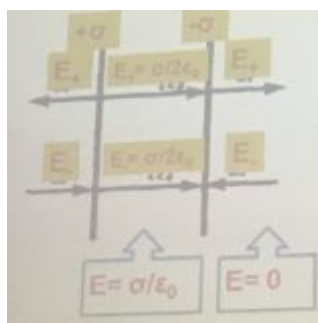


### Две плоскости:

Поле таких плоскостей найдем как суперпозицию полей.

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

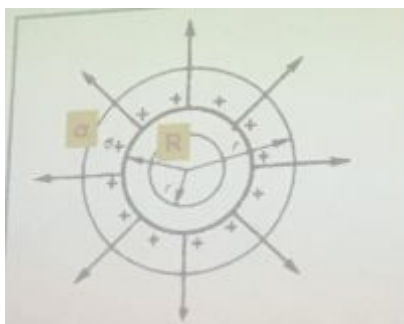




### Полая сфера:

По теореме Гаусса:  $4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} (r \geq R)$$



## **18. Проводники в электрическом поле. Напряженность электрического поля у поверхности проводника. Электростатическая защита**

- 1) Проводники — тела, в которых электрический заряд может перемещаться по всему его объему. Проводники делятся на две группы: 1) *проводники первого рода (металлы)* — перенос в них зарядов (свободных электронов) не сопровождается химическими превращениями; 2) *проводники второго рода (например, расплавленные соли, растворы кислот)* — перенос в них зарядов (положительных и отрицательных ионов) ведет к химическим изменениям.

- 2) Вектор напряженности поля на внешней поверхности проводника направлен по нормали к каждой точке его поверхности. ( $E_n$ ) Напряженность поля вблизи поверхности заряженного проводника прямо пропорциональна поверхностной плотности зарядов.

$$E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}$$

- 3) Электростатическая защита — экранирование тел, например измерительных приборов, от влияния внешних электростатических полей. (учебник)

Явление было открыто Майклом Фарадеем в 1836 году. Он обратил внимание, что внешнее электрическое поле не может попасть внутрь заземлённой металлической клетки. Принцип работы клетки Фарадея заключается в том, что под действием внешнего электрического поля,

свободные электроны, находящиеся в металле, начинают движение и создают на поверхности клетки заряд, который полностью компенсирует это внешнее поле.(интернет)

## 19. Электрическая емкость уединенного проводника. Конденсаторы. Расчет электроемкости для: плоского конденсатора. Параллельное и последовательное соединение конденсаторов (формулы).

- 1) Рассмотрим уединенный проводник, т. е. проводник, который удален от других проводников, тел и зарядов. Его потенциал, пропорционален заряду проводника. Из опыта следует, что разные проводники, будучи одинаково заряженными, имеют различные потенциалы. Поэтому для уединенного проводника можно записать:

Величину  $C = \frac{Q}{\varphi}$  называют электроемкостью (или просто *емкостью*) уединенного проводника.

*Емкость уединенного проводника* определяется зарядом, сообщением которого проводнику изменяет его потенциал на единицу.

Емкость проводника зависит от его размеров и формы, но не зависит от материала, агрегатного состояния, формы и размеров полостей внутри проводника.

*Единица электроемкости* — фарад - 1 Ф - емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл.

- 2) *Конденсаторы*-устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших относительно окружающих тел потенциалах накапливать значительные по величине заряды, иными словами, обладать большой емкостью.

Конденсатор состоит из двух проводников(обкладок), разделенных диэлектриком. На емкость конденсатора не должны оказывать влияния окружающие тела, поэтому проводникам придают такую форму, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми зарядами, было сосредоточено в узком зазоре между обкладками конденсатора.

От формы обкладок конденсаторы делят на плоские, цилиндрические и сферические.

- 3) Рассчитаем емкость плоского конденсатора, состоящего из двух параллельных металлических пластин площадью S каждая, расположенных на расстоянии d друг от друга и имеющих заряды +Q и -Q

$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ , где  $\sigma$  - поверхностная плотность заряда. Разность потенциалов между плоскостями, расстояние между которыми d, равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx = \frac{\sigma d}{\epsilon_0}$$

При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов между ними

$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\epsilon_0 \epsilon}$ , где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость диэлектрика

$$C = \frac{Q}{(\varphi_1 - \varphi_2)}; \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\epsilon_0 \epsilon}$$

Заменяя  $Q = \sigma S$  получим выражение для емкости плоского конденсатора:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$$

S-площадь обкладок (пластин) конденсатора,

d-расстояние между пластинами

4) Для увеличения емкости и варьирования ее возможных значений конденсаторы соединяют в батареи, при этом используется их параллельное и последовательное соединения.

#### Параллельное соединение конденсаторов

У параллельно соединенных конденсаторов разность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова и равна  $\varphi_A - \varphi_B$ . Если емкости отдельных конденсаторов  $C_1, C_2, \dots, C_n$ , то их заряды равны:

$$Q_n = C_n(\varphi_A - \varphi_B)$$

А заряд батареи равен:

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i$$

Полная емкость батареи

$$C = \sum_{i=1}^n C_i$$

т.е при параллельном соединении конденсаторов она равна сумме емкостей отдельных конденсаторов.

#### Последовательное соединение конденсаторов

У последовательно соединенных конденсаторов заряды всех обкладок равны по модулю, а разность потенциалов на зажимах батареи

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i, \text{ где для любого рассматриваемого конденсатора } \Delta\varphi_i = \frac{Q}{C_i}$$

$$\text{С другой стороны: } \Delta\varphi = \frac{Q}{C} = Q \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}, \text{ откуда } \frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

т. е. при последовательном соединении конденсаторов суммируются величины, обратные емкостям.

Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов результирующая емкость  $C$  всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батарее.

## 20. Энергия системы зарядов, уединенного проводника и конденсатора. Плотность энергии электростатического поля (формулы).

### 1) Энергия системы неподвижных точечных зарядов.

Электростатические силы взаимодействия консервативны, следовательно, система зарядов обладает потенциальной энергией.

В случае  $n$  неподвижных зарядов энергия взаимодействия системы точечных зарядов равна:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Q_i \varphi_i, \text{ где } \varphi_i \text{ — потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд } Q_i, \text{ всеми зарядами, кроме } i\text{-го.}$$

### Энергия уединенного проводника

Энергия заряженного проводника равна той работе, которую необходимо совершить, чтобы зарядить этот проводник:

$$A = \int_0^{\varphi} C \varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}, \text{ где } C\varphi = Q$$

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

Формулу можно получить исходя и из того, что потенциал проводника во всех его точках одинаков, так как поверхность проводника является эквипотенциальной. Полагая потенциал проводника равным  $\varphi$  найдем:

$$W = \frac{1}{2} \varphi \sum_{i=1}^n Q_i = \frac{Q\varphi}{2}$$

### Энергия конденсатора

Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией, которая в соответствии с формулой равна:

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{Q\Delta\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

Разность потенциалов между обкладками конденсатора  $\Delta\varphi$  есть не что иное, как напряжение  $U$  на обкладках.

Поэтому формула переписется в более привычном виде:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

**2) Объемная плотность энергии электростатического поля  $W$  (энергия единицы объема)**

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$$

Выражение справедливо только для изотропного диэлектрика!