ОГЛАВЛЕНИЕ:

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Постоянный электрический ток: плотность тока, сила тока.

В электродинамике — разделе учения об электричестве, в котором рассматриваются явления и процессы, обусловленные движением электрических зарядов или макроскопических заряженных тел.

Электрическим током называется любое упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов.

Количественной мерой электрического тока служит ***сила тока I*** — скалярная физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени.

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Если сила тока и его направление не изменяются со временем, то такой ***ток*** называется ***постоянным***.Для постоянного тока:

$$I = \frac{Q}{t},$$

где Q — электрический заряд, проходящий за время t через поперечное сечение проводника.

Единица силы тока — ампер (А)

Физическая величина, определяемая силой тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока, называется ***плотностью тока:***

$$j = \frac{dI}{dS_\perp}$$

Плотность тока — вектор; направление вектора j совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов:

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_\perp}$$

Единица плотности тока — ампер на метр в квадрате (А/$м^2$).

ОГЛАВЛЕНИЕ

2. Сторонние силы. ЭДС и напряжение.

1) Сторонние силы - силы неэлектростатического происхождения, действующие на заряды со стороны источников тока.

Сторонняя сила $F_{ст}$, действующая на заряд Q_0, может быть выражена как

$$F_{ст} = E_{ст}\, Q_0$$

где $E_{ст}$ - напряженность поля сторонних сил

2) ЭДС - физическая величина, определяемая работой, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда.

$$\varepsilon = \frac{A}{Q_0}$$

3)Напряжением U на участке 1-2 называется физическая величина, определяемая работой, совершаемой суммарным полем электростатических и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи.

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}$$

Понятие напряжения является обобщением понятия разности потенциалов: напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов в том случае если на этом участке не действует Э.Д.С т.е. сторонние силы отсутствуют.

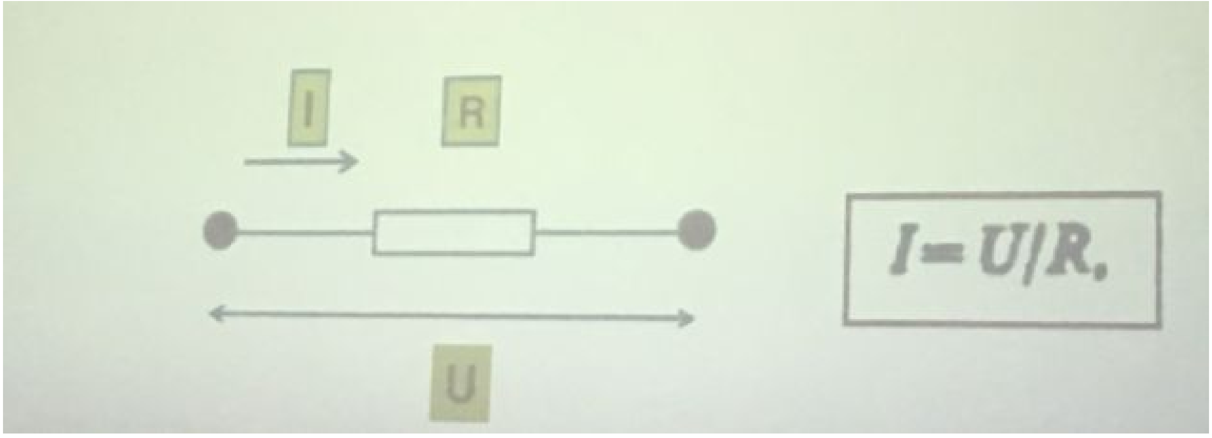
$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2, \text{ если } \varepsilon = 0$$

3. Закон Ома для однородного участка цепи в интегральной и дифференциальной формах. Сопротивление проводника, зависимость его от температуры. Сопротивление при параллельном и последовательном соединении проводников (формулы). Электропроводность проводников.

1)Закон Ома в интегральной форме: Немецкий физик Г. Ом экспериментально установил, что сила тока I, текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна напряжению U на концах проводника.

$$I = \frac{U}{R}$$

ОГЛАВЛЕНИЕ



Закон Ома в дифференциальной форме:

Закон Ома можно представить в дифференциальной форме. Подставив выражение для сопротивления

$$R = \rho\frac{l}{S}$$

в закон Ома

$$I = \frac{U}{R}$$

получим

$$\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho}\frac{U}{l}$$

где

$$\frac{1}{\rho} = \sigma$$

величина σ ,обратная удельному сопротивлению, называется удельной электрической проводимостью вещества проводника. Ее единица - сименс на метр(См/м).

Учитывая, что $\frac{U}{l} = E$ - напряженность электрического поля в проводнике, $\frac{I}{S} = j$ - плотность тока, формулу можно записать в виде

$$j = \sigma E$$

Закон Ома в дифференциальной форме, связывающий плотность тока j в любой точке внутри проводника с напряженности электрического поля E в этой же точке.

Это соотношение справедливо и для переменных полей.

2) Сопротивление проводников зависит от его размеров и формы, а также от материала, из которого проводник изготовлен.

Для однородного линейного проводника сопротивление R прямо пропорционально его длине l и обратно пропорционально площади его поперечного сечения S:

$$R = \rho\frac{l}{S}$$

где ρ - коэффициент пропорциональности, характеризующий материал проводника и называемый удельным электрическим сопротивлением.

Единица удельного электрического сопротивления - ом метр(Ом м).

Наименьшим удельным сопротивлением обладают серебро и медь.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Опыт показывает, что при не слишком высоких и не слишком низких температурах зависимости удельного сопротивления и сопротивления проводника от температуры выражаются формулами:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) \qquad R = R_0(1 + \alpha t)$$

где ρ и ρ_0 , R и R_0 - соответственно удельные сопротивления и сопротивления проводника при t и 0 C° , α - температурный коэффициент сопротивления.

Температурный коэффициент сопротивления вещества характеризует зависимость изменения сопротивления при нагревании от рода вещества. Он численно равен относительному изменению сопротивления (удельного сопротивления) проводника при нагревании на 1 К.

$$h\alpha i = \frac{1 \cdot \Delta\rho}{\rho \Delta T}$$

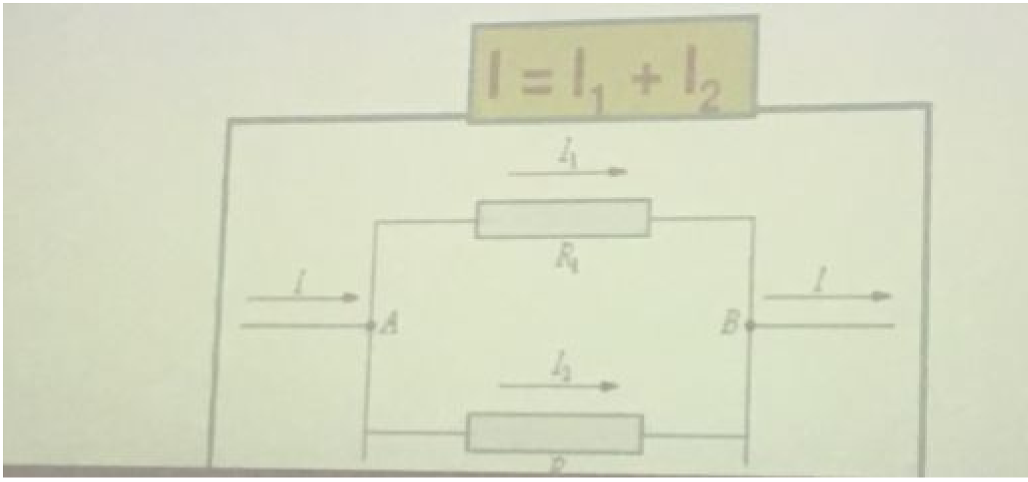
где $h\alpha i$ — среднее значение температурного коэффициента сопротивления в интервале Δ*T*.

3) При параллельном соединении проводников напряжения U_1 и U_2 на обоих проводниках одинаковы:

$$U_1 = U_2 = U$$

Сумма токов $I_1 + I_2$, протекающих по обоим проводникам, равна току в неразветвленной цепи:

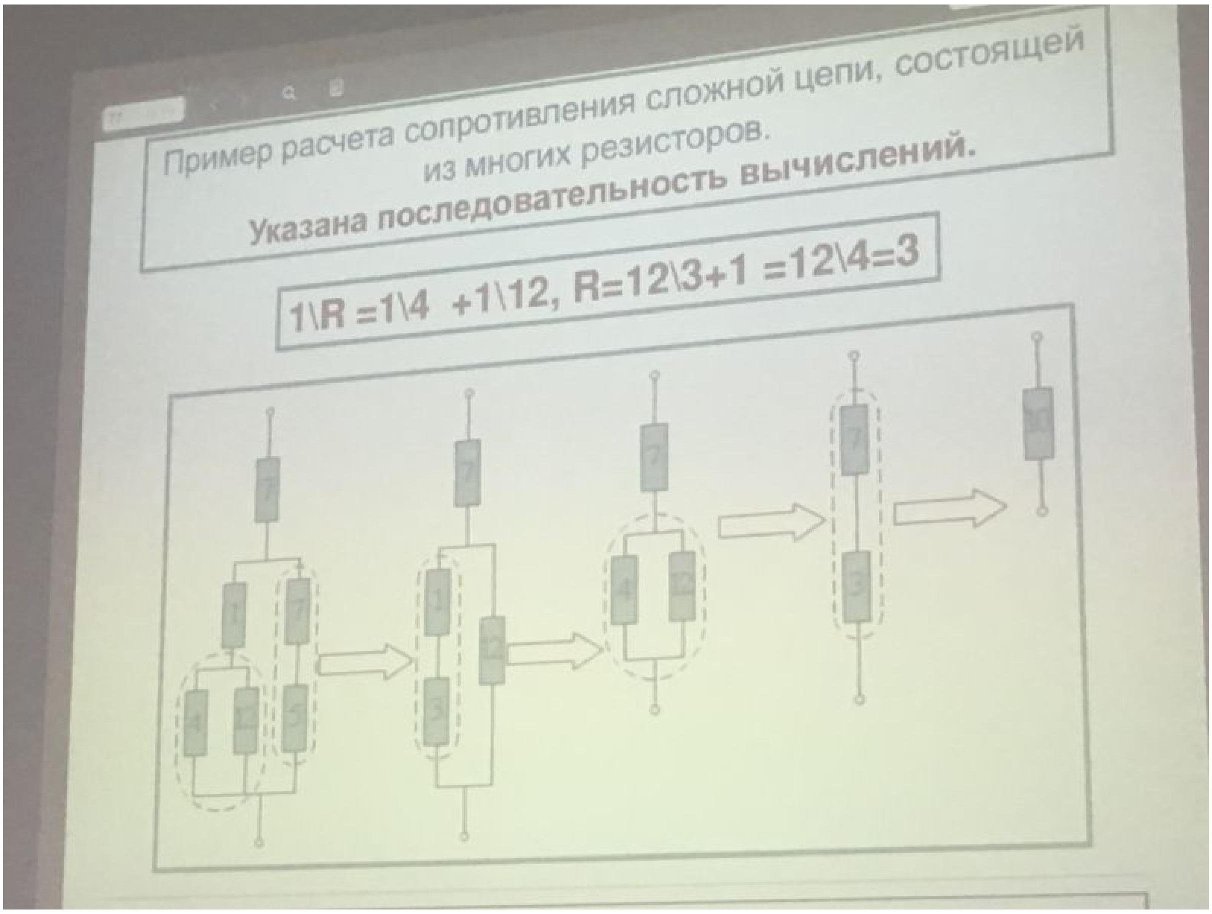
$$I = I_1 + I_2$$



<u>При параллельном соединении проводников</u> величина, обратная общему сопротивлению цепи, равна сумме величин, обратных сопротивлениям параллельно включенных проводников.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

ОГЛАВЛЕНИЕ



При последовательном соединении протекающие по всем проводникам токи равны между собой:

$$I_1 = I_2 = I$$

А для определения общего напряжения при последовательном соединении, напряжения на отдельных элементах необходимо просуммировать:

$$U = U_1 + U_2$$

При последовательном соединении общее сопротивление цепи будет равно сумме сопротивлений всех проводников:

$$R = R_1 + R_2$$

4)Величина

$$G = \frac{1}{R}$$

Называется электрической проводимостью проводника
Единица проводимости - сименс (См): 1 См - проводимость участка электрической цепи сопротивлением 1 Ом.

4. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца в интегральной и дифференциальной формах.

1) Рассмотрим однородный проводник, к концам которого приложено напряжение U.

ОГЛАВЛЕНИЕ

За время dt через сечение проводника переносится заряд dq — Idt. При этом силы электростатического поля и сторонние силы совершают работу:

$$dA = Udq = IUdt$$

Если сопротивление проводника R, то, используя закон Ома, получим, что работа тока:

$$dA = I^2Rdt = \frac{U^2}{R}dt$$

Из 2-х предыдущих формул:

$$P = \frac{dA}{dt} = I^2R = UI = \frac{U^2}{R}$$

Работа тока выражается в джоулях, а мощность в ваттах.

2)Если ток проходит по неподвижному металлическому проводнику, то вся работа идет на его нагревание, то по закону сохранения энергии:

$$dQ = dA$$

Из предыдущих формул:

$$dQ = I^2Rdt = \frac{U^2}{R}dt = IUdt = Pdt$$

Выражение представляет собой *закон Джоуля —Ленца*, экспериментально установленный независимо друг от друга Дж. Джоулем и Э. Х. Ленцем.

В случае постоянных силы тока и сопротивления закон Джоуля - Ленца <u>в интегральной форме</u>:

$$Q = I^2Rt$$

Выделим в проводнике элементарный цилиндрический объем

$$dV = dSdl$$

сопротивление которого.

$$R = \rho\frac{l}{S} \quad R = \frac{dl}{dS}$$

По закону Джоуля-Ленца, за время dt в этом объеме выделится теплота

$$dQ = I^2Rdt = \rho\frac{dl}{dS}(jdS)^2dt = \rho(j)^2(dl \cdot dS)dt = \rho(j)^2dV\,dt$$

Количество теплоты выделяющееся за единицу времени в единице объема называется удельной тепловой мощностью тока w. Она равна

$$w = \frac{dQ}{dt}dV = \rho j^2$$

Используя дифференциальную форму закона Ома и соотношение $\sigma = \frac{1}{\rho}$, получим

ОГЛАВЛЕНИЕ

$$w = \rho j^2 = \frac{1}{\sigma}(\sigma^2 E^2) = \sigma E^2$$

Это и есть закон Джоуля - Ленца в дифференциальной форме

$$w = \sigma E^2$$

5. Закон Ома для неоднородного участка цепи, для замкнутой цепи.

Немецкий физик Г. Ом (1787 —1854) экспериментально установил, что сила тока I, текущего по ***однородному*** металлическому проводнику (т.е. проводнику, в котором не действуют сторонние силы), пропорциональна напряжению U на концах проводника.

1) Мы рассматривали закон Ома для однородного участка цепи, т. е. такого, в котором не действует ЭДС (не действуют сторонние силы).
Теперь рассмотрим неоднородный участок цепи, где действующую ЭДС на участке 1 — 2 обозначим через ε_{12} , а приложенную на концах участка разность потенциалов — через $\varphi_1 - \varphi_2$.
Если ток проходит по *неподвижным* проводникам, образующим участок *1—2,* то работа A_{12} всех сил (сторонних и электростатических), совершаемая над носителями тока, по закону сохранения и превращения энергии равна теплоте, выделяющейся на участке. Работа сил, совершаемая при перемещении заряда Q_0 на участке *1—2,*

$$A_{12} = Q_0 \xi_{12} + Q_0(\varphi_1 - \varphi_2) \qquad (100.1)$$

Если э.д.с. способствует движению положительных зарядов в выбранном направлении (в направлении *1—2),* то $\xi_{12}>0$. Если э.д.с. препятствует движению положительных зарядов в данном направлении, то $\xi_{12}<0$.

За время *t* в проводнике выделяется теплота

$$Q = I^2 Rt = IR(It) = IRQ_0 \quad (100.2)$$

Из формул (100.1) и (100.2) получим

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \xi_{12}$$

откуда

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \xi_{12}}{R}$$

Выражение (100.3) или (100.4) представляет собой **закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме,** который является **обобщенным законом Ома.**

ОГЛАВЛЕНИЕ

2) Если же электрическая цепь замкнута, то выбранные точки 1 и 2 совпадают, $\varphi_1 = \varphi_2$, тогда из (100.4) получаем закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

,где ε — ЭДС, действующая в цепи; R — суммарное сопротивление всей цепи.
В общем случае $R = R_1 + r$ (r— внутреннее сопротивление источника тока, R_1 — сопротивление внешней цепи).

6. Магнитное поле. Вектор магнитной индукции и вектор напряженности магнитного поля. Закон Ампера. Принцип суперпозиции магнитных полей.

1) Подобно тому как в пространстве, окружающем электрические заряды, возникает электростатическое поле, так и в пространстве, окружающем токи и постоянные магниты, возникает силовое ***поле***, называемое ***магнитным***. Наличие магнитного поля обнаруживается по ***силовому действию*** на внесенные в него проводники с током или постоянные магниты. Электрическое поле действует как на неподвижные, так и на движущиеся в нем электрические заряды.
Важнейшая особенность магнитного поля состоит в том, что оно действует только на движущиеся в нем электрические заряды.

2) ***B — вектор магнитной индукции*** (количественная характеристика магнитного поля)
Так как магнитное поле является силовым, то его, по аналогии с электрическим, изображают с помощью линий магнитной индукции — линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{B}$. Их направление задается правилом правого винта: головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции.
Магнитная индукция равна отношению максимального вращающего момента Mmax рамки с током к ее магнитному моменту pm

$$B = \frac{M_{max}}{p_m}$$

Линии напряженности электростатического поля являются ***разомкнутыми*** (начинаются на положительных зарядах и кончаются на отрицательных).
Магнитное поле описывается вектором напряженности $\vec{H}$.
Для однородной изотропной среды вектор магнитной индукции $\vec{B}$ связан с вектором напряженности следующим соотношением:

$$B = \mu_0 \mu H$$

где μ_0 — магнитная постоянная, μ — магнитная проницаемость среды(безразмерная величина), B - магнитная индукция, H - напряженность магнитного поля.
Аналогом вектора напряженности электростатического поля E, является вектор магнитной индукции B, так как эти векторы E и B определяют силовые действия этих полей и зависят от свойств среды.

ОГЛАВЛЕНИЕ

3) Обобщая результаты исследования действия магнитного поля на различные проводники с током, Ампер установил, что ***сила dF***, с которой магнитное поле действует на элемент проводника ***dl*** с током находящегося в магнитном поле, равна

$$\overline{dF} = I[\overline{dl}, \overline{B}]$$

где dl - вектор, по модулю равный dl и совпадающий по направлению с током,
B - вектор магнитной индукции.
4) Принцип суперпозиции: магнитная индукция результирующего поля, создаваемая несколькими токами или движущимися зарядами, равна векторной сумме магнитных индукций складываемых полей, создаваемых каждым током или движущимися зарядами в отдельности.

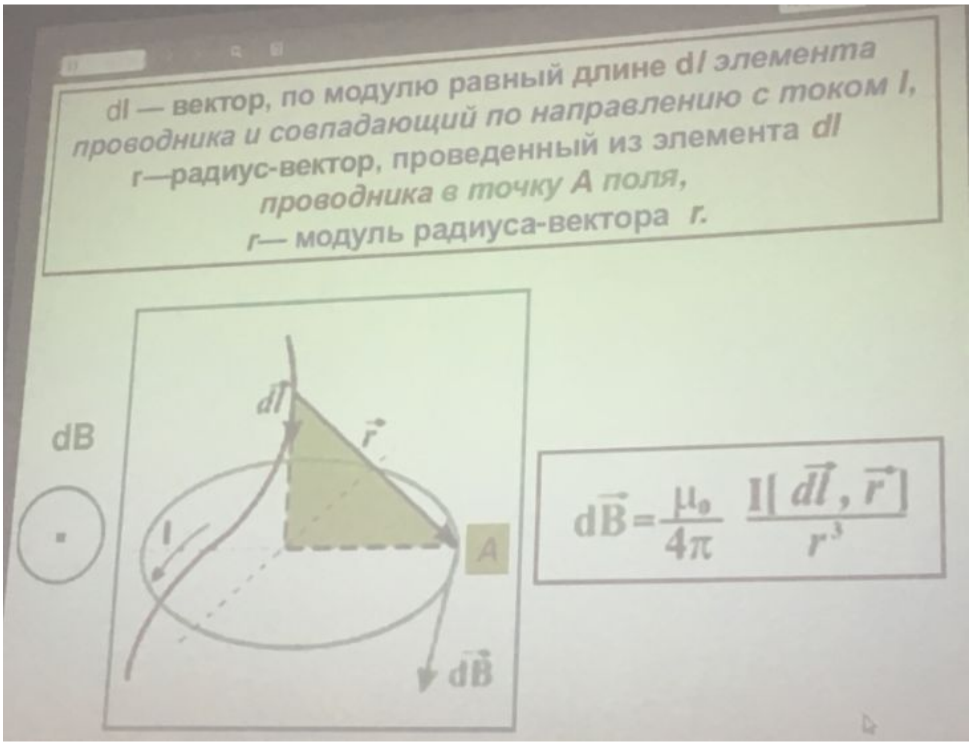
$$B = \sum_{i=1}^{n} B_i$$

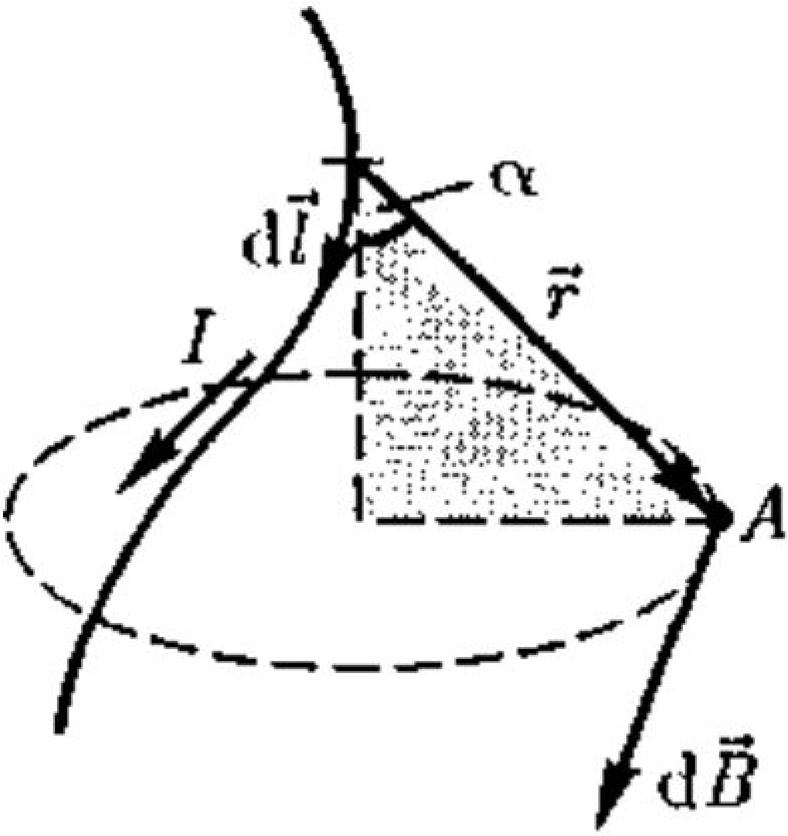
7. Закон Био-Савара-Лапласа.

Закон Био-Савара-Лапласа для проводника с током I, элемент dl которого создает в некоторой точке A индукцию поля dB, записывается в виде:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$

ОГЛАВЛЕНИЕ





Направление dB перпендикулярно dl и r, т.е. перпендикулярно плоскости, в которой они лежат, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции. Это направление может быть найдено по правилу нахождения линий магнитной индукции (правилу правого винта).

[ОГЛАВЛЕНИЕ](#)

Правило нахождения линий магнитной индукции (правило правого винта): направление вращения головки винта дает направление dB, если поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.

Модуль вектора dB определяется выражением

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\, dl\, sin\alpha}{r^3}$$

где α - угол между векторами dl и r.

Закон Б-С-Л устанавливает величину и направление вектора $d\vec{B}$ в произвольной точке магнитного поля, созданного проводником $d\vec{l}$ с током I.

8. Применение Закона Био-Савара-Лапласа для расчета магнитного поля прямолинейного проводника с током.

Магнитное поле прямого тока — тока, текущего по тонкому прямому проводу бесконечной длины. В произвольной точке А, удаленной от оси проводника на расстояние R, векторы dB от всех элементов тока имеют одинаковое направление, перпендикулярное плоскости чертежа («к нам»). Поэтому сложение векторов dB можно заменить сложением их модулей.
В качестве постоянной интегрирования выберем угол а (угол между векторами d/ и г), выразив через него все остальные величины. Из рисунка следует,

$$r = \frac{R}{sin\alpha},\, dl = \frac{r d\alpha}{sin\alpha}$$

(радиус дуги CD вследствие малости d/ равен г, поэтому угол FDC можно считать прямым). Подставив эти выражения в уравнение модуля dB, получим, что магнитная индукция, создаваемая одним элементом проводника, равна

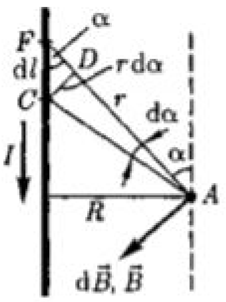
$$dB = \frac{\mu_0\mu\, I}{4\pi R} sin\alpha\, d\alpha$$

Так как угол а для всех элементов прямого тока изменяется в пределах от О до π, то,

$$B = \int dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I}{R}\int_0^{\pi} sin\alpha\, d\alpha = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{2I}{R}$$

Следовательно, магнитная индукция поля прямого тока

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{2I}{R}$$



ОГЛАВЛЕНИЕ

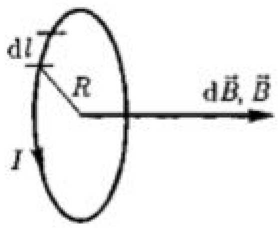
9. Применение Закона Био-Савара-Лапласа для расчета магнитного поля кругового тока.

Магнитное поле в центре кругового проводника с током. Как следует из рисунка, все элементы кругового проводника с током создают в центре магнитные поля одинакового направления — вдоль нормали от витка. Поэтому сложение векторов dB можно заменить сложением их модулей. Так как все элементы проводника перпендикулярны радиусу-вектору ($sin\alpha$ = 1) и расстояние всех элементов проводника до центра кругового тока одинаково и равно R, то, согласно

$$dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I}{R^2}dl$$

Тогда

$$B = \int dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I}{R^2}\int_0^{\pi} dl = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi R^2}2\pi R = \mu_0\mu\frac{I}{2R}$$



10. Взаимодействие 2-х параллельных проводников. Единица силы тока «Ампер».

1) Обобщая результаты исследования действия магнитного поля на различные проводники с током, Ампер установил, что сила dF, с которой магнитное поле действует на элемент проводника dl с током, находящегося в магнитном поле, равна

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}]$$

где dl - вектор по модулю равный dl и совпадающий по направлению с током. B - вектор магнитной индукции.

<u>Направление силы АМПЕРА определяется по правилу левой руки!!!</u>

Подставляя значения для B_1 получим,

$$dF_1 = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{2I_1I_2}{R}dl$$

Сила dF2 направлена в противоположную сторону и по модулю равна

$$dF_2 = I_1B_2dl = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{2I_1I_2}{R}dl$$

Сравнение выражений показывает, что

ОГЛАВЛЕНИЕ

$$dF_1 = dF_2$$

т. е. два параллельных тока одинакового направления притягиваются друг к другу с силой

$$dF = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl \quad (111.5)$$

Если токи имеют противоположные направления, то, используя правило левой руки, можно показать, что между ними действует сила отталкивания, определяемая по формуле (111.5).

2) Ампер есть сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 метр один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 метр силу взаимодействия равную $2 \cdot 10^{-7}$ Ньютона

11. Движение заряженных частиц в магнитном поле. Сила Лоренца.

1) Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью v, перпендикулярной вектору B, то сила Лоренца $\vec{F} = Q[\vec{v}B]$ постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. Согласно второму закону Ньютона, эта сила создает центростремительное ускорение. Отсюда следует, что частица будет двигаться по окружности, радиус r которой определяется из условия

$$QvB = \frac{mv^2}{2}$$

откуда

$$r = \frac{m}{Q} \frac{v}{B} \quad (115.1)$$

Период вращения частицы, т. е. время T, за которое она совершает один полный оборот,

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Подставив сюда формулу $r = \frac{m}{Q} \frac{v}{B}$, получим

$$T = \frac{2\pi}{B} \frac{m}{Q} \quad (115.2)$$

т.е. период вращения частицы в однородном магнитном поле определяется только величиной, обратной удельному заряду (—) частицы, и магнитной индукцией поля, но не зависит от ее скорости.

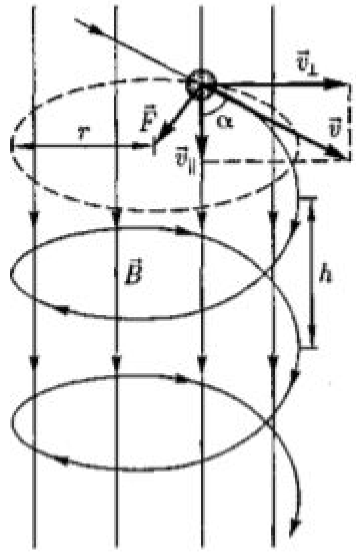
Если скорость v заряженной частицы направлена под углом а к вектору B, то ее движение можно представить как наложение двух движений: 1) равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью $v_{\parallel} = v\cos\alpha$; 2) равномерного движения со скоростью $v_{\perp} = v\sin\alpha$ по окружности в плоскости, перпендикулярной полю. Радиус окружности определяется формулой (115.1) (в данном случае надо заменить v на $v_{\perp} = v\sin\alpha$). Поэтому траектория заряженной частицы - спираль, ось которой параллельна магнитному полю. Шаг винтовой линии

ОГЛАВЛЕНИЕ

$$h = v_{\parallel}T = v\ T\ cos\alpha$$

Подставив в это выражение (115.2), получим

$$h = \frac{2\pi mvcos\alpha}{BQ}$$



2) Сила, действующая на электрический заряд Q, движущийся в магнитном поле со скоростью v, называется силой Лоренца и выражается формулой

$$\vec{F} = Q[\vec{v}\vec{B}],$$

Направление силы Лоренца определяется с помощью правила левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор B, а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора v (для Q > 0 направления I и v совпадают, для Q < 0 — противоположны), то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на положительный заряд.

Модуль силы Лоренца

$$F = QvBsin\alpha$$

где a — угол между v и B.

Сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости движения заряженной частицы, поэтому она изменяет только направление этой скорости, не меняя ее модуля. Следовательно, сила Лоренца работы не совершает. Иными словами, постоянное магнитное поле не совершает работы над движущейся в нем заряженной частицей и кинетическая энергия этой частицы при движении в магнитном поле не изменяется.

Если на движущийся электрический заряд помимо магнитного поля с индукцией B действует и электрическое поле с напряженностью E, то результирующая сила F, приложенная к заряду, равна векторной сумме сил — силы, действующей со стороны электрического поля, и силы Лоренца:

ОГЛАВЛЕНИЕ

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q[\vec{v}\vec{B}]$$

Это выражение называется формулой Лоренца. Скорость v в этой формуле есть скорость заряда относительно магнитного поля.

12. Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока в вакууме.

1) Циркуляцией вектора B по заданному замкнутому контуру называется интеграл:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl ,$$

где $d\vec{l}$ — вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура; $B_l = B\cos\alpha$ — составляющая вектора B в направлении касательной к контуру (с учетом выбранного направления обхода); α — угол между векторами B и $d\vec{l}$.

Циркуляция вектора B магнитного поля не равна нулю. Такое поле называется вихревым.

2) Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора B):
циркуляция вектора B по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k ,$$

где n — число проводников с токами, охватываемых контуром L произвольной формы.

Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Положительным считается ток, направление которого образует с направлением обхода по контуру правовинтовую систему; ток противоположного направления считается отрицательным.

13. Расчет магнитного поля соленоида и тороида.

1) Рассчитаем, применяя теорему о циркуляции, индукцию магнитного поля внутри соленоида. Рассмотрим соленоид длиной l, имеющий N витков, по которому течет ток (рис. 177). Длину соленоида считаем во много раз больше, чем диаметр его витков, т.е. рассматриваемый соленоид бесконечно длинный.
На рис. 177 представлены линии магнитной индукции внутри и вне соленоида. Чем соленоид длиннее, тем меньше магнитная индукция вне его. Поэтому приближенно можно считать, что поле бесконечно

ОГЛАВЛЕНИЕ

длинного соленоида сосредоточено целиком внутри него, а полем вне соленоида можно пренебречь.
Для нахождения магнитной индукции B выберем замкнутый прямоугольный контур ABCDA, как показано на рис. 177. Циркуляция вектора B по замкнутому контуру ABCDA, охватывающему все N витков, равна:

$$\oint_{ABCDA} B_l dl = \mu_0 NI$$

Интеграл по ABCDA можно представить в виде четырех интегралов: по AB, BC, CD и DA. На участках AB и CD контур перпендикулярен линиям магнитной индукции и $B_l = 0$. На участке вне соленоида B = 0. На участке DA циркуляция вектора B равна Bl (участок контура совпадает с линией магнитной индукции); следовательно,

$$\int_{DA} B_l dl = \mu_0 NI$$

Приходим к выражению для магнитной индукции поля внутри соленоида (в вакууме):

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}$$

Таким образом, поле внутри соленоида однородно (краевыми эффектами в областях, прилегающих к торцам соленоида, при расчетах пренебрегают). Однако отметим, что вывод этой формулы не совсем корректен (линии магнитной индукции замкнуты, и интеграл по внешнему участку магнитного поля строго нулю не равен). Корректно рассчитать поле внутри соленоида можно, применяя закон Био — Савара—Лапласа; в результате получается та же формула.

2) Важное значение для практики имеет также магнитное поле тороида — кольцевой катушки, витки которой намотаны на сердечник, имеющий форму тора (рис. 178). Магнитное поле, как показывает опыт, сосредоточено внутри тороида, вне его поле отсутствует. Линии магнитной индукции в данном случае, как следует из соображений симметрии, есть окружности, центры которых расположены по оси тороида. В качестве контура выберем одну такую окружность радиусом r. Тогда, по теореме о циркуляции , $B = 2\pi r = \mu_0 NI$, откуда следует, что магнитная индукция внутри тороида (в вакууме):

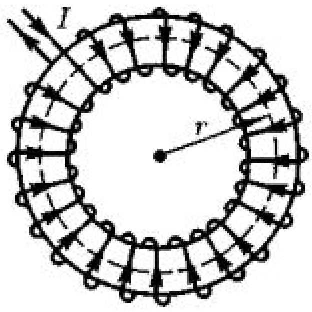


Рис. 178

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r},$$

где N — число витков тороида.
Если контур проходит вне тороида, то токов он не охватывает и $B * 2\pi r$ =0. Это означает, что поле вне тороида отсутствует (что показывает и опыт).

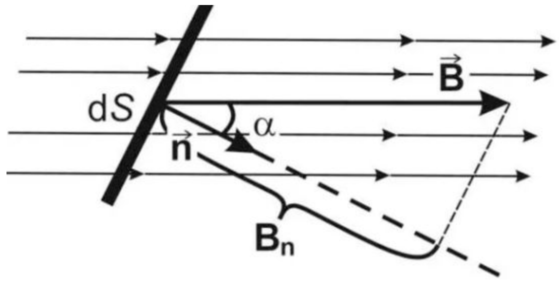
[ОГЛАВЛЕНИЕ](#)

14. Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для магнитного поля.

1) Потоком вектора магнитной индукции (магнитным потоком) через площадку dS называется скалярная физическая величина, равная:

$$d\Phi_B = \vec{B}d\vec{S} = B_n dS \text{ ,}$$

где B_n = $Bcos\alpha$ — проекция вектора B на направление нормали к площадке dS (α — угол между векторами n и B); dS = $dS\vec{n}$ — вектор, модуль которого равен dS, а направление его совпадает с направлением нормали n к площадке.



Поток вектора магнитной индукции через произвольную поверхность S равен\

$$\Phi_B = \int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_S B_n dS$$

Для однородного поля и плоской поверхности, расположенной перпендикулярно вектору B, B_n — B — const и

$$\Phi_B = BS$$

Из этой формулы определяется единица магнитного потока вебер (Вб): 1 Вб — магнитный поток, проходящий сквозь плоскую поверхность площадью 1 м^2 , расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна 1 Тл (1 Вб = 1Тл * м^2).

2) Теорема Гаусса для поля: поток вектора магнитной индукции сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_S B_n dS = 0$$

Эта теорема отражает факт отсутствия магнитных зарядов, вследствие чего линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми.

ПРИМЕР:
В качестве примера рассчитаем поток вектора B сквозь соленоид. Магнитная индукция однородного поля внутри соленоида с сердечником с магнитной проницаемостью [i, согласно $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$, равна

ОГЛАВЛЕНИЕ

$$B = \frac{\mu_0 \mu N I}{l}$$

Магнитный поток сквозь один виток соленоида площадью S равен

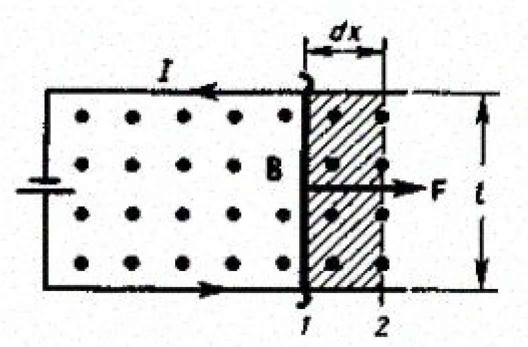
$$\Phi_1 = BS$$

а полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида и называемый потокосцеплением,

$$\psi = \Phi_1 N = NBS = \mu_0 \mu \frac{N^2 I}{l} S$$

15. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле. Индуктивность соленоида.

1) На проводник с током в магнитном поле действуют ***силы***, определяемые законом Ампера. Если проводник не закреплен (например, одна из сторон контура изготовлена в виде подвижной перемычки, рис.), то под действием ***силы Ампера*** он будет в магнитном поле перемещаться.



Магнитное поле совершает работу по перемещению проводника с током. Для определения этой работы рассмотрим проводник ***длиной l с током I*** (он может свободно перемещаться), помещенный в однородное внешнее магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура.
Сила, направление которой определяется по правилу левой руки, а значение — по закону Ампера , равна

$$F = IBl$$

где F - сила, I - сила тока, B - индукция магнитного поля, l - длина проводника.
Используем правило левой руки для определения вектора.
Под действием этой силы проводник переместится параллельно самому себе на отрезок dx из положения 1 в положение 2.
Работа, совершаемая магнитным полем, равна

$$dA = F dx = IBl dx = IB dS = I d\Phi$$

где ***ldx = dS*** — площадь, пересекаемая проводником при его перемещении в магнитном поле;
BdS= dΦ — поток вектора магнитной индукции, пронизывающий эту площадь.
Таким образом,

$$dA = I d\Phi$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

т. е. работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, пересеченный движущимся проводником. Полученная формула справедлива и для произвольного направления ***вектора В***.

2) Электрический ток, текущий в замкнутом контуре, создает вокруг себя магнитное поле, индукция которого, по закону Био —Савара — Лапласа, пропорциональна току. Сцепленный с контуром магнитный поток Ф поэтому пропорционален току в контуре:

$$\Phi = LI$$

где L — коэффициент пропорциональности, называемый ***индуктивностью контура***. На практике для создания магнитного поля в локальном объеме применяются катушки индуктивности (соленоиды).

Индуктивность соленоида L вычисляется по формуле:

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}$$

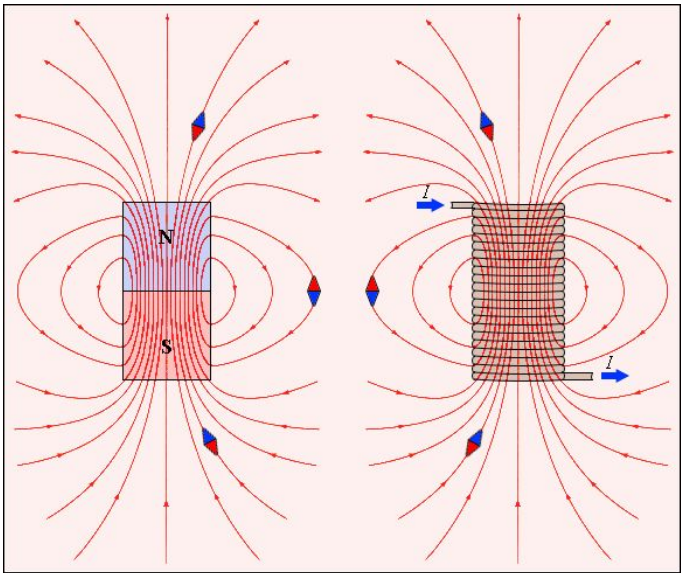
где N - число витков соленоида,

l -его длина, S -площадь,

μ - магнитная проницаемость вещества сердечника соленоида,

μ_0 - магнитная постоянная.

Линии магнитной индукции постоянного магнита и соленоида:



16. Опыты Фарадея. Закон Фарадея. Правило Ленца. Самоиндукция.

1) Связь магнитного поля с током привела к многочисленным попыткам возбудить ток в контуре с помощью магнитного поля. Эта фундаментальная задача была блестяще решена в 1831 г. английским физиком М. Фарадеем, открывшим явление электромагнитной индукции. Оно заключается в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, получивший название индукционного.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Опыт I (рис. 181, а). Если в замкнутый на гальванометр соленоид вдвигать или выдвигать постоянный магнит, то в моменты его вдвигания или выдвигания наблюдается отклонение стрелки гальванометра (возникает индукционный ток); направления отклонений стрелки при вдвигании и выдвигании магнита противоположны. Отклонение стрелки гальванометра тем больше, чем больше скорость движения магнита относительно катушки. При изменении полюсов магнита направление отклонения стрелки изменится. Для получения индукционного тока магнит можно оставлять неподвижным, тогда нужно относительно магнита передвигать соленоид.

Опыт II. Концы одной из катушек, вставленных одна в другую, присоединяются к гальванометру, а через другую катушку пропускается ток. Отклонение стрелки гальванометра наблюдается в моменты включения или выключения тока, в моменты его увеличения или уменьшения, при перемещении катушек друг относительно друга рис.(181, б). Направления отклонений стрелки гальванометра также противоположны при включении или выключении тока, его увеличении или уменьшении, сближении или удалении катушек.

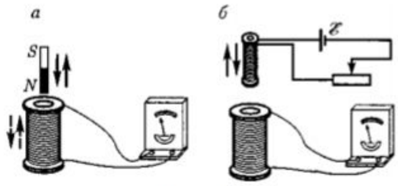


Рис. 181

2) Обобщая результаты своих многочисленных опытов, М. Фарадей пришел к количественному закону электромагнитной индукции. Он показал, что всякий раз, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции, в контуре возникает индукционный ток, что указывает на наличие в цепи электродвижущей силы, называемой электродвижущей силой электромагнитной индукции. Значение индукционного тока, а следовательно, и ЭДС электромагнитной индукции ξ_i определяются только скоростью изменения магнитного потока, т. е.

$$\xi_i \sim \frac{d\Phi}{dt}$$

Если величины ξ_i, Φ и t выразить в одной системе единиц, то можно записать:

$$\xi_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

эта формула выражает закон электромагнитной индукции Фарадея.
Закон Фарадея можно сформулировать таким образом: ЭДС ξ_i электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром. Этот закон является универсальным: ЭДС ξ_i не зависит от способа изменения магнитного потока. ЭДС электромагнитной индукции выражается в вольтах.

3) Правило Ленца: индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшему этот индукционный ток.

ОГЛАВЛЕНИЕ

4) При изменении силы тока в контуре будет изменяться также и сцепленный с ним магнитный поток; следовательно, в контуре будет индуцироваться ЭДС.
Возникновение ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется самоиндукцией.

$$\varepsilon_{iy} = -L\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

где дробь - это скорость изменения магнитного потока

17. Энергия, Объемная плотность энергии магнитного поля.

1) Проводник, по которому протекает электрический ток, всегда окружен магнитным полем, причем магнитное поле появляется и исчезает вместе с появлением и исчезновением тока.
Магнитное поле, подобно электрическому является носителем энергии.
Естественно предположить, что энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается током на создание этого поля.
Рассмотрим контур индуктивностью L, по которому течет ток I.
С данным контуром сцеплен магнитный поток

$$\Phi = LI$$

причем при изменении тока на dI магнитный поток изменяется на $d\Phi = LdI$
Однако для изменения магнитного потока на величину dΦ необходимо совершить работу $dA = Id\Phi = LIdI$
Тогда работа по созданию магнитного потока Φ будет равна

$$A = \int_0^I LIdI = \frac{LI^2}{2}$$

Следовательно, энергия магнитного поля, связанного с контуром с индуктивностью L через который проходит ток I

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

L-индуктивность, I-ток в контуре
Подставив в формулу для энергии магнитного поля

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

выражение для индуктивности соленоида

$$L = \mu_0\mu\frac{N^2S}{l}$$

получим энергию соленоида

$$W = \frac{1}{2}\mu_0\mu\frac{N^2I^2}{l}S$$

где N-число витков соленоида, I - ток через соленоид, l - его длина, S - площадь, μ – магнитная проницаемость вещества сердечника соленоида, μ_0 – магнитная постоянная

ОГЛАВЛЕНИЕ

2)Магнитное поле соленоида однородно и сосредоточено внутри него, поэтому энергия заключена в объеме соленоида и распределена в нем с постоянной объемной плотностью

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}$$

Выражение справедливо только для сред, для которых зависимость B от H линейная, т.е. оно относится только к пара- и диамагнетикам.

18. Намагниченность. Магнитное поле в веществе.

1)Подобно тому, как для количественного описания поляризации диэлектриков вводилась поляризованность, для количественного описания намагничивания магнетиков вводят векторную величину — намагниченность, определяемую магнитным моментом единицы объема магнетика:

$$\vec{J} = \frac{\vec{P}_m}{V} = \frac{\sum \vec{p}_a}{V},$$

где $\vec{P}_m$ — магнитный момент магнетика, представляющий собой векторную сумму магнитных моментов отдельных молекул

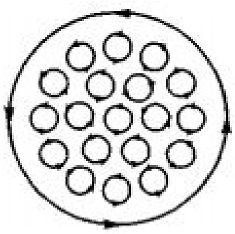
Магнитное поле в веществе складывается из двух полей: внешнего поля, создаваемого током, и поля, создаваемого намагниченным веществом. Тогда можем записать, что вектор магнитной индукции результирующего магнитного поля в магнетике равен векторной сумме магнитных индукций внешнего поля B_0 (создаваемого намагничивающим током в вакууме) и поля микротоков B' (создаваемого молекулярными токами):

$$\overline{B} = \overline{B_0} + \overline{B'} \quad (1)$$

где $\overline{B_0} = \mu_0 H$;

Ток, текущий по боковой поверхности цилиндра, подобен току в соленоиде и создает внутри него поле, магнитную индукцию B' которого можно

вычислить, учитывая формулу для N = 1 (соленоид из одного витка):



$$B' = \mu_0 \frac{I'}{l} \quad (2)$$

(получили из 13 вопроса 1 часть про соленоид)

где I' — сила молекулярного тока; l — длина рассматриваемого цилиндра; μ_0 = 1 — магнитная проницаемость.

ОГЛАВЛЕНИЕ

С другой стороны, ток, приходящийся на единицу длины цилиндра, или его линейная плотность, поэтому магнитный момент этого тока

$$p_m = I'lS = \frac{I'}{l}V$$,где V — объем магнетика.

Если p_m — магнитный момент магнетика объемом V, то намагниченность магнетика:

$$J = \frac{p_m}{V} = \frac{I'}{l} \quad (3)$$

Сопоставив уравнения 2 и 3 получим:

$$B' = \mu_0 J$$

Подставив выражения для B_0 и B' в 1 , получим:

$$\overline{B} = \mu_0 H + \mu_0 J$$

или

$$\frac{\overline{B}}{\mu_0} = \overline{H} + \overline{J}$$

Как показывает опыт, в несильных полях намагниченность пропорциональна напряженности поля, вызывающего намагничивание, т.е.

$$\overline{J} = \chi \overline{H},$$

где χ — безразмерная величина, называемая магнитной восприимчивостью вещества. Для диамагнетиков χ отрицательна (поле молекулярных токов противоположно внешнему), для парамагнетиков — положительна (поле молекулярных токов совпадает с внешним).

Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора B) является обобщением закона

$$\oint_L \overline{B}d\overline{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0(I + I'),$$

где I и I' соответственно алгебраические суммы макротоков (токов проводимости) и микротоков (молекулярных токов), охватываемых произвольным замкнутым контуром L.

Из теории известно, что циркуляция намагниченности J по произвольному замкнутому контуру L равна алгебраической сумме молекулярных токов, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \overline{J}dl = I'$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

Тогда закон полного тока для магнитного поля в веществе можно записать также в виде

$$\oint_L \left(\frac{\overline{B}}{\mu_0} - \overline{J} \right) dl = I$$

19. Типы магнетиков: диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики.

Всякое вещество является магнетиком, т.е. оно способно под действием магнитного поля приобретать магнитный момент (намагничиваться). Для понимания механизма этого явления необходимо рассмотреть действие магнитного поля на движущиеся в атоме электроны.

1)Диамагнетики - вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле против направления поля.Так как диамагнитный эффект обусловлен действием внешнего магнитного поля на электроны атомов вещества, то диамагнетизм свойствен всем веществам.

2)Парамагнетики — вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле по направлению поля.
У парамагнитных веществ при отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты электронов не компенсируют друг друга, и атомы (молекулы) парамагнетиков всегда обладают магнитным моментом. Однако вследствие теплового движения молекул их магнитные моменты ориентированы беспорядочно, поэтому парамагнитные вещества магнитными свойствами не обладают. При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле устанавливается преимущественная ориентация магнитных моментов атомов по полю (полной ориентации препятствует тепловое движение атомов). Таким образом, парамагнетик намагничивается, создавая собственное магнитное поле, совпадающее по направлению с внешним полем и усиливающее его. Этот эффект называется парамагнитным.
При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ориентация магнитных моментов вследствие теплового движения нарушается и парамагнетик размагничивается.

НЕБОЛЬШОЙ ВЫВОД:
Если магнитный момент атомов велик, то парамагнитные свойства преобладают над диамагнитными и вещество является парамагнетиком; если магнитный момент атомов мал, то преобладают диамагнитные свойства и вещество является диамагнетиком.

3)Ферромагнетики — вещества, обладающие спонтанной намагниченностью, т.е. они намагничены даже при отсутствии внешнего магнитного поля. К ферромагнетикам кроме основного их представителя — железа (от него и идет название «ферромагнетизм») — относятся, например, кобальт, никель, гадолиний, их сплавы и соединения.

ОГЛАВЛЕНИЕ

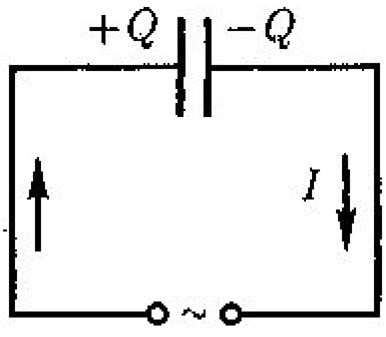
Ферромагнетики с малой (в пределах от нескольких тысячных до 1 — 2 А/см) коэрцитивной силой H_c (с узкой петлей гистерезиса) называются мягкими, с большой (от нескольких десятков тысяч ампер на сантиметр) коэрцитивной силой (с широкой петлей гистерезиса) — жесткими.

Ферромагнетики обладают еще одной существенной особенностью: для каждого ферромагнетика имеется определенная температура, называемая точкой Кюри, при которой он теряет свои магнитные свойства. При нагревании образца выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик. Переход вещества из ферромагнитного состояния в парамагнитное, происходящий в точке Кюри, не сопровождается поглощением или выделением теплоты, т.е. в точке Кюри происходит фазовый переход II рода

Наконец, процесс намагничивания ферромагнетиков сопровождается изменением его линейных размеров и объема. Это явление получило название магнитострикции

20. Ток смещения. Система уравнений Максвелла для электромагнитного поля.

1) Согласно Максвеллу, если всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, то должно существовать и обратное явление: всякое изменение электрического поля должно вызывать появление в окружающем пространстве вихревого магнитного поля. Для установления количественных отношений между изменяющимся электрическим полем и вызываемым им магнитным полем Максвелл ввел в рассмотрение так называемый ток смещения.



По Максвеллу, переменное электрическое поле в конденсаторе в каждый момент времени создает такое магнитное поле, как если бы между обкладками конденсатора существовал ток смещения, равный току в подводящих проводах. Тогда можно утверждать, что токи проводимости (I) и смещения (Iсм) равны:

$$I = I_{\text{см}}$$

Ток проводимости вблизи обкладок конденсатора:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}\int_S \sigma dS = \int_S \frac{\delta\sigma}{\delta t} dS = \int_S \frac{\delta D}{\delta t} dS$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

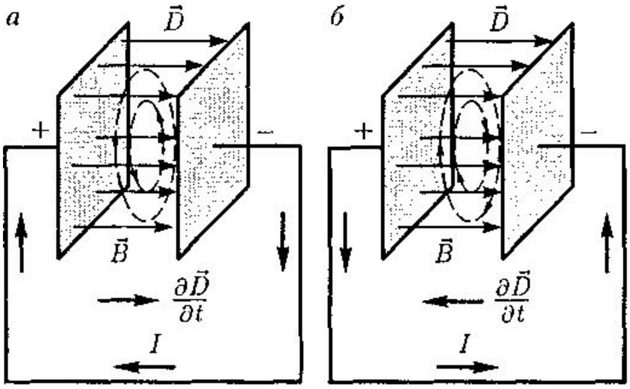
(поверхностная плотность заряда а на обкладках равна электрическому смещению D в конденсаторе.) Подынтегральное выражение в этой формуле можно рассматривать как частный случай скалярного произведения $\frac{\delta D}{\delta t}d\bar{S}$, когда $\frac{\delta D}{\delta t}$ и $d\bar{S}$ взаимно параллельны. Поэтому для общего случая можно записать:

$$I = \int_S \frac{\delta D}{\delta t} d\bar{S}$$

Сравнивая это выражение с $I = I_{\text{см}} = \int_S \bar{j}_{\text{см}} d\bar{S}$, имеем:

$$\bar{i}_{\text{см}} = \frac{\delta \bar{D}}{\delta t}$$

Это выражение и было названо Максвеллом ***плотностью тока смещения***.



Подчеркнем, что из всех физических свойств, присущих току проводимости, Максвелл приписал току смещения лишь одно — способность создавать в окружающем пространстве магнитное поле.
В диэлектриках ток смещения состоит из двух слагаемых.
$D = \varepsilon_0 \bar{E} + \mathrm{P}$, E - напряженность электростатического поля, а P - поляризованность, то плотность тока смещения
$j_{\text{см}} = \varepsilon_0 \frac{\delta \bar{E}}{\delta t} + \frac{\delta \bar{P}}{\delta t}$, где $\varepsilon_0 \frac{\delta \bar{E}}{\delta t}$ - плотность тока смещения в вакууме; $\frac{\delta \bar{P}}{\delta t}$ - плотность тока поляризации — тока, обусловленного упорядоченным движением электрических зарядов в диэлектрике.
2)

ОГЛАВЛЕНИЕ

В основе теории Максвелла лежат рассмотренные выше четыре уравнения:

1. Электрическое поле (см. § 137) может быть как потенциальным *(EQ)*, так и вихревым ($\vec{E}_B$),поэтому напряженность суммарного поля $E = E_Q + \vec{E}_B$. Так как циркуляция вектора $\vec{E}_Q$ равна нулю [см. (137.3)], а циркуляция вектора E_B определяется выражением (137.2), то циркуляция вектора напряженности суммарного поля

$$\oint_L \vec{E}_B \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \mathrm{d}\vec{S}.$$

Это уравнение показывает, что источниками электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и изменяющиеся во времени магнитные ноля.

2. Обобщенная теорема о циркуляции вектора H [см. (138.4)]:

$$\oint_L \vec{H} \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) \mathrm{d}\vec{S}.$$

Это уравнение показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями.

3. Теорема Гаусса для поля $\boldsymbol{D}$ [см. (89.3)]:

$$\oint_S \vec{D} \mathrm{d}\vec{S} = Q. \qquad (139.1)$$

Если заряд распределен внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью ρ, то формула (139.1) запишется в виде

$$\oint_S \vec{D} \mathrm{d}\vec{S} = \int_V \rho \, \mathrm{d}V.$$

4. Теорема Гаусса для поля B [см. (120.3)]:

$$\int_S \vec{B} \mathrm{d}\vec{S} = 0.$$

Итак, полная система уравнений Максвелла в интегральной форме

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S} \qquad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_v \rho dV$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt}\right) d\vec{S} \qquad \int_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Для стационарных полей (E — const и B — const) *уравнения Максвелла* примут вид

$$\oint_L \vec{E} \mathrm{d}\vec{l} = 0; \quad \oint_S \vec{D} \mathrm{d}\vec{S} = Q;$$

$$\oint_L \vec{H} \mathrm{d}\vec{l} = I; \quad \int_S \vec{B} \mathrm{d}\vec{S} = 0,$$

Полная система уравнений Максвелла в дифференциальной форме

ОГЛАВЛЕНИЕ

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \qquad \mathrm{div}\,\vec{D} = \rho;$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad \mathrm{div}\,\vec{B} = 0.$$

21. Свободные гармонические колебания. Характеристики колебаний: амплитуда, частота, период, фаза. Уравнение гармонических колебаний. Превращение энергии при гармонических колебаниях.

Колебаниями называются движения или процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени.

Колебания называются свободными (или собственными), если они совершаются за счет первоначально сообщенной энергии при последующем отсутствии внешних воздействий на колебательную систему (систему, совершающую колебания).

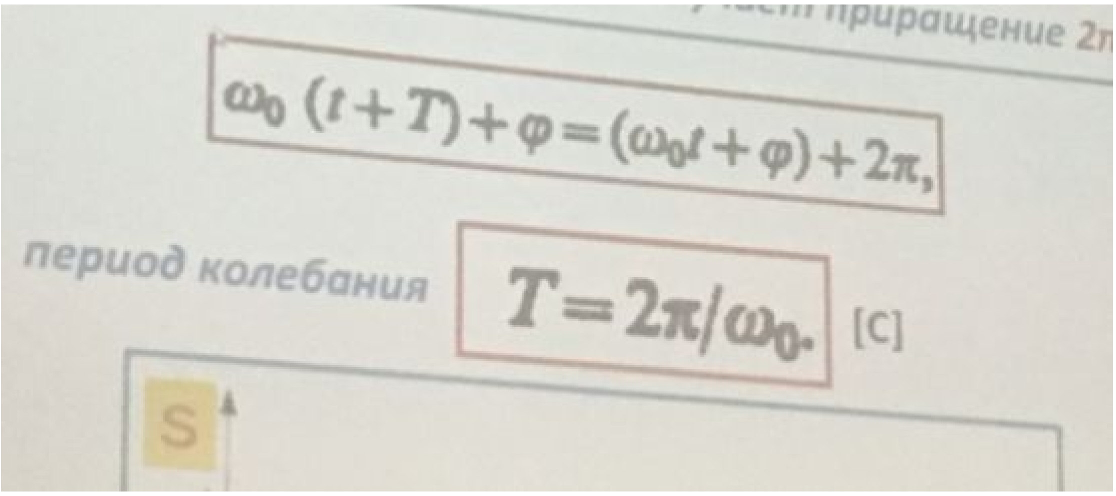
Гармонические колебания — колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса (косинуса).

Уравнение гармонических колебаний:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

где A — максимальное значение колеблющейся величины, называемое амплитудой колебания; w0 — круговая (циклическая) частота. Периодически изменяющийся аргумент косинуса $\varphi = \omega t + \varphi_0$ называется фазой колебания.

Состояния системы, совершающей гармонические колебания, повторяются через промежуток времени T, называемый периодом колебания, за который фаза колебания получает приращение 2тт

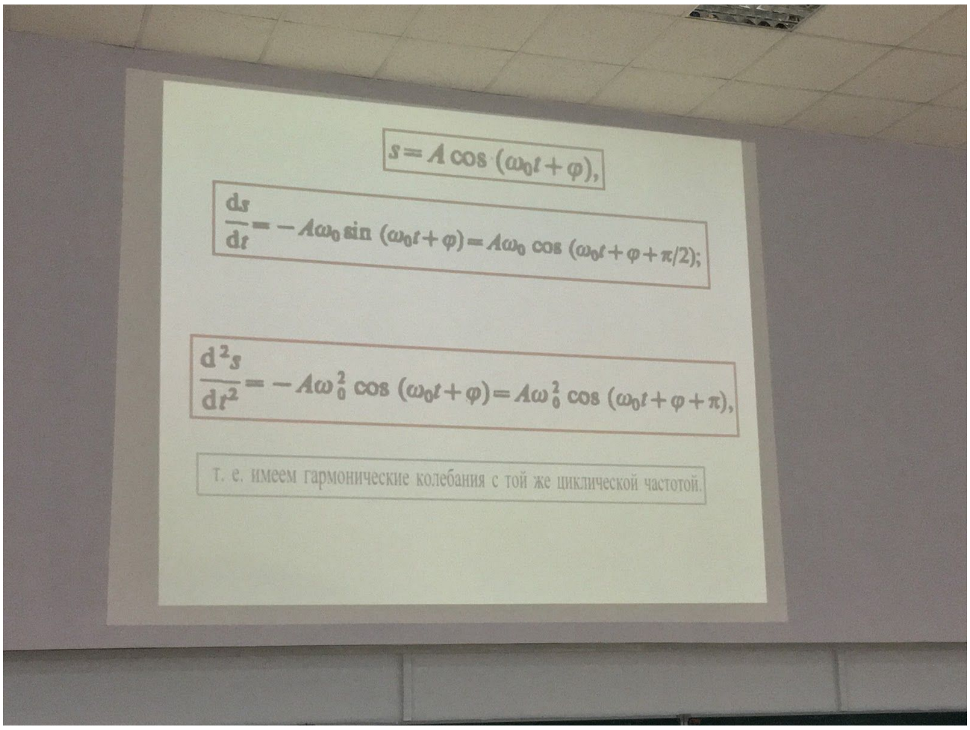


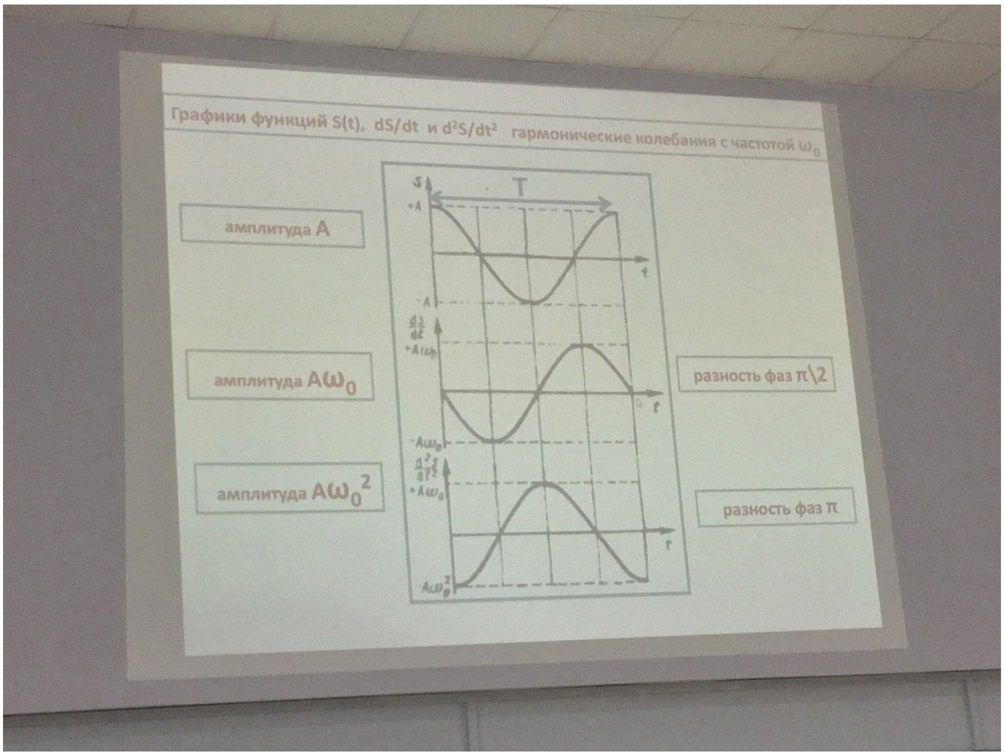
Величина, обратная периоду колебаний,

$$\nu = \frac{1}{T}$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

т.е. число полных колебаний, совершаемых в единицу времени, называется **частотой колебаний.**





4)

$$T = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\Pi = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

[ОГЛАВЛЕНИЕ](#)

Превращения энергии при колебаниях пружинного маятника происходит в соответствии с законом сохранения механической энергии

$$E = \mathrm{T} + \Pi = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}$$

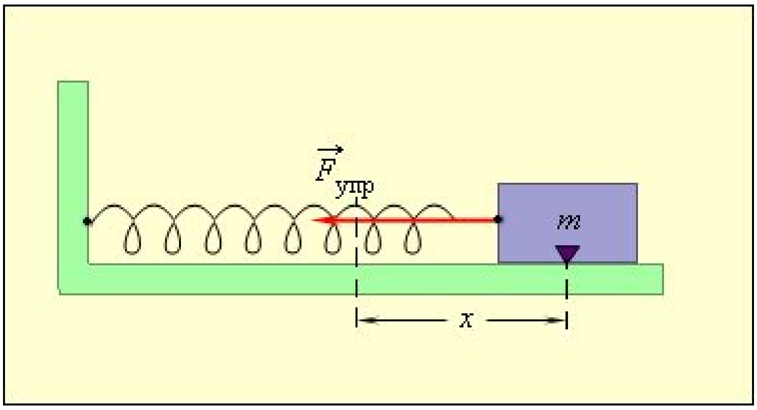
При движении маятника вниз или вверх от положения равновесия его потенциальная энергия увеличивается, а кинетическая - уменьшается. Когда маятник проходит положение равновесия (x = 0), его потенциальная энергия равна нулю и кинетическая энергия маятника имеет наибольшее значение, равное его полной энергии.

Полная энергия остается постоянной, так как при гармонических колебания справедлив закон сохранения механической энергии, поскольку упругая сила консервативна.

Из формул следует, что Т и П изменяются с частотой $2\omega_0$, т.е. с частотой, которая в два раза превышает частоту гармонического колебания.

22. Пружинный, математический и физический маятники. Дифференциальные уравнения, и решения. Выражение для частоты колебаний.

1) **Пружинный маятник** - груз массой m, совершающий гармонические колебания под действие упругой силы $F = -kx$, где k - жесткость пружины.



Уравнение движения маятника:

$$F = ma$$

$$mx'' = -kx \text{ или } x'' + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = x''$$

Решение уравнения:

$$x = ACos(\omega_0 t + \varphi)$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Пружинный маятник совершает гармонические колебания с циклической частотой

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

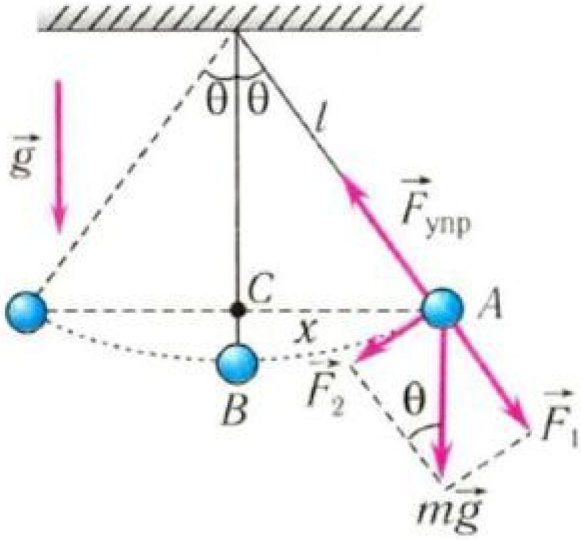
и периодом T

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Потенциальная энергия пружинного маятника равна

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}$$

2) **Математический маятник** - это идеализированная система, состоящая из материальной точки массой m, подвешенной на нерастяжимой невесомой нити, и колеблющаяся под действием силы тяжести.



Момент инерции математического маятника:

$J = ml^2$, где l - длина маятника

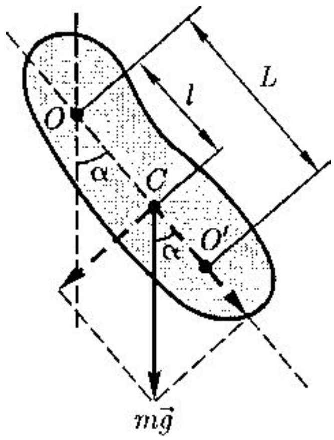
Так как математический маятник можно представить как частный случай физического маятника, предположив, что вся его масса сосредоточена в одной точке — центре масс, то выражение для периода малых колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Сравнивая формулы, видим, что если приведенная длина L физического маятника равна длине l математического маятника, то периоды колебаний этих маятников одинаковы. Следовательно, ***приведенная длина физического маятника*** — это длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника.

3) **Физический маятник** — это твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через точку O, не совпадающую с центром масс C тела

ОГЛАВЛЕНИЕ



Если маятник отклонен из положения равновесия на некоторый угол α, то в соответствии с уравнением динамики вращательного движения твердого тела в отсутствие сил трения вращающий **момент M** можно записать в виде:

$$M = J\varepsilon = J\alpha'' = F_{\tau} l = -mgl\sin\alpha \approx -mgl\alpha$$

где J — момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса O; l — расстояние между ней и центром масс маятника.

$$J\alpha' + mgl\alpha = 0\,,\ \ \alpha'' + \frac{mgl}{J}\alpha = 0$$

Уравнение можно записать в виде:

$$\alpha'' + \omega^2_0\alpha = 0\,,\ \ \omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{J}}$$

Полученное уравнение является уравнением гармонического осциллятора, решение которого известно:

$$\alpha = \alpha_0 Cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Таким образом при малых колебаниях физический маятник совершает гармонические колебания с циклической частотой ω_0 и периодом T.

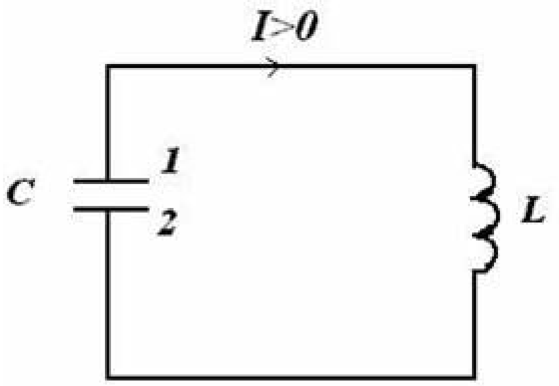
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

где $L = \frac{J}{ml}$ приведенная длина физического маятника.

ОГЛАВЛЕНИЕ

23. Идеальный электрический колебательный контур и собственные колебания в контуре. Дифференциальное уравнение и его решение. Выражение для частоты колебаний. Формула Томсона.

Колебательный контур называется идеальным, если он состоит из катушки и емкости конденсатора и в нем нет сопротивления.



Получим уравнение колебаний в LC-контуре, используя закон сохранения энергии. Продифференцировав выражения для его полной энергии по времени, с учетом того, что:

$$\frac{dW}{dt} = 0 \qquad \frac{dq}{dt} = I \qquad \frac{dI}{dt} = q''$$

$$W = \frac{Lq'^2}{2} + \frac{q^2}{2C}$$

Получаем уравнение , описывающее свободное колебание в идеальном контуре:

[ОГЛАВЛЕНИЕ](#)

$$\frac{dW}{dt} = \frac{2q}{2c}q' + \frac{2Lq''}{2}q = 0$$

$$\frac{dW}{dt} = q'(\frac{q}{C} + Lq'') = 0$$

q’, q=const.- решение не имеет физического смысла

Следовательно $Lq'' + \frac{q}{C} = 0$ =>

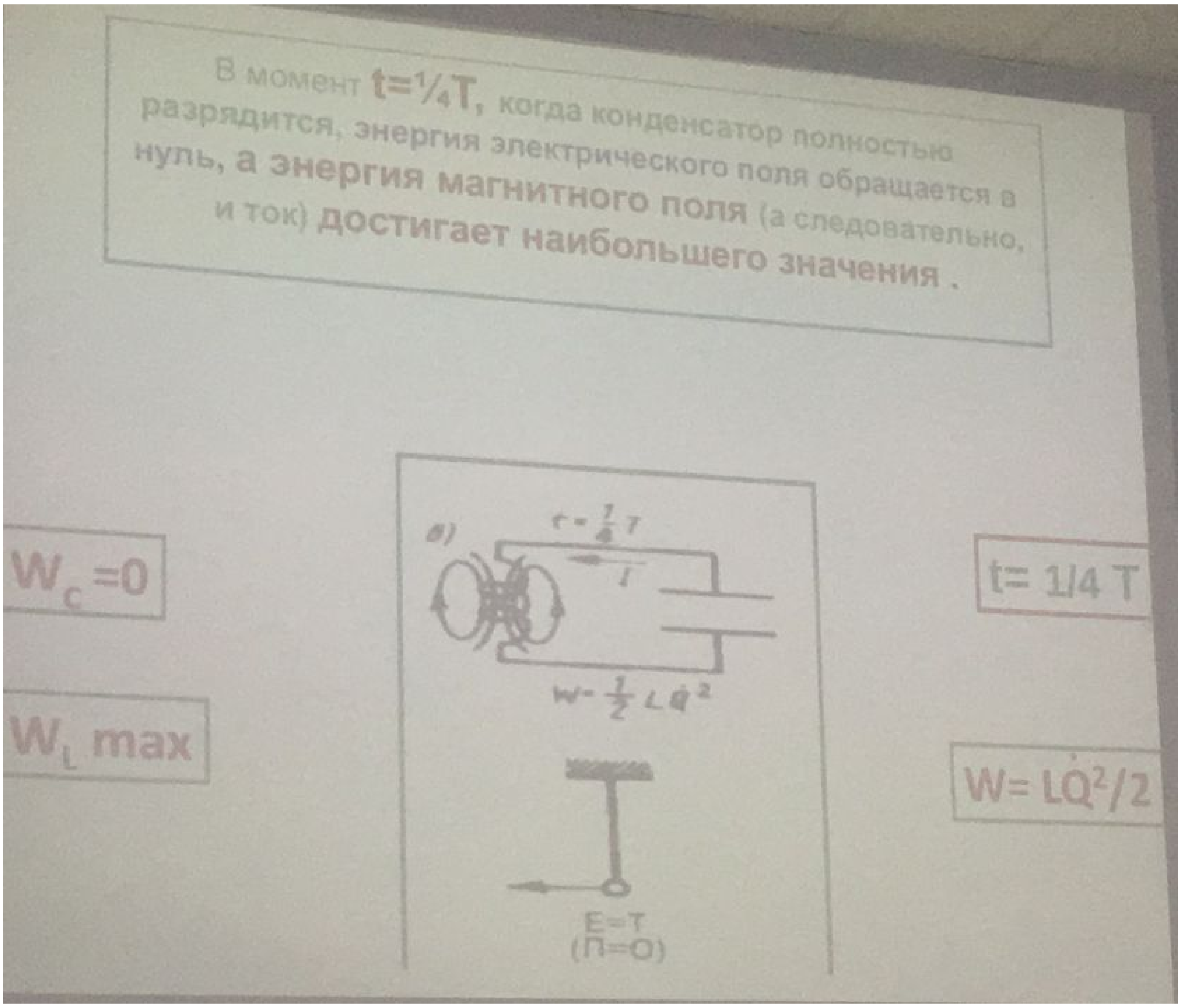
$$q'' + \omega_0{}^2 q = 0$$

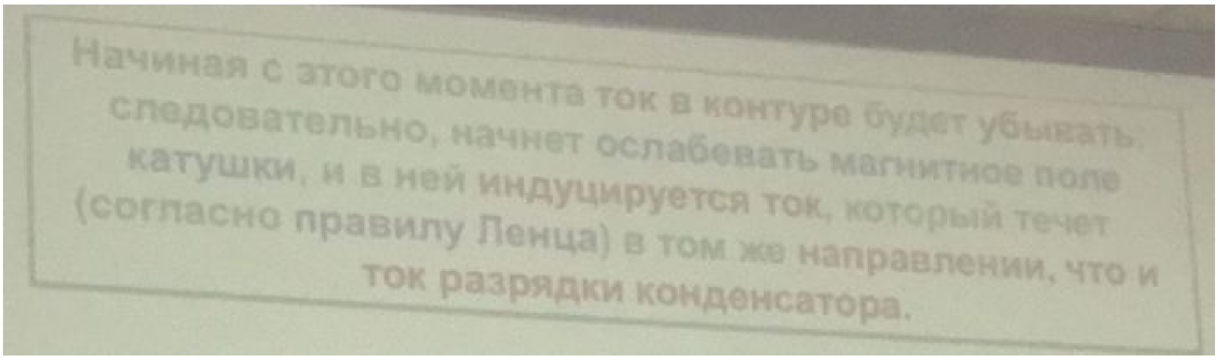
Это - дифференциальное уравнение гармонических колебаний с циклической частотой $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

Решение уравнения $q = q_m cos(\omega_0 t + \varphi)$

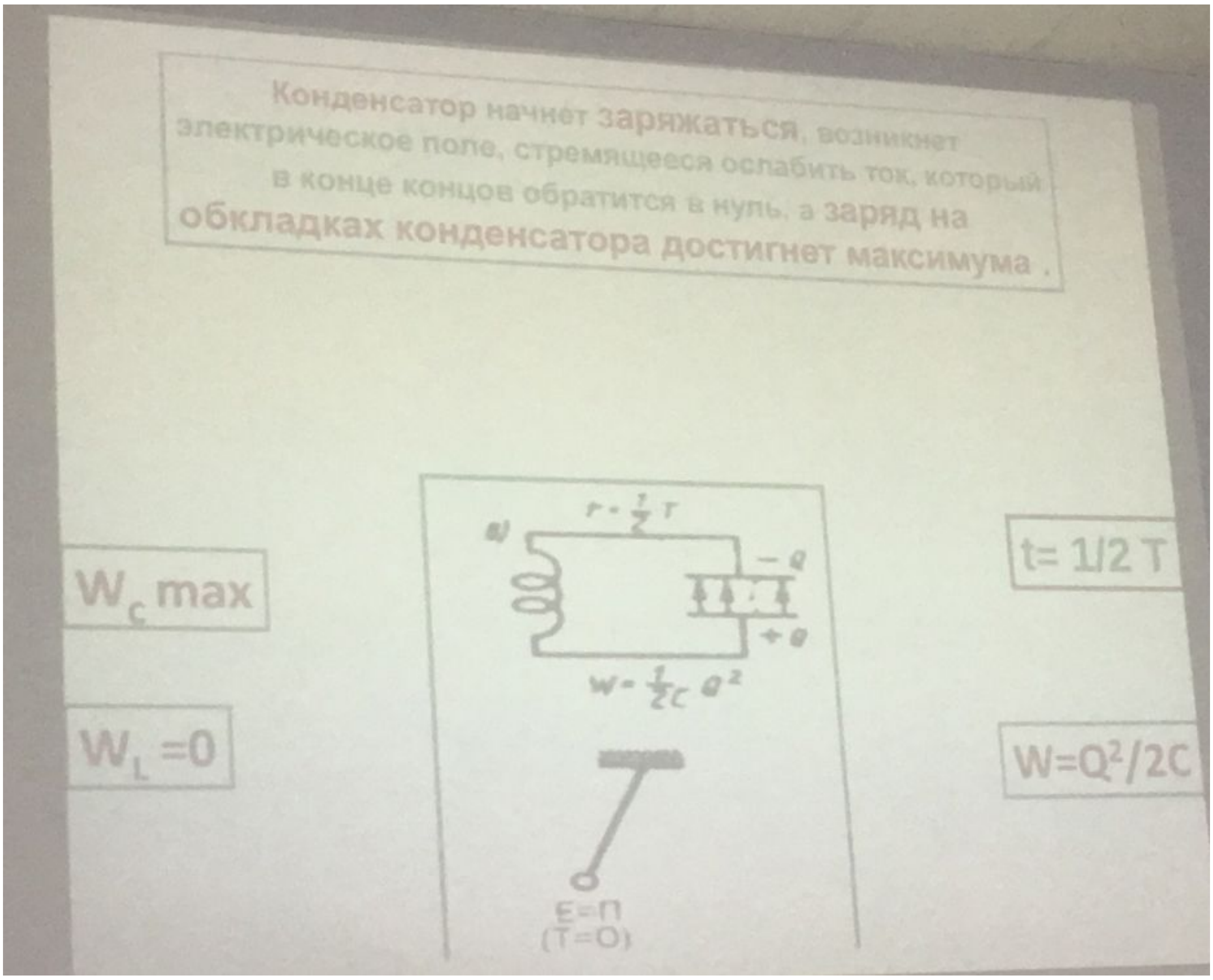
Период колебаний $T = 2\pi\sqrt{LC}$ (Формула Томсона)

Для возбуждения в контуре колебаний конденсатор предварительно заряжают, сообщая его обкладкам заряды $\pm Q$. Тогда в начальный момент времени t=0 между обкладками конденсатора возникнет электрическое поле, энергия которого $\frac{Q^2}{2C}$. Если замкнуть конденсатор на катушку индуктивности, он начнет разряжаться, и в контуре потечет возрастающий со временем ток I.

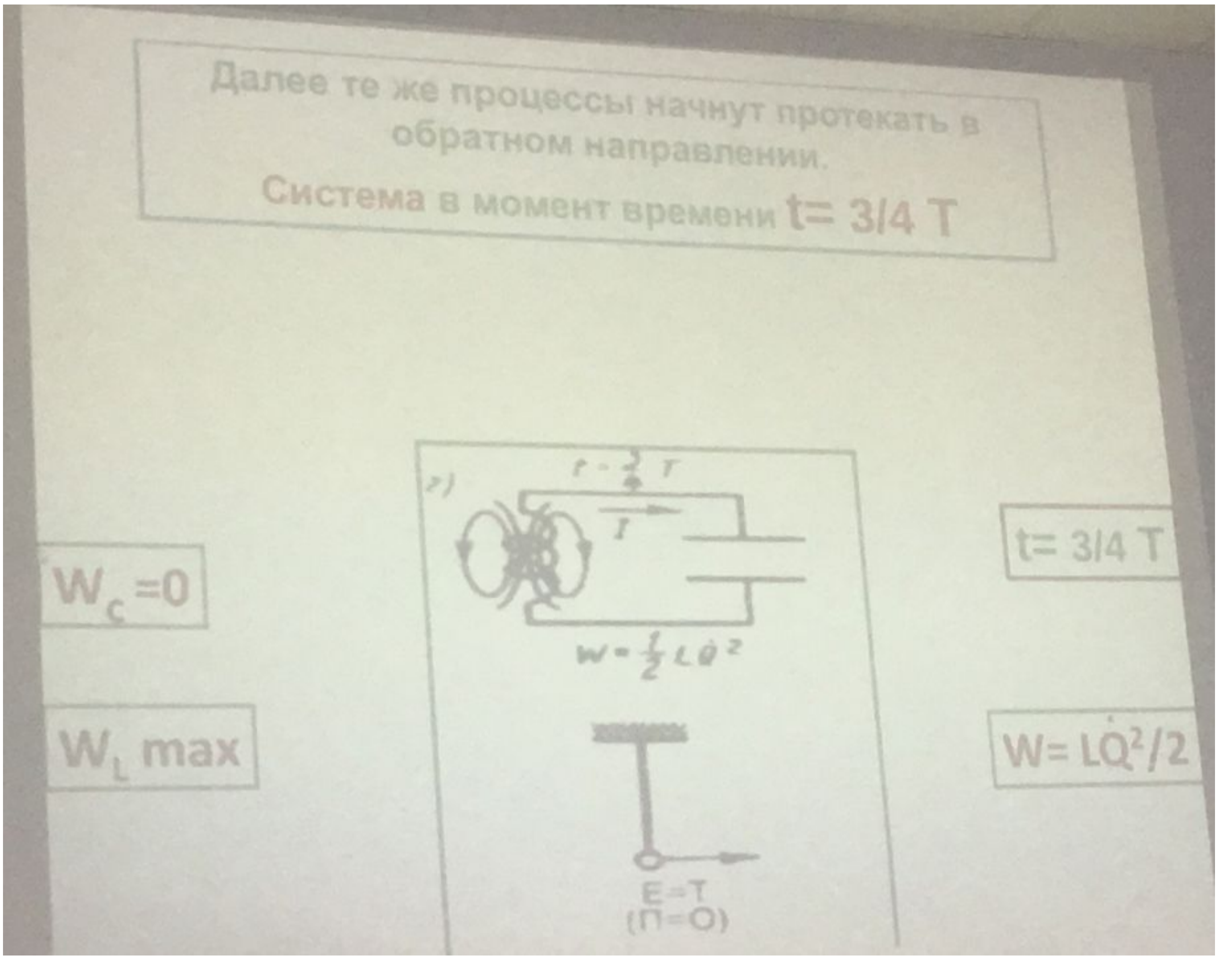

В момент t=¼T, когда конденсатор полностью разрядится, энергия электрического поля обращается в нуль, а энергия магнитного поля (а следовательно, и ток) достигает наибольшего значения .
W_C =0
W_L max
t= 1/4 T
W= $L\dot{Q}^2/2$
E=T
(П=О)

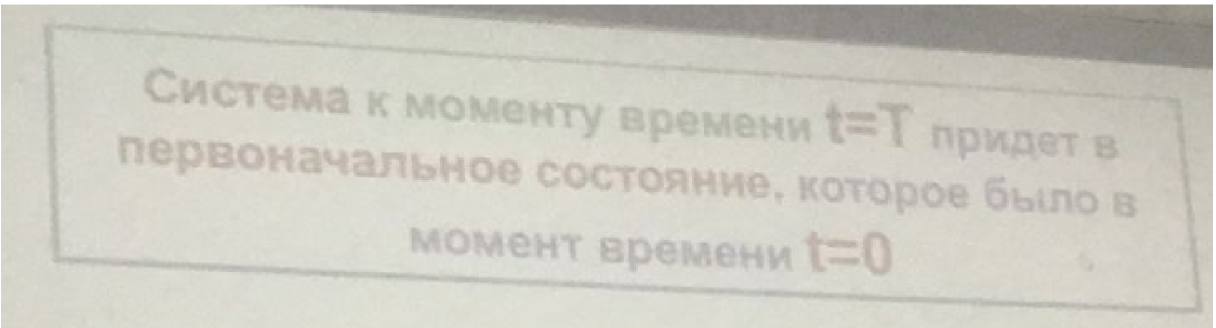

Начиная с этого момента ток в контуре будет убывать; следовательно, начнет ослабевать магнитное поле катушки, и в ней индуцируется ток, который течет (согласно правилу Ленца) в том же направлении, что и ток разрядки конденсатора.

ОГЛАВЛЕНИЕ

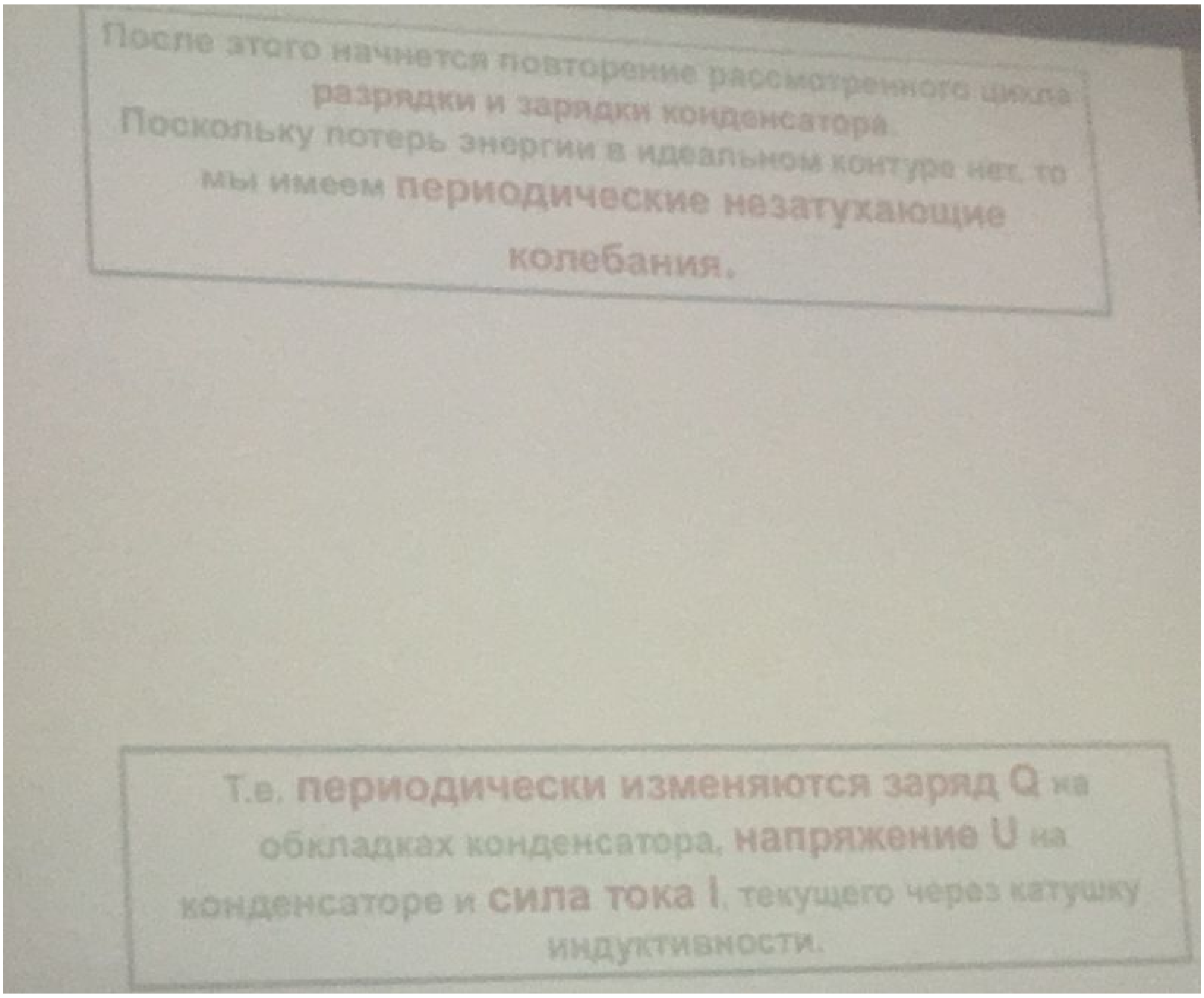

Конденсатор начнет заряжаться, возникнет электрическое поле, стремящееся ослабить ток, который в конце концов обратится в нуль, а заряд на обкладках конденсатора достигнет максимума .
W_c max
W_L =0
t= 1/2 T
W=Q²/2C
E=П
(T=O)

ОГЛАВЛЕНИЕ


Далее те же процессы начнут протекать в обратном направлении.
Система в момент времени t= 3/4 T
W_C =0
W_L max
t= 3/4 T
W= LQ̇²/2
E=T
(П=O)


Система к моменту времени t=T придет в первоначальное состояние, которое было в момент времени t=0

ОГЛАВЛЕНИЕ



<u>Выражение для частоты колебаний</u>

24. Дифференциальное уравнение затухающих колебаний заряда в реальном электрическом контуре. Решение уравнения для затухающих колебаний заряда, напряжения на конденсаторе.

1)

Для математического описания электрических процессов в контуре применим 2 правило Кирхгофа: «Сумма падений напряжения в контуре равна сумме действующих в нем ЭДС». В колебательном контуре имеются два падения напряжения: на конденсаторе U_c , равное $\frac{q}{C}$, и на сопротивлении, равное IR. При изменении силы тока в контуре в катушке индуктивности возникает ЭДС самоиндукции.

$$IR + \frac{q}{C} = -L\frac{dI}{dt} \quad (1)$$

Сила тока по определению связана с зарядом конденсатора соотношением:

$I = \frac{dq}{dt}$ или $I = q'$ - так обозначается производная по времени.

Подставив выражения для тока i и напряжения Uc в формулу (1), получим дифференциальное уравнение в виде:

$$L\frac{dI}{dt} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \text{ или } Lq'' + Rq' + \frac{q}{C} = 0$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

Разделим уравнение на коэффициент при старшей производной (индуктивность катушки) и введем обозначения:

$$2\delta = \frac{R}{L} \text{ и } \omega^2{}_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

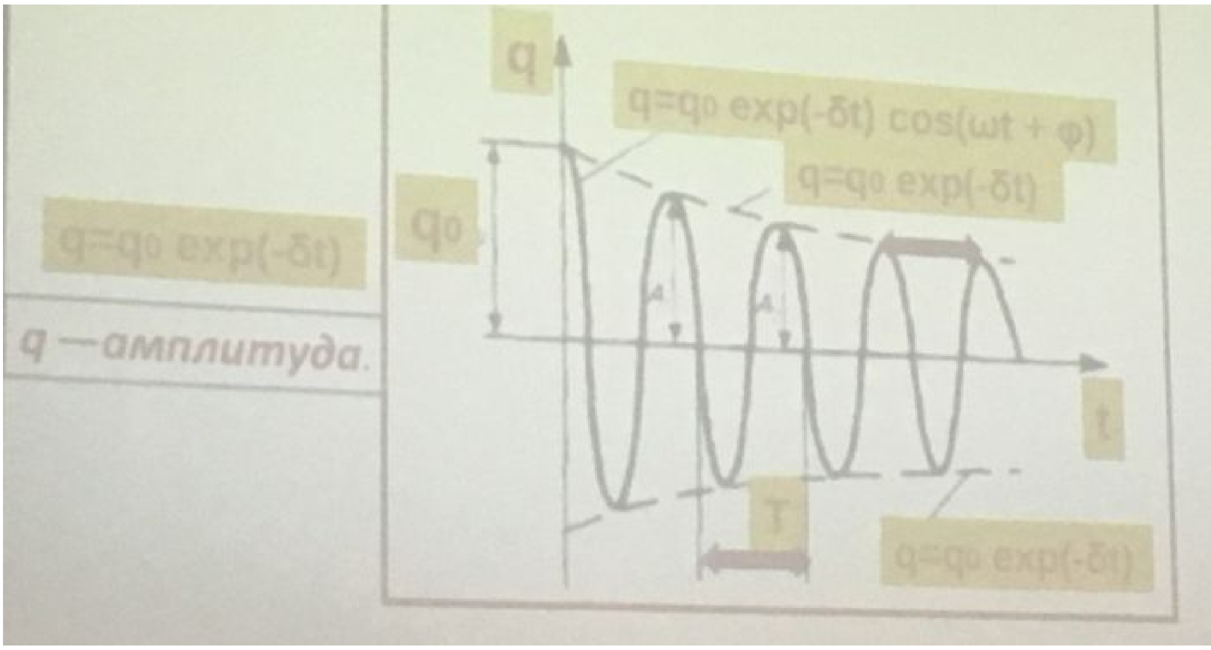
После введения обозначений дифференциальное уравнение затухающих колебаний в контуре принимает вид:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\delta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$$

где q-заряд, $\delta = \frac{R}{2L}$ - коэффициент затухания, ω_0 - циклическая частота свободных незатухающих колебаний того же колебательного контура, при R=0 (отсутствуют потери энергии: $\delta = 0$), $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ - собственная частота колебательного контура.

2) Решение уравнения в случае малых затуханий ($\delta^2 << \omega_0^2$):

$$q = q_0 e^{-\delta t} cos(\omega t + \varphi)$$



либо это же решение

$$Q = Q_m e^{-\delta t} cos(\omega t + \varphi)$$

по формуле напряжения

$$U_c = \frac{Q}{C}$$

подставив решение Q в данное выражение получим решение для напряжения конденсатора.

$$Uc = \frac{Q_m}{C} e^{-\delta t} cos(\omega t + \varphi)$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

где $\frac{Q_m}{C} = U_m$ - амплитуда напряжения

25. Характеристики свободных затухающих колебаний заряда в реальном электрическом контуре. Время релаксации, коэффициент затухания, частота, логарифмический декремент затухания.

Время релаксации - это промежуток времени $\tau = \frac{1}{\delta}$ в течение которого амплитуда затухающих колебаций уменьшается в е раз.

Коэффициент затухания - физическая величина, которая характеризует скорость затухания колебаний.

$$\delta = \frac{R}{2L}$$

Логарифмический декремент затухания - безразмерная физическая величина, описывающая уменьшение амплитуды колебательного процесса и равная натуральному логарифму отношения двух последовательных амплитуд колеблющейся величины х в одну и ту же сторону. Это постоянная величина для данного контура.

$$\theta = ln\frac{q(t)}{q(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}$$

В качестве меры затухания можно использовать также число Ne - число колебаний, совершающихся в контуре за время, равное времени релаксации τ. При малом затухании время τ больше периода колебаний.

Частота - величина численно равная количеству полных циклов колебаний за единицу времени.

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

Добротность - количественная характеристика резонансных свойств колебательной системы, указывающая, во сколько раз амплитуда установившихся вынужденных колебаний при резонансе превышает амплитуду вынужденных колебаний вдали от резонанса, т. е. в области столь низких частот, где амплитуду вынужденных колебаний можно считать не зависящей от частоты. (ЧИСТО НА ВСЯКИЙ СЛУЧАЙ!!! ЕСЛИ ПРЕПОД НЕ СПРОСИТ, ТО НЕ ГОВОРИТЕ ЭТО ОПРЕДЕЛЕНИЕ)

$$\lambda = \frac{\pi}{\theta} = \pi N_e = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{\omega_0}{2\delta}$$

$$\lambda = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

ОГЛАВЛЕНИЕ