Мироненко
ИП-811

Вариант - 13

$\boxed{2}$ Восстановить аналитическую функцию $f(z)$ по заданной действительной части $U(x,y)$ или мнимой части $V(x,y)$ при заданном начальном условии:

$$U = x^3 - 3xy^2 - x \quad ; \quad f(1) = 0 ;$$

- $U'_x = 3x^2 - 3y^2 - 1$

  $U'_y = -6xy$

  $U''_{xx} = 6x$

  $U''_{yy} = -6x$

- $U''_{xx} + U''_{yy} = 0$

  $\Downarrow$ Ф-ия гармоническая

$$U'_x = V'_y$$

$$U'_y = -V'_y$$

- $V(x,y) = \int V_y \, dy = \int U'_x \, dy = \int (3x^2 - 3y^2 - 1) dy =$

$= 3x^2 y - y^3 - y + C(x)$

$V'_x = 6xy + C'(x)$

т.к. $-V'_y = U'_y \Leftrightarrow -6xy + C'(x) = -6xy$

$\Downarrow$

$C'(x) = 0 \Rightarrow C(x) = C$

$V(x,y) = 3x^2 y - y^3 - y + C$

- $f(z) = U(x,y) + iV(x,y)$

$f(z) = (x^3 - 3xy^2 - x) + i(3x^2y - y^3 - y + C) =$

$= z^3 - z + C$

- $f(1) = 0$

$1^3 - 1 + C = 0$

$0 + C = 0$

$\Downarrow$

$C = 0$

<u>Otbet</u>: $f(z) = z^3 - z$