# 면어덮밥

최종 레포트





#### 연어덮밥 알고리즘

메인이 되는 연어 알고리즘

+

뒷받침 하는 와사비, 밥 알고리즘

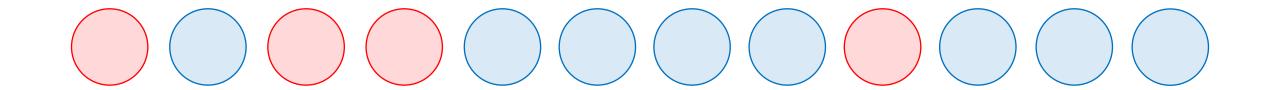
- 1. K = 1
- 2. K개씩 양팔에 매단다 (K개와 K개를 비교) Balance()
- 3-1. 양팔의 무게가 같다면 (스텝사이즈 늘리기!)
  - (1) 오른팔에 있는 동전을 왼팔로 다 가져온다.
  - (2) K = K \* 2
  - (3) 오른팔에 K개 만큼 분류 안된 동전을 가져온다.
  - (4) 2번 과정으로 이동
- 3-2. 양팔 무게가 <mark>다른데 K = 1</mark> 이라면 무게가 작은 것은 가벼운 동전 그룹, 큰 것은 무거운 동전 그룹에 담는다.
- 3-3. 양팔 무게가 <mark>다른데 K > 1</mark> 이라면 왼팔이 무거우면 왼팔을 모두 무거운 동전 그룹에, 오른팔이 무거우면 왼팔을 모두 가벼운 동전 그룹에 담는다.
- 4. 오른팔에 있는 것은 그대로 분류 되지 않은 동전 그룹으로 돌려 놓는다. K=1로 두고 2번으로 이동



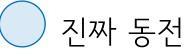


예를 들어

다음과 같이 동전이 나열되어 있다고 생각합시다.

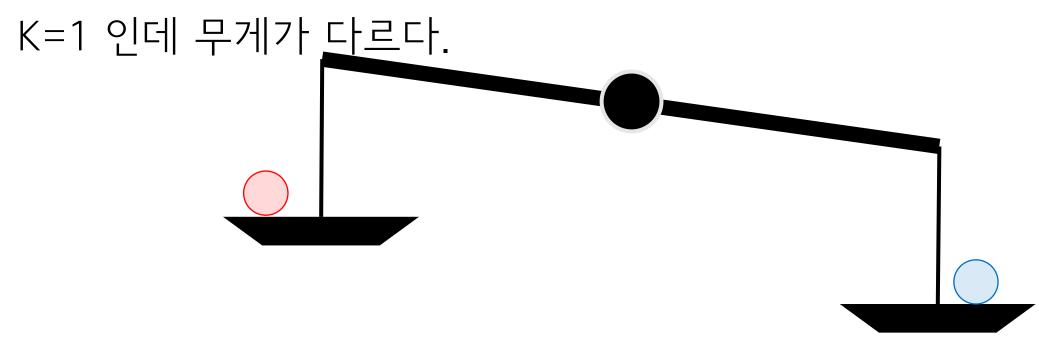


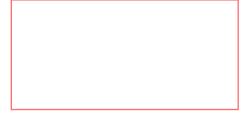
2020 Computer Algorithm Term Project





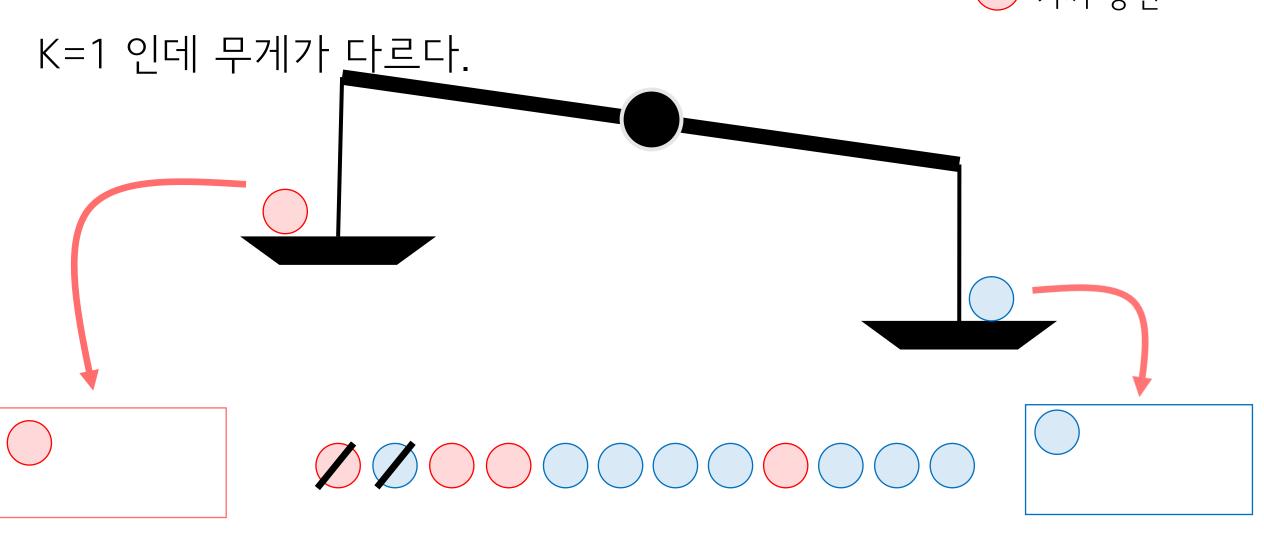
가짜 동전





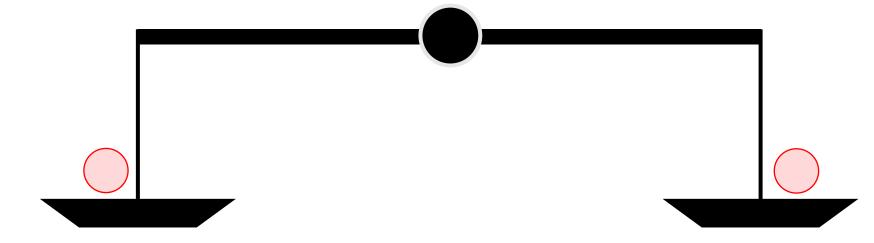




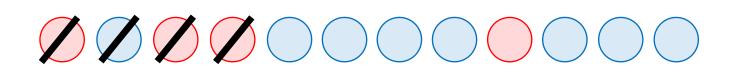




K=1 인데 무게가 같다.



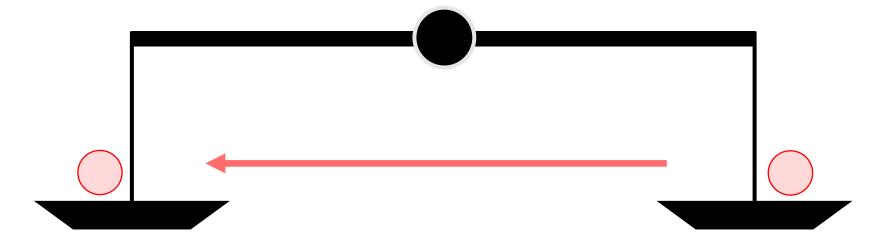




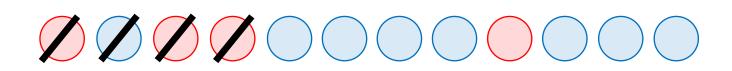




K=1 인데 무게가 같다.



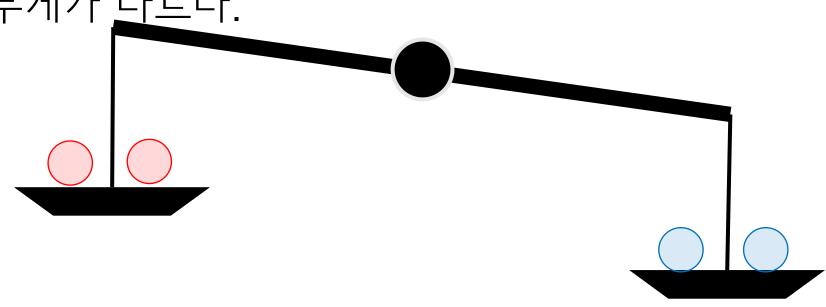




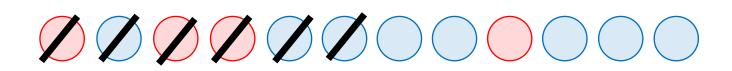




K=2 인데 무게가 <u>다르</u>다.

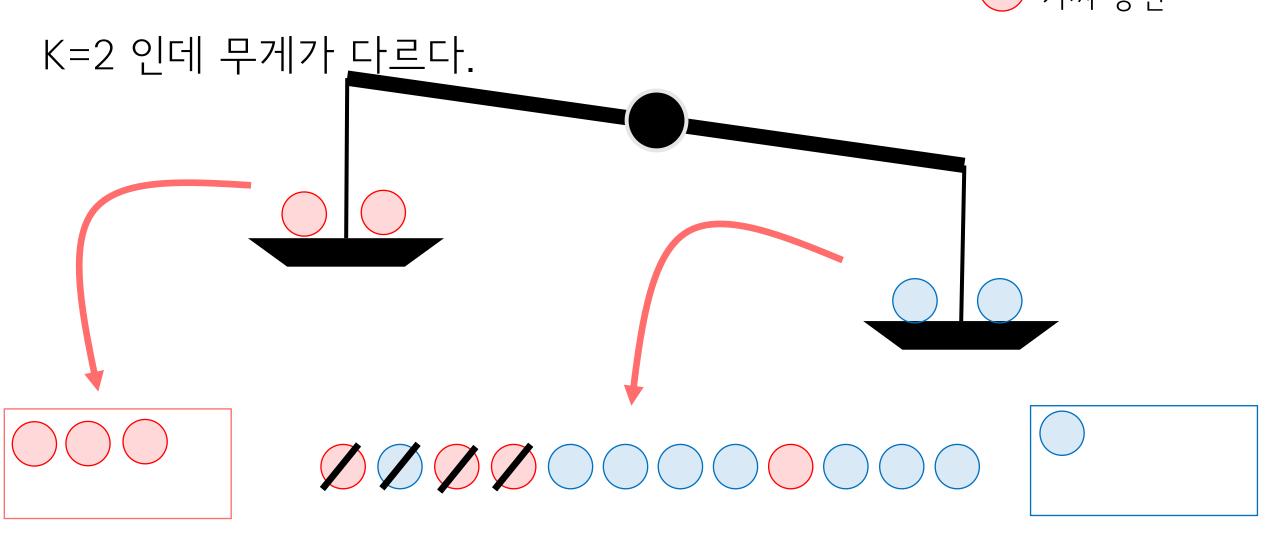






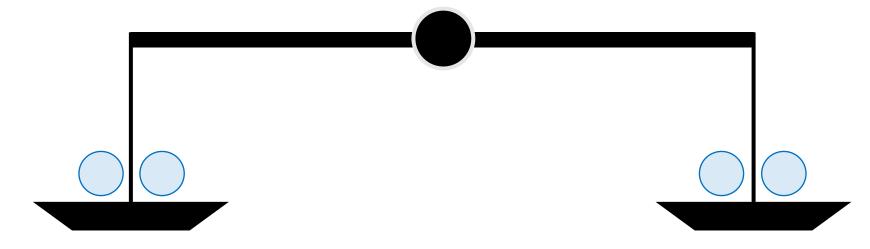


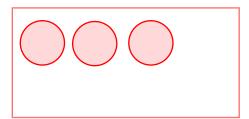


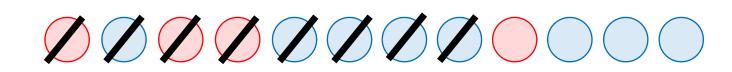


진짜 동전 가짜 동전

K=2 인데 무게가 같다.



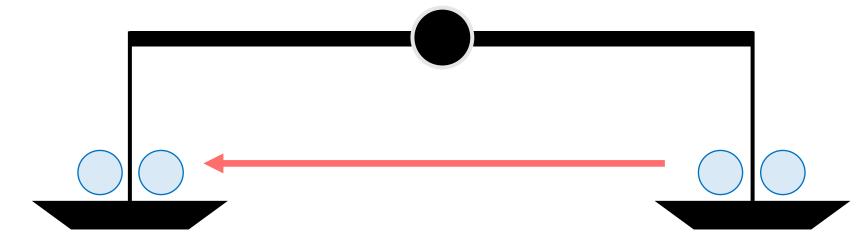


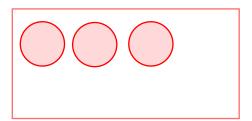


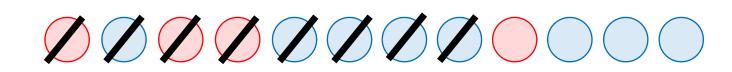




K=2 인데 무게가 같다.





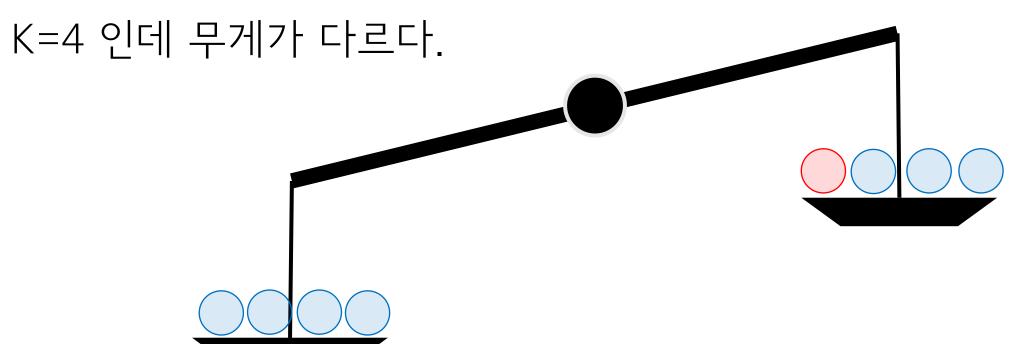


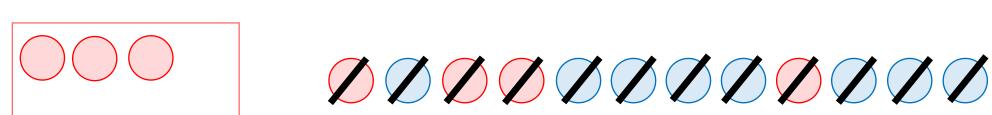




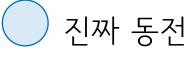


가짜 동전



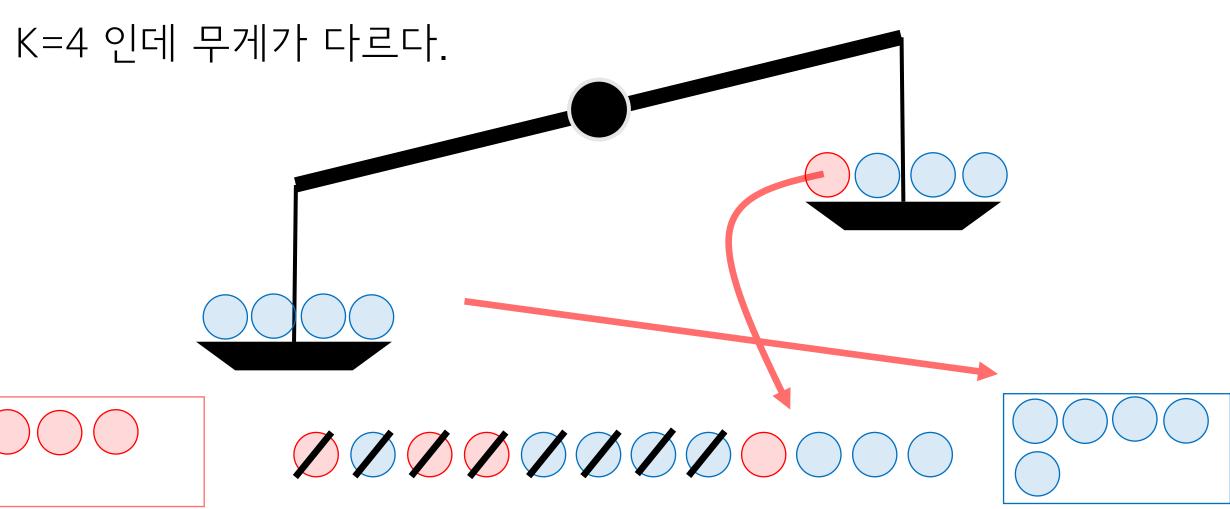








가짜 동전



요약

연어 알고리즘은 unknown set의 크기를 2<sup>n</sup>의 크기로 늘려가며 분류한다.

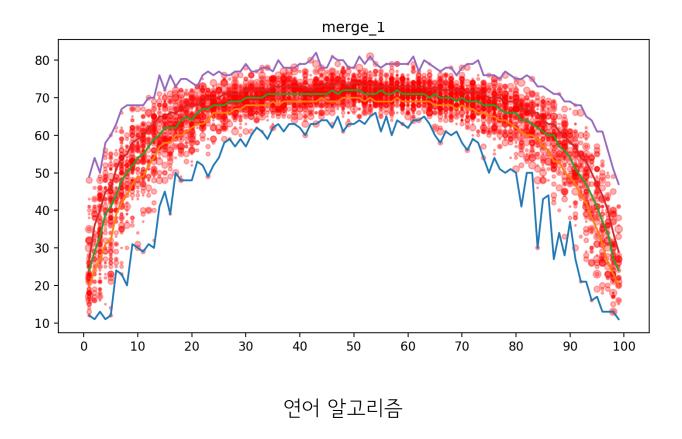
연어 알고리즘은 다음과 같은 이유로 잘 동작합니다.

unknown set과 비교했을 때, equal이면(=성공하면) 지수적(K = K \* 2)으로 확장한다.

✔ 무게가 같은 동전이 많으면 빠르게 분류가 된다.

unknown set과 비교했을 때, equal이 아니면(=실패하면) 무조건 unknown set은 분류가 끝난다.

- ✔ unknown set이 모두 무거우면 이 set보다 무거운 set은 없다.
- ✔ unknown set이 모두 가벼우면 이 set보다 가벼운 set은 없다.



연어 알고리즘을 개선해보겠습니다.



Theoretical
Computer Science

Theoretical Computer Science 181 (1997) 347-356

와사비 알고리즘은 다음 논문을 참고했습니다.

#### A $\frac{3}{2}$ log 3-competitive algorithm for the counterfeit coin problem

Peng-Jun Wan<sup>a,\*</sup>, Qifan Yang<sup>a,1</sup>, Dean Kelley<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Computer Science Department, University of Minnesota, Minneapolis, MN 55455, USA
<sup>b</sup>St. Mary's University

P.J. Wan, Q. Yang and D. Kelley, A 3/2 log3-competitive algorithm for the counterfeit coin problem, Theoretical computer science (1997)

#### Abstract

We study the following counterfeit coin problem: Suppose that there is a set of n coins. Each one is either heavy or light. The goal is to sort them according to weight with a minimum number of weighings on a balance scale. Hu and Hwang gave an algorithm with a competitive ratio of  $3 \log 3$  (all logarithms are base-2). Hu, Chen and Hwang also gave an algorithm with a competitive ratio of  $2 \log 3$ . In this paper we give an improved algorithm whose competitive ratio is  $\frac{3}{2} \log 3$ .

### **의 와사비 알고리즘 - 용어 정의**

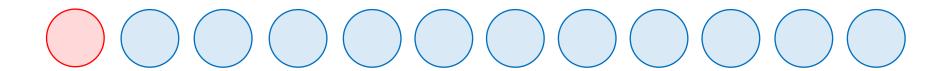
#### ✓ uniform set

모두 같은 type인 set을 말합니다.



#### ✓ unique set

동전 하나를 제외하고 모두 같은 type인 set을 말합니다.



#### ✓ 기존 방법

- 1. uniform set을 확장하면서 비교한다.
- 2. 실패하면 uniform set을 모두 분류하고 1개부터 다시 uniform set을 만든다.

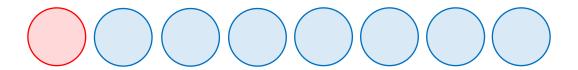
#### ✓ 개선 방법

- 1. uniform set 또는 unique set으로 확장하면서 비교한다.
- 2. 실패를 하면 binary search를 수행한다.

uniform set이 아닌 unique set을 이용하면 어떻게 개선할 수 있을까요?

다음과 같은 unique set을 이용한 비교를 예를 들어서 살펴봅시다.

ex) light coin 1, heavy coin 7



#### ① SMALL

- ★ 비교한 동전은 uniform set 입니다.

- 하나로 합쳐도 unique set이다. 따라서 두 set을 합쳐서 <u>지수적으로 확장</u>합니다.

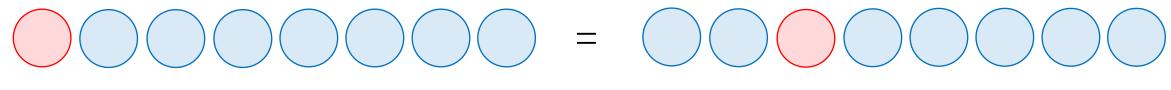


uniform set

#### 2 EQUAL

- ★ 비교한 동전은 unique set 입니다.

- unique set에서 binary search를 해서 동전 하나를 찾습니다.



unique set

#### 3 LARGE

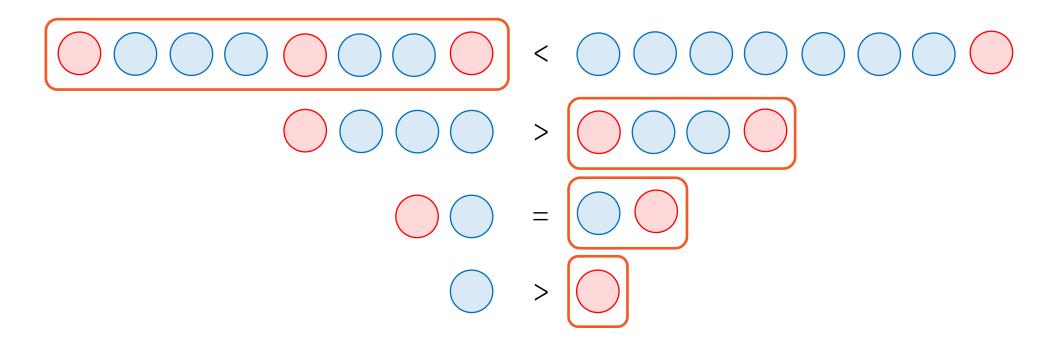
- 적어도 2개 이상이 light coin 입니다.

- 일단 이 경우에도 binary search를 수행합니다.



#### √ binary search

- set을 ½씩 나눠서 비교하며 동전을 찾는 과정을 말합니다.
- set의 크기를 N이라 할 때, binary search는 log<sub>2</sub>N 만에 원하는 동전을 찾습니다.



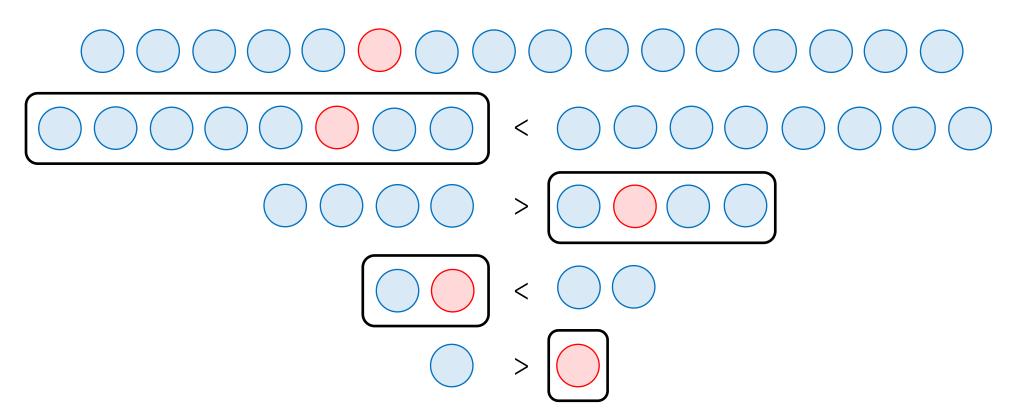
★ binary search를 더 활용해봅시다.

★ binary search를 더 활용해봅시다.

- ✓ binary search를 하는 과정에서 equal이 한 번도 없었다면
- 무조건 전체는 unique set입니다.
- unique set은 binary search만 수행하면 전체 분류가 끝납니다.

#### equal이 한 번도 없는 경우

→ 전체가 unique set



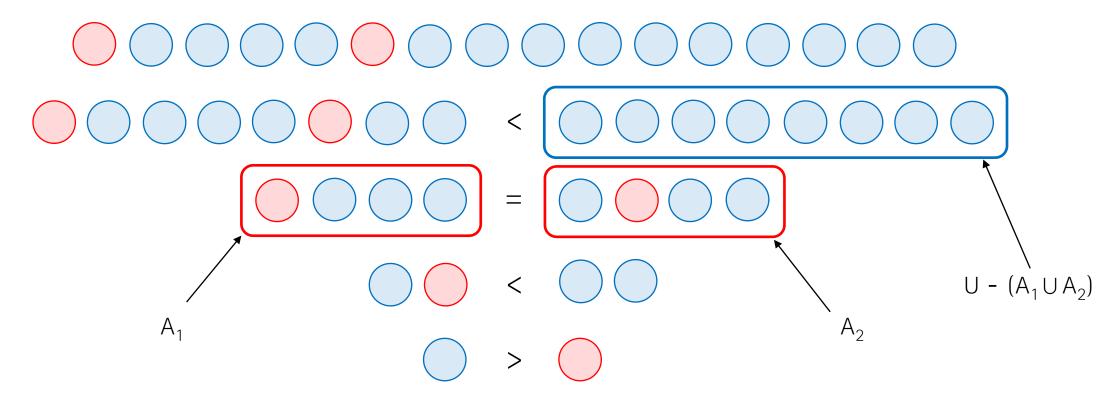
#### ★ binary search를 더 활용해봅시다.

- ✓ binary search를 하는 과정에서 equal이 단 한 번이면
- 한번의 equal일 때 비교한 두 set을  $A_1$ ,  $A_2$ 라 하면  $A_1$ ,  $A_2$ 는 **unique set**입니다.
- $A_1$ ,  $A_2$ 를 제외한 나머지 U  $(A_1 \cup A_2)$ 는 uniform set 또는 unique set입니다.
- ★ U  $(A_1 \cup A_2)$ 에 대해서 binary search를 수행해봅시다. uniform set인 경우 → <u>한번의 비교</u>로 전체가 판별됩니다. (equal이 나옵니다.) unique set 인 경우 → binary search를 끝까지 수행합니다. (equal이 한번도 나올 수 없습니다.)

#### equal이 단 한 번인 경우

 $A_1$ ,  $A_2$ : unique set

 $U - (A_1 \cup A_2)$ : uniform 또는 unique set



#### ★ binary search를 더 활용해봅시다.

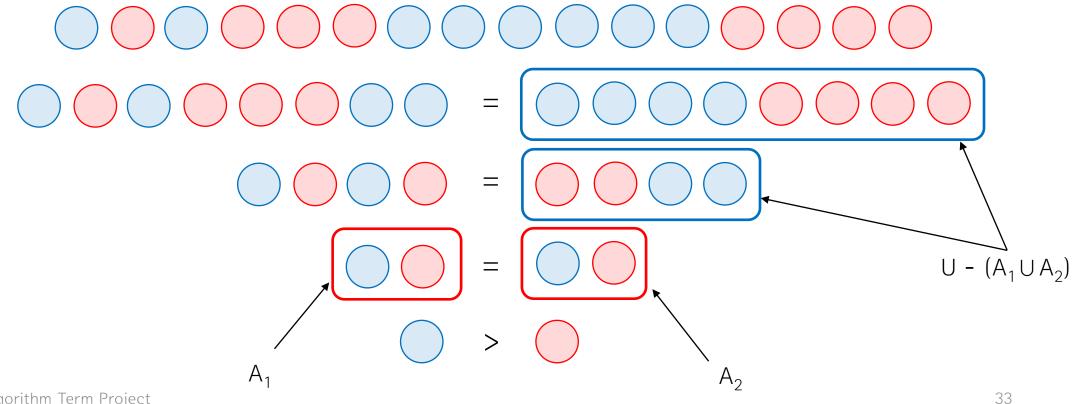
- ✓ binary search를 하는 과정에서 equal이 두 번 이상이면
- <u>마지막 equal</u>일 때 비교한 두 set을 A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>라 하면 A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>는 **unique set**입니다.
- A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>를 제외한 나머지 U (A<sub>1</sub> U A<sub>2</sub>)는 두 개 이상의 찿으려는 동전을 가집니다.

 $A_2$ 에 대해서는 다시 binary search를 수행하여 분류합니다.

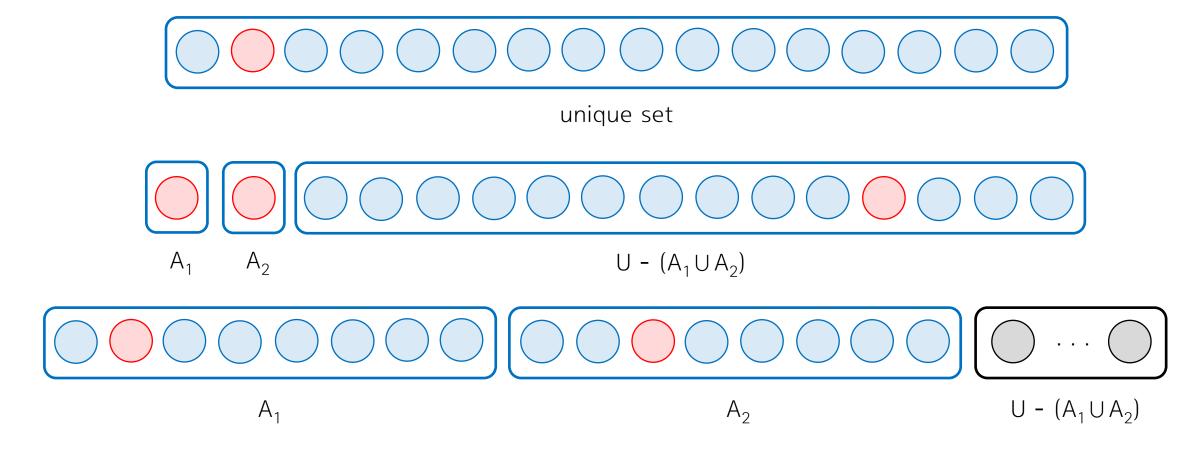
 $U - (A_1 \cup A_2)$ 는 활용할 수 없습니다.

#### equal이 두 번 이상인 경우

 $A_1$ ,  $A_2$ : unique set



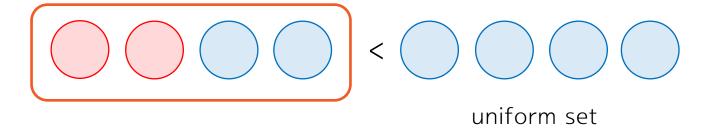
※ binary search는 같은 type의 동전이 많을 때, 적은 횟수로 동전을 분류합니다.



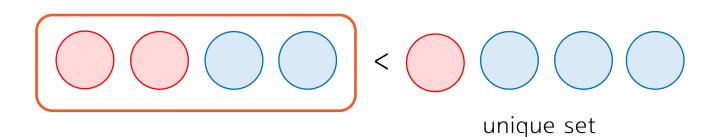
※ [참고] two coins set을 활용한 개선 - unique set이 두 개가 생기면 이를 활용해봅시다.

(이 방법은 100개의 동전이 unique set에 가까울 때만 효과가 있습니다.)

1. unique set 두 개를 합친다. (size↑)



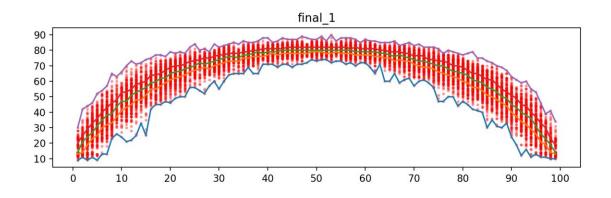
2. 이 set과 비교해서 **LARGE**인 경우 unique 또는 uniform set 이다.

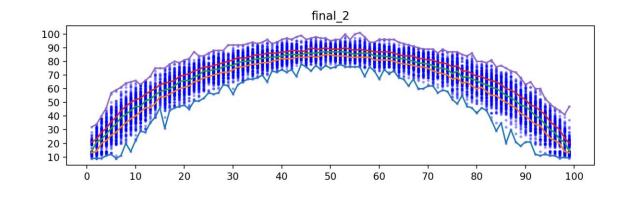


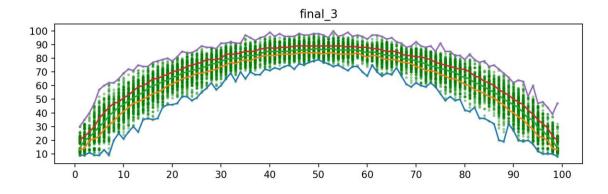
3. 나머지 경우는 활용할 수 없다.

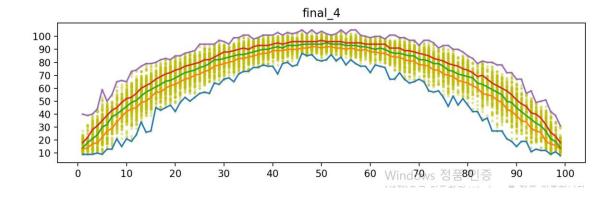
#### 요약

와사비 알고리즘은 연어 알고리즘과 같이 set의 크기를 2<sup>n</sup>의 크기로 늘려가며 분류한다. 하지만 와사비 알고리즘은 실패할 경우 binary search를 수행하여 개선하였다.









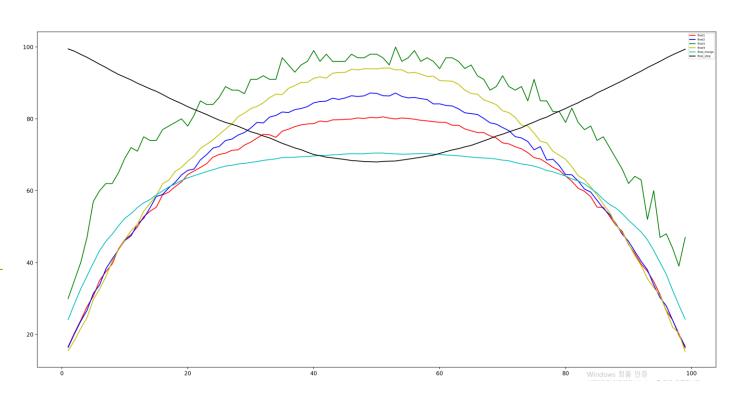
2020 Computer Algorithm Term Project

하늘색: 연어 알고리즘

빨강색: binary search 활용

파란색: binary search, unique set 활용

노란색: binary search, unique set, two coin set 활용

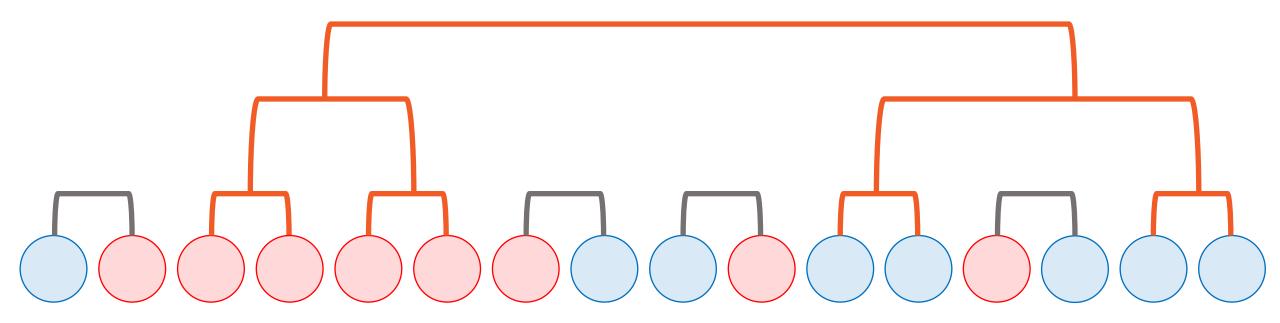


#### 밥 알고리즘

- 1. 양팔에 각각 1개씩 동전을 올려서 무게 비교 총 50번 비교를 하고나서 시작! (50번의 balance()는 default)
- 2. 무게가 다르면 가벼운 건 가벼운 동전 그룹에, 무거운 건 무거운 동전 그룹에 담는다.
- 3. 무게가 같다면 양 쪽 동전을 한 쪽으로 모아 또 다른 무게가 같은 동전 2개를 반대에 올린다.
- 4. 이렇게 스텝사이즈를 키워가며 비교해 나간다.

#### ₩ 밥 알고리즘

밥 **알고리즘은 가짜 동전과 진짜 동전의 갯수가 비슷할 때** 잘 동작합니다.



## 연어덮밥 알고리즘

최종 성능 분석

#### 알고리즘 성능 분석 - simulator

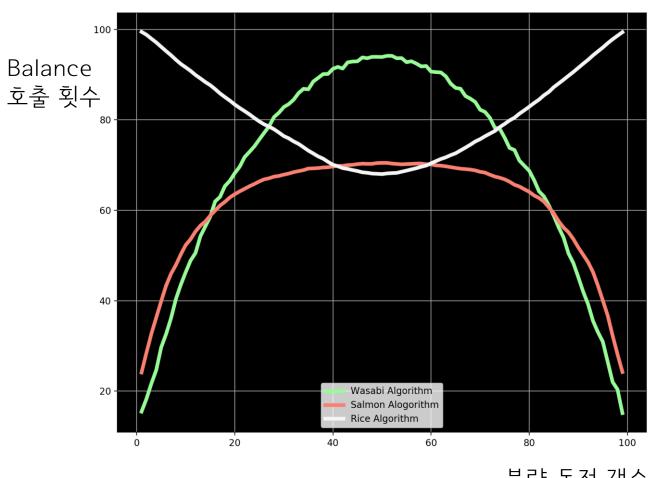
- P값 하나에 200회씩 실행
- 200회의 평균 도출
- 99개의 P값에 대해 평균 조사
- 총 19800회의 시<del>뮬</del>레이션

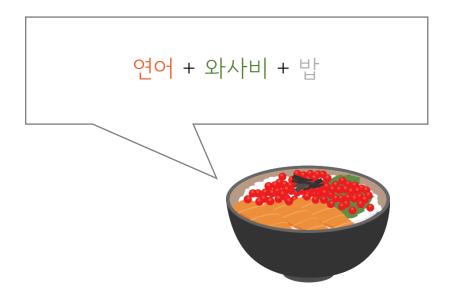
### 의 알고리즘 성능 분석 - visualizer

```
df['mean2'] = df2['mean']
  or i, val in enumerate(point_df1):
    freq_df2[int(i/200)][val] += 2
fig, axes = plt.subplots(nrows=2, ncols=2)
plt.setp(axes, xticks=range(0, 101, 10), yticks=range(0, 101, 10))
axes[0][0].plot(df2.index, df2['50'], c='b')
axes[0][0].plot(df2.index, df2['75'], c='b')
axes[0][0].plot(df1.index, df1['50'], c='g')
axes[0][1].plot(df3.index, df3['25'])
axes[0][1].plot(df3.index, df3['max'])
axes[1][0].set_title("step")
```

- 파이썬 코드
- Simulator에서 얻어진 값들을 이용
- 알고리즘 간 비교가 쉽도록 시각화

### 을 알고리즘 성능 분석 - result





불량 동전 갯수

# 감사합니다.