(1)　一次関数 $y=\frac{1}{2}x+2$ において，$y=6$ であるとき，x を求めてください。

$y=\frac{1}{2}x+2$ の y に 6 を代入して，x に関する方程式を解く。

$$6=\frac{1}{2}x+2$$
$$-\frac{1}{2}x=2-6$$
$$-\frac{1}{2}x=-4$$
$$x=(-4)\times\left(-\frac{2}{1}\right)$$
$$x=8$$

(2)　一次関数において，$x=-3$ のとき $y=5$，$x=12$ のとき $y=0$ である。このとき，y を x の式で表してください。

一次関数の一般式 $y=ax+b$ に，$x=-3$，$y=5$ と $x=12$，$y=0$ をそれぞれ代入して，連立方程式を解く。

$$\begin{cases} 5=-3a+b & \cdots① \\ 0=12a+b & \cdots② \end{cases}$$

加減法で ①－② より，

$$5=-15a$$
$$15a=-5$$
$$a=-\frac{5}{15}$$
$$a=-\frac{1}{3}$$

① に代入して，

$$5=(-3)\times\left(-\frac{1}{3}\right)+b$$
$$5=1+b$$
$$5-1=b$$
$$b=4$$

よって，$y=-\frac{1}{3}x+4$

(3)　3 つの数量 x，y，z がある。y は x の関数であり，z は y の関数である。この 2 つの関数について，関数の定義をもとに，**必ずしも正しいといえないもの**を次の**ア**～**エ**のうちから一つ選んでください。

y は x の関数であることから，x の値を決めると，y の値がただ一つに定まるため，**ア**は正しいといえる。

z は y の関数であることから，y の値を決めると，z の値がただ一つに定まるため，**ウ**は正しいといえる。

以上の 2 つのことから，x の値を決めると y の値が一つに定まり，そのときの y の値に応じて z の値も定まるため，**イ**も正しいといえる。

一方，z の値を決めても，y の値は一つに定まるとは限らない。同様に，y の値を決めても，x の値は一つに定まるとは限らない。よって，**エ**は必ずしも正しいといえない。

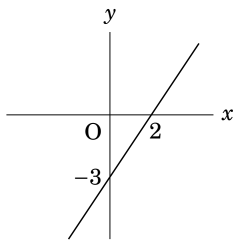
(4)　一次関数 $y=2x-6$ において，x が $t+2$ であるとき，y を t を用いて表してください。

$y=2x-6$ の x に $t+2$ を代入する。

$$y=2(t+2)-6$$
（括弧を付けることを忘れずに）
$$y=2t+4-6$$
$$y=2t-2$$

このことは，$y=2x-6$ のグラフが，点 $(t+2,\ 2t-2)$ を通るということを意味する。グラフ上の点の座標を文字を用いて表して解き進める考え方は，グラフと絡めた高難易度の問題で頻出。

(5)　右の図に，一次関数のグラフがかかれている。この一次関数の**切片**を答えてください。



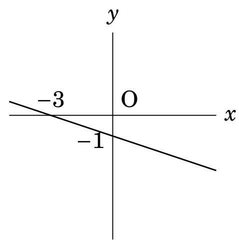
切片とは, 直線と y 軸との交点の y 座標である。グラフから，一次関数のグラフは y 軸と，点 $(0,\ -3)$ で交わっている。よって切片は -3。

効率的ではないが，別の解き方として，直線の式 $y=ax+b$ を求め，b を答える方法もある。その場合には，グラフから，直線が 2 点 $(0,\ -3)$，$(2,\ 0)$ を通っていることを読み取り，$x=0$，$y=-3$ と $x=2$，$y=0$ をそれぞれ $y=ax+b$ に代入する。連立方程式 $\begin{cases} -3=0a+b \\ 0=2a+b \end{cases}$ を解いて，$a=\frac{3}{2}$，$b=-3$。切片は -3。

(6)　右の図に，一次関数のグラフがかかれている。この一次関数の**傾き**を答えてください。

直線上の 2 点の座標がわかれば，その 2 点間の変化の割合を求めることで，直線の傾きを求めることができる。グラフから，直線は 2 点 $(-3,\ 0)$，$(0,\ -1)$ を通っていることが読み取れる。

$$\text{傾き}=\text{変化の割合}=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$
$$=\frac{0-(-1)}{-3-0}$$
$$=-\frac{1}{3}$$



(5) と同様，直線の式 $y=ax+b$ を求め，a を答える方法もある。その場合には，$x=-3$，$y=0$ と $x=0$，$y=-1$ をそれぞれ $y=ax+b$ に代入する。連立方程式 $\begin{cases} 0=-3a+b \\ -1=0a+b \end{cases}$ を解いて，$a=-\frac{1}{3}$，$b=-1$。傾きは $-\frac{1}{3}$

(7)　右の図は，ある関数のグラフをかいたものである。この関数について，正しいものを次の**ア**～**エ**のうちから一つ選んでください。

グラフが曲線のとき，変化の割合は一定でない。これはグラフ上から適当に 2 点を取ったとき，点を取る位置によって変化の割合が異なることから説明できる。よって**ア**は誤り。

グラフは y 軸と，点 (0, 2) で交わっており，これは，$x=0$ のとき $y=2$ であることを意味している。$x=2$ の点では明らかに y 座標は 0 でない（**図 1**）。よって**ウ**は誤り。

エに関して，y の値を一つ決めると，x の値もただ一つに定まるかどうかを確認するため，y の値を適当に一つ決めてみる。ここで，$y=\dfrac{3}{2}$ あたりに設定すると，この y の値に対応する x の値が 3 つあることがグラフから読み取れる（**図 2**）。よって，**エ**は誤り。

イに関して，同様に x の値を適当に決めて考えていくと，必ず y の値は一つしか対応しないことがわかる (**図 3**)。よって**イ**が正しい。

図 1

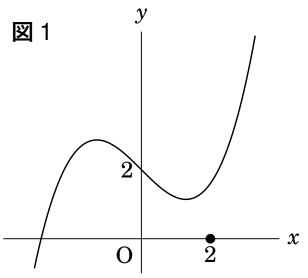


図 2

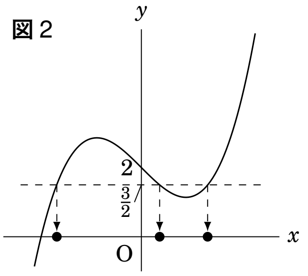
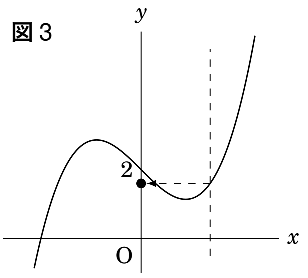


図 3



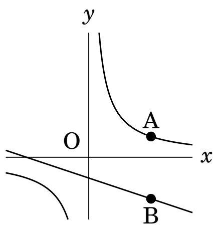
(8)　右の図には，反比例 $y=\dfrac{3}{x}$ のグラフと，一次関数 $y=-\dfrac{1}{3}x-1$ のグラフがかかれている。$y=\dfrac{3}{x}$ 上に点 A(3, 1)，$y=-\dfrac{1}{3}x-1$ 上に点 B(3, −2) をとるとき，線分 AB の長さを求めてください。

ただし，原点 O から点 (0, 1) および原点 O から点 (1, 0) の長さを 1cm とする。

線分 AB は y 軸に平行である。このとき，線分の長さは，点 B から点 A までの y の増加量であり，

(大きい方の y 座標)−(小さい方の y 座標)

で求めることができる。



よって，$\mathrm{AB}=(1)-(-2)=3(\mathrm{cm})$。

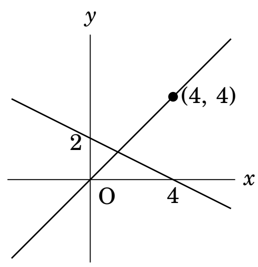
マス目を意識して数えることでも正解できる。ただし, (4) で書いたような，点の座標を文字で置いて解き進める問題では，マス目を数える方法は使えない。増加量を意識して (大きい方の座標) − (小さい方の座標) によって求める方が，応用の幅が広い。

(9)　右の図の 2 つのグラフの交点の座標を求めてください。

原点 O と点 (4, 4) を通る直線は，比例 $y=x$ のグラフであるとすぐにわかると良い。もう一方の直線は，2 点 (0, 2)，(4, 0) を通っている。(5) の方法で切片が 2 であることがわかり，(6) の方法で傾きが $\dfrac{2-0}{0-(-4)}=-\dfrac{1}{2}$ であることがわかれば，直線の式 $y=-\dfrac{1}{2}x+2$ が求められる。

交点の座標を求めるためには，2 つのグラフの式の連立方程式を解けばよい。交点とは，いずれの関係式も満たす x，y の組だからである。

$$\begin{cases} y=x & \cdots① \\ y=-\dfrac{1}{2}x+2 & \cdots② \end{cases}$$



代入法から，②の y に①を代入して，

$$x=-\frac{1}{2}x+2$$

$$\frac{3}{2}x=2$$

$$x=\frac{4}{3}$$

①に代入して，$y=\dfrac{4}{3}$。よって，交点の座標は $\left(\dfrac{4}{3},\ \dfrac{4}{3}\right)$。

原点 O と点 (4, 4) を通る直線が，比例 $y=x$ のグラフであるとすぐにわからなければ，原点を通ることから，比例の一般式 $y=ax$ に $x=4$，$y=4$ を代入して，$4=4a$ から $a=1$ を求めればよい。原点を通ることと比例のグラフであるということが結びついていなければ，一次関数の一般式 $y=ax+b$ に，$x=0$，$y=0$ と $x=4$，$y=4$ をそれぞれ代入して，連立方程式 $\begin{cases} 0=0a+b \\ 4=4a+b \end{cases}$ を解き，$a=1$，$b=0$ を求めればよい。
2 点 (0, 2)，(4, 0) を通る直線の式に関しても，切片が 2 であることを読み取れた場合には，$y=ax+2$ として，もう一つの点 (4, 0) から $x=4$，$y=0$ を代入し，$0=4x+2$ から $a=-\dfrac{1}{2}$ と求めることができる。あるいは，一次関数の一般式 $y=ax+b$ に，$x=0$，$y=2$ と $x=4$，$y=0$ をそれぞれ代入して，連立方程式 $\begin{cases} 2=0a+b \\ 0=4a+b \end{cases}$ を解けば，$a=-\dfrac{1}{3}$，$b=2$ と求められる。
このように，グラフの特徴の意味を言葉や数式での表現と結びつけて理解できていれば，連立方程式を解く必要がなかったり，方程式さえ解く必要がなくなったりする。計算量が減ることで，計算上でのケアレスミスによる失点を減らすことができるとともに，問題にかかる時間も短くなる。

(10)　右の図のように，直線 $y=3x$ と直線 $y=x-2$ がある。x 軸上に点 P をとり，P を通り y 軸に平行な直線と，直線 $y=3x$，直線 $y=x-2$ との交点をそれぞれ点 A，B とする。線分 AB の長さが 7 となるときの点 P の x 座標を求めてください。

ただし，点 P の x 座標を t とおき，AB の長さに関する方程式を立てることによって求めること。

また，点 P の x 座標は正とする。

3 点 A，B，P の x 座標は同じであるから，点 P の x 座標を t としたとき，点 A，B の x 座標も t となる。点 A は直線 $y=3x$ 上の点であるから，x に t を代入して，y 座標は $3t$ と表せる。同様に，点 B は直線 $y=x-2$ 上の点であるから，x に t を代入して，y 座標は $t-2$ と表せる。

点 P の座標が正であることから，点 B の y 座標よりも点 A の y 座標の方が大きく，線分 AB は y 軸に平行であるから，AB の長さは t を用いて，

$$(\text{大きい方の } y \text{ 座標})-(\text{小さい方の } y \text{ 座標})=(3t)-(t-2)$$

と表せる。

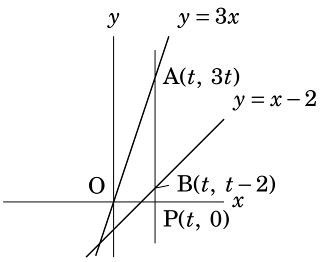
この長さが 7 になればよいから，

$$(3t)-(t-2)=7$$

$$3t-t+2=7$$

$$2t=5$$

$$t=\frac{5}{2}$$



この問題が，グラフ上の点の座標を文字を用いて表して解き進める問題。

(11)　次の**文章**をついて，正しい記述を**ア〜エ**のうちから一つ選んでください。

水槽に 3cm の高さまで水が入っています。この水槽に，1 秒あたり 200mL の水が出る蛇口から水を加えます。水を加えた後の水槽に入っている水の高さが 5cm になるように，15 秒間水を注ぎ，蛇口を閉めました。

関数の定義をもとに，一方の値を決めたときに他方の値が決まるかどうかを考える。

アに関して，「最初に水槽に入っていた水の高さ」がどうであっても，「蛇口から 1 秒あたりに出る水の容積」は決まらないため，関数関係になく，**ア**は正しい。例えば，最初に水槽に入っていた水の高さが 6cm であったからといって，蛇口から 1 秒あたりに出る水の容積が 400mL に増えるということにはならない。

イに関して，「最初に水槽に入っていた水の高さ（x）」が高くなれば，その分「水を加えた後の水槽内の水の高さ（y）」は高くなるため，関数関係にあり，**イ**は誤り。例えば，最初に水槽に入っていた水の高さが 4cm であったら，15 秒間水を注いだ後の水槽内の水の高さは 6cm になる。具体的な関係式は，$y=x+2$。

ウに関して，「蛇口から 1 秒あたりに出る水の容積（x）」が大きくなれば，その分「水を加えた後の水槽内の水の高さ（y）」は高くなるため，関数関係にあり，**ウ**は誤り。例えば，蛇口から 1 秒あたりに出る水の容積が 400mL であったら，15 秒間水を注いだ後の水槽内の水の高さは 7cm になる。具体的な関係式は，$y=\frac{1}{100}x+3$。

エに関して，「蛇口から 1 秒あたりに出る水の容積（x）」が大きくなれば，その分「水を注ぐ時間（y）」は短くて済むため，関数関係にあり，**エ**は誤り。例えば，蛇口から 1 秒あたりに出る水の容積が 400mL であったら，水を加えた後の水槽内の水の高さを 5cm にするためには，7.5 秒間水を注げば済む。具体的な関係式は，$y=\frac{3000}{x}$。

なお，具体例は，水槽が直方体の形状の場合を想定しています。

問題文「次の**文章**をついて」の部分の誤字，失礼しました。正しくは「次の**文章**について」でした。

(12) 次の**文章**中の 2 つの数量を選び，関数関係を式に表してください。

ただし，**例**を参考に，2 つの数量は**ア**〜**エ**のうちから記号で選び，どの数量を文字 x，y としたか示したうえで，y を x の式で表してください。

また，正答は複数個あり，そのうちのいずれを答えても正解です。

C さんは，植物の成長を観察しています。植物が芽を出した日を 1 日目として，今日で 12 日目です。今日の植物の長さは 36cm でした。植物は 1 日にちょうど 3cm ずつ伸びています。

まずは，**ア**〜**エ**のうち関数関係にある 2 つの数量を見つける。

アの「植物が芽を出した日」は，他の数量と関数関係にない。例えば，植物が 7 月 12 日に芽を出しても，9 月 2 日に芽を出しても，1 日にちょうど 3cm ずつ伸びる植物は，12 日目には 36cm になる。

一方，他の**イ**〜**エ**の数量であれば，どの組み合わせを選んでも，それぞれ関数関係にある。

例えば，**イ**と**ウ**に関して，植物が芽を出してからの日数が 15 日になれば，1 日にちょうど 3cm ずつ伸びる植物の長さは 45cm になる。具体的な関係式は，**イ**を x，**ウ**を y とすれば $y=3x$ であり，**ウ**を x，**イ**を y とすれば $y=\frac{1}{3}x$ である。

イと**エ**に関して，植物が 1 日に伸びる長さが 6cm であれば，36cm になるのは 6 日目となる。具体的な関係式は，**イ**を x，**エ**を y とした場合にも，**エ**を x，**イ**を y とした場合にも，$y=\frac{36}{x}$ である。

ウと**エ**に関して，植物が 1 日に伸びる長さが 6cm であると，12 日後の植物の長さは 72cm になる。具体的な関係式は，**ウ**を x，**エ**を y とすれば $y=\frac{1}{12}x$ であり，**エ**を x，**ウ**を y とすれば $y=12x$ である。

解答一覧は解答用紙を参照してください。

(13) 傾き a を $-1<a<0$ の範囲で決定したとき，一次関数 $y=ax+1$ のグラフはどのようにかけるか。次の**ア**〜**エ**のうちから一つ選んでください。

ただし，点線は $y=-x+1$ のグラフである。

傾き a を $-1<a<0$ の範囲で決定するということは，傾き a は負になる。そのため，一次関数 $y=ax+1$ のグラフは右下がりになる。

また，傾き a は，-1 から 0 の間であるから，$y=-x+1$ のグラフの傾きよりも，緩やかになる。例えば，a が $-\frac{1}{2}$ の場合などを考えるとわかりやすい。

グラフが右下がりであり，点線のグラフ $y=-x+1$ よりも傾きが緩やかな直線がかかれている**ア**が正解。

なお，各選択肢に実線でかかれているグラフは，

ア：$y=-\frac{1}{2}x+1\ (-1<a<0)$

イ：$y=-2x+1\ (a<-1)$

ウ：$y=2x+1\ (a>1)$

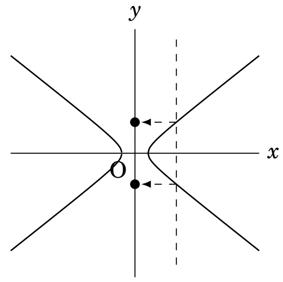
エ：$y=\frac{1}{2}x+1\ (0<a<1)$

である。

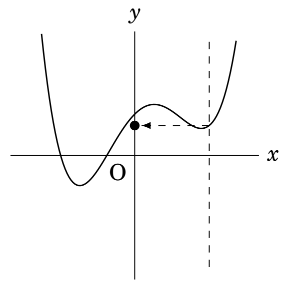
(14) 次の**ア**〜**エ**のグラフのうち，関数の定義に照らして，「y は x の関数である」と**いえないもの**を一つ選んでください。

y が x の関数であるとき，x の値を決めると y の値がただ一つに定まる。それぞれの選択肢のグラフで，x の値を適当に決めて，対応する y の値が一つに定まるか二つ以上になるか確認していく。

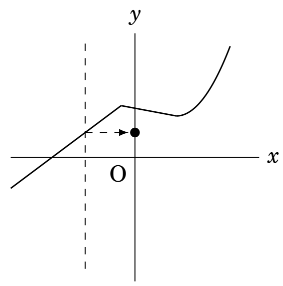
アに関して，右図のような x の値を考えると，対応する y の値が二つある。よって，y は x の関数であるといえない。



イに関して，どの x の値をとっても，y の値は一つに定まる。例えば，右図のような x の値を考えると，対応する y の値が一つに定まっている。よって，y は x の関数である。



ウに関して，どの x の値をとっても，y の値は一つに定まる。例えば，右図のような x の値を考えると，対応する y の値が一つに定まっている。よって，y は x の関数である。



エに関して，どの x の値をとっても，y の値は一つに定まる。例えば，右図のような x の値を考えると，対応する y の値が一つに定まっている。よって，y は x の関数である。