

- (1) 一次関数 $y = 3x + 2$ において、 $y = 4$ であるとき、 x を求めてください。

$y = 3x + 2$ の y に 4 を代入して、 x に関する方程式を解く。

$$\begin{array}{l|l} 4 = 3x + 2 & x = (-2) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \\ -3x = 2 - 4 & x = \frac{2}{3} \\ -3x = -2 & \end{array}$$

- (2) 一次関数において、 $x = -2$ のとき $y = 2$ 、 $x = 3$ のとき $y = 12$ である。このとき、 y を x の式で表してください。

一次関数の一般式 $y = ax + b$ に、 $x = -2$ 、 $y = 2$ と $x = 3$ 、 $y = 12$ をそれぞれ代入して、連立方程式を解く。

$$\begin{cases} 2 = -2a + b & \cdots \text{①} \\ 12 = 3a + b & \cdots \text{②} \end{cases}$$

① に代入して、

$$2 = -2 \times 2 + b$$

$$2 = -4 + b$$

$$2 + 4 = b$$

$$b = 6$$

$$\text{よって、} y = 2x + 6$$

加減法で ① - ② より、

$$-10 = -5a$$

$$5a = 10$$

$$a = \frac{10}{5}$$

$$a = 2$$

- (3) 3つの数量 a 、 b 、 c がある。 b は a の関数であり、 c は b の関数である。この2つの関数について、関数の定義をもとに、**必ずしも正しいといえないもの**を次のア～エのうちから一つ選んでください。

b は a の関数であることから、 a の値を決めると、 b の値がただ一つに定まるため、**エ**は正しいといえる。

c は b の関数であることから、 b の値を決めると、 c の値がただ一つに定まるため、**ウ**は正しいといえる。

以上の2つのことから、 a の値を決めると b の値が一つに定まり、そのときの b の値に応じて c の値も定まるため、**イ**も正しいといえる。

一方、 b の値を決めても、 a の値は一つに定まるとは限らない。同様に、 c の値を決めても、 b の値は一つに定まるとは限らない。よって、**ア**は必ずしも正しいといえない。

- (4) 一次関数 $y = 3x - 2$ において、 y が t であるとき、 x を t を用いて表してください。

$y = 3x - 2$ の y に t を代入し、 $x = (\dots)$ の形に変形する。

$$t = 3x - 2$$

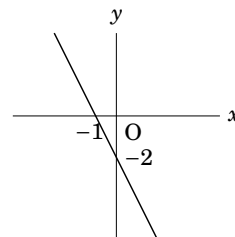
$$-3x = -t - 2$$

$$3x = t + 2$$

$$x = \frac{t + 2}{3}$$

- (5) 右の図に、一次関数のグラフがかかっている。この一次関数の**切片**を答えてください。

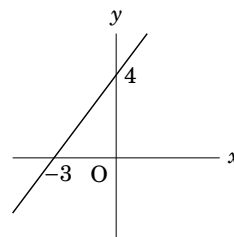
切片とは、直線と y 軸との交点の y 座標である。グラフから、一次関数のグラフは y 軸と、点 $(0, -2)$ で交わっている。よって切片は -2 。



- (6) 右の図に、一次関数のグラフがかかっている。この一次関数の**傾き**を答えてください。

直線上の2点の座標がわかれば、その2点間の変化の割合を求めることで、直線の傾きを求めることができる。グラフから、直線は2点 $(-3, 0)$ 、 $(0, 4)$ を通っていることが読み取れる。

$$\begin{aligned} \text{傾き} = \text{変化の割合} &= \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} \\ &= \frac{4 - 0}{0 - (-3)} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$



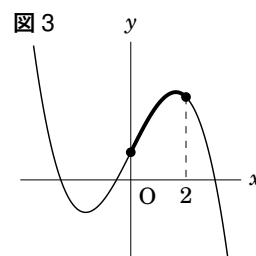
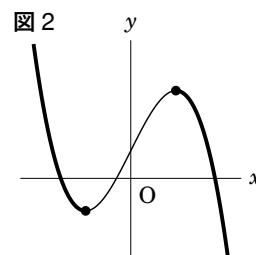
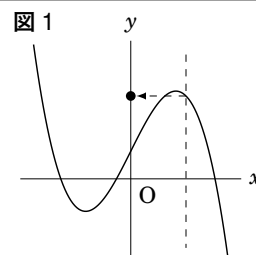
- (7) 右の図は、ある関数のグラフをかいたものである。この関数について、**誤っているもの**を次のア～エのうちから一つ選んでください。

アに関して、グラフを読み取ると、 $x = -2$ のとき $y = -1$ である。よって、**ア**は正しい。

イに関して、 x の値の一つ決めると、 y の値もただ一つに定まらかどうかを確認するため、 x の値を適当に一つ決めてみる。いろいろな x の値を試してみると、必ず y の値が一つしか対応しないことがわかる(図1)。よって、**イ**は正しい。

ウに関して、図2のグラフの太線の部分は右下がりになっていて、 x の値が増加すると y の値が減少することが読み取れる。よって、**ウ**は誤り。

エに関して、 $0 \leq x \leq 2$ の範囲では、グラフが x 軸より上側にあり、 y の値が正になることが読み取れる(図3)。よって、**エ**は正しい。



このことは、 $y = 2x - 6$ のグラフが、点 $\left(\frac{t+2}{3}, t\right)$ を通るということを示しています。
また、一般に「 y を x を用いて表す」とは、「 $y = (x \text{ を含む式})$ の形にする」ことを意味します。

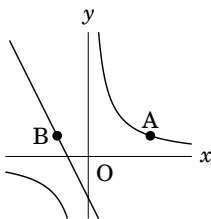
- (8) 右の図には、反比例 $y = \frac{3}{x}$ のグラフと、比例 $y = -2x - 2$ のグラフがかかっている。 $y = \frac{3}{x}$ 上に点 $A(3, 1)$ 、 $y = -2x - 2$ 上に点 $B(-\frac{3}{2}, 1)$ をとるとき、線分 AB の長さを求めてください。
- ただし、原点 O から点 $(0, 1)$ および原点 O から点 $(1, 0)$ の長さを 1cm とする。

線分 AB は x 軸に平行である。このとき、線分の長さは、点 A から点 B までの x の増加量であり、

$$(\text{大きい方の } x \text{ 座標}) - (\text{小さい方の } x \text{ 座標})$$

で求めることができる。

$$\text{よって、} AB = 3 - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{6}{2} + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}(\text{cm}).$$



今回の問題は、マス目を意識して数えることが少し難しかったと思います。

増加量を意識して (大きい方の座標) - (小さい方の座標) によって求められると良いですね。

問題文「比例 $y = -2x - 2$ のグラフ」は、正しくは「一次関数 $y = -2x - 2$ のグラフ」でした。

- (9) 右の図の 2 つのグラフの交点の座標を求めてください。

原点 O と点 $(3, 1)$ を通る直線は、比例のグラフであり、傾きは y の増加量 $\frac{1-0}{3-0} = \frac{1}{3}$ 。よって $y = \frac{1}{3}x$ 。もう一方の直線は、2 点 $(0, -4)$ 、 $(3, 0)$ を通っている。 y 軸との交点から切片が -4 であることがわかり、傾きは $\frac{0-(-4)}{3-0} = \frac{4}{3}$ である。よって $y = \frac{4}{3}x - 4$ 。

交点の座標を求めるためには、2 つのグラフの式の連立方程式を解けばよい。交点とは、いずれの関係式も満たす x 、 y の組だからである。

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x & \dots \textcircled{1} \\ y = \frac{4}{3}x - 4 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

代入法から、②の y に①を代入して、

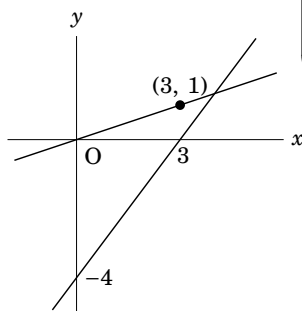
$$\frac{1}{3}x = \frac{4}{3}x - 4$$

$$\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}x = -4$$

$$-x = -4$$

$$x = 4$$

①に代入して、 $y = \frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{3}$ 。よって、交点の座標は $(4, \frac{4}{3})$ 。



もちろん、一般式 $y = ax$ や $y = ax + b$ に、点の座標を代入して直線の式を求めても良いです。

- (10) 右の図のように、直線 $y = \frac{4}{3}x + 1$ と直線 $y = \frac{1}{2}x$ がある。 x 軸上に点 P をとり、 P を通り y 軸に平行な直線と、直線 $y = \frac{4}{3}x + 1$ 、直線 $y = \frac{1}{2}x$ との交点をそれぞれ点 A 、 B とする。線分 AB の長さが 3 となるときの点 P の x 座標を求めてください。

ただし、点 P の x 座標を t とおき、 AB の長さに関する方程式を立てることによって求めること。

また、点 P の x 座標は正とする。

3 点 A 、 B 、 P の x 座標は同じであるから、点 P の x 座標を t としたとき、点 A 、 B の x 座標も t となる。点 A は直線 $y = \frac{4}{3}x + 1$ 上の点であるから、 x に t を代入して、 y 座標は $\frac{4}{3}t + 1$ と表せる。同様に、点 B は直線 $y = \frac{1}{2}x$ 上の点であるから、 x に t を代入して、 y 座標は $\frac{1}{2}t$ と表せる。

点 P の座標が正であることから、点 B の y 座標よりも点 A の y 座標の方が大きく、線分 AB は y 軸に平行であるから、 AB の長さは t を用いて、

$$(\text{大きい方の } y \text{ 座標}) - (\text{小さい方の } y \text{ 座標}) = \left(\frac{4}{3}t + 1\right) - \frac{1}{2}t$$

と表せる。

この長さが 3 になればよいから、

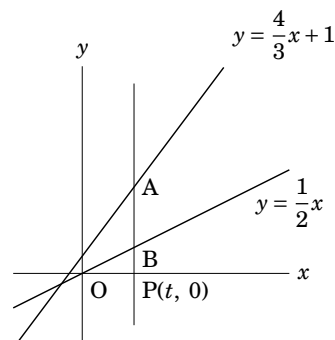
$$\left(\frac{4}{3}t + 1\right) - \frac{1}{2}t = 3$$

$$\frac{8}{6}t - \frac{3}{6}t = 3 - 1$$

$$\frac{5}{6}t = 2$$

$$t = 2 \times \frac{6}{5}$$

$$t = \frac{12}{5}$$



入試の難易度の高い問題はこのような形式です。座標を文字で置いて解き進めれば、たいていの問題は答えに辿り着くことができます。

(11) 次の文章について、正しい記述をア～エのうちから一つ選んでください。

AさんとBさんが15時00分に家を出ました。Aさんは分速60mで、Bさんは分速70mで歩いています。Aさんの忘れ物に気づいたCさんは、15時04分に家を出て分速100mで走ってAさんを追いかけました。CさんはAさんに15時10分に追いつきました。

関数の定義をもとに、一方の値を決めたときに他方の値が決まるかどうかを考える。

アに関して、「Aさんの歩く速さ（分速 x m）」が速くなれば、その分「CさんがAさんに追いつく時刻（15時 y 分）」は遅くなるため、関数関係にあり、アは誤り（ただし、Aさんの進む速さはCさんの走る速さより速くはないため、 $x < 100$ ）。例えば、Aさんが分速80mで歩いていたら、CさんがAさんに追いつく時刻は15時20分になる。具体的な関係式は $y = \frac{400}{100-x}$ 。

イに関して、「Cさんが家を出る時刻（15時 x 分）」が早くなれば、その分「CさんがAさんに追いつく時刻（15時 y 分）」も早くなるため、関数関係にあり、イは誤り（ただし、Cさんが家を出る時刻はAさんが家を出る時刻より早くはないため、 $x \geq 0$ ）。例えば、Cさんが15時02分に家を出てAさんを追いかけると、15時05分に追いつく。具体的な関係式は $y = \frac{5}{2}x$ 。

ウに関して、「Bさんの歩く速さ」が速くなったり遅くなったりしても、「CさんがAさんに追いつく時刻」は変わらないため、関数関係になく、ウは正しい。

エに関して、「Cさんの走る速さ（分速 x m）」が速くなれば、その分「CさんがAさんに追いつく時刻（15時 y 分）」は早くなるため、関数関係にあり、エは誤り（ただし、Cさんの走る速さはAさんの歩く速さより遅くはないため、 $x > 60$ ）。例えば、Cさんが分速120mで走れば、CさんがAさんに追いつく時刻は15時08分になる。具体的な関係式は $y = \frac{4x}{x-60}$ 。

(12) 次の文章中の2つの数量を選び、関数関係を式に表してください。

ただし、例を参考に、2つの数量はア～エのうちから記号で選び、どの数量を文字 x 、 y としたか示したうえで、 y を x の式で表してください。

また、正答は複数個あり、そのうちのいずれを答えても正解です。

歯数15の歯車Sと歯数30の歯車Tがかみ合って回転するとき、歯車Tが1回転すると歯車Sは2回転します。また、歯車Sと歯数10の歯車Uがかみ合って回転するとき、歯車Uが1回転すると歯車Sは $\frac{2}{3}$ 回転します。

今回は、ア～エのうちどの2つの数量を選んでも、それらの2つの数量は関数関係にある。

アとイに関して、歯車Sと歯車Tがかみ合って回転するとき（歯車Sの歯数） \times （歯車Sの回転数）＝（歯車Tの歯数） \times （歯車Tの回転数）の関係が成り立つことを利用する。ア「歯車Sの歯数」を x 、イ「歯車Tの回転数」を y とすると、歯車Sの回転数が2、歯車Tの歯数が30であるから、 $x \times 2 = 30 \times y$ となり、 $y = (\dots)$ の形に変形すると、 $y = \frac{1}{15}x$ 。

その他の組み合わせでも、同様にして考えることができる。ただし、イとエの組み合わせを選ぶときには、歯車Tと歯車Uがかみ合って回転しているときの、それぞれの回転数を考える必要があった。歯車Tと歯車Uがかみ合って回転しているとき、（歯車Tの歯数） \times （歯車Tの回転数）＝（歯車Uの歯数） \times （歯車Uの回転数）だから、歯車Tが1回転する間に、歯車Uは3回転することがわかる。よって、イ「歯車Tの回転数」を x 、エ「歯車Uの歯数」を y とすると、 $30 \times x = y \times 3$ となり、 $y = 10x$ 。

解答一覧は解答用紙を参照してください。

今回は、ア～エのうちどの2つの数量を選んでも、それらの2つの数量は関数関係にあるものでした。

問題の内容としては、「歯車Aと歯車Bがかみ合って回転するとき、（歯車Aの歯数） \times （歯車Aの回転数）＝（歯車Bの歯数） \times （歯車Bの回転数）が成り立つ」ということが理解できていると、容易に解くことができる問題でした。

この関係性を覚えていなかったとしても、選んだ数量の変化によく注目して考えれば答えに辿り着くことはできるはずですが、かなり難易度が高いものになってしまったかもしれません。その点は申し訳ありませんが、歯車に関する上記の関係式は覚えておきましょう。

今回、出題内容に不十分な点があったため、想定していた12個の解答以外にも、正しいと考えられるものは正解とすることにしていましたが、該当する回答はありませんでした。

(13) 傾き a を $a > 1$ の範囲で決定したとき、一次関数 $y = ax - 1$ のグラフはどのようにかけるか。次のア～エのうちから一つ選んでください。

ただし、点線は $y = -x - 1$ および $y = x - 1$ のグラフである。

傾き a を $a > 1$ の範囲で決定するということは、傾き a は正になる。そのため、一次関数 $y = ax - 1$ のグラフは右上がりになる。

また、傾き a は、1 より大きいから、 $y = x - 1$ のグラフよりも、傾きが急になる。例えば、 $a = 2$ の場合などを考えるとわかりやすい。

グラフが右上がりであり、点線のグラフ $y = x - 1$ よりも傾きが急な直線がかかっているウが正解。

なお、各選択肢に実線がかかっているグラフは、

ア： $y = -\frac{1}{2}x - 1$ ($-1 < a < 0$)

イ： $y = -2x - 1$ ($a < -1$)

ウ： $y = 2x - 1$ ($a > 1$)

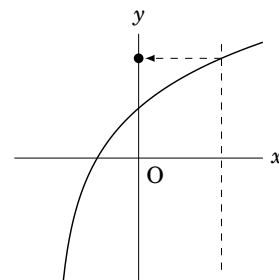
エ： $y = \frac{1}{2}x - 1$ ($0 < a < 1$)

である。

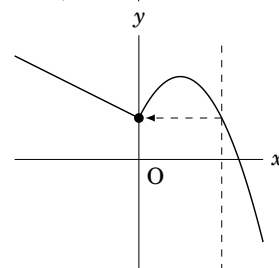
(14) 次のア～エのグラフのうち、関数の定義に照らして、「 y は x の関数である」といえないものを一つ選んでください。

y が x の関数であるとき、 x の値を決めると y の値がただ一つに定まる。それぞれの選択肢のグラフで、 x の値を適当に決めて、対応する y の値が一つに定まるか二つ以上になるか確認していく。

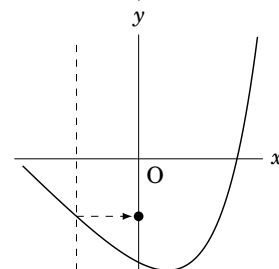
アに関して、どの x の値をとっても、 y の値は一つに定まる。例えば、右図のような x の値を考えると、対応する y の値が一つに定まっている。よって、 y は x の関数である。



イに関して、どの x の値をとっても、 y の値は一つに定まる。例えば、右図のような x の値を考えると、対応する y の値が一つに定まっている。よって、 y は x の関数である。



ウに関して、どの x の値をとっても、 y の値は一つに定まる。例えば、右図のような x の値を考えると、対応する y の値が一つに定まっている。よって、 y は x の関数である。



エに関して、右図のような x の値を考えると、対応する y の値が三つある。よって、 y は x の関数ではない。

