

- (1) 一次関数  $y = -4x + 1$  において、 $y = 2$  であるとき、 $x$  を求めてください。

$y = -4x + 1$  の  $y$  に 2 を代入して、 $x$  に関する方程式を解く。

$$2 = -4x + 1$$

$$4x = 1 - 2$$

$$4x = -1$$

$$x = (-1) \times \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

- (2) 一次関数において、 $x = -3$  のとき  $y = -11$ 、 $x = 1$  のとき  $y = -3$  である。このとき、 $y$  を  $x$  の式で表してください。

一次関数の一般式  $y = ax + b$  に、 $x = -3$ 、 $y = -11$  と  $x = 1$ 、 $y = -3$  をそれぞれ代入して、連立方程式を解く。

$$\begin{cases} -11 = -3a + b & \dots \textcircled{1} \\ -3 = a + b & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

② に代入して、

$$-3 = 2 + b$$

$$-3 - 2 = b$$

$$b = -5$$

よって、 $y = 2x - 5$

加減法で ① - ② より、

$$-8 = -4a$$

$$4a = 8$$

$$a = \frac{8}{4}$$

$$a = 2$$

- (3) 3つの数量  $s$ 、 $t$ 、 $u$  がある。 $t$  は  $s$  の関数であり、 $u$  は  $t$  の関数である。この2つの関数について、関数の定義をもとに、**必ずしも正しいといえないものを次のア～エのうちから一つ選んでください。**

$t$  は  $s$  の関数であることから、 $s$  の値を決めると、 $t$  の値がただ一つに定まるため、**ア**は正しいといえる。

$u$  は  $t$  の関数であることから、 $t$  の値を決めると、 $u$  の値がただ一つに定まるため、**エ**は正しいといえる。

以上の2つのことから、 $s$  の値を決めると  $t$  の値が一つに定まり、そのときの  $t$  の値に応じて  $u$  の値も定まるため、**イ**も正しいといえる。

一方、 $u$  の値を決めても、 $t$  の値は一つに定まるとは限らない。同様に、 $t$  の値を決めても、 $s$  の値は一つに定まるとは限らない。よって、**ウ**は必ずしも正しいといえない。

- (4) 一次関数  $y = 2x + 2$  において、 $y$  が  $t$  であるとき、 $x$  を  $t$  を用いて表してください。

$y = 2x + 2$  の  $y$  に  $t$  を代入し、 $x = (\dots)$  の形に変形する。

$$t = 2x + 2$$

$$-2x = -t + 2$$

$$2x = t - 2$$

$$x = \frac{t - 2}{2}$$

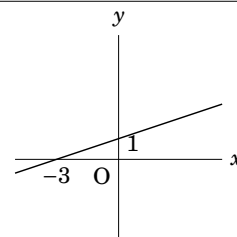
このことは、 $y = 2x - 6$  のグラフが、点  $\left(\frac{t-2}{2}, t\right)$  を通るということ

ことを意味する。

また、一般に「 $y$  を  $x$  を用いて表す」とは、「 $y = (x \text{ を含む式})$ 」の形にすることを意味する。

- (5) 右の図に、一次関数のグラフがかかっている。この一次関数の**切片**を答えてください。

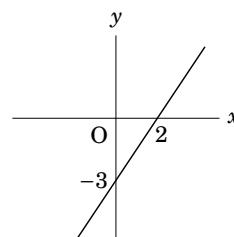
切片とは、直線と  $y$  軸との交点の  $y$  座標である。グラフから、一次関数のグラフは  $y$  軸と、点  $(0, 1)$  で交わっている。よって切片は 1。



- (6) 右の図に、一次関数のグラフがかかっている。この一次関数の**傾き**を答えてください。

直線上の2点の座標がわかれば、その2点間の変化の割合を求めることで、直線の傾きを求めることができる。グラフから、直線は2点  $(0, -3)$ 、 $(2, 0)$  を通っていることが読み取れる。

$$\begin{aligned} \text{傾き} = \text{変化の割合} &= \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} \\ &= \frac{0 - (-3)}{2 - 0} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$



グラフと座標軸との交点の座標を読み取ることに難しさを感じている人がいました。例えば (6) では、直線と  $x$  軸との交点に 2 と書いてあります。 $x$  軸上の点の  $y$  座標は 0 だから、直線と  $x$  軸との交点の座標は  $(2, 0)$ 。  
図に書いてある2つの数字 2、-3 から、 $(2, -3)$  などの座標を作り出さないように。

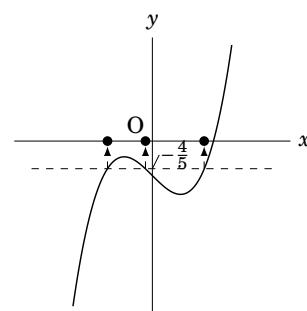
- (7) 右の図は、ある関数のグラフをかいたものである。この関数について、**誤っているものを次のア～エのうちから一つ選んでください。**

$-2 \leq x \leq 2$  で、 $y$  の値は  $-3$  から 1 の間を動くことから、 $y$  の変域は  $-3 \leq y \leq 1$  といえる。よって**ア**は正しい。

グラフが曲線のとき、変化の割合は一定でない。これはグラフ上から適当に2点を取ったとき、点を取る位置によって変化の割合が異なることから説明できる。よって**イ**は正しい。

グラフは  $y$  軸と、点  $(0, -1)$  で交わっており、これは、 $x = 0$  のとき  $y = -1$  であることを意味している。よって**ウ**は正しい。

**エ**に関して、 $y$  の値の一つ決めると、 $x$  の値もただ一つに定まると確認するため、 $y$  の値を適当に一つ決めてみる。ここで、 $y = -\frac{4}{5}$  あたりに設定すると、この  $y$  の値に対応する  $x$  の値が3つあることがグラフから読み取れる。よって、**エ**は誤り。



- (8) 右の図には、反比例  $y = \frac{3}{x}$  のグラフと、比例  $y = x$  のグラフがかかっている。 $y = \frac{3}{x}$  上に点  $A(1, 3)$ 、 $y = x$  上に点  $B(3, 3)$  をとるとき、線分  $AB$  の長さを求めてください。
- ただし、原点  $O$  から点  $(0, 1)$  および原点  $O$  から点  $(1, 0)$  の長さを  $1\text{cm}$  とする。

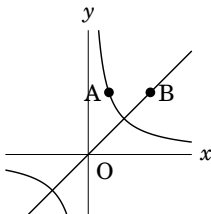
線分  $AB$  は  $x$  軸に平行である。このとき、線分の長さは、点  $A$  から点  $B$  までの  $x$  の増加量であり、

$$(\text{大きい方の } x \text{ 座標}) - (\text{小さい方の } x \text{ 座標})$$

で求めることができる。

$$\text{よって、} AB = 3 - 1 = 2(\text{cm}).$$

マス目を意識して数えることでも正解できる。ただし、増加量を意識して (大きい方の座標) - (小さい方の座標) によって求める方が、応用の幅が広い。



- (9) 右の図の 2 つのグラフの交点の座標を求めてください。

原点  $O$  と点  $(3, 1)$  を通る直線は、比例のグラフであり、傾きは  $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{1-0}{3-0} = \frac{1}{3}$ 。よって  $y = \frac{1}{3}x$ 。もう一方の直線は、2 点  $(0, 2)$ 、 $(3, 0)$  を通っている。 $y$  軸との交点から切片が 2 であることがわかり、傾きは  $\frac{2-0}{0-3} = -\frac{2}{3}$  である。よって  $y = -\frac{2}{3}x + 2$ 。

交点の座標を求めるためには、2 つのグラフの式の連立方程式を解けばよい。交点とは、いずれの関係式も満たす  $x$ 、 $y$  の組だからである。

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x & \dots \textcircled{1} \\ y = -\frac{2}{3}x + 2 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

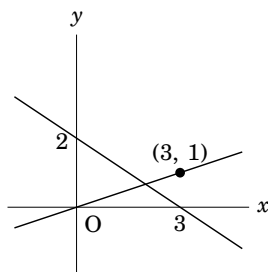
代入法から、②の  $y$  に①を代入して、

$$\frac{1}{3}x = -\frac{2}{3}x + 2$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x = 2$$

$$x = 2$$

①に代入して、 $y = \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$ 。よって、交点の座標は  $(2, \frac{2}{3})$ 。



- (10) 右の図のように、直線  $y = 2x + 1$  と直線  $y = -\frac{1}{2}x + 3$  がある。 $x$  軸上に点  $P$  をとり、 $P$  を通り  $y$  軸に平行な直線と、直線  $y = 2x + 1$ 、直線  $y = -\frac{1}{2}x + 3$  との交点をそれぞれ点  $A$ 、 $B$  とする。線分  $AB$  の長さが 5 となるときの点  $P$  の  $x$  座標を求めてください。

ただし、点  $P$  の  $x$  座標を  $t$  とおき、 $AB$  の長さに関する方程式を立てることによって求めること。

また、点  $P$  の  $x$  座標は正とする。

3 点  $A$ 、 $B$ 、 $P$  の  $x$  座標は同じであるから、点  $P$  の  $x$  座標を  $t$  としたとき、点  $A$ 、 $B$  の  $x$  座標も  $t$  となる。点  $A$  は直線  $y = 2x + 1$  上の点であるから、 $x$  に  $t$  を代入して、 $y$  座標は  $2t + 1$  と表せる。同様に、点  $B$  は直線  $y = -\frac{1}{2}x + 3$  上の点であるから、 $x$  に  $t$  を代入して、 $y$  座標は  $-\frac{1}{2}t + 3$  と表せる。

点  $P$  の座標が正であることから、点  $B$  の  $y$  座標よりも点  $A$  の  $y$  座標の方が大きく、線分  $AB$  は  $y$  軸に平行であるから、 $AB$  の長さは  $t$  を用いて、

$$(\text{大きい方の } y \text{ 座標}) - (\text{小さい方の } y \text{ 座標}) = (2t + 1) - \left(-\frac{1}{2}t + 3\right)$$

と表せる。

この長さが 5 になればよいから、

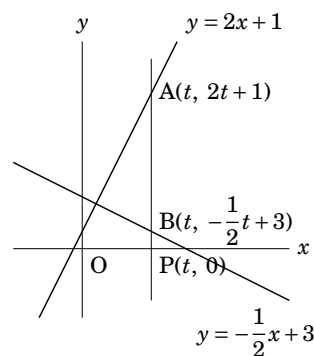
$$(2t + 1) - \left(-\frac{1}{2}t + 3\right) = 5$$

$$2t + 1 + \frac{1}{2}t - 3 = 5$$

$$\frac{5}{2}t = 7$$

$$t = 7 \times \frac{2}{5}$$

$$t = \frac{14}{5}$$



入試の難易度の高い問題はこのような形式である。座標を文字で置いて解き進めれば、たいていの問題は答えに辿り着くことができる。

直線の式の求め方は、第 1 回の詳解に書いた通りいくつかの方法がある。原点  $O$  と点  $(3, 1)$  を通る直線は、比例の一般式  $y = ax$  に  $x = 3$ 、 $y = 1$  を代入して、 $1 = 3a$  から  $a = \frac{1}{3}$  を求めてもよい。2 点  $(0, 2)$ 、 $(3, 0)$  を通る直線の式に関しても、切片が 2 であることを読み取れた場合には、 $y = ax + 2$  として、もう一つの点  $(3, 0)$  から  $x = 3$ 、 $y = 0$  を代入し、 $0 = 3a + 2$  から  $a = -\frac{2}{3}$  と求めることができる。または、一次関数の一般式  $y = ax + b$  に、 $x = 0$ 、 $y = 2$

と  $x = 3$ 、 $y = 0$  をそれぞれ代入して、連立方程式  $\begin{cases} 2 = 0a + b \\ 0 = 3a + b \end{cases}$

を解けば、 $a = -\frac{2}{3}$ 、 $b = 2$  と求められる。

(11) 次の文章について、正しい記述をア～エのうちから一つ選んでください。

ボール径 0.3mm のボールペン A とボール径 0.6mm のボールペン B があります。ボールペン A で 1m の線を引くと、インクを 1mL 使います。ボールペン B で 1m の線を引くと、インクを 2mL 使います。

関数の定義をもとに、一方の値を決めたときに他方の値が決まるかどうかを考える。

アに関して、「ボールペン A で引いた線の長さ (x)」が大きくなれば、その分「ボールペン A のインクの使用量 (y)」は増えるため、関数関係にあり、アは誤り。例えば、ボールペン A で 3m の線を引くと、ボールペン A のインクを 3mL 使うと考えられる。具体的な関係式は  $y = x$ 。

イに関して、「ボールペン B で引いた線の長さ (x)」が大きくなれば、その分「ボールペン B のインクの使用量 (y)」は増えるため、関数関係にあり、イは誤り。例えば、ボールペン B で 3m の線を引くと、ボールペン B のインクを 6mL 使うと考えられる。具体的な関係式は  $y = 2x$ 。

ウに関して、「ボールペン A のボール径 (x)」が大きくなれば、その分「ボールペン A のインクの使用量 (y)」は増えるため、関数関係にあり、ウは誤り。このことは、ボール径 0.3mm のボールペン A のインクの使用量と、ボール径 0.6mm のボールペン B のインクの使用量を比較すれば予想できる。例えば、ボールペン A のボール径が 0.9mm になると、線を 1m 引いたときのインクの使用量は 3mL になると考えられる。具体的な関係式は、 $y = \frac{10}{3}x$ 。

エに関して、「ボールペン A のボール径」を決めても、「ボールペン B のインクの使用量」は決まらないため、関数関係になく、エは正しい。「ボールペン B のインクの使用量」に影響を及ぼす数量は、「ボールペン B で引いた線の長さ」か「ボールペン B のボール径」。

(12) 次の文章中の 2 つの数量を選び、関数関係を式に表してください。

ただし、例を参考に、2 つの数量はア～エのうちから記号で選び、どの数量を文字  $x$ ,  $y$  としたか示したうえで、 $y$  を  $x$  の式で表してください。

また、正答は複数個あり、そのうちのいずれを答えても正解です。

ある赤色の絵の具 R をある布 C の上に 1mL たらすと、面積  $2\pi\text{cm}^2$  の円状に広がります。最大容量 10mL のスポイトを使って、8mL の絵の具 R を布 C の上にたらしたら、半径 4cm の円ができました。

まずは、ア～エのうち関数関係にある 2 つの数量を見つける。

ウの「スポイトの最大容量」は、他の数量と関数関係にない。例えば、スポイトの最大容量が 10mL であっても 30mL であっても、絵の具 R を 1mL たらすと面積  $2\pi\text{cm}^2$  の円状に広がる。

一方、他のア、イ、エの数量であれば、どの組み合わせを選んでも、それぞれ関数関係にある。

例えば、アとイに関して、絵の具 R を 2mL たらすと、布 C に広がる円形の面積は  $4\pi\text{cm}^2$  になると考えられる。具体的な関係式は、アを  $x$ , イを  $y$  とすれば  $y = 2\pi x$  であり、イを  $x$ , アを  $y$  とすれば  $y = \frac{1}{2\pi}x$  である。

アとエに関して、絵の具 R を 2mL たらすと、布 C に広がる円形の面積が  $4\pi\text{cm}^2$  となることから、半径は 2cm であると考えられる。具体的な関係式は、アを  $x$ , エを  $y$  とすれば  $y = \sqrt{2x}$ , エを  $x$ , アを  $y$  とすれば、 $y = \frac{1}{2}x^2$  である。

イとエに関して、布 C に広がる円形の半径が 3cm であれば、円形の面積は  $9\pi\text{cm}^2$  になる。具体的な関係式は、イを  $x$ , エを  $y$  とすれば  $y = \sqrt{\frac{1}{\pi}x}$  であり、エを  $x$ , イを  $y$  とすれば  $y = \pi x^2$  である。

解答一覧は解答用紙を参照してください。

ア、イ、エの数量であれば、どの組み合わせを選んでも、それぞれ関数関係にあったが、今回の問題では、選ぶ数量によって関係式が難しくなるため、いくつかの関数関係の候補を見つけ出すことが必要であったかもしれない。

解答欄の真下に円周率  $\pi$  について書いてあったが、 $\pi$  をつけ忘れた人がいました。問題は全体を見るようにして、情報の見落としがないようにしましょう。

(13) 比例定数  $a$  を  $1 \leq a < 3$  の範囲で決定したとき、反比例  $y = \frac{a}{x}$  のグラフはどのようにかけるか。次のア～エのうちから一つ選んでください。

ただし、点線は  $y = \frac{3}{x}$  および  $y = -\frac{3}{x}$  のグラフである。

比例定数  $a$  を  $1 \leq a < 3$  の範囲で決定するということは、比例定数  $a$  は正になる。そのため、反比例  $y = \frac{a}{x}$  のグラフは右上と左下にかかる。

また、比例定数  $a$  が小さくなるほど、反比例のグラフは原点に近づく。このことは、 $y = \frac{1}{x}$  と  $y = \frac{4}{x}$  などの具体例で、 $x = 1$  などの値を調べてみればわかる。

グラフが右上と左下にあり、点線のグラフ  $y = \frac{3}{x}$  よりも原点に近いアが正解。

なお、各選択肢に実線がかかっているグラフは、

$$\text{ア} : y = \frac{1}{x} \quad (1 \leq a < 3)$$

$$\text{イ} : y = \frac{5}{x} \quad (a \geq 3)$$

$$\text{ウ} : y = -\frac{1}{x} \quad (-3 < a \leq -1)$$

$$\text{エ} : y = -\frac{5}{x} \quad (a \leq -3)$$

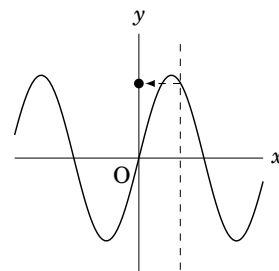
である。

この問題では比例定数が  $a$  という文字によって示されていて、そのままでは具体的なグラフをかいてみるができない。こういうときに、例えば  $a = 1$  のときにはどんなグラフになるのか、 $a = 2$  のときにはどんなグラフになるのか、 $a = 4$  のときには…と具体的な数字で実験してみることは、数学の問題を解く上で大切な考え方になる。

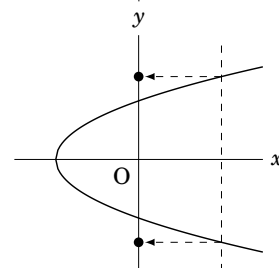
(14) 次のア～エのグラフのうち、関数の定義に照らして、「 $y$  は  $x$  の関数である」といえないものを一つ選んでください。

$y$  が  $x$  の関数であるとき、 $x$  の値を決めると  $y$  の値がただ一つに定まる。それぞれの選択肢のグラフで、 $x$  の値を適当に決めて、対応する  $y$  の値が一つに定まるか二つ以上になるか確認していく。

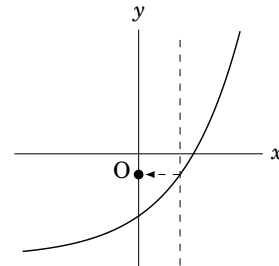
アに関して、どの  $x$  の値をとっても、 $y$  の値は一つに定まる。例えば、右図のような  $x$  の値を考えると、対応する  $y$  の値が一つに定まっている。よって、 $y$  は  $x$  の関数である。



イに関して、右図のような  $x$  の値を考えると、対応する  $y$  の値が二つある。よって、 $y$  は  $x$  の関数ではない。



ウに関して、どの  $x$  の値をとっても、 $y$  の値は一つに定まる。例えば、右図のような  $x$  の値を考えると、対応する  $y$  の値が一つに定まっている。よって、 $y$  は  $x$  の関数である。



エに関して、どの  $x$  の値をとっても、 $y$  の値は一つに定まる。例えば、右図のような  $x$  の値を考えると、対応する  $y$  の値が一つに定まっている。よって、 $y$  は  $x$  の関数である。

