



「中学数学の関数領域における縦断的認知診断モデルの適用」として卒業研究を行った小島楓です。山口先生にご指導いただきました。



論文本文の章構成はこのようになっており、今回の発表もこの 6 個のセクション、「問題と目的」「認知診断モデル」「予備的検討」「研究 1」「研究 2」「総合考察」の流れに沿って進めます。



まずは問題と目的について。



本研究で提示する問題は大きく 4 つに分けられます。



1 つ目は中学数学の重要性です。



そして、2 つ目は関数教育の重要性です。



関数教育の重要性を受けて、グラフ電卓を活用したり、数式、表、グラフ、など表現形式間の変換を練習したり、具体的な事柄と数学的な表現を結び付ける練習をしたりという、関数理解を促進するための教育実践が提案されています。



そのような教育実践に加えて確認テストが行われています。「このテストを学習改善に活用すること」が 3 つ目です。



そして最後の 4 つ目は、認知診断モデル、Cognitive Diagnosis Model、CDM です。



CDM は、個人の学習上の強みや弱みの推定が可能であり、テスト活用に資するテストモデルです。しかしながら、実践例が少なく、実証的な知見が不足しています。実践例の不足は特に、縦断的 CDM で顕著です。



これまで見てきた、中学数学、関数教育、テスト活用、認知診断モデルの 4 つの側面の問題から、本研究の目的は次のような 2 つになります。



1 つ目は、実証的知見の蓄積です。中学校における数学教育や関数教育においてテストを有効に活用するために、テスト開発からフィードバックまで CDM を包括的に実践し、CDM を用いた教育改善について実証的な知見を蓄積します。2 つ目は、CDM 実践の効果と困難の検討です。中学数学の関数領域において 3 時点に渡るテストを縦断的 CDM により分析することで、CDM に基づくフィードバックによる学習向上の効果と、現状の CDM 実践における困難を検討します。



続いて、認知診断モデルについて簡単に紹介します。認知診断モデルで重要な概念があります。

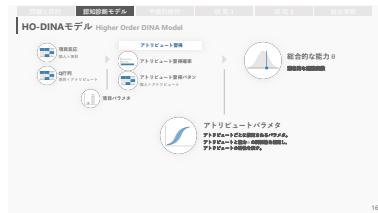




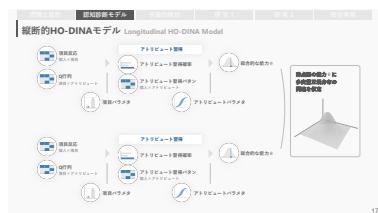
それがアトリビュートです。アトリビュートは、「学習領域の理解に必要とされ、テスト項目の正答に要求される認知的要素」と定義できます。よく例としてあげられるものとして、分数同士の足し算引き算の学習領域では、整数同士の足し算、整数同士の引き算、通分、そして約分の 4 つのアトリビュートが想定できると考えられます。



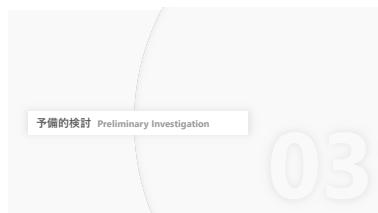
最も簡略な CDM の 1 つに、DINA モデルがあります。DINA モデルでは、問題項目に対する個人の反応「項目反応」と、問題項目がどのようなアトリビュートを要求しているか表す行列「Q 行列」から、「項目パラメタ」を介して、個人のアトリビュート習得状況を推定します。



この DINA モデルをもとにした、高次 DINA モデル、higher order DINA モデル、HO-DINA モデルがあります。HO-DINA モデルでは、アトリビュート習得の情報から、さらにアトリビュートパラメタを介して、潜在的な連続変数である「総合的な能力」 $\theta$  パラメタを推定します。この HO-DINA モデルは、本研究の研究 1 で使用します。



さらに HO-DINA モデルの「 $\theta$  パラメタ」に対して、各時点の  $\theta$  パラメタが多変量正規分布に従うことを仮定することで、時点間の関連を設定したものが縦断的 HO-DINA モデルです。このモデルは、研究 2 で使用します。



予備的検討ではテストを開発しました。



テスト開発はアトリビュートの作成と、テスト問題項目の作成からなり、テスト開発段階は、分析結果の解釈の妥当性を高めるために重要です。



そのため、予備的検討の目的は、本研究で使用するアトリビュートと問題項目を作成し、その手続きについて考察することです。



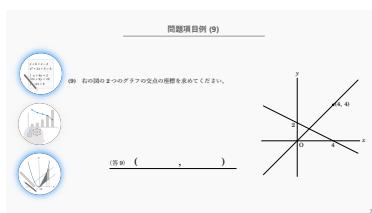
文献調査と専門家等との協議を通してテストを開発しました。



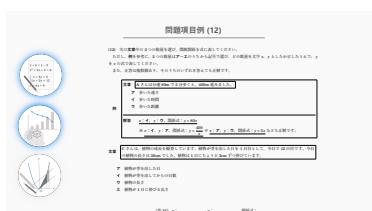
具体的な流れとしては、まず、研究協力先の学習塾と相談し、参加者数とテスト実施時間の目安を設定しました。これは、アトリビュートの個数や問題項目数の見当をつけるためです。その後、まずはアトリビュートに関して、文献調査を行い、アトリビュートの候補を作成しました。大学教員との協議を経て、アトリビュートを設定しました。ここから問題項目の作成とアトリビュート定義の作成を同時に行いました。それぞれ候補を作成し、専門家等との協議を繰り返しました。



このような手続きを通して作成されたアトリビュートがこちらです。代数的手手続きの理解、関数的思考の理解、直交座標上での表現の理解。定義を読むより、実際の問題項目がある方が理解しやすいと思います。



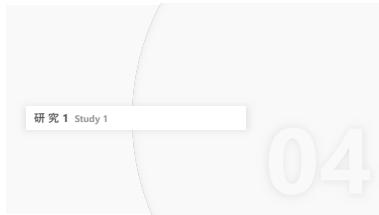
この項目 9 では、2 直線の交点の座標を求める必要があります。直交座標上で、交点の座標は、それぞれの直線の式の連立方程式の解であるという、交点の意味を理解している必要があるため、正答するためには、3 つ目のアトリビュート「直交座標上での表現の理解」が必要です。また、実際に連立方程式を解く必要があるため、1 つ目のアトリビュート「代数的手手続きの理解」も必要です。



また、この項目 12 では、文章を読み、書かれている関数関係を関係式に表すことを要求しています。ここで、関数関係を読み取る必要があるため、2 つ目のアトリビュート「関数的思考の理解」が必要です。また、実際に自分で変数を設定し、関係式を立てる必要があるため、1 つ目のアトリビュート「代数的手手続きの理解」も必要です。



21  
22  
23  
24  
25  
26  
27



開発したテストを使用して、研究を進めていきます。



研究 1 では、第 1 回テストの結果に横断的 CDM を適用します。



研究 1 の目的は、作成したアトリビュートの内容と、問題項目の内容や難易度、およびそれらと各種パラメタとの関連について検討することです。



第 1 回テストには、中学生 61 名が参加しました。予備的検討で作成した 14 項目からなるテストでした。分析には HO-DINA モデルを使用し、JAGS によるベイズ推定を行いました。分析後にはフィードバックコンテンツを配布しました。

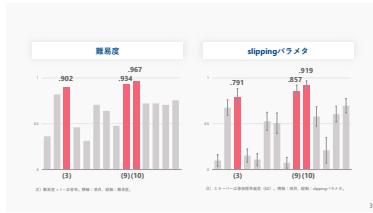


テストの結果、平均正答数は 4.51 問でした。

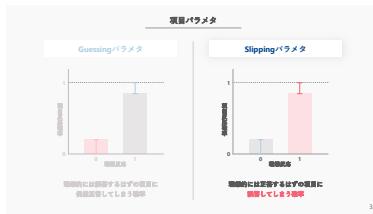


難易度が高かった要因として、分数混じりの項目を設定したことや、未習事項への知識の応用を要求する項目を設定したことが考えられます。

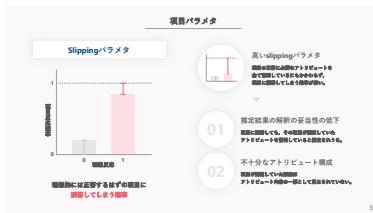




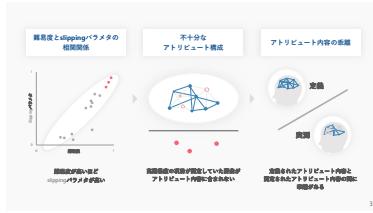
また、各種パラメタに関する結果は、今回の発表では、難易度と slipping パラメタに注目します。難易度の高かった項目は(3), (9), (10)であり、slipping パラメタが高かった項目も(3), (9), (10)でした。



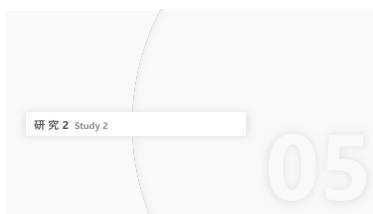
この結果の解釈に先立ち、slipping パラメタについて説明します。項目パラメタである slipping パラメタは、理想的には正答できるはずの項目に、誤答してしまう確率を表します。



slipping パラメタが高いということは、項目の正答に必要なアトリビュートを全て習得しているにもかかわらず、項目に誤答してしまう確率が高いことを意味します。逆に言うと、項目に誤答しても、その項目が測定していたアトリビュートを習得していると推定されることになり、その項目が測定していた要素はアトリビュート内容の一部として見なされていないということになります。



そこで、難易度が高い項目で slipping パラメタも高く推定された今回の結果から、難易度の高い項目が測定していた要素がアトリビュート内容に含まれず、定義されたアトリビュート内容と、測定されたアトリビュート内容の間に乖離があることが示唆されました。



続いて、研究 2 です。



研究 2 では、第 2 回テスト、第 3 回テストの結果に縦断的 CDM を適用します。



目的は、CDMに基づくフィードバックによる学習向上の効果を検討することになります。



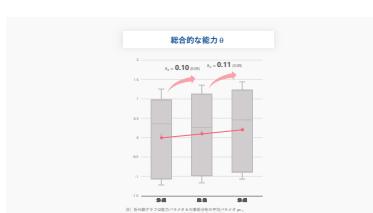
発表では、第3回テストに注目します。第3回テストには、中学生42名が参加しました。問題項目は、第1回テストの類題からなる14項目でした。総合的HO-DINAモデルによって分析し、分析後にはフィードバックコンテンツを配布しました。



テストの結果、平均正答数は4.51問から、5.56問、6.33問と、わずかに上昇しました。

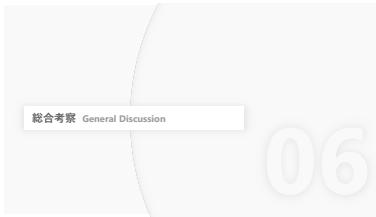


また、θパラメタは、0.1ほどずつ増加していましたが、これは大きな増加とは言えません。



ここから、CDM実践の課題を考察できます。1つ目に、学習向上の効果が小さいことです。2つ目は、フィードバック方法を検討する必要があることです。本研究ではフィードバックコンテンツを配布していましたが、それだけでは十分な学習向上の効果が得られないといえます。





本研究の目的は、実証的知見の蓄積と、CDM 実践の効果と困難の検討でした。

本研究の参加者は 42 名、項目数は 14 項目でした。これは現実的な CDM の利用状況をよく再現しています。しかしながら、参加者数や項目数が少なく、分析のための情報量が不足するこのような状況では、実際に測定されるアトリビュートの内容は各種パラメタや受験者層と密接に関連し、分析結果があらゆる分析設定に敏感でした。このことは、分析結果の解釈を難しくしていると同時に、実際に測定されるアトリビュート内容を意図通りに構成することが困難であることを意味しています。



テスト作成者にとって、作問意図をうまく反映してくれないモデルでは、使いたいと思えません。CDM の有効な実践のための展望として、教育機関内で CDM 実践のデータやノウハウを蓄積しておくことが考えられます。蓄積されたデータやノウハウを参考にテストを開発したり、分析の際に過去のデータを投入することで、質の高いテストの開発や分析の実現が期待できます。また、CDM 実践研究を通して、質の高い問題項目プールを構築しておくことで、CDM 実践におけるテスト開発段階の負担を軽減することも考えられます。



本研究の CDM 適用の結果、学習向上の効果が大きくありませんでした。一方で、CDM 適用から得られる情報は、有用なフィードバックに寄与すると考えられました。CDM の十分な学習改善の効果を得るために、冒頭に紹介したグラフ電卓の活用など、他の教育実践との併用が必要であることが確認できました。

**総合考察 General Discussion**

本会議室	議題別会議室による議論会場
 実習用会議室の運営   COM委員会の運営問題	 議題別会議室による議論会場   学習向上会議室が小さい   他の議題別会議室との連携   フィードバックに有益な情報
 実習用会議室の運営   COM委員会の運営問題	 議題別会議室による議論会場   学習向上会議室が小さい   他の議題別会議室との連携   フィードバックに有益な情報
 実習用COM委員会の運営   14 視聴	 議題別会議室による議論会場   フィードバックに有益な情報
 データやノウハウの蓄積   問題項目一覧の確認	 COM委員会への要望   データやノウハウの蓄積   問題項目一覧の確認

引用文献 References

- 野村 邦裕 (2018). カラーリングで学ぶ! 乗算と除算の基礎。小学館の第一線で実践する! おもてなし数学。小学館。学年別問題集。小1・2編。22-23頁。<http://doi.org/10.24324/2429-049X.978135100001>

Yoshimura, K. (2018). Learning by understanding: The role of multiple representations in learning algebra. *Australian Educational Researcher*, 34(4), 442-462.

Yoshimura, K., & Hwang, J. (2018). How do students learn multiplication? Evidence from three studies. <https://doi.org/10.1080/03055698.2018.1454621>. *Educational Psychology in Practice*, 32(2), 197-212. DOI: 10.1080/03055698.2018.1454621

野村 邦裕 (2019)。小学校一年生による計算問題の解法。『算数の教科書』。国際教科書出版社。学年別問題集。小1編。20-21頁。

Yoshimura, K. (2019). How do first grade students solve arithmetic problems? *National Academy of Education Annual Report*, 2019, 20-21.

Yoshimura, K., & Hwang, J. (2019). Arithmetic word problem solving: Effects of reading comprehension and arithmetic knowledge. *Journal of Numerical Cognition*, 5(1), 1-12.

Yoshimura, K., & Hwang, J. (2019). How do first grade students solve word problems? A study of relations between reading comprehension and arithmetic word problem solving. *Journal of Numerical Cognition*, 5(1), 13-28.

Yoshimura, K., & Hwang, J. (2019). An alternative reform to the function. *Educational Studies in Mathematics*, 101(2), 203-221.

Yoshimura, K., & Hwang, J. (2019). How do first grade students learn the concept of related number operations based on their reading comprehension? *Educational Psychology in Practice*, 33(2), 151-168.

Yoshimura, K., & Hwang, J. (2019). How do first grade students learn multiplication? The case of master mathematics achievement. *The Journal of Educational Research*, 111(1), 2-17. <https://doi.org/10.1080/03022939.2019.1646424>

10

The screenshot shows the 'G Suite Classroom' section of the 'Google Classroom' page. It includes a 'Create Class' button, a 'Recent Classes' list, and a 'Classroom Help' link.