平成29年　電磁気学II　第1回小テスト

大山主朗

1　以下の (a) 及び (b) に示す物理定数は電磁気学を修めた者であれば常識的に覚えていなければならない数値である．それぞれの値を示せ．

(a) 真空の誘電率 $\varepsilon_0 : 8.854 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$

(b) 真空の透磁率 $\mu_0 : 1.257 \times 10^{-6}\,\mathrm{H/m}$

(c) 電子の電荷 $e : -1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$

(d) 電子の静止質量 $m : 9.109 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$

2　一辺の長さ a の正方形がある．点 A に $+q[\mathrm{C}]$，点 B に $+2q[\mathrm{C}]$，点 C に $-3q[\mathrm{C}]$，点 D に $-4q[\mathrm{C}]$，が点 O に $5q[\mathrm{C}]$ の点電荷が存在するとき，点 O にある電荷にはたらく力 F の大きさを求めよ．ただし，$q > 0$ とする．

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{F}_A &= \frac{5q^2}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{a^2}{2^2}+\frac{a^2}{2^2}\right)^{3/2}}\left(\frac{a}{2}\boldsymbol{i}-\frac{a}{2}\boldsymbol{j}\right)\\
\boldsymbol{F}_B &= \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{a^2}{2^2}+\frac{a^2}{2^2}\right)^{3/2}}\left(\frac{a}{2}\boldsymbol{i}+\frac{a}{2}\boldsymbol{j}\right)\\
\boldsymbol{F}_C &= \frac{-3q^2}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{a^2}{2^2}+\frac{a^2}{2^2}\right)^{3/2}}\left(-\frac{a}{2}\boldsymbol{i}-\frac{a}{2}\boldsymbol{j}\right)\\
\boldsymbol{F}_D &= \frac{-4q^2}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{a^2}{2^2}+\frac{a^2}{2^2}\right)^{3/2}}\left(-\frac{a}{2}\boldsymbol{i}+\frac{a}{2}\boldsymbol{j}\right)\\
\boldsymbol{F} &= \boldsymbol{F}_A+\boldsymbol{F}_B+\boldsymbol{F}_C+\boldsymbol{F}_D\\
&= \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{a^2}{2^2}+\frac{a^2}{2^2}\right)^{3/2}}\left\{\left(\frac{5}{2}a+a+\frac{3}{2}a+2a\right)\boldsymbol{i}+\left(-\frac{5}{2}a+a+\frac{3}{2}a-2a\right)\boldsymbol{j}\right\}\\
&= \frac{\sqrt{2}q^2}{2\pi\varepsilon_0 a^2}\left(7\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}\right)\\
|\boldsymbol{F}| &= \frac{\sqrt{2}q^2}{2\pi\varepsilon_0 a^2}\sqrt{7^2+(-2)^2}\\
&= \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 a^2}\sqrt{106}\,[\mathrm{N}]
\end{aligned}
$$

3　**一辺の長さ a の正方形がある．点 B に $+m$[Wb]，点 C に $-3m$[Wb]，点 D に $+2m$[Wb]，点 O に $-m$[Wb] の点磁荷が存在するとき，点 A にできる磁界 H の大きさを求めよ．ただし，$m > 0$ とする．**

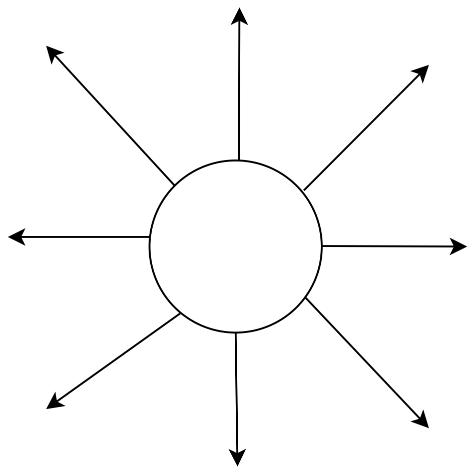
$$\boldsymbol{H}_O =$$
$$\boldsymbol{H}_A = \boldsymbol{H}_O + \boldsymbol{H}_B + \boldsymbol{H}_C + \boldsymbol{H}_D$$

4　**真空中に単磁荷 m が存在する．ただし $m < 0$ とする．このとき以下の問いに答えよ．**

(a) 点磁荷 m が，距離 r の位置に作る磁界 H を求めよ．

$$H = \frac{m}{4\pi\mu_0 r^2}\,[\mathrm{A/m}]$$

(b) 点磁荷 m が作る磁界の様子を磁力線を用いて図示せよ．



(c) 点磁荷 m から距離 r の位置における磁束密度 B を求めよ．

$$B = \mu_0 H = \frac{m}{4\pi r^2}\,[\mathrm{T}]$$

(d) 点磁荷 m から距離 r の位置を通過する磁束 Φ を磁束密度 B より求めよ．

$$\Phi = BS = m\,[\mathrm{Wb/m}]$$

5 **xy 直交座標系において，同量異符号の点磁荷 $\pm m$ が距離 l に固定された磁気双極子が存在する．このとき以下の問いに答えよ．ただし，x 方向の基準ベクトルを $\boldsymbol{i}$，y 方向の基準ベクトルを $\boldsymbol{j}$ とする**

(a) 点 A に存在する磁荷 $-m$ が点 $\mathrm{P}(x_0, y_0)$ に作る磁界 $\boldsymbol{H}_1$ を求めよ．

$$\boldsymbol{H}_1 = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{-m}{\left(\left(x_0+\frac{l}{2}\right)^2+y_0^2\right)^{3/2}}\left\{\left(x_0+\frac{l}{2}\right)\boldsymbol{i}+y_0\boldsymbol{j}\right\}\ [\mathrm{A/m}]$$

(b) 点 B に存在する磁荷 $+m$ が点 $\mathrm{P}(x_0, y_0)$ に作る磁界 $\boldsymbol{H}_2$ を求めよ．

$$\boldsymbol{H}_2 = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{m}{\left(\left(x_0-\frac{l}{2}\right)^2+y_0^2\right)^{3/2}}\left\{\left(x_0-\frac{l}{2}\right)\boldsymbol{i}+y_0\boldsymbol{j}\right\}\ [\mathrm{A/m}]$$

(c) 点 P での磁界 $\boldsymbol{H}$ を求めよ．

$$\begin{aligned}\boldsymbol{H} &= \boldsymbol{H}_1+\boldsymbol{H}_2\\ &= \frac{m}{4\pi\mu_0}\left[\frac{-1}{\left(\left(x_0+\frac{l}{2}\right)^2+y_0^2\right)^{3/2}}\left\{\left(x_0+\frac{l}{2}\right)\boldsymbol{i}+y_0\boldsymbol{j}\right\}+\frac{1}{\left(\left(x_0-\frac{l}{2}\right)^2+y_0^2\right)^{3/2}}\left\{\left(x_0-\frac{l}{2}\right)\boldsymbol{i}+y_0\boldsymbol{j}\right\}\right]\ [\mathrm{A/m}]\end{aligned}$$

(d) 磁気双極子モーメント $\boldsymbol{M}$ を求めよ．

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M} &= m\boldsymbol{l}\\ &= ml\boldsymbol{i}\,[\mathrm{Wb\cdot m}]\end{aligned}$$

(e) 点 P が原点 O より十分遠方にあると仮定すると，$\sqrt{(x_0-l/2)^2+y_0^2}\simeq\sqrt{x_0^2-y_0^2}$ 及び $\sqrt{(x_0+l/2)^2+y_0^2}\simeq\sqrt{x_0^2+y_0^2}$ と近似できる．このことを用いて (c) にて得た磁界 $\boldsymbol{H}$ を簡略化せよ．

$$\boldsymbol{H}\simeq-\frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{m}{(x_0^2+y_0^2)^{3/2}}\boldsymbol{i}\,[\mathrm{A/m}]$$

(f) y 方向に一様な磁界 $\boldsymbol{H}_0$ が存在するとき，磁気双極子にはたらくトルク T を求めよ．

$$\begin{aligned}\boldsymbol{T} &= \boldsymbol{M}H_0\sin\theta\\ &= ml\boldsymbol{i}\sin\frac{\pi}{2}\\ &= ml\boldsymbol{i}\\ |\boldsymbol{T}| &= ml\,[\mathrm{Wb\cdot m}]\end{aligned}$$

6　磁化されていない強磁性体に磁界 H を外部から印加し，強磁性体内部での磁束密度 B を観測すると，図 3 に示すような結果が得られた．このとき，図中の行程 1: 点 $\mathrm{O} \to$ 点 P_1，行程 2: 点 $\mathrm{P}_1 \to$ 点 P_2，行程 3: 点 $\mathrm{P}_2 \to$ 点 P_3，行程 4: 点 $\mathrm{P}_3 \to$ 点 P4，行程 5: 点 P4 $\to$ 点 P_5，行程 6: 点 $\mathrm{P}_5 \to$ 点 P6，行程 7: 点 $\mathrm{P}_6 \to$ 点 P1 の 7 つの行程に着目して，測定結果を説明せよ．

7　強磁性体，常磁性体，反磁性体の 3 つの磁性体の性質を，比透磁率と磁化率を用いて説明せよ．

強磁性体は磁化率が 0 よりかなり大きく，透磁率が 1 よりかなり大きい磁性体を指す．そのため，磁界と同じ方向に磁化され，その大きさも大きい．

常磁性体は磁化率が 0 より大きく，透磁率は 1 未満の磁性体を指す．そのため，磁界と同じ方向に磁化され，その大きさは大きくない．

反磁性体は磁化率が 0 よりかなり小さく，透磁率が 1 よりかなり小さい磁性体を指す．そのため，磁界と逆方向に磁化され，その大きさは小さい．