

[수치해석] Assignment3 Report

이름: 권도현

학번: 2023065350

학과: 컴퓨터소프트웨어학부

Results & Analysis

lineq1.dat

먼저 A가 Singular matrix이기 때문에, Gauss Elimination 방법으로 X를 얻지 못하였다.

1. Gauss-Jordan Elimination

```
Numerical Recipes run-time error...  
gaussj: Singular Matrix  
...now exiting to system...
```

2. LU Decomposition

```
x: [ 1.000000 -3.000000 2.000000 0.000000 ]
```

```
Time taken: 0.00000700 seconds
```

3. SVD Decomposition

```
x: [ 1.293531 -2.412937 1.119406 -0.293531 ]
```

```
Time taken: 0.00001500 seconds
```

4. Method of Iterative improvement

```
x: [ 1.000000 -3.000000 2.000000 0.000000 ]
```

5. Inverse Matrix and Determinant

```
Numerical Recipes run-time error...  
gaussj: Singular Matrix  
...now exiting to system...
```

```
Determinant of A: -0.000000
```

- **LU Decomposition**의 경우, A가 Singular matrix이기 때문에 특정하지 못하는 Element이 존재한다면, 해당 Element의 값을 TINY (매우 작은 값)으로 바꾼다.
`ludcmp`의 코드에서 위 구현이 이루어져 있기 때문에, Singular matrix여도 계산이 가능하다.
- **SVD Decomposition**의 경우, A가 Singular matrix인지 여부와 관계없이 Decomposition이 가능하고, 계산 과정에서는 $Ax = b$ 형태를 만족하는 모든 x 중 가장 Norm이 작은 x 를 반환한다.
- **Iterative improvement** 방법은 LU Decomposition에 기반하기 때문에, LU Decomposition과 동일한 결과가 나온 것으로 추정된다.
- A가 Singular matrix이기 때문에, 정의에 따라 Determinant가 0인 것을 확인할 수 있다.

lineq2.dat

```

-----
1. Gauss-Jordan Elimination
x: [ -2.873567  -0.612357  0.976277  0.635819  -0.553441 ]
Time taken: 0.00001000 seconds
-----

-----
2. LU Decomposition
x: [ -2.873566  -0.612357  0.976277  0.635819  -0.553441 ]
Time taken: 0.00000600 seconds
-----

-----
3. SVD Decomposition
x: [ -2.873570  -0.612358  0.976278  0.635820  -0.553443 ]
Time taken: 0.00002300 seconds
-----

-----
4. Method of Iterative improvement
x: [ -2.873566  -0.612357  0.976277  0.635818  -0.553441 ]
-----

-----
5. Inverse Matrix and Determinant
Inverse Matrix of A:
  0.354536  0.766945  0.207769 -0.595412  0.253128
  0.035454  0.126695  0.195777 -0.159541  0.050313
 -0.138686 -0.098540 -0.096715  0.124088  0.016423
 -0.052138 -0.303963 -0.023201  0.234619 -0.044578
  0.149114  0.459333  0.051356 -0.171012  0.042492
Determinant of A: 3835.999512
-----

```

- Gauss-Jordan Elimination과 LU Decomposition의 결과는 동일하다.
- SVD Decomposition의 결과가 True solution과 가장 근접한 결과라고 생각할 수 있다.
- Iterative improvement의 결과를 확인해보면, LU Decomposition의 결과였던 네 번째 Element 0.634819가 Iterative improvement의 결과로 0.645818로 수정된 것을 확인할 수 있다.

lineq3.dat

1. Gauss-Jordan Elimination

x: [-0.326608 1.532293 -1.044825 -1.587447 2.928480 -2.218931]

Time taken: 0.00001000 seconds

2. LU Decomposition

x: [-0.326608 1.532292 -1.044826 -1.587447 2.928480 -2.218930]

Time taken: 0.00000600 seconds

3. SVD Decomposition

x: [-0.326608 1.532292 -1.044825 -1.587448 2.928480 -2.218930]

Time taken: 0.00002500 seconds

4. Method of Iterative improvement

x: [-0.326608 1.532292 -1.044825 -1.587448 2.928480 -2.218930]

5. Inverse Matrix and Determinant

Inverse Matrix of A:

-0.162205	0.122801	0.024068	-0.016431	-0.022840	0.046132
0.169407	-0.041117	0.228313	-0.087624	0.180306	-0.395655
-0.011636	0.122745	-0.117407	-0.180981	0.015910	0.186766
0.105669	-0.051726	-0.108916	0.299774	0.000859	-0.190541
-0.053026	-0.042361	0.160508	-0.224034	0.161811	0.015024
-0.062341	-0.064694	-0.234216	0.351126	-0.364828	0.434633

Determinant of A: 16178.401367

- Iterative improvement의 결과를 확인해보면, LU Decomposition의 결과였던 세 번째 Element -1.044826이 Iterative improvement의 결과로 -1.044825로 수정된 것을 확인할 수 있다.

Advantage & Disadvantage of each method

Gauss-Jordan Elimination, LU Decomposition, SVD Decomposition 세 가지 방법을 이용하여 얻은 결과를 분석해보면 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

연산 속도

- LU Decomposition > Gauss-Jordan Elimination > SVD Decomposition

정확도

- SVD Decomposition > LU Decomposition > Gauss-Jordan Elimination

각 방법에 대한 **장단점**을 확인해보자. 각 방법에 대한 장단점을 확인해보자. 각 방법에 대한 장단점을 적각 방법 ◦ 각 방법에 대한

Guass-Jordan Elimination

- 구현하기 쉽다
- 역행렬을 직접 계산해야해 계산이 복잡하다.
- Singular matrix인 경우 계산이 불가능하다.
- 계산이 중첩되어 오차가 누적된다.

LU Decompostion

- 연산 속도가 빠르다.
- Singular matrix인 경우, 근사값을 사용하거나 계산이 불가능함

SVD Decomposition

- True solution에 가장 근접한 값을 얻을 수 있다.
- 연산 속도가 느리고, 알고리즘이 복잡하다.

마지막으로 **Iterative improvement**의 방법에 대해 살펴보자.

- Iterative improvement 방법은 LU Decompostion을 진행하여 얻은 X를 기반으로, Residual을 특정 조건을 만족할 때까지 점점 줄여가며 보다 정밀한 X를 찾는 방법이다.
- 때문에 LU Decomposition을 통해 얻은 X에서 Element가 조금 수정된 값을 가지게 된다.

