

**A – SỐ CÔ ĐƠN***Time limit: 2s**Memory limit: 512MB*

Minh có một dãy số rất đặc biệt gồm  $N$  phần tử, mỗi phần tử thứ  $i$  đều có thể tạo thành một cặp với phần tử thứ  $j$  khác có giá trị bằng nó (phần tử thứ  $j$  khi đã cặp với phần tử thứ  $i$  thì không cặp với phần tử nào khác).

Bạn thấy gì không, đến số nó còn có đôi có cặp, còn bạn thì sao? Đùa đấy, vì biết bạn chắc chắn là hông có ai rồi, nên trong dãy số của Minh cũng có một con số như vậy, Minh gọi nó là: số cô đơn (như bạn vậy ahihi). Số cô đơn là giá trị của phần tử duy nhất không thể tìm ra phần tử khác để tạo thành cặp trong dãy số đã cho. Nhiệm vụ của bạn là hãy tìm con số cô đơn đó.

**INPUT**

Dòng đầu tiên là số nguyên dương  $N$  lẻ.

Dòng tiếp theo chứa  $N$  số nguyên dương là dãy số đặc biệt của Minh.

Các giá trị trong input không vượt quá  $10^5$ , đảm bảo dãy số đã cho chỉ chứa duy nhất một số cô đơn (như bạn).

**OUTPUT**

Một số duy nhất là giá trị của số cô đơn.

INPUT MẪU	OUTPUT MẪU
9 1 1 2 3 3 2 1 3 1	3

**B – TRÒ CHƠI ĐIỆN TỬ***Time limit: 2s**Memory limit: 512MB*

Khoa rất thích chơi trò chơi điện tử, một hôm Khoa tìm thấy một trò chơi 8-bit rất thú vị trên nền tảng Hơi Nước.

Trò chơi bao gồm một hàng  $N$  ô, trong đó có những chiếc xe tăng. Khoa điều khiển một chiếc máy bay từ trên cao ném bom xuống 1 ô mà Khoa chọn, những chiếc xe tăng lần đầu tiên bị đánh bom sẽ di chuyển sang 1 trong 2 ô liền kề (xe ở ô 1 chỉ có thể sang ô 2 và xe ở ô  $N$  chỉ có thể sang ô  $N - 1$ ), những chiếc xe tăng khi bị đánh bom lần hai sẽ bị phá hủy hoàn toàn.

Ở một màn thuộc mức khó mà Khoa đang chơi, vì ở trên cao nên cả bản đồ đã bị mây che khuất, Khoa không thể biết được rằng có xe tăng ở những ô nào cũng như ô nào có bao nhiêu chiếc xe tăng. Hãy giúp Khoa lập một chiến thuật ném bom sao cho tốn ít lần ném bom nhất nhưng vẫn đảm bảo phá hủy được hết tất cả xe tăng trong bất kỳ tình huống nào.

**INPUT**

Một số nguyên  $N$  duy nhất là số ô của bản đồ ( $2 \leq N \leq 10^5$ ).

**OUTPUT**

Dòng đầu tiên in số lần ném bom ít nhất.

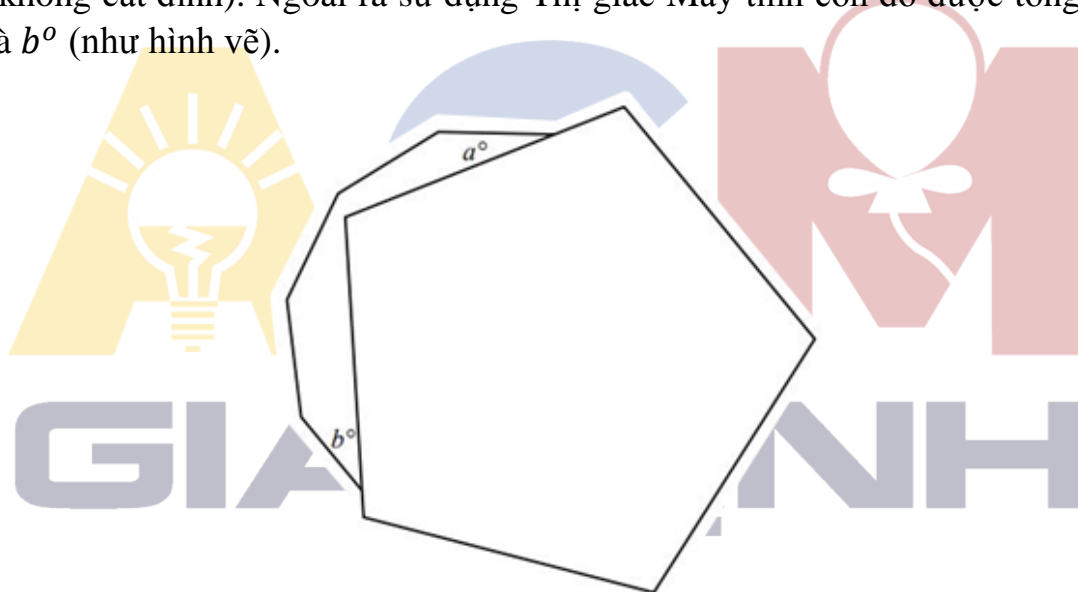
Dòng thứ hai là chiến thuật ném bom, gồm các số là thứ tự các ô cần ném bom theo thứ tự.

INPUT MẪU	OUTPUT MẪU
4	6 4 2 1 3 2 4

**C – ĐA GIÁC “THỤ”***Time limit: 2s**Memory limit: 512MB*

Nhận diện ảnh là một vấn đề cơ bản trong Thị giác Máy tính, Khánh đang học về lĩnh vực này nên rất có hứng thú với các vấn đề liên quan. Đồng thời, Khánh cũng có niềm say mê đối với Toán, vì vậy cậu quyết định sẽ viết một chương trình giải một bài toán hình học chỉ dựa vào hình cho trước, từ đó sẽ sử dụng các thuật toán nhận diện hình và các số đo tương ứng.

Bài toán như sau: Cho một đa giác đều có  $M$  cạnh bị đè lên bởi một đa giác đều khác có  $N$  cạnh sao cho đa giác thụ<sup>(1)</sup> chỉ để hiện ra  $K$  cạnh (hoàn toàn hoặc một phần), phần còn lại bị che hoàn toàn bởi đa giác công<sup>(2)</sup>. Chỉ có một đỉnh của đa giác công nằm trong vùng của đa giác thụ, 2 cạnh kề đỉnh tương ứng cắt cạnh của đa giác thụ (không cắt đỉnh). Ngoài ra sử dụng Thị giác Máy tính còn đo được tổng 2 góc  $a^\circ$  và  $b^\circ$  (như hình vẽ).



*Các dữ kiện đo được gồm có: đa giác công có 5 cạnh, đa giác thụ có 5 cạnh hiện ra ngoài, tổng góc  $a + b = 88^\circ$ .*

**Chú thích:**

(1) đa giác thụ: đa giác nằm dưới/ đa giác bị che

(2) đa giác công: đa giác nằm trên/ đa giác che

Từ các dữ kiện máy tính nhận biết được, gồm có:  $N$  là số cạnh của đa giác công,  $K$  là số cạnh nhìn thấy được của đa giác thụ, tổng góc  $a + b$ ; hãy tính số cạnh  $M$  của đa giác thụ.

**INPUT**

Dòng đầu chứa 2 số nguyên  $N$  ( $3 \leq N$ ) và  $K$  ( $2 \leq K$ ).

Dòng tiếp theo chứa 2 số nguyên dương  $X$  và  $Y$  là phân số tối giản thể hiện tổng góc  $a + b = \left(\frac{X}{Y}\right)^\circ \left(0 < \frac{X}{Y}\right)$ .

Dữ liệu đảm bảo bài toán luôn có nghiệm  $M$  nguyên,  $N \times K \times X \times Y \leq 10^{18}$ .

### OUTPUT

Một số nguyên dương  $M$  duy nhất là số cạnh của đa giác thụ.

INPUT MẪU	OUTPUT MẪU
5 5 88 1	9

Giải thích: Trong ví dụ là trường hợp trên hình.



## D – BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẤT BÌNH THƯỜNG

*Time limit: 2s*

*Memory limit: 512MB*

Một ngày nọ, Tú Anh được giao cho một bài toán kỳ lạ.

Định nghĩa hàm  $S(x)$  của một số nguyên dương  $x$  là tổng các chữ số của số  $x$ .

Ví dụ:  $S(15) = 6$ .

Tú Anh được giao cho 2 số nguyên  $N$  và  $M$ , nhiệm vụ của cô bạn là giải hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} S(a) \geq N \\ S(b) \geq N \\ S(a + b) \leq M \end{cases}$$

Nếu hệ bất phương trình trên có nghiệm **dưới 15000 chữ số** thì nhiệm vụ của Tú Anh là in ra cặp số  $(a, b)$  thỏa mãn hệ bất phương trình trên, nếu có nhiều hơn một nghiệm thì chỉ cần in ra một nghiệm bất kỳ.

Nếu hệ bất phương trình trên vô nghiệm, Tú Anh cần in ra “NO SOLUTION” (không bao gồm các dấu trích dẫn).

### INPUT

Một dòng duy nhất chứa 2 số nguyên  $N$  và  $M$  ( $0 \leq N, M \leq 5 \times 10^4$ ).

### OUTPUT

Nếu hệ bất phương trình có nghiệm, in ra trên hai dòng không bao gồm các số 0 vô nghĩa ở đầu: dòng 1 ghi số nguyên dương  $a$ , dòng 2 ghi số nguyên dương  $b$ .

Nếu hệ bất phương trình vô nghiệm, in ra trên một dòng “NO SOLUTION” (không bao gồm các dấu trích dẫn).

INPUT MẪU	OUTPUT MẪU
7 5	7 7

**E – TỔNG DIỆN TÍCH***Time limit: 2s**Memory limit: 512MB*

Thầy giáo giao cho Sáng một bài tập hình học như sau: trên mặt phẳng tọa độ 2 chiều, vẽ  $N$  đường thẳng song song với trục  $Oy$  và  $M$  đường thẳng song song với trục  $Ox$ , tìm tổng diện tích của tất cả hình chữ nhật được tạo thành từ các đường thẳng đó. Tuy nhiên để luyện cho việc tính toán của Sáng trở nên nhàn nhuỷ, thầy giáo đã giao cho Sáng  $Q$  bài tập như vậy. Sáng không muốn tốn thời gian vào cùng một dạng bài tập mãi nên nhờ bạn giúp anh ấy.

**INPUT**

Dòng đầu tiên chứa 1 số nguyên dương  $Q$  ( $Q \leq 10^3$ ) là số lượng bài tập.

Với mỗi bài tập, dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên dương  $N, M$  ( $N, M \leq 10^3$ ) lần lượt là số lượng đường thẳng song song với trục  $Oy$  và  $Ox$ .

Dòng thứ hai chứa  $N$  số nguyên, số nguyên  $x_i$  ( $|x_i| \leq 10^3$ ) thể hiện đường thẳng thứ  $i$  có phương trình  $x = x_i$ .

Dòng thứ ba chứa  $M$  số nguyên, số nguyên  $y_i$  ( $|y_i| \leq 10^3$ ) thể hiện đường thẳng thứ  $i$  có phương trình  $y = y_i$ .

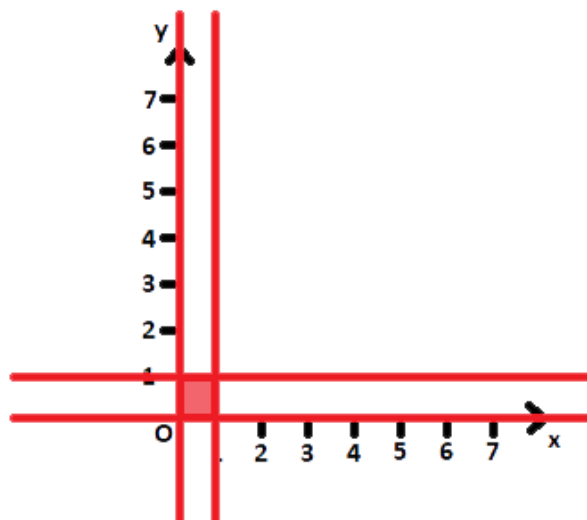
**OUTPUT**

Với mỗi bài tập, in ra trên một dòng tổng diện tích của tất cả hình chữ nhật có thể tạo thành.

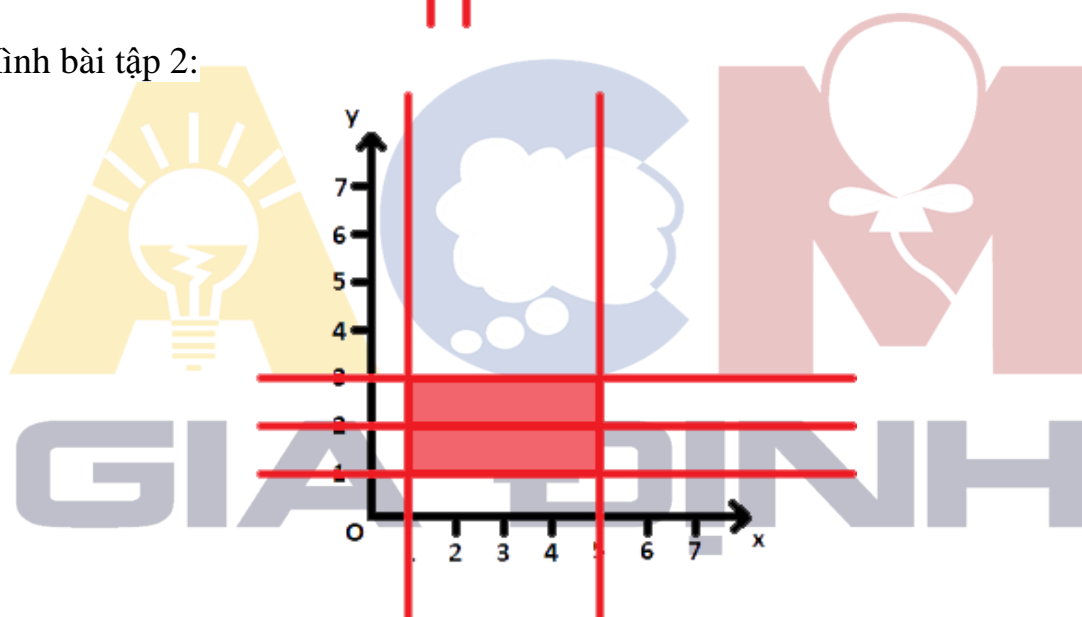
INPUT MẪU	OUTPUT MẪU
2	1
2 2	16
0 1	
1 0	
2 3	
1 5	
1 2 3	

Giải thích:

Hình bài tập 1:



Hình bài tập 2:



**F – PHÁC HỌA***Time limit: 2s**Memory limit: 512MB*

Phúc đang tập vẽ và một bước trong những bước đầu tiên là tập phác họa. Có một câu nói như thế này: “Muốn thành công, bạn phải hành động như một người thành công”. Vì vậy Phúc quyết định thuê hẳn một dàn người mẫu về để tập phác họa.

Trong  $N$  người mẫu được thuê, có  $A$  người là nam,  $B$  người đẹp trai và  $C$  người cao to. Mặc dù đang tập nhưng tiêu chuẩn của Phúc rất khắt khe, Phúc chỉ chấp nhận phác họa người mẫu nam đẹp trai và cao to. Vì vậy, lần lượt từng người mẫu vào phòng tập vẽ của Phúc, hỏi số lượng người mẫu tối thiểu và tối đa Phúc cần phải gặp mặt trước khi chắc chắn gặp được người mẫu đúng tiêu chuẩn của mình.

**INPUT**

Dòng duy nhất chứa số nguyên  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^9$ ) và 3 số nguyên  $A, B, C$  ( $0 \leq A, B, C \leq N$ ).

**OUTPUT**

In ra trên cùng một dòng 2 số nguyên lần lượt là số lượng người mẫu tối thiểu và tối đa Phúc phải gặp trước khi chắc chắn gặp người mẫu đúng tiêu chuẩn của mình.

INPUT MẪU	OUTPUT MẪU
3 2 2 3	1 2

Giải thích: Trong trường hợp tốt nhất sẽ có 2 người mẫu đúng tiêu chuẩn của Phúc, vì vậy tối thiểu cần gặp 1 không đúng tiêu chuẩn trước khi chắc chắn gặp đúng người. Trong trường hợp xấu nhất sẽ có 1 người mẫu đúng tiêu chuẩn của Phúc, vì vậy tối đa Phúc cần gặp 2 người không đúng tiêu chuẩn trước khi gặp người này.



**G – BỎ PHIẾU***Time limit: 2s**Memory limit: 512MB*

Sau một năm làm lớp trưởng... be bét, cả lớp quyết định không cho Nam làm lớp trưởng nữa và bầu người khác. Việc bầu cử diễn ra rất sôi nổi, mỗi người trong lớp Nam chỉ được bầu cử cho duy nhất 1 người trong  $N$  ứng cử viên. Hiện tại ứng cử viên thứ  $i$  đã nhận được  $A_i$  phiếu bầu và trong lớp có  $K$  người nữa chưa bầu ai. Với quy tắc bầu cử như trên, Nam nhận thấy hoàn toàn có khả năng mà số phiếu của cả  $N$  ứng cử viên bằng nhau, bạn hãy giúp Nam kiểm tra xem với tình trạng hiện tại, có khả năng xảy ra việc đó hay không?

**INPUT**

Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên  $N$  và  $K$  ( $2 \leq N \leq 100$ ,  $0 \leq K \leq 10^5$ ).

Dòng tiếp theo chứa  $N$  số nguyên  $A_1, A_2, \dots, A_N$  ( $0 \leq A_i \leq 100$ ).

**OUTPUT**

Nếu bạn nghĩ trường hợp của Nam có thể xảy ra, in ra “YES” (không bao gồm các dấu trích dẫn), ngược lại in ra “NO” (không bao gồm các dấu trích dẫn).

INPUT MẪU	OUTPUT MẪU
5 3 1 2 2 0 2	YES

Giải thích: Với 3 phiếu còn lại có thể bầu 1 phiếu cho ứng cử viên thứ nhất và 2 phiếu cho ứng cử viên thứ 4.

**GIA ĐỊNH**