1　問題設定及び解法

無重力場でのスピン衛星の姿勢運動をコンピュータでシミュレートする．シミュレーションのソースコードは付録にまとめた.

1.1　条件

条件は以下のように設定する

1. 姿勢表現は Quartanion を用いることとし，初期条件は $\boldsymbol{q} = (1, 0, 0, 0)^{\mathrm{T}}$ とする.
2. x,y,z 軸は principle axis に一致しているとする．I_x, I_y, I_z をそれぞれ $1.9, 1.6, 2.0 [kgm^2]$ とする.
3. y 軸周りにノミナルの角速度 ω_s (=17rpm) のスピン角速度があるとする.
4. 外乱トルク，制御トルクをそれぞれ $\boldsymbol{M_D}, \boldsymbol{M_C}$ とする．今回のシミュレーションではそれらを 0 とおく.
5. Gravity Gradeint その他の外乱トルクは考えず，重力の影響やエネルギー散逸もないとする.
6. $\boldsymbol{\omega^b}$ の初期値は $(0.1, \omega_s + 0.1, 0.0)^{\mathrm{T}}$ とする.

1.2　解くべき方程式

オイラーの運動方程式は,x,y,z を慣性主軸に取れば,

$$\boldsymbol{M_D} + \boldsymbol{M_C} = \begin{bmatrix} I_x\dot{\omega_x} - (I_y - I_z)\omega_y\omega_z \\ I_y\dot{\omega_y} - (I_z - I_x)\omega_z\omega_x \\ I_z\dot{\omega_z} - (I_x - I_y)\omega_x\omega_y \end{bmatrix} \tag{1}$$

今回は，$\boldsymbol{M_D} = \boldsymbol{M_C} = 0$ であるから，$\boldsymbol{\omega^b}$ について解くべき方程式は,

$$\dot{\boldsymbol{\omega^b}} = \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{I_y - I_z}{I_x}\omega_y\omega_z \\ \dfrac{I_z - I_x}{I_y}\omega_z\omega_x \\ \dfrac{I_x - I_y}{I_z}\omega_x\omega_y \end{bmatrix} \tag{2}$$

となる．よって, Quartanion $\boldsymbol{q}$ について解くべき方程式は,

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \tag{3}$$

1.2.1　数値解法

式 2 と式 3 を 4 次のルンゲクッタ法で数値積分することにより, $\boldsymbol{\omega^b}$,$\boldsymbol{q}$ の時間変化を求める.