# 1　カルマンフィルターの作成

$\boldsymbol{q}, \boldsymbol{\omega}$ の真値は式 (6) を課題 1 で議論した方法により数値積分することで求めることができる．ここでは, 状態方程式 (8) を離散化して, 離散化カルマンフィルタを組むことによって真値からのずれ $\boldsymbol{x}$ を推定することを考える．状態 k-1 から k への遷移が, 次の線形の推移行列

$$\dot{\boldsymbol{x_k}} = \boldsymbol{\Phi_{k-1} x_{k-1}} + \Gamma_{k-1} w_{k-1} \tag{1}$$

で与えられるとすると, 式 (8) より

$$\boldsymbol{\phi_k} = e^{\boldsymbol{A}(t)\Delta t} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\Gamma_k} = \boldsymbol{A(t)}^{-1}(e^{\boldsymbol{A}(t)\Delta t} - \boldsymbol{I})\boldsymbol{B}(t) \tag{3}$$

となる．離散カルマンフィルタのアルゴリズムは, 以下のようになる．ただし,

1. $\overline{\boldsymbol{x_k}}$ : 観測を行う前の真値からのずれ $\boldsymbol{x_k}$ の推定値
2. $\hat{\boldsymbol{x_k}}$ : 観測を行った後の真値からのずれ $\boldsymbol{x_k}$ の推定値
3. $\boldsymbol{M_k}$ : 観測を行う前の推定誤差の共分散 ($\boldsymbol{P_{k-1}}$ と状態方程式による推定)
4. $\boldsymbol{P_k}$ : 観測を行った後の推定誤差の共分散

とする．

1. 真値は課題 1 のシミュレータに, 外乱トルク w(乱数を使ってホワイトノイズとして作成) を加えて (6) 式を時間積分して作成する．
2. 状態遷移時の更新 (0.01 秒おき): システム推定値は, 最初適当な初期値を乱数で発生させ, (6) 式を $\boldsymbol{w}$=0 で時間積分することで求める．また, $\boldsymbol{M_k}$ と $\boldsymbol{P_k}$ を

$$\boldsymbol{M_k} = \boldsymbol{\Phi_{k-1} P_{k-1} \Phi_{k-1}}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}}^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{P_k} = \boldsymbol{M_k} \tag{5}$$

   によって更新していく．観測を行っていないので, 観測による補正は行っていない (第二式) ことに注意する．

3. 観測時の更新 (0.1 秒おき): 真値からのずれ $\boldsymbol{x}$ は実際には計算できないので、観測方程式 (式 (15)) から $\boldsymbol{z}$ を計算することはできない．よって観測によって得られる $\boldsymbol{y}$ と推定系より得られる $\hat{\boldsymbol{y}}$(推定系では $\boldsymbol{v}$=0) から,

$$\boldsymbol{z_k} = \boldsymbol{y_k} - \hat{\boldsymbol{y_k}} \tag{6}$$

   と計算する．推定誤差の共分散 P は

$$\boldsymbol{P_k} = \boldsymbol{M_k} - \boldsymbol{M_k H_k}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H_k M_k H_k}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R_k})^{-1}\boldsymbol{H_k M_k} \tag{7}$$

と更新され, カルマンゲイン $\boldsymbol{K_k}$ を

$$\boldsymbol{K_k} = \boldsymbol{P_k}\boldsymbol{H_k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R_k}^{-1} \tag{8}$$

と計算する.

4. 観測を行った後の $\boldsymbol{x_k}$ の推定値は,

$$\hat{\boldsymbol{x_k}} = \boldsymbol{K_k}\boldsymbol{z} \tag{9}$$

と推定される. 推定系 $\begin{bmatrix}\boldsymbol{q}\\ \boldsymbol{\omega}\end{bmatrix}_k$ は,

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{q}\\ \boldsymbol{\omega}\end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix}\boldsymbol{q}\\ \boldsymbol{\omega}\end{bmatrix}_k + \hat{\boldsymbol{x_k}} \tag{10}$$

と更新される. また更新時に Quartanion のノルムを保存するため, 正規化する.
以上で述べたカルマンフィルターの構成を図にすると, 図 1 のようになる. またカルマンフィルターを含めたシステム全体のブロック線図は, 図 2 のようになる.

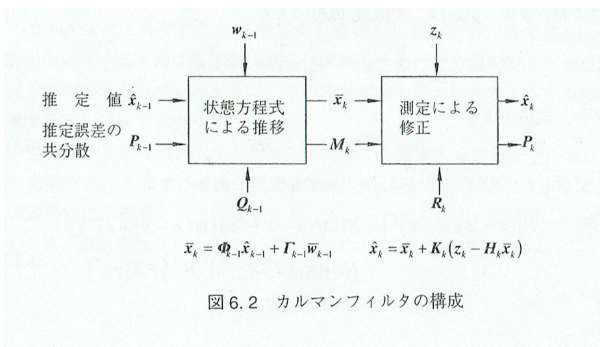


Figure 1: カルマンフィルタの構成

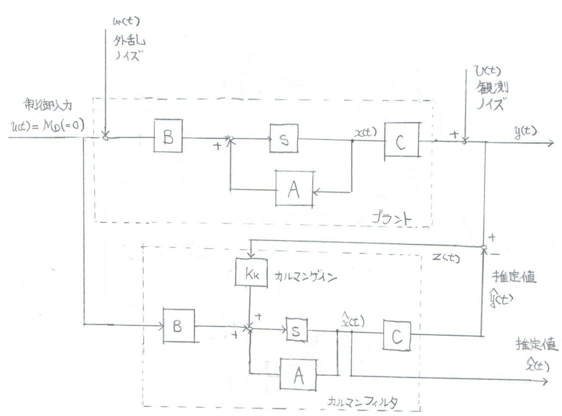


Figure 2: ブロック線図