گزارش پروژه مسئله بستهبندی دوبعدی

کیارش صدقی قادیکلائی دانشکده مهدسی کامپیوتر دانشگاه اصفهان

kiarash.sedghi99@gmail.com

چکیدہ

مسائل بستهبندی و برش اشیاء ازجمله مسائلی میباشند که در بسیاری از صنایع که اهداف متفاوت و نیازمندیهای متفاوتی را دنبال میکنند، موردتوجه قراردارند. بهعنوانمثال، صنایع شیشه، چوب و کاغنسازی عمدتاً با مسئله برش کارآمد اشیایی که اشکال منظم و مشخص دارند درگیر هستند و یا صنایع مربوط به کشتیرانی با مسئله بارگیری و قرار دادن کالاها با اشکال هندسی متفاوت و گاهی نامنظم در کنار هم در یک مکان مشخص بهطوری که ظرفیت کشتی تا حد امکان مورداستفاده قرار گیرد و فضایی بدون استفاده نماند، سروکار دارند. همانطور که مشخص است، این دسته از مسائل بسیار شایع و رایج هستند و این موضوع سبب میشود تا پیدا کردن راه حلی مناسب برای این دسته از مسائل ضروری شود. استفاده از علوم کامپیوتر و مدلسازی کامپیوتری این مسائل و درنهایت طراحی الگوریتمهایی کارآمد برای حل این دسته از مسائل میتواند راه حل این مسائل باشد. در این گزارش، سعی شده است راه حلی مبتنی بر الگوریتمهای تکاملی جهت حل دسته ای خاص از این مسائل تحت عنوان بستهبندی دوبعدی اشیاء، ارائه شود و جزییات پیادهسازی این الگوریتم در قالب یک برنامه تحت عنوان بستهبندی دوبعدی اشیاء، گیرد.

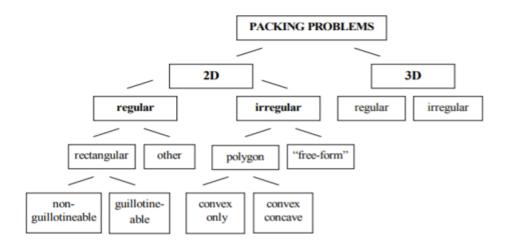
۱ مقدمه

۲ مسائل بستهبندی

مسائل بستهبندی ازجمله مسائلی میباشند که هدف مسئله در آنها پیدا کردن بهترین ترکیب قرار دادن اشیاء در یک یا چند ظرف بهطوری که این ترکیب یا ترکیبها از یک سری از قوانین تحت عنوان قیود مسئله، پیروی کنند. بهعنوان مثال، از قیود مسئله میتوان به حجم محدود ظرف یا بیشترین وزن قابل تحمل ظروف اشاره کرد. این قیود سبب میشوند تا هر ترکیب دلخواه از اشیاء موجود، قابلیت انتخاب بهعنوان راهحل مسئله را نداشته باشند. در برخی از مواقع همچنین، ارزش اشیاء موجود میتوانند با یکدیگر متفاوت باشند. در چنین مسائلی، علاوه بر وجود قیود وزن و حجم، قید انتخاب پرارزش ترکیب یا ترکیبات از اشیاء نیز مطرح شود. همان طور که مشخص است، این قیود میتوانند مسائل ساده را به مسائل پیچیده ی بهینه سازی تبدیل کنند.

بهمنظور حل این دسته از مسائل، ابتدا بهتر است نگاهی به تقسیم بندی دسته های مختلف این مسائل بیندازیم. به طورکلی، مسائل بسته بندی را می توان به دو دسته بسته بندی ۲ بعدی و ۳ بعدی تقسیم نمود. در هرکدام از این دسته مسائل، ما می توانیم بسته بندی اشیایی که شکل منظم و مشخص هندسی دارند، مانند دایره، مثلث، مربع و غیره، را طرح کنیم و یا اشیایی که شکل نامنظم دارند مانند چند ضلعی ها و اشکال محدب و مقعر.

دستهبندی این مسائل در شکل (۱) مشخص شده است:



شكل ١: تقسيمبندي مسائل بستهبندي [١]

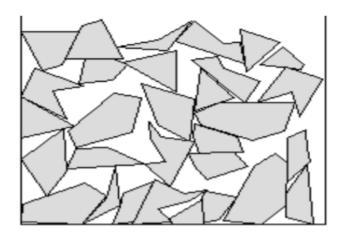
هرکدام از این دسته مسائل، نیازمندیها و راهحلهای پیشنهادشده مشخص و مخصوص به خود را دارند که به راهحلهای ارائهشده برای هر دسته و پژوهشهای انجامشده، در ادامه به اختصار پرداخته خواهد شد.

۱.۲ بستهبندی دوبعدی

اکثر مسائل بستهبندی اشیاء، بستهبندی دوبعدی اشیاء میباشد. این مسائل برحسب اشیایی که در آنها قرار میگیرند، میتوانند به دودسته تقسیم شوند. دسته ای از این مسائل در رابطه با بستهبندی اشیاء هندسی هستند که شکل منظم دارند به طوری که با چند پارامتر ساده قابل بیان هستند. به عنوان مثال، شیء دایره می تواند به سادگی با مختصات مرکز و شعاع بیان شود، شیء مربع به سادگی با مختصات مرکز و طول ضلع بیان می شود. در مقابل این اشیاء، اشیایی هستند که به سادگی و با چند پارامتر مشخص به سادگی با مختصات مرکز و طول ضلع بیان می شود. در مقابل این اشیاء، اشیایی هستند که به سادگی و با چند پارامتر مشخص به بررسی بسته قابل بیان نیستند. به عنوان مثال، شکل (۲)، نمونه ای از کنار هم قراردادن این اشیا را نشان می دهد. در ادامه، به بررسی بسته بندی دوبعدی اشکال منظم و نامنظم پرداخته خواهد شد.

۱.۱.۲ بسته بندی دو بعدی اشکال منظم

یکی از مسائل بسته بندی اشکال منظم، بسته بندی اشکال مستطیل شکل می باشد. این دسته از مسائل خود، بسته بندی اشکال مستطیل شکلی که گیوتین شکل برش خورده اند و نخورده اند را شامل می شود. مقالات [۳]، [۴]، [۵] و [۶] به بررسی مسائل



شكل ٢: بستهبندى اشياء نامنظم [٢]

فوق میپردازند. در این مسائل نیز هدف، قرار دادن مستطیلها در کنار یکدیگر میباشد بهطوریکه فضای کمتری از ظرف مستطیل شکل هدر رود.

را ه حل تکاملی و به ویژه الگوریتم ژنتیک اولین بار توسط smith در [۷] به منظور بسته بندی اشکال مستطیل شکل درون یک شکل مستطیل شکل با ابعاد ثابت مورداستفاده قرار گرفت. الگوریتم استفاده شده در این مقاله از ترکیبی از یک تابع اکتشافی و الگوریتم ژنتیک جهت قرار دادن اشیاء استفاده می کند. ارزیابی یک بسته بندی در این روش با تقسیم مساحت اشغال شده به مساحت اشغال شده به دست می آید که بدیهی است، هر چقدر این نسبت بیشتر باشد، بسته بندی بهتری انجام شده است. این الگوریتم از دو الگوریتم دی گر تحت عنوان Skyline و Sliding استفاده می کند. الگوریتم این صورت عمل می کند که یک شکل مستطیل را در یک گوشه از ظرف قرار می دهد و با حرکات زیگزاگی در امتداد قطر حرکت می کند تا بتواند نقطه ای را برای قرار دادن آن شیء پیدا نماید. الگوریتم Skyline تمامی حالات ممکن از نظر زاویه و قرارگیری را در ظرف برای آن شیء بردسی می کند و در صورت تائید، آن شیء در یک محل مشخص و با زاویه ای مشخص قرار می گیرد.

یک راه حل تکاملی دیگر توسط Jakobs در [۸] به منظور کاهش پراکندگی مساحت اشغال شده توسط اشیاء مستطیل شکل در درون یک ظرف مستطیل شکل ارائه شد. این راه حل بعدها تعمیم داده شد تا چند ضلعی ها و اشکال محدب و مقعر را نیز شامل شود. الگوریتم جایگذاری در این روش، الگوریتم Bottom-Left-algorithm یا BL-algorithm میباشد. به این معنی که اشیاء تا حد امکان در پایین ظرف قرار میگیرند و در صورت عدم امکان، تا حدامکان در سمت چپ ظرف قرار میگیرند. این روش به دلیل بار محاسباتی بالا، دیگر مورد توجه قرار نگرفت.

۲.۱.۲ بسته بندی دو بعدی اشکال نامنظم

بستهبندی اشکال نامنظم شامل بستهبندی چندضلعیها و اشکال محدب و مقعر میباشد. راه حلهای مختلفی برای بستهبندی چندضلعیها پیشنهادشده است که هرکدام مزایا و معایب خود را دارند. در این قسمت به اختصار، به بررسی راه حلهای ارائه شده برای بستهبندی این اشکال پرداخته خواهد شد.

یک راه حل ترکیبی توسط fujita در [۹] معرفی شد که این راه حل ترکیبی از الگوریتم ژنتیک و الگوریتم کمینه ساز محلی برای حل بسته بندی اشکال محدب بود. در این روش، الگوریتم کمینه ساز محلی جهت تبدیل ترکیب اشیاء به دست آمده به ترکیب فیزیکی آنها استفاده شد. این روش از یک متد تحت عنوان Quasi-Newton جهت شناسایی فضای بین اشیاء و توصیف آنها توسط مجموعه ای از متغیرها استفاده می کرد اما از آنجایی که هزینه ارزیابی ترکیب اشیاء و هزینه بررسی همپوشانی اشیاء در این روش بسیار زیاد بود، عملاً هیچگاه فرصت مقایسه با دیگر روشها را پیدا نکرد.

همچنین تلاشهای Hon and Ismail در [۱۰] و Jakobs در [۱۱] و Hon and Ismail در [۸]، در تبدیل اشیاء نامنظم به اشیاء منظم مانند اشیاء مستطیل شکل نیز ازجمله دیگر راهحلهایی میباشد که برای حل این دسته از مسائل ارائهشده است. به این ترتیب که اشیاء و ظروف تا حد امکان به نزدیکترین شکل مستطیل شکل تبدیل میشوند.

۲.۲ بستهبندی سهبعدی

مسائل بسته بندی سه بعدی عمدتاً برای اشیاء منظم و به ویژه برای اشکال مکعبی تعریف می شوند. پیچیدگی این مسائل هنگامی که اشیاء نامنظم نیز به مسئله اضافه می شوند افزایش پیدا می کند.

دو الگوریتم مبتنی بر الگوریتم ژنتیک توسط Prosser در [۱۲] بهمنظور حل مسئله بستهبندی دستههای ظروف در بستههای مشخص بهطوریکه قیود هندسی و وزنی را رعایت کند، مطرح شد. مشکل اصلی اولین الگوریتم، در نظر گرفتن تعداد بستههای بستههای بستهبندی شده بهعنوان تابع برازندگی بود. دلیل آنهم تولید تعداد کمی بسته با تراکم ظرف بالابود. بهمنظور حل این مشکل، یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی معرفی شد. در این روش، ابتدا هر بسته تا آنجا که قیود وزن و تعداد ظروف در هر بسته اجازه می دهد، توسط ظروف پر می شود. سپس با اعمال الگوریتم ژنتیک، بستههای ظروف به صورت تصادفی با یکدیگر جابه جا می شوند.

مسئله بستهبندی سهبعدی اشیاء نامنظم در یک ظرف استوانهای توسط Ikonen در [۱۳] مطرح شد. او برای نشان دادن قرارگیری اشیاء قرارگیری هر شیء و زاویه آن، از نمایش چند_کروموزوم استفاده کرد. یک کروموزوم بهمنظور نشان دادن ترتیب قرارگیری اشیاء

مورداستفاده قرار گرفت. یک کروموزوم دیگر نیز بهمنظور نشان دادن زاویه قرارگیری اشیاء مورداستفاده قرار گرفت. در این روش، راهحلهای انتخابشده، توسط یک الگوریتم جابهجایی Linear order crossover ترکیب میشوند و درنهایت توسط یک الگوریتم جابهجایی (swapping) در مرحله جهش، جهش می یابند و مکان قرارگیری دو شیء و زاویه قرارگیری آنها در ظرف تغییر میکند.

kPack برنامه

برنامه kPack برنامهای است که با زبان برنامهنویسی پایتون توسعه دادهشده است و یک راه حل تکاملی برای حل مسائل بسته بندی دوبعدی ارائه کرده است. در ادامه ابتدا به بررسی ساختار اجرایی این برنامه پرداخته خواهد شد و نشان داده خواهد شد که برنامه از چه قسمتهایی تشکیل شده و چهارچوب کلی استفاده از آن به چه صورت است، و سپس ساختار الگوریتم تکاملی پیاده سازی شده در آن به صورت مفصل شرح داده خواهد شد.

۱.۳ ساختار احرابی برنامه kPack

برنامه kPack برای مشخص کردن اشیاء موجود در مسئله بستهبندی، از یک فایل با ساختار مشخص استفاده میکند. توسط این فایل میتوان ظرف یا ظرفهایی که قرار است اشیاء را در آنها قرار دهیم به علاوه ی خود اشیاء را تعریف کرد. در اینجا منظور از تعریف اشیاء، مشخص نمودن تعداد یک شیء، پارامترهای هندسی مربوط به آن شیء ، وزن مربوط به آن شیء و ارزش مربوط به آن شیء می باشد. شکل (۳) نمونه ای از این فایل را نشان می دهد.

همانطور که در شکل (۳) مشخص است، خطوط کامنت با علامت # مشخصشدهاند و کاربر می تواند در هرجای این فایل کامنت خود را بنویسید. طبیعی است که این خطوط توسط برنامه پردازش نمی شود. برای مشخص نمودن ظروف مسئله از نشانگر خاص container استفاده می شود. از نشانگر خاص objects نیز برای تعریف اشیاء استفاده می شود. بعد از مشخص نمودن نشانگرهای خاص، می توان ظروف و اشیاء را با ساختاری مشخص و طبق زیر تعریف کرد:

$$(objectCount,)? objectType: parameter (parameter,) *$$
 (1)

۶

¹Directive

```
# This object file defines the set of objects that are used
# to define the container(s) and the item(s) that are going
# to be added to the container(s).

# Define container(s)

container:

# One container which is a square
circle: r= 3.3 , v=12 ,w=120

# Define Item(s)

# Define Item(s)

objects:

square: a=4.5 ,v=50 , w=40

7,ellipse: rx= 3, ry=2 , v=8 ,w=0

6,rti: a= 3.9 , v=4 , w=4
```

شكل ٣: نمونه فايل تعريف اشياء در برنامه kPack

طبق این ساختار، تعداد شیء توسط objectCount مشخص میشود که همانطور مشخص است، مشخص نمودن آن اختیاری است. درصورتیکه مشخص نشود، تعداد یک بهصورت پیشفرض انتخاب میشود. وجود این پارامتر میتواند از تکرار مجدد در تعریف یک شیء در فایل جلوگیری نماید. پارامتر objectType نوع شیء را مشخص میکند. نوع شیء میتواند دایره، مربع، مثلث قائمالزاویه و بیضی در مورد این پروژه باشد که با اسامی rti ،square ،circle به ترتیب، مشخص میشوند. در صورت لزوم، میتوان اشیاء دیگر را نیز به پروژه در آینده اضافه نمود. عبارت parameter میتواند تمامی پارامترهایی که تاکنون صحبت شده است را مانند مشخصات هندسی شامل طول شعاع دایره، طول ضلع مربع و مثلث قائمالزاویه و طول شعاعهای بیضی، ارزش و وزن آنها را مشخص نماید.

بعد از ساختن فایل اشیاء، نوبت به اجرای برنامهی kPack میرسد. این برنامه را میتوان از طریق خط فرمان و طبق مکل (۴) اجراکرد. این برنامه از help یا -help یا -help یا -help استفاده می شود که در شکل (۵) نشانداده شده است. برای مشخص نمودن فایل اشیاء، از file یا -gile استفاده می شود.

```
[keagle@parrot]-[~/ai/kpack]
    $./kpack -f test/objects
```

شکل ۴: اجرای برنامه kpack

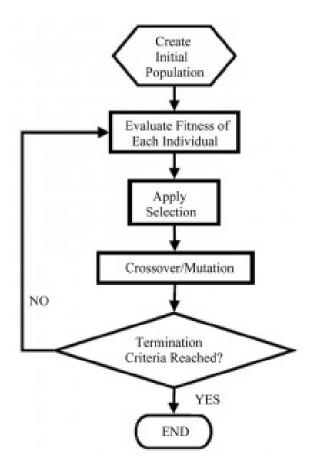
شکل ۵: گزینه h- برنامه kpack

۲.۳ ساختار الگوریتم برنامه kPack

همانطور که گفته شد برنامهی kPack یک راه حل تکاملی برای حل مسئله ی بسته بندی دوبعدی ارائه می دهد. مراحل یک راه حل تکاملی در شکل (۶) نشان داده شده است. در ادامه به بررسی هر مرحله از این الگوریتم و نحوه پیاده سازی آن برای مسئله بسته بندی دوبعدی پرداخته خواهد شد.

١٠٢.٣ ايجاد جمعيت اوليه

در یک الگوریتم تکاملی، اولین مرحله، ایجاد جمعیت اولیه از راه حلها میباشد. هر یک از اعضای جمعیت اولیه، کاندیدهای اولیه برای پاسخ مسئله میباشد. هر یک از راه حلها، یک ترکیب تصادفی از قرارگیری اشیاء همراه با نقطه قرارگیری و زاویه قرارگیری در درون ظرف میباشد. برای ساخت یک راه حل، یک شیء به صورت تصادفی از مجموعه اشیایی که موجود است انتخاب می شود و به صورت تصادفی در یک نقطه از ظرف با یک زاویه تصادفی قرار می گیرد. از آنجایی که از قیود مسئله، عدم همیوشانی اشیاء با ظرف و اشیاء موجود دیگر در ظرف است و از آنجایی که انتخاب نقطه قرارگیری و زاویه قرارگیری به صورت



شكل ٤: مراحل الگوريتم تكاملي [١٤]

تصادفی انتخاب می شود، این احتمال وجود دارد که الگوریتم موقع ساخت یک راه حل، به مدت بسیار طولانی درگیر شود و عملاً ساخت جمعیت اولیه بسیار طولانی شود. برای حل این موضوع، الگوریتم تکاملی برنامه kPack از دو پارامتر کنترلی با مقادیر دلخواه به شرح زیر استفاده می کند:

$$initSolSetupTries = 100$$
 (Y)

$$objectAdditionTries = 50$$
 (Υ)

پارامتر initSolSetupTries مشخص میکند که الگوریتم تکاملی چند بار جهت ساخت یک راهحل مسئله تلاش کند. هر بار تلاش الگوریتم در این پارامتر به معنای تلاش برای انتخاب تصادفی اشیاء و تلاش برای جایگذاری آنها در ظرف میباشد. پارامتر objectAddtionTries نیز کنترل میکند که الگوریتم، بعد از انتخاب تصادفی یک شیء، چند بار تلاش کند تا آن شیء را در ظرف قرار دهد. همانطور که گفته شد، ازآنجاییکه قرار دادن شیء بهصورت تصادفی صورت میگیرد، لازم است تا آستانهای برای آن قرارداد تا اگر الگوریتم در جایگذاری شیء ناموفق بود، از آن شیء عبور کرده و شیء دیگری برای قرار دادن انتخاب کند.

پارامتر دیگری که جمعیت اولیه را تحت تأثیر قرار میدهد، پارامتر populationSize میباشد که تعداد را احلهای اولیه را نشان میدهد.

$$populationSize = 100$$
 (*)

۲.۲.۳ محاسبه برازندگی

مرحله بعد در الگوریتم تکاملی، محاسبه برازندگی جمعیت هدف میباشد. نکته ی مهم در مورد مسئله بستهبندی دوبعدی آن است که هدف نهایی این مسئله این است که مجموع ارزش اشیاء موجود در ظرف بیشینه شود بهطوری که مجموع وزن اشیاء موجود در ظرف بیشتر نباشد و همچنین اشیاء نه با یکدیگر و نه با ظرف همپوشانی نداشته باشند. این موارد بهصورت ریاضی به شرح زیر بیان میشوند:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \le W \tag{2}$$

$$\forall i \in n, x_i = 1 : intersect(s_i, p_i, r_i, S) = 1 \tag{(5)}$$

$$\forall i, j \in n, i \neq j, x_i = 1, x_j = 1 : intersect(s_i, p_i, r_i, s_j, p_j, r_j) = 1 \tag{Y}$$

در عبارتهای بالا متغیرهای w ،p ،s و v به ترتیب مشخصکننده ی شکل هندسی، زاویه قرارگیری، وزن و ارزش شیء درون ظرف هستند. متغیرهای S و W نیز به ترتیب نشاندهنده ی شکل هندسی ظرف و وزن قابل تحمل ظرف میباشند. متغیر دودویی x نیز برای یک شیء نشان میدهد که آیا آن شیء درون ظرف قرار دارد یا خیر.

بنابراین، راه حلی به عنوان بهترین راه حل انتخاب می شود که از یک طرف، قیود وزن و همپوشانی را رعایت کرده باشد و از طرف دیگر، بیشترین مجموع ارزش اشیاء در ظرف را داشته باشد. اما سؤالی که مطرح است این است که مقدار برازندگی یک راه حل به چه صورت تعریف می شود؟ به راحتی مقدار برازندگی را می توان متناسب با مجموع ارزش اشیاء موجود در ظرف تعریف کرد. هرچقدر مجموع ارزش اشیاء موجود در ظرف بیشتر باشد، برازندگی آن راه حل بیشتر است. اما این امکان وجود دارد که دو راه حل، مجموع ارزش اشیاء یکسانی داشته باشند. در آن صورت راهکار به منظور انتخاب بین این دو راه حل چیست؟ بهسادگی می توان مساحت باقی مانده در ظرف را به عنوان داور قرارداد. به این ترتیب که هرچقدر میزان مساحت باقی مانده در ظرف کمتر باشد، آن راه حل برازنده تر است، چراکه نشان می دهد اشیاء تا حد امکان از فضاهای موجود در ظرف استفاده کرده اند. اما همان طور که مشخص است رابطه مشخصی برای برازندگی برای آنکه هردو موضوع ارزش اشیاء و مساحت باقی مانده گفته شده را دربر داشته باشد وجود ندارد. رابطه ای که بتواند تأثیر مثبت مجموع ارزش اشیاء و تأثیر مثبت کم بودن مساحت باقی مانده را نشان دهد.

برای حل این مشکل، یک رابطه بهعنوان ایدهای جدید در حل این مسئله به صورت زیر پیشنهاد می شود:

$$Fitness value = \Sigma v_i + 1/(Remaining area) \tag{A}$$

رابطه فوق، بهخوبی تأثیر مجموع ارزش اشیاء و مساحت باقیمانده در ظرف را نشان میدهد. اما نکتهای که وجود دارد این است که این احتمال وجود دارد، اعمال این رابطه بر روی راهحلها سبب شود که دو راهحل که ارزش کاملاً متفاوتی دارند، درنهایت دارای یک برازندگی شوند. دلیل آنهم این است که مقادیر بایستی در یک فاصله مطمئن از یکدیگر قرار گیرند. به همین دلیل لازم است قبل از محاسبه برازندگی، مقادیر مجموع ارزش اشیاء در راهحلها و مساحت باقیمانده در هر راهحل در یک مقدار فاصله مطمئن قرار گیرند. برای این کار، مقادیر مجموع ارزش اشیاء در هر راهحل، با ۱ جمع میشوند و سپس در یک مقدار

ثابت تحت عنوان valueNormConst که فاصله اطمینان را ایجاد میکند ضرب می شوند. مقدار مساحت باقی مانده نیز تنها با ۱ جمع می شود تا زمانی که در رابطه در مخرج کسر قرار می گیرد، مقدار آن درصورتی که مقدار مساحت باقی مانده مقداری بین و ۱ است، به بی نهایت میل نکند.

$$valueNormConst = 100$$
 (9)

٣.٢.٣ انتخاب راهحل

مرحله بعد، انتخاب والدین میباشد. انتخاب والدین جهت ایجاد نسل بعدی انجام میشود. طبیعی است، والدینی مدنظر هستند که مقدار برازندگی بیشتری داشته باشند. مقدار برازندگی هر راهحل در بخش قبلی توضیح داده شد و در این قسمت متناسب با آن مقادیر یک جمعیت جدید از راهحلها تولید خواهد شد.

۴.۲.۳ ترکیب راهجل

در مرحله ترکیب، والدین بهصورت دوبهدو ترکیبشده و بر اساس یک احتمال مشخص که توسط mateProb تعیین می شود، را محل های جدیدی از ترکیب تولید می شود.

$$mateProb = 0.7$$
 (1.)

برای ترکیب راه حلها از روش crossover استفاده می شود. در این روش ظرف موردنظر به صورت کاملاً تصادفی به دو قسمت تقسیم می شود. روشی که kPack برای این کار استفاده می کند به این صورت است که ابتدا یک نقطه به صورت تصادفی در ظرف انتخاب شده و سپس یک زاویه شیبخط نیز به صورت تصادفی بین تا ۳۶۰ انتخاب می شود. خطی که از این نقطه تصادفی عبور می کند و دارای زاویه شیب انتخاب شده است، ظرف موردنظر را به دو قسمت تقسیم می کند. بعد از تقسیم ظرف به دو قسمت، تمامی اشیایی که در هر راه حل در هر قسمت ظرف قرار دارند شناسایی می شوند. تعدادی از اشیاء نیز در هر راه حل بر روی خط تقسیم کنند، سپس عملیات در عملیات crossover شرکت کنند. سپس عملیات

crossover به این صورت انجام می شود که اشیاء راه حل اول در قسمت اول و اشیاء راه حل دوم در قسمت دوم ظرف باهم و اشیاء راه حل اول در قسمت دوم و اشیاء راه حل دوم در قسمت اول ظرف نیز با یکدیگر ترکیب می شوند. نتیجه این ترکیب، ایجاد دو فرزند جدید به عنوان دو راه حل جدید می باشد. بعد از ایجاد راه حل های جدید، این امکان وجود دارد که براثر ترکیب، اشیاء تکراری در راه حل های جدید وجود داشته باشد. اشیاء تکراری در هر فرزند بایستی شناسایی و حذف گردند.

درآخر نوبت به اشیایی میرسد که بر روی خط تقسیمکننده ی ظرف در هر راه حل قرار داشتند. برای این اشیاء به این صورت عمل می شود که تمامی اشیایی که در ظرف اول و بر روی خط تقسیمکننده قرار داشتند را در یک فرآیند مشابه فرآیند ساخت راه حل برای جمعیت اولیه، برای قرار دادن در ظرف دوم شرکت می دهیم. همین کار را نیز برای اشیایی که در ظرف دوم و بر روی خط تقسیمکننده قرار داشتند انجام می دهیم. در این قسمت، می توان کمی آسان تر از ساخت جمعیت اولیه عمل کرد. این بدین معنی است که متغیرهایی که به عنوان آستانه برای تلاش برای قرار دادن یک شیء در ظرف مورداستفاده قرار گرفتند، می توانند بر اساس یک متغیر مقیاس، تعدیل شوند.

متغیر مقیاس معرفی شده بهصورت زیر است:

$$mateItemBoundaryScale = 2$$
 (11)

متغیر mateItemBoundaryScale متغیر objectAdditionTries متغیر mateItemBoundaryScale را کوچکتر یا بزرگتر میکند که سبب می شود که تلاش برای اضافه کردن یک شی به ظرف بیشتر و یا کمتر شود. به عنوان مثال، مقدار ۲ در اینجا، تعداد تلاشها برای اضافه کردن شیء به ظرف را نصف میکند.

۵.۲.۳ جهش راهحلها

مرحله آخر در این فرآیند نیز مربوط به جهش فرزندان تولیدشده در قسمت قبل میباشد. در این مرحله نیز، فرزندان بر اساس یک احتمال مشخص که توسط mutProb تعیین میشود دچار جهش میشوند.

$$mutProb = 0.9$$
 (17)

در مسئله بستهبندی، جهش یک راه حل می تواند اضافه شدن یک شیء جدید به ظرف باشد، حذف شدن یک شیء از ظرف باشد و یا تغییر در یکی از اشیاء ظرف باشد. بنابراین، جهش می تواند یکی از سه اتفاق اضافه شدن به ظرف، حذف شدن از ظرف و تغییر در ظرف باشد. هر یک از این سه اتفاق الزاماً با یک احتمال رخ نمی دهند. به همین جهت سه پارامتر mutRemovProb ، mutAddProb

$$mutAddProb = 0.7$$
 (17)

$$mutRemovProb = 0.1$$
 (14)

$$mutModProb = 0.2$$
 (\delta)

همانطور که مشخص است، دو اتفاق اضافه کردن شیء و تغییر در یک شیء در ظرف، نیازمند تلاش برای قراردادن شیء جدید حاصل از دو اتفاق در ظرف میباشند. این تلاش مانند موضوع تلاشی که در قسمت ترکیب والدین نیز مطرح شد، میتواند توسط پارامترهای مقیاسی مشخصی تعدیل شود. پارامترهای مقیاسی این بخش نیز عبارتاند از mutAddItemScale که به شکل زیر تعریف شدهاند:

$$mutAddItemScale = 2$$
 (19)

$$mutModItemScale = 2$$
 (1Y)

۶.۲.۳ شرط خاتمه

در برنامهی kPack الگوریتم تکاملی طراحیشده، به تعداد ثابت ۳۰۰۰ نسل اجرا میشود. درنتیجه، تنها شرط پایان برنامه، پیشرفت کامل نسلهای الگوریتم میباشد. اما بااینوجود، برنامه kPack یک شرط دیگری را نیز برای خاتمه در نظر گرفته است. این شرط بیان میکند که اگر مقدار بهترین برازندگی در یک جمعیت، بعد از ایجاد تعداد مشخصی از نسل در الگوریتم، ثابت ماند و تغییر نکرد که اصطلاحاً به آن همگرایی جمعیت گفته میشود، درآنصورت، الگوریتم خاتمه مییابد. پارامتر convIter تعداد چرخههایی که الگوریتم بدون خاتمه درصورت ثابت ماندن بهترین برازندگی جمعیت میتواند طی کند را مشخص میکند.

$$convIter = 12$$
 (NA)

۴ ارزیابی برنامه

در این بخش به ارزیابی برنامه با چند مثال و نمایش خروجی تولیدشده توسط برنامه پرداخته خواهد شد. در هر مثال، اشیاء موردنظر و پارامترهای هندسی، پارامتر وزن و ارزش هریک در جدول موجود در همان مثال آورده شده است.

جدول مقادیری که برای متغیرهای کنترلی الگوریتم تکاملی kPack در نظر گرفته شده است، برای تمامی مثالها یکسان و به شرح زیر است:

جدول ۱: پارامترهای کنترلی استفاده شده در ارزیابی برنامه

populationSize	objectAdditionTries	initSolSetupTries	mateProb	mutProb	
۵۰	١٠٠٠	1.	٠.٧	٠.٩	

جدول ۲: پارامترهای کنترلی استفاده شده در ارزیابی برنامه (ادامه)

mutAddProb	mutRemovProb	mutModProb	mutModItemScale	mutAddItemScale
٠.٨	٠.٠۵	٠.١۵	۲	۲

جدول ۳: پارامترهای کنترلی استفاده شده در ارزیابی برنامه (ادامه)

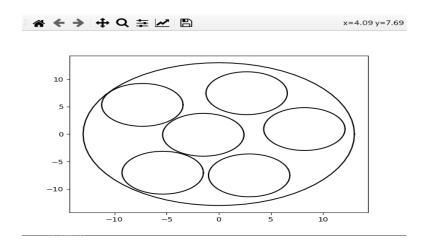
valueNormConst	mateItemBoundaryScale
1	۲

اطلاعات مربوط به ظرف موردنظر و اشياء دادهشده طبق جدول زير مىباشد:

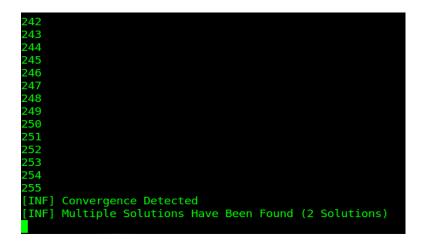
جدول ۴: اشیاء مثال ۱

ارزش شيء	وزن شىء	ابعاد شيء	تعداد	نوع شيء	نقش شىء
١	1	شعاع ۱۳	١	دايره	ظرف
١	•	شعاع ٣.٩	γ	دايره	شىء

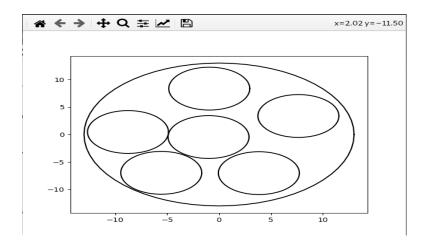
هنگامیکه برنامه را اجرا میکنیم، یکی از راهحلهای اولیه در شکل (۷) نمایش دادهشده است. همانطور که مشخص است، تنها ۶ دایره از اشیاء موجود در راهحل قرار دارند و انتظاری که ما از الگوریتم داریم، به دست آوردن راهحلی است که ۷ دایره در ظرف بهعنوان جواب به ما برگردانده شود. هنگامیکه الگوریتم را اجرا میکنیم، مشاهده میکنیم که الگوریتم پس از ۲۵۵ نسل به همگرایی برخورد میکند و متوقف می شود. همگرایی فوق در شکل (۸) نشان داده شده است. همان طور که در شکل (۸) مشخص است، ۲ جواب بعد از پایان الگوریتم وجود دارد و یکی از جوابها در شکل (۹) نشان داده شده است.



شكل ٧: مثال ١- راهحل اوليه

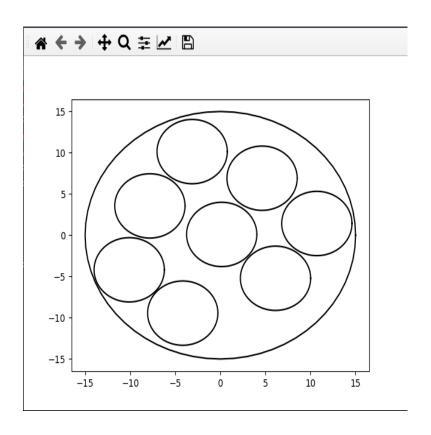


شكل ٨: مثال ١- همگرايي الگوريتم



شكل ٩: مثال ١- اجراى كامل الگوريتم و توقف آن

اجرای چندینبارهی برنامه، همچنان ما را به جواب ۶ شیء در دایره میرساند. اگر شعاع ظرف را بیشتر کرده و از ۱۳ به ۱۵ برسانیم، درنهایت الگوریتم راهحلی که ۷ دایره در ظرف قرارگرفتهاند را تحویل خواهد داد. شکل (۱۰) این موضوع را نشان میدهد.



شكل ١٠: مثال ١- راهحل برازندهتر پس از افزایش شعاع ظرف

۲.۴ مثال ۲

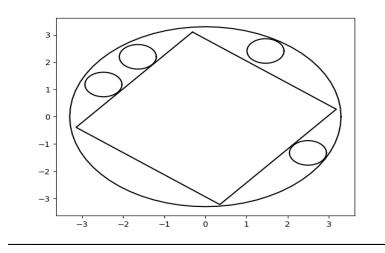
اطلاعات مربوط به ظرف موردنظر و اشیاء دادهشده طبق جدول زیر میباشد:

جدول ۵: اشیاء مثال ۲

ارزش شيء	وزن شىء	ابعاد شيء	تعداد	نوع شيء	نقش شىء
١	17.	شعاع ٣.٣	١	دايره	ظرف
۵	۲٠	شعاع ۰.۴۵	١	دايره	شىء
١.	۲٠	شعاع ۰.۴۵	١	دايره	شىء
۱۵	۲٠	شعاع ۰.۴۵	١	دايره	شىء
۲٠	۲٠	شعاع ۰.۴۵	١	دايره	شىء
۵۰	۴.	ضلع ۴.۵	١	مربع	شىء

نتیجه اجرای الگوریتم بر اشیاء در شکل (۱۱) نشان دادهشده است.

☆←→ + Q = ∠ □



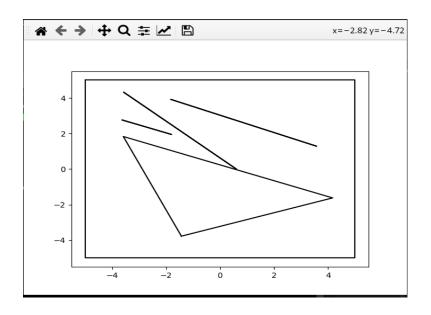
شکل ۱۱: مثال ۲- راهحل برازندهتر پس از اجرای برنامه

۳.۴ مثال ۳

اطلاعات مربوط به ظرف موردنظر و اشیاء دادهشده طبق جدول زیر میباشد: جدول ۶: اشیاء مثال ۳

ارزش شىء	وزن شىء	ابعاد شيء	تعداد	نوع شيء	نقش شىء
١٢	77	ضلع ۱۰	١	مربع	ظرف
1.	١.	ضلع ۶	١	مثلث قايمالزاويه	شىء
۲٠	١.	ضلع ۶	١	مثلث قايمالزاويه	شىء
۵	۵	قطر بزرگ ۶ قطر کوچک ۰.۶	١	بیضی	شىء
۵	۵	قطر بزرگ ۳ قطر کوچک ۰.۶	١	بیضی	شىء
۵	١.	قطر بزرگ ۶ قطر کوچک ۰.۶	١	بیضی	شىء
۵	١.	قطر بزرگ ۳ قطر کوچک ۰.۶	١	بیضی	شىء

هنگامیکه برنامه را اجرا میکنیم، یکی از راهحلهای اولیه در شکل (۱۲) نمایش دادهشده است. همانطور که مشخص است، تنها ۳ بیضی و ۱ مثلث از اشیاء موجود در راهحل قرار دارند. هنگامیکه الگوریتم را اجرا میکنیم، مشاهده میکنیم که الگوریتم پس از ۲۵۵ نسل به همگرایی برخورد میکند و متوقف می شود. همگرایی فوق در شکل (۱۳) نشان داده شده است. همان طور که در شکل (۱۳) مشخص است، ۲ جواب بعد از پایان الگوریتم وجود دارد و یکی از جوابها در شکل (۱۴) نشان داده شده است.

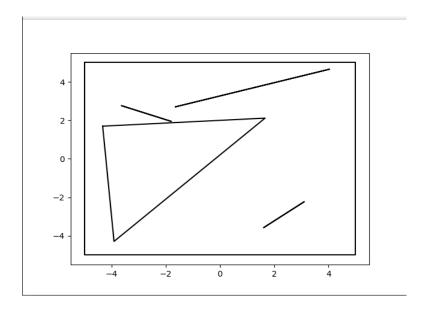


شكل ١٢: مثال ٣- راهحل اوليه

با توجه به اندازه کوچک قطر کوچک بیضی و نسبت بقیه اضلاع به یکدیگر، بیضی بهصورت یک خط دیده میشود. این موضوع که آیا واقعاً بیضی رسم شده است یا خیر، بهراحتی قابلاثبات است. برای این کار اگر قطر کوچک بیضی را بزرگتر کرده و به ۲ برسانیم، آنگاه یکی از راهحلها بهصورت شکل (۱۵) دیده خواهد شد.

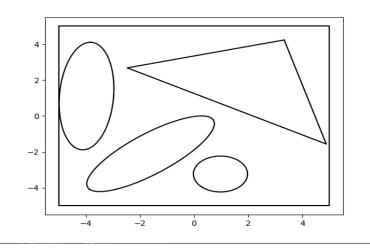


شكل ١٣: مثال ٣- همگرايي الگوريتم



شكل ۱۴: مثال ۳- همگرایی الگوریتم و توقف آن

☆←→|+Q≠**∠**|□



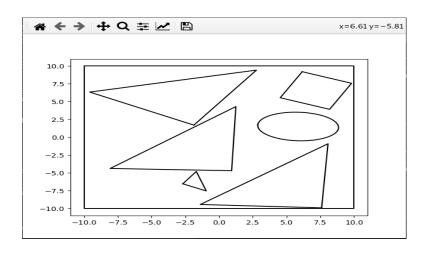
شکل ۱۵: مثال ۳- اثبات رسم بیضی

۴.۴ مثال ۴

اطلاعات مربوط به ظرف موردنظر و اشیاء داده شده طبق جدول زیر می باشد. نتیجه اجرای الگوریتم بر اشیاء در شکل (۱۶) نشان داده شده است.

جدول ٧: اشياء مثال ٢

ارزش شيء	وزن شىء	ابعاد شيء	تعداد	نوع شيء	نقش شيء
١٢	١	ضلع ۲۰	١	مربع	ظرف
۲٠	٣٠	ضلع ۲	\	مثلث قايمالزاويه	شىء
١٠	١٠	ضلع ۹	٣	مثلث قايمالزاويه	شىء
۵	۵	قطر بزرگ ۶ قطر کوچک ۰.۶	١	بیضی	شىء
۵	۵	قطر بزرگ ۶ قطر کوچک ۴	١	بیضی	شىء
١۵	۵	ضلع ۴	\	مربع	شىء



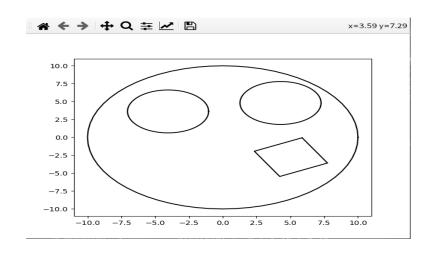
شکل ۱۶: مثال ۴- راهحل برازندهتر پس از اجرای برنامه

۵.۴ مثال ۵

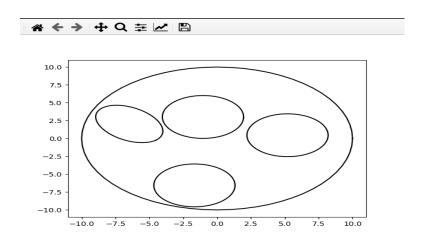
اطلاعات مربوط به ظرف موردنظر و اشیاء داده شده طبق جدول زیر میباشد. نتیجه اجرای الگوریتم بر اشیاء در شکلهای (۱۷) و (۱۸) نشان داده شده است.

جدول ٨: اشياء مثال ٥

ارزش شىء	وزن شىء	ابعاد شيء	تعداد	نوع شيء	نقش شيء
١٢	١	ضلع ۲۰	١	مربع	ظرف
۲.	٣٠	ضلع ۲	١	مثلث قايمالزاويه	شىء
1.	١.	شعاع ٣	٣	دايره	شىء
۵	۵	قطر بزرگ ۶ قطر کوچک ۰.۶	١	بیضی	شىء
۵	۵	قطر بزرگ ۶ قطر کوچک ۴	\	بیضی	شىء
١۵	۵	ضلع ۴	1	مربع	شىء



شکل ۱۷: مثال ۵- راه حل برازنده اول پس از اجرای برنامه



شکل ۱۸: مثال ۵- راهحل برازنده دوم پس از اجرای برنامه

۵ تحلیل

بعد از اجرای چند مثال متفاوت و ارزیابی متفاوت پارامترهای کنترلی مربوط به الگوریتم تکاملی برنامه kPack میتوان به نتایج زیر در مورد انتخاب پارامترهای الگوریتم تکاملی انتخابی رسید. نکته حائز اهمیت در بررسی این پارامترها این است که بررسی تنها یک پارامتر و ثابت نگهداشتن بقیه پارامترها نمیتواند بهخوبی ما را دررسیدن به یک ترکیب مناسب کمک کند و تصمیم بر انتخاب یک ترکیب خاص، تنها با در نظر گرفتن تمامی پارامترها امکانپذیر است.

۱.۵ اندازه جمعیت (populationSize)

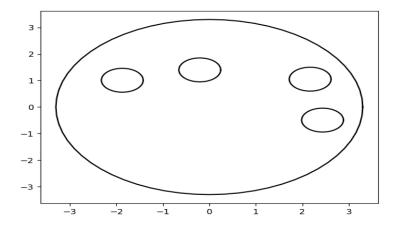
انتخاب اندازه جمعیت، میتواند دررسیدن به جواب مورد انتظار تأثیرگذار باشد. اگر تعداد راه حلهای موجود در جمعیت زیاد باشد، میتوان انتظار داشت که تنوع نیز در راه حلها بیشتر خواهد بود. در روند الگوریتم، متنوع بودن راه حلهای جمعیت میتواند در ساخت راه حلهایی با تنوع اشیاء بالا و درنتیجه مجموع برازندگی بیشتر کمککننده باشد. البته اضافه کردن این نکته ضروری است که اندازه جمعیت بالا به این معنی نیست که تنوع اشیاء در یک راه حل در جمعیت اولیه بیشتر است و این موضوع توسط پارامترهای دیگر تعیین میشود.

۲.۵ تعداد تلاش برای ایجاد یک راهحل (initSolSetupTries)

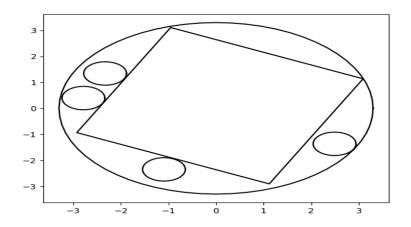
یکی دیگر از پارامترهای الگوریتم تکاملی برنامه kPack میزان تلاش برای ایجاد یک راهحل میباشد. هرچه تعداد تلاش برای ایجاد یک راهحل بیشتر باشد، احتمال ایجاد یک راهحل خوب بالاتر میرود. هرچه میزان و مقدار این پارامتر کمتر باشد، جمعیت اولیه با راهحلهایی ایجاد میشود که از برازندگی احتمالاً کمی برخوردار هستند چراکه پافشاری برای ساخت راهحل بهتر کم بودهاست. این موضوع نیز طبیعی است که هر چه این پارامتر بیشتر باشد، زمانی بیشتری صرف ایجاد جمعیت اولیه به شرطی که اندازه جمعیت زیاد باشد، میشود.

objectAdditionTries) تعداد تلاش برای اضافه نمودن شیء به یک راه حل ۳.۵

پارامتر تلاش برای اضافه نمودن شیء به یک راه حل، یکی دیگر از پارامترهای مهم در الگوریتم تکاملی میباشد. هرچه میزان این پارامتر بیشتر باشد، تلاش و پافشاری برای اضافه نمودن یک شیء به راه حل بیشتر خواهد بود. دلیل پافشاری نیز انتخاب تصادفی مرکز قرارگیری یک شیء و زاویه چرخش آن است. در مواقعی که اندازه اشیاء بسیار به یکدیگر نزدیک است، احتمال موفقیت در جایگذاری اشیاء بسیار کمتر می شود چراکه مساحت باقی مانده برای قرار دادن یک شیء و حق انتخاب برای موقعیت قرارگیری و زاویه چرخش آن کم شده است. در چنین شرایطی، افزایش میزان پافشاری می تواند احتمال موفقیت در اضافه کردن یک شیء که شاید بتواند میزان برازندگی آن راه حل را افزایش دهد بیشتر می شود.



شکل ۱۹: انتخاب ۱۰ و ۱۰۰ برای یارامترهای تلاش



شکل ۲۰: انتخاب ۵۰ و ۱۰۰۰ برای پارامترهای تلاش

به عنوان مثال، جهت نشان دادن تأثیر initSolSetupTries و objectAdditionTries دو شکل (۱۹) و (۲۰) که نشان دهنده یک راه حل اولیه در جمعیت هستند را در نظر بگیرید. در این دو شکل، هدف قرار دادن یک مربع با طول ضلع نشان دهنده یک راه حل اولیه در جمعیت هستند را در نظر بگیرید. در این دو شکل، هدف قرار دادن یک مربع با طول ضلع ۴۰۵، وزن ۴۰ و ارزش ۵۰، چهار دایره با شعاع یکسان ۲۰ و ارزشهای به ترتیب ۱۵،۱۰،۵ و ۲۰ و وزنهای یکسان ۲۰ در یک ظرف دایره ای شکل با شعاع ۳.۳ و وزن ۱۲۰ می باشد.

در شکل (۱۸) دو پارامتر ذکرشده به ترتیب مقادیر ۱۰ و ۱۰۰ و در شکل (۱۹) مقادیر ۵۰ و ۱۰۰۰ را اختیار کردهاند. همانطور که مشخص است، هرچه میزان تلاش بیشتر شده است، شانس قرارگیری مربع در ظرف بالاتر رفته است. این نکته نیز حائز اهمیت است که اگر به ابعاد اشیاء موجود دقت شود، ابعاد بسیار به یکدیگر نزدیک است که این موضوع سبب می شود

یک شیء مانند مربع زمانی که ۴ دایره دیگر در ظرف قرار دارند، حق انتخاب کمتری برای نقطه قرارگیری و زاویه چرخش داشته باشد.

۴.۵ احتمال ترکیب (mateProb)

در الگوریتم تکاملی پیشنهادشده، ترکیب دو راهحل تغییر زیادی در جمعیت ایجاد نمیکند. به عبارت دیگر، بالا یا پایین بودن احتمال ترکیب دو راه حل به معنای تولید راه حلهای مناسب یا نامناسب نمیباشد. دلیل آنهم این است که خود عملیات جهش در آینده، از اقدامات کافی مانند اضافه کردن شیء و یا تغییر در اشیاء موجود برخوردار است و می تواند به خوبی راه حلهای مناسبی را ایجاد نماید. البته همان طور که گفته شد، بررسی هر پارامتر به تنهایی نمی تواند نتیجه گیری مناسبی را فراهم آورد. به عنوان مثال، اگر پارامترهای تعداد تلاش برای ایجاد راه حل و اضافه کردن شیء به ظرف کم باشند، در نتیجه تنوع اشیاء موجود در یک ظرف کم خواهد بود. در چنین حالتی، ترکیب دو راه حل می تواند سبب افزایش تنوع در راه حلها شود و در چنین حالتی احتمال ترکیب بالا می تواند سودمند باشد.

۵.۵ احتمال جهش (mutProb)

همانطور که قبلاً نیز گفته شد، جهش شامل اقدامات مختلفی شامل اضافه کردن، حذف کردن و تغییر یک شیء میباشد. با توجه به اینکه احتمال رخ دادن اضافه کردن بیشتر از تغییر و تغییر بیشتر از حذف کردن است، میتوان انتظار داشت که رخ دادن جهش میتواند سودمند باشد. در چنین شرایطی، بالا بودن احتمال جهش میتواند در تولید را محلهایی بهتر سودمند باشد.

۶.۵ احتمال اضافه کردن شیء در جهش (mutAddProb)

اضافه کردن یک شیء به ظرف تنها اقدامی بین اقدامات ممکن در جهش است که میتواند میزان برازندگی را بیشتر نماید. بنابراین درمجموع، ما همواره دنبال اضافه کردن شیء به ظرف خواهیم بود و به همین دلیل این احتمال، نسبت به احتمال رخ دادن اقدامات دیگر بیشتر خواهد بود.

۷.۵ احتمال حذف کردن شيء در جهش (mutRemovProb)

حذف کردن یک شیء از ظرف میزان برازندگی آن ترکیب را کاهش میدهد. بنابراین درمجموع، ما همواره از حذف کردن اشیاء از ظرف دوری خواهیم کرد به همین دلیل این احتمال، نسبت به احتمال رخ دادن اقدامات دیگر کمترین خواهد بود. هرچند که میتوان بهجای استناد به انتخاب یکنواخت اشیاء درون ظرف برای حذف، آن شیء را از ظرف حذف کرد که بیشترین مساحت اشغالی، بیشترین وزن و کمترین ارزش را در بین اشیاء موجود در ظرف دارد. این عمل سبب میشود تا فضا برای اضافه کردن اشیاء دیگر که احتمالاً ارزش بالاتری دارند باز شود.

۸.۵ احتمال تغییر دادن یک شیء در جهش (mutModProb)

تغییر در یک شیء مانند تغییر در نقطه قرارگیری یا زاویه چرخش نیز میتواند فضا را برای اضافه کردن اشیاء دیگر در آینده بازنماید. احتمال رخ دادن این اقدام، مقداری بین احتمال رخ دادن دو اقدام قبل میباشد.

۹.۵ مقیاس تلاش در اضافه کردن شیء در جهش (mutAddItemScale)

این پارامتر میتواند در سرعت پیشرفت الگوریتم تأثیرگذار باشد. اما تأثیر آن در ایجاد یک راهحل احتمالاً مناسب عکس پارامتر تعداد تلاش برای اضافه نمودن شیء به یک راهحل میباشد. دلیل این موضوع نیز واضح است. هر چه این پارامتر کمتر باشد، تلاش ما برای اضافه کردن یک شیء به ظرف بیشتر خواهد بود. برعکس، هر چه این پارامتر بیشتر باشد، تلاش برای ایجاد جهش در یک شیء بهمنظور ساخت راه حلی احتمالاً مناسب کمتر خواهد بود.

۱۰.۵ مقیاس تلاش در تغییر دادن شیء در جهش (mutModItemScale)

این پارامتر میتواند در سرعت پیشرفت الگوریتم تأثیرگذار باشد. اما تأثیر آن ایجاد یک راهحل احتمالاً مناسب عکس پارامتر تعداد تلاش برای اضافه نمودن شیء به یک راهحل میباشد. دلیل این موضوع نیز واضح است. هر چه این پارامتر کمتر باشد، تلاش ما برای تغییر دادن یک شیء از پیش موجود برای اضافه کردن دوباره به ظرف بیشتر خواهد بود. برعکس، هر چه این پارامتر بیشتر باشد، تلاش برای ایجاد تغییر در یک شیء بهمنظور ساخت راه حلی احتمالاً مناسب کمتر خواهد بود.

برای دسترسی به منبع کد برنامه kPack به [۱۵] مراجعه شود.

منابع

- [1] https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.20.5176&rep=rep1&type=pdf
- [2] https://www.inf.utfsm.cl/mcriff/EA/eva-space-planning/part1.pdf
- [3] Dyckhoff H., 1990, Typology of cutting and packing problems, Eur. J. of OR, vol. 44, no. 2, pp. 145-159.
- [4] Hässler R. W., Sweeney, P. E., 1991, Cutting stock problems and solution procedures, European Journal of Operational Research, vol. 54, part 2, pp.-150.
- [5] Hinxman A. I., 1980, The trim loss and assortment problems, Eur. J. of OR, vol. 5, part 1, pp. 8-18.
- [6] Kröger B., 1995, Guillontineable bin-packing: A genetic approach, Eur. J. of OR, vol. 84, pp. 645-661.
- [7] Smith D., 1985, Bin-packing with adaptive search, in: Grefenstette (ed.), Proceedings of an International Conference on Genetic Algorithms and their Applications, Lawrence Erlbaum, pp. 202-206.
- [8] Jakobs S, 1996, On genetic algorithms for the packing of polygons, Eur. J. of OR, vol. 88, pp. 165-181.
- [9] Fujita K., Akagji, S., Kirokawa, N., 1993, Hybrid approach for optimal nesting using a genetic algorithm and a local minimisation algorithm, Proceedings of the 19th Annual ASME Design Automation Conference, Part 1 (of 2), Albuquerque, NM, USA, vol. 65, part 1, pp. 477-484.
- [10] Ismail H. S., Hon K. K. B., 1992, New approaches for the nesting of two-dimensional shapes for press tool design, International Journal of Production Research, vol. 30, part 4, pp. 825-837.
- [11] Ismail H. S., Hon K. K. B., 1995, Nesting of two-dimensional shapes using genetic algorithms, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B, vol. 209, pp. 115-124.
- [12] Prosser P., 1988, A hybrid genetic algorithm for pallet loading, in: B. Radig (ed.), ECAI 88 Proceedings 8th European Conference on Artificial Intelligence, Pitman, London pp. 159-164.
- [13] Ikonen I., Biles W. E., Kumar A., Ragade R. K., 1996, Concept for a genetic algorithm for packing 3D objects of complex shape, Proc. 1st Online Workshop on Soft Computing, Nagoya University, pp. 211-215.

 $[14] \ \ https://www3.beacon-center.org/blog/2016/02/26/an-evolutionary-computation-perspective-at-aaai-20$

 $[15]\ https://github.com/keagleV/kPack$