

T.I - Shounon / 21-04

Si intende il logaritmo come il n° di cifre di un numero

Se il log presenta decimali allora arro' "n° di cifre e un po'"

$$\log_{10} 10000 = 5$$

$$\log_{10} 104300 = \textcircled{5}$$

sempre 5

$$\log_2 16 = 4$$

escludendo il bit 0

(perché non dà info $\log_2 1 = 0$)

Misura di informazione

Evento casuale con $p > 0$ ha una quantità di informazione

pari a $\log_2 \frac{1}{p}$ detto bit (perché base 2)

• $p = \frac{1}{2}$ $\log_2 \frac{1}{\frac{1}{2}} = \log_2 2 = 1$ \square risultato in un bit

• $p(T) = \frac{7}{8}$ $p(C) = \frac{1}{8}$

$$\log_2 \frac{1}{\frac{7}{8}} = \log_2 \frac{8}{7} = 0,13$$

$$\left(\frac{8}{7} \approx 1, \log_2 1 = 0 \right)$$

$$\log_2 \frac{1}{\frac{1}{8}} = \log_2 8 = 3 \rightarrow \text{ha più informazione, con "più sorpreso" del risultato}$$

• lancio 2 volte una moneta

somma log

TT	$\log_2 \left(\frac{8}{4} \cdot \frac{8}{4} \right) = 0,18 + 0,18 = 0,33$	eventi indipendenti = somma delle info
TC	= 0,18 + 3 = 3,18	
CT		
CC	$\log (8 \cdot 8) = 6$	

• gli eventi certi $p=1 \rightarrow \log_2 1 = 0$ non danno informazione

$[0, \dots, 1023]$ indovina il numero pensato, scelto con p uniforme

$p = \frac{1}{1024}$, quante domande servono a indovinare? $10 = I$
(ricerca binaria, le settosey servono divisioni base log)

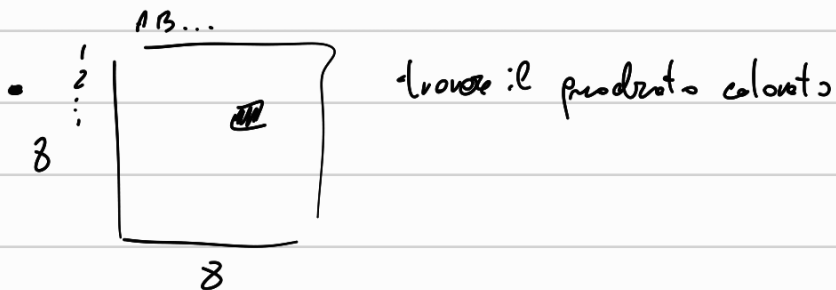
ha bisogno di 10 bit per scrivere i numeri:

0000000000
0000000001
⋮

es. $e' > 512$?

in bit si introduce: un certo bit e' 1?

1111111111



$p = \frac{1}{64}$ $1-p = \frac{63}{64}$ $I = \log_2 \frac{64}{63} = \log \left(1 + \frac{1}{63} \right) \approx \frac{1}{63}$
 INDUVINO NON INDUVINO

ed effettivamente non so molto

$I = \log_2 64 - \log_2 63 + \underbrace{\log_2 63}_{2^o \text{ tentativo}} - \log_2 62$

dopo 32 tentativi ho escluso metà scardiera

$$I_3 = \log 64 - \log 61$$

$$I_{32} = \log 64 - \log 32 = \log 2 = 1$$

di base, se indovino a I_2, I_3 etc

ho guadagnato $I = \log_2 64 = 6$ bit in cui scrivere il risultato

Quante pesate



① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫

12 palline rosse uguali a occhio, quante pesate minime per trovare quelle diverse?

→ la ricerca binaria non funziona bene, con una pesata rimuovo 12 comb.

L ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫

24 combinazioni

P ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫

totali

se raggruppo per 4 ne escludo 16 se in equilibrio, rimangono 4 palline

• 1^a PESATA in equilibrio: 3, 10, 11, 12 L & P

posso usare quelle uguali come zavorra

raggruppo per 3: 3 10 11 1 2 3 se equilibrio la 12

rimane fuori ed è L & P (confronto infine 12 e 1)

→ se non in equilibrio

3 10 11 una è L ↑ e poi posso confrontare 3, 10 e 1, 2
o P ↓ e se rimane in equilibrio è la 11
e così via

o 1^a PESATA non in equilibrio: 1 2 3 4 L
5 6 7 8 P

1 5 6 2 7 8 mescolando L e P

se equilibrio, una tra 3 e 4 una è L

se non, es 156 L e 278 P rimangono 7 8

→ se equilibrio la 1 è leggera
e 5 6

→ se equilibrio la 2 è pesante

Entropia di Shannon

$p(X=x, Y=y)$ probabilità congiunte

$$P(X, Y) = P(X) P(Y|X) = P(X) \cdot P(Y) \text{ se } X \text{ e } Y \text{ indipendenti}$$

↓
 $P(XY)$ perché X e Y accadono entrambi

es.
 $P(N=1, \text{risultato DISPARI})$