

ALGEBRA PER INFORMATICA 2020-21

FOGLIO DI ESERCIZI 8

Esercizio 1. Calcolare quoziente q e resto r della divisione di b per a , dove

$$b = 63, a = 20; \quad b = -63, a = 20.$$

Esercizio 2. Siano $a, b, c \in \mathbb{Z}$ tali che $a|b$ e $a|c$. Provare che per ogni $x, y \in \mathbb{Z}$ si ha $a|(bx + cy)$.

Esercizio 3. Calcolare, usando l'algoritmo euclideo, il massimo comun divisore delle seguenti coppie di interi:

$$(354, 128), (689, 533), (720, 880), (228, 612), (1271, 1147),$$

e scrivere la corrispondente identità di Bezout.

Esercizio 4. Siano a, b, k tre numeri interi positivi. Provare che $\text{MCD}(ka, kb) = k \cdot \text{MCD}(a, b)$.

Esercizio 5. Esistono $x, y \in \mathbb{Z}$ tali che $10 = 3752x + 730y$? E tali che $3752x + 730y = 25$?

Esercizio 6. Dire se le seguenti equazioni hanno soluzioni intere e in caso affermativo determinarne una usando l'algoritmo euclideo:

$$42x + 24y = 6; \quad 42x + 24y = 100; \quad 42x + 24y = 30.$$

Esercizio 7. Determinare tutte le soluzioni intere delle seguenti equazioni:

$$18x + 84y = 42; \quad 623x + 679y = 21; \quad 623x + 679y = 22.$$

Esercizio 8. Sia $f : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}$ l'applicazione data da $f(x, y) = 20x - 27y$. Provare che f è surgettiva e determinare $f^{-1}(0)$ e $f^{-1}(2)$.

Esercizio 9. Sia $f : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}$ l'applicazione data da $f(x, y) = 21x + 28y$.

(1) Stabilire se f è surgettiva e/o iniettiva.

(2) Determinare $f^{-1}(34)$ e $f^{-1}(35)$.