

# Calculus 1

## Esercizi tutorato 5

1. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x + \frac{1}{x}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 4x^{2021} + x^{2020} + 2^x$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 + x^{-2}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \log(x) e^x \cos x$

(e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \log(\sin x)$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(\log x)$

(g)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \tan(\pi x) \sin(\pi x)$

(h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} + \cos x$

2. Calcolare i limiti agli estremi del dominio delle seguenti funzioni.

•  $f(x) = x^3 + 2x^2 + e^x$

•  $g(x) = \cos\left(\frac{1}{1+x^2}\right)$

•  $h(x) = \sqrt{1 - 2 \ln x}$

•  $p(x) = |1 - x|$

•  $q(x) = \arctan(\log x)$

•  $r(x) = \ln(1 + \cos x)$

•  $s(x) = (2 + x)^{(1-x^2)}$

3. Scrivere due funzioni  $f(x)$  e  $g(x)$  che abbiano i seguenti limiti.

•  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

•  $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = -\infty$  e  $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = +\infty$

4. Per ciascuna delle seguenti funzioni, determinare, se esistono, i valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  per cui sono continue.

(a)  $f_\alpha(x) = \begin{cases} x^2 - \alpha \log(-x) & \text{se } x < 0 \\ e^x - \alpha \cos x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

(b)  $g_\alpha(x) = \begin{cases} x^\alpha & \text{se } x < 0 \\ \frac{1}{x+1} - \alpha 3^x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

5. Verificare, usando la definizione, che

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x-1|} = +\infty.$$