

Calculus 1

Esercizi tutorato 7

1. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

(a) $f(x) = \frac{e^{\cos x}}{(1+x^2)^3}$

(b) $g(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

(c) $h(x) = x^x$

(d) $u(x) = a^x$, per $a > 0$ (sapendo che la derivata di e^x è e^x)

(e) $v(x) = (\ln x)^{x^2+1}$

(f) $z(x) = \sin(\log(x^2+1))$

2. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{se } x \neq 0, \\ 1 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

(a) Stabilire se f è continua.

(b) Calcolare $f'(x)$ per $x \neq 0$.

(c) Utilizzando la definizione, stabilire se f è derivabile in 0 e, in tal caso, calcolare $f'(0)$.
(Suggerimento: utilizzare che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3} = \frac{1}{6}$.)

(d) Stabilire se f' è una funzione continua.

3. Studiare il segno della derivata della funzione

$$f(x) = \ln(x^2 - x - 1).$$

4. Stabilire se la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x+1}} & \text{se } x < -1, \\ 0 & \text{se } -1 \leq x \leq 1, \\ e^{\frac{1}{1-x}} & \text{se } x > 1, \end{cases}$$

è derivabile.