

# Calculus 1

## Esercizi tutorato 9

1. Dire se esiste una funzione  $f$ , e nel caso mostrare un esempio, per cui valgano tutte le seguenti condizioni:

- (a) il dominio non è tutto  $\mathbb{R}$ , ovvero  $\text{dom } f \subsetneq \mathbb{R}$
- (b) la derivata è sempre positiva, ovvero  $f'(x) > 0$  per ogni  $x \in \text{dom } f$
- (c) esistono due punti  $x_1, x_2 \in \text{dom } f$  tali che  $x_1 < x_2$  e  $f(x_1) > f(x_2)$

2. Per ciascuna delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x-2}$$

$$g(x) = \arctan\left(\frac{1}{x^2-1}\right)$$

$$h(x) = x \ln x$$

$$u(x) = \ln(x^3 - x)$$

- (a) Calcolare il dominio e i limiti agli estremi del dominio. Determinare eventuali asintoti.
- (b) Calcolare l'immagine e dire se la funzione è superiormente e/o inferiormente limitata.
- (c) Calcolare la derivata, dire se la funzione ammette massimi e/o minimi assoluti e/o relativi, e studiare la monotonia.
- (d) Calcolare la derivata seconda e determinare la concavità e/o convessità della funzione.
- (e) Fare un grafico qualitativo della funzione.

3. Considerare le seguenti condizioni per una generica funzione  $f$ :

- (a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- (b) esiste  $M \in \mathbb{R}$  tale che  $f'(x) \geq 0$  per ogni  $x > M$

Dire se esiste una funzione, e nel caso mostrare un esempio, per cui la condizione (a) sia vera e (b) falsa. Viceversa, dire se esiste una funzione, e nel caso mostrare un esempio, per cui la condizione (a) sia falsa e (b) vera.