

Calculus 1

Esercizi tutorato 8

1. Consideriamo la funzione f definita da

$$f(x) = \frac{\ln(e^x - e^{-x})}{\ln(e^x + e^{-x})}.$$

- (a) Calcolare il dominio e i limiti agli estremi del dominio.
- (b) Dire se esiste un punto $c \in \text{dom } f$ tale che $f(c) = 0$.
- (c) Calcolare gli estremi inferiore e superiore dell'immagine di f .
- (d) Dire se la funzione f ammette massimo e/o minimo.

2. Dire per quali valori di β esiste una funzione $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ per cui valgano le seguenti condizioni:

- i) $f(0) = 0$;
- ii) $f(1) = \beta$;
- iii) $1 < f'(x) \leq 2$ per ogni $x \in [0, 1]$.

Per i valori di β trovati, determinare una funzione per cui le condizioni i) e ii) siano vere e la condizione iii) sia falsa.

3. Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione $f_\alpha: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & \text{se } x < 0, \\ \alpha x + \cos x & \text{se } x \geq 0, \end{cases}$$

è derivabile.

4. Applicare il metodo di bisezione alla funzione $f: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2$, per ottenere un'approssimazione di $\sqrt{2}$ a meno di un errore di 0.05.

- 5.* Siano $f(x) = x + \sin x \cos x$ e $g(x) = x(2 + \sin x) + 2 \sin x \cos x + \cos x$. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Commentare i risultati ottenuti.