

ESERCIZIO - SIMULAZIONE DI COMPITO

CALCULUS I, 2020/2021

Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x - 3 \ln x}{\ln x} & x > 0 \\ x - 3 & x \leq 0 \end{cases}$$

1. Determinare il dominio di definizione, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti.
2. Stabilire gli intervalli di monotonia di f determinando, se esistono, i punti di massimo e minimo relativi.
3. Dire su quali intervalli del dominio f è invertibile. Determinare l'immagine di f .
4. Stabilire gli intervalli di convessità e concavità di f determinando, se esistono, i punti di flesso e le rette tangenti nei punti di flesso.
5. Dire se la funzione f è continua e derivabile in ogni punto del dominio e disegnare il grafico di f .
6. Dire se l'equazione $f(x) = 0$ ammette soluzioni: nel caso determinare un intervallo di lunghezza 1 che contiene un punto di intersezione di f e l'asse x .
7. Determinare delle costanti $0 < a < b < c < d$ per cui

$$\int_a^b f(x)dx > \int_c^d f(x)dx$$