

ALGEBRA PER INFORMATICA 2020-21

FOGLIO DI ESERCIZI 7

Esercizio 1. Si dimostri la seguente *identità del bastone da hockey*:

$$\sum_{i=r}^n \binom{i}{r} = \binom{n+1}{r+1} \text{ per } r, n \in \mathbb{N}, n \geq r.$$

Esercizio 2. Si dimostri la seguente identità:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1} \text{ per } k, n \in \mathbb{N}, n \geq k \geq 1$$

Esercizio 3. Una targa automobilistica è composta da due lettere (A-Z) seguite da tre cifre (0-9) e poi altre due lettere (A-Z). Quante distinte targhe automobilistiche si possono formare in questo modo?

Esercizio 4. Quanti sono i numeri naturali di quattro cifre decimali tali che il prodotto delle quattro cifre sia 420?

Esercizio 5. Quanti numeri interi ci sono tra 1 e $1000000 = 10^6$ che non sono nè un cubo nè un quadrato di un intero?

Esercizio 6. Quanti numeri di 6 cifre distinti possono essere costruiti utilizzando soltanto le cifre 1, 2, 3?

Esercizio 7. Fra i 33 studenti di una classe, 18 giocano a calcio, 17 a basket e 4 non praticano alcuno sport. Quanti sono gli studenti che giocano sia a calcio che a basket?

Esercizio 8. In un'urna ci sono 100 palline bianche, 100 rosse e 100 nere. Determinare quante bisogna estrarne contemporaneamente per

- (1) essere sicuri di averne almeno 5 dello stesso colore;
- (2) essere sicuri di averne almeno 5 rosse.

Esercizio 9. Una password è costituita da 6 cifre (tra 0 e 9), tutte diverse. Determinare il massimo numero di tentativi necessario per indovinare la password giusta.

Esercizio 10. Determinare il coefficiente di x^3 nello sviluppo del polinomio $(x+2)^8$.

Esercizio 11. Determinare quante sono le combinazioni al superenalotto (cioè le sestine composte da 6 numeri distinti tra 1 e 90) che contengono esattamente tre numeri pari.