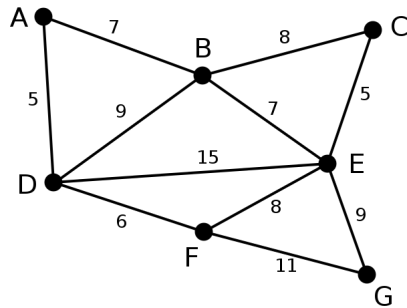


Analisi e progettazione di algoritmi

(III anno Laurea Triennale - a.a. 2021/22)

Esempio di prova scritta

Esercizio 1 Si esegua, sul seguente grafo:



l'algoritmo di Prim a partire dal nodo A . Inizialmente quindi si avrà $\text{dist}(A)=0$, $\text{dist}(B)=\infty$, $\text{dist}(C)=\infty$, $\text{dist}(D)=\infty$, $\text{dist}(E)=\infty$, $\text{dist}(F)=\infty$, $\text{dist}(G)=\infty$. Per ogni iterazione del ciclo while si dia:

- il nodo che viene estratto con la **getMin**
- i nodi per i quali viene modificata **dist** e come
- il minimo albero ricoprente alla fine dell'iterazione, evidenziando chiaramente la parte di albero definitiva.

Non dovete disegnare lo heap.

Soluzione La seguente tabella mostra per ogni iterazione: nella prima colonna il nodo che viene estratto; nelle successive i nodi per i quali viene modificata **dist** e come; nell'ultima gli archi dell'albero ricoprente (in grassetto quelli definitivi).

| <i>estratto</i> | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> | <i>F</i> | <i>G</i> | <i>albero</i> |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---|
| <i>A</i> | — | 7 | ∞ | 5 | ∞ | ∞ | ∞ | (A,B) , (A,D) |
| <i>D</i> | — | 7 | ∞ | — | 15 | 6 | ∞ | (A,B) , (A,D) , (D,E) , (D,F) |
| <i>F</i> | — | 7 | ∞ | — | 8 | — | 11 | (A,B) , (A,D) , (D,F) , (F,E) , (F,G) |
| <i>B</i> | — | — | 8 | — | 7 | — | 11 | (A,B) , (A,D) , (D,F) , (B,C) , (B,E) , (B,G) |
| <i>E</i> | — | — | 5 | — | — | — | 9 | (A,B) , (A,D) , (D,F) , (B,E) , (E,C) , (E,G) |
| <i>C</i> | — | — | — | — | — | — | 9 | (A,B) , (A,D) , (D,F) , (B,E) , (E,C) , (E,G) |
| <i>G</i> | — | — | — | — | — | — | — | (A,B) , (A,D) , (D,F) , (B,E) , (E,C) , (E,G) |

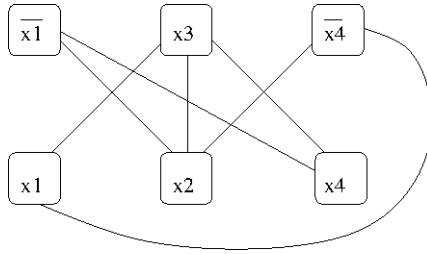
Esercizio 2 Si consideri la seguente istanza ϕ del problema $3SAT$:

$$(\overline{x_1} \vee x_3 \vee \overline{x_4}) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_4)$$

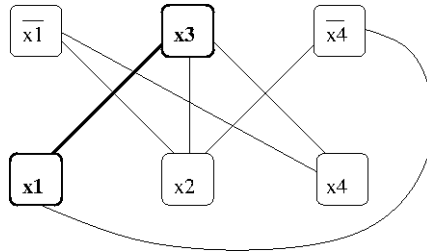
1. Si dia la corrispondente istanza del problema $CLIQUE$, ottenuta attraverso la riduzione vista a lezione.
2. Si dia un'assegnazione di valori di verità che rende vera ϕ e si mostri la corrispondente clique.
3. Come potremmo ottenere in modo semplice una riduzione da SAT a $CLIQUE$?

Soluzione

1. La corrispondente istanza del problema $CLIQUE$, ottenuta attraverso la riduzione vista a lezione, è data dalla coppia $(G, 2)$ dove G è il grafo seguente:



2. Un'assegnazione di valori di verità che rende vera ϕ è, per esempio, $x_1 = T$, $x_2 = F$, $x_3 = T$, $x_4 = F$. La corrispondente clique è evidenziata sotto.



3. Una riduzione da SAT a $CLIQUE$ si ottiene come composizione della riduzione da $3SAT$ a $CLIQUE$ con l'altra riduzione da SAT a $3SAT$ vista a lezione.

Esercizio 3 Poni $\ell = 8$ e costruisci due stringhe a e b di 8 bit con $a \neq b$ per via di un solo bit. Campiona un numero primo a caso tra 2 e 64 e confronta le due *fingerprint* ottenute. Determina tutti i numeri primi tra 2 e 64 per i quali le *fingerprint* sono uguali. Che cosa puoi dire della probabilità di errore di questa procedura? Come cambia se invece di 8 i bit fossero 2^{40} ?