

# ALGEBRA PER INFORMATICA 2020-21

## ESERCITAZIONE GUIDATA - 17/11/2020

**Esercizio 1.** Siano dati gli insiemi  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  e  $B = \{a, b, c, d, e\}$ . Si determini la cardinalità dei seguenti insiemi:

- (1)  $A \times B^2$ ;
- (2)  $\mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B)$ ;
- (3)  $\{f : A \rightarrow B \text{ funzione}\}$ ;
- (4)  $\{f : \mathcal{P}(A) \rightarrow B \text{ funzione}\}$ ;
- (5)  $\{f : \mathcal{P}(B) \rightarrow \mathcal{P}(A) \text{ funzione}\}$ ;
- (6)  $\{f : A \rightarrow B \text{ funzione} : f(1) = f(2) = f(3) = f(4)\}$ ;
- (7)  $\{f : A \rightarrow B \text{ funzione} : |f(\{1, 2, 3, 4\})| = 2\}$ ;
- (8)  $\{f : A \rightarrow B \text{ funzione iniettiva}\}$ .

**Esercizio 2.** Si consideri la seguente relazione sull'insieme  $A = \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ :

$$(a, b) \sim (c, d) \iff a^b = c^d.$$

- (1) Si verifichi che  $\sim$  è una relazione d'equivalenza.
- (2) Esibire tre elementi distinti che appartengono alla classe  $[(3, 6)]$  e tre elementi distinti che appartengono alla classe  $[(1, 1)]$ .
- (3) Qual è la cardinalità della classe  $[(2, 3)]$ ?
- (4) Esistono classi di equivalenza aventi cardinalità uguale a 1? Se sì, si determini almeno una tale classe.
- (5) \* Si determini la cardinalità del quoziente  $A / \sim$ .

**Esercizio 3.** Sia dato il numero complesso

$$z = \frac{2^9(1+2i)(1+3i)}{5(\sqrt{3}+i)^9}.$$

- (1) Scrivere  $z$  in forma  $a + ib$  con  $a, b \in \mathbb{R}$  e in forma esponenziale.
- (2) Disegnare nel piano di Gauss le radici cubiche di  $z$  (anche senza determinarle esplicitamente).

**Esercizio 4.** Sia dato l'insieme  $A = \{(1, 2), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (4, 3), (5, 3)\}$ .

- (1) Si consideri  $A$  come sottoinsieme del poset  $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}, \leq \times \leq)$  e si determinino (se esistono) massimo, minimo, estremo inferiore, ed estremo superiore di  $A$ . Determinare l'insieme dei maggioranti e l'insieme dei minoranti di  $A$ .
- (2) Si consideri  $A$  come sottoinsieme del poset  $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}, \text{LEX})$  e si determinino (se esistono) massimo, minimo, estremo inferiore, ed estremo superiore di  $A$ . Determinare l'insieme dei maggioranti e l'insieme dei minoranti di  $A$ .