Esercizi Logica Proposizionale

martedì 6 ottobre 2020 09:15

Esercizi presi dalle slide 9a e 9b

Svolgimento Es1 - slide9aN1

martedì 6 ottobre 2020 09:17

VAB

? · ∨ A B

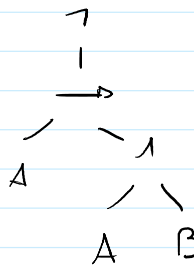
↳ manca → ∨ è un connettivo BINARIO

NO FORMULA

¬(A → A ∧ B)

↓ pr. più bassa

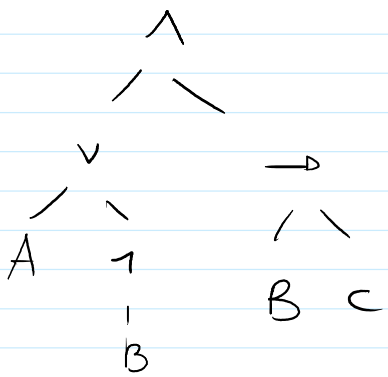
SEMBRA ESSERE UNA FORMULA, CONTROLLO:



→ f. atomiche

SI FORMULA

(A ∨ ¬B) ∧ (B → C)



SI FORMULA

B¬C

B ¬C

B e C non sono connessi da nulla

NO FORMULA

Svolgimento Es2 - slide9aN2

martedì 6 ottobre 2020 09:27

→ CIOE' POSSONO ESSERE V o F

DATI
Si consideri l'interpretazione i : {A, B, C} → {0, 1}
definita da i(A) = 0, i(B) = 1, i(C) = 1
Quali tra le seguenti formule sono soddisfatte da i? → CALCOLO i^*, se vero nella formula, allora e' SODDISFATTO

Il modo di proseguire e' scrivere UNA riga della Tab. di verità

P: $\overbrace{(A \to \neg B)}^{R_1} \vee \overbrace{\neg(C \wedge B)}^{R_2}$

A	B	C	$\neg B$	$A \to \neg B$ (R_1)	$C \wedge B$	$\neg(C \wedge B)$ (R_2)	$R_1 \vee R_2$ (P)
0	1	1	0	1	1	0	1

DATI

vero

$i \models P$

i soddisfa P

P: $\neg A \vee \neg B \to A \vee \neg C$

A	B	C	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee \neg B$	$\neg C$	$A \vee \neg C$	P
0	1	1	1	0	1	0	0	0

FALSO

$i \not\models P$ non soddisfa

P: $\neg(\neg A \to \neg B) \wedge C$

A	B	C	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \to \neg B$	$\neg(\neg A \to \neg B)$	P
0	1	1	1	0	0	1	1

vero

$i \models P$ soddisfa

P: $\neg(\neg A \to B \wedge \neg C)$

$\wedge$ più forte di '→'

A	B	C	$\neg A$	$\neg C$	$B \wedge \neg C$	$\neg A \to B \wedge \neg C$	P
0	1	1	1	0	0	0	1

vero

$i \models P$ soddisfa

Svolgimento Es3 - slide9aN3

martedì 6 ottobre 2020 09:39

Calcolare la tavola di verità delle formule:

$(A \lor B) \land \neg(A \land B)$: P

A	B	$A \lor B$	$A \land B$	$\neg(A \land B)$	P
0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	0	0

$(A \to A) \to A$

A	$A \to A$	$(A \to A) \to A$
0	1	0
1	1	1

$A \to (A \to A)$

A	$A \to A$	$A \to (A \to A)$
0	1	1
1	1	1

$A \lor B \to A \land B$: P

A	B	$A \lor B$	$A \land B$	P

A	B	$A \lor B$	$A \land B$	P
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	0	0
1	1	1	1	1

R_1 R_2

$A \lor (B \land C) \rightarrow (A \land C) \lor B$: P

A	B	C	$B \land C$	R_1	$A \land C$	R_2	P
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1

$A \rightarrow (B \rightarrow A)$: P

A	B	$B \rightarrow A$	P	
0	0	1	1	TAUTOLOGIA
0	1	0	1	

0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	1	1

(A ∧ ¬B) ∨ ¬(A ↔ B) : P

A	B	¬B	A ∧ ¬B	A ↔ B	¬(A ↔ B)	P
0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0

Svolgimento Es4 - slide9aN4

martedì 6 ottobre 2020 09:44

Sia P : (A → ¬B) ∨ (B → ¬A).
Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

a P è conseguenza logica di ¬(A ∨ ¬A)
b P è logicamente equivalente a ¬(A ∧ B)
c P ha come conseguenze logica ¬(A ∨ ¬A)
d P è una tautologia

a) $\overbrace{\neg(\underbrace{A \vee \neg A}_{\text{TAUTOLOGIA}})}^{\text{CONTRADDIZIONE}}$ SI'

ogni contraddizione ha come conseguenza logica qualsiasi affermazione

verifico con una TAV. DI VERITA' $P \equiv \neg(A \wedge B)$

b)

A	B	¬B	A → ¬B	¬A	B → ¬A	P	A ∧ B	¬(A ∧ B)
0	0	1	1	1	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0	1	0

≡ VERO

Più velocemente so che $R \to S \equiv \neg S \to \neg R$

ho quindi $P: (A \to B) \vee (\neg\neg A \to \neg B) \equiv (A \to \neg B) \vee (A \to \neg B)$

$B \to \neg A$

$\equiv (A \to \neg B)$

e più velocemente verifico che $(A \to \neg B) \equiv \neg(A \wedge B)$

c) $\neg(A \vee \neg A)$ e' una contraddizione FALSO

↓

non e' vera mai

se fosse $P \models$ • significa che quando P vera, • e' vera

↓

ma non lo e' mai!

Quindi per avere "vera" una contraddizione, significa che P non deve essere mai vera, ma P non e' una CONTRADDIZIONE

d) guardando la TAV. DI VERITA' c'e' una i(P) che e' FALSA.

TAUTOLOGIA FALSO

d) guardando la TAV. DI VERITA' c'è una i(PS) che è FALSA.

NO TAUTOLOGIA

FALSO

Svolgimento Es5 - slide9aN5

martedì 6 ottobre 2020 10:03

Usando le tavole di verità, determinare:

- Se la formula (A → B) ∨ (A → ¬B) è valida.
- Se la formula (¬A ∨ B) ∧ (B → ¬C ∧ ¬A) ∧ (A ∨ C) è soddisfacibile.
- Se la formula A ∧ ¬B → A ∧ B è conseguenza logica della formula ¬A.
- Se le formule A → (B ∧ ¬B) e ¬A sono logicamente equivalenti.

- $P: (A \to B) \lor (A \to \neg B)$ VALIDA (TAUTOLOGIA)?

A	B	$\neg B$	$A \to B$	$A \to \neg B$	P
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1

VALIDA ✓

- $\underbrace{(\neg A \lor B)}_{R_2} \land \overbrace{(B \to \neg C \land \neg A)}^{R_1} \land (A \lor C) : P$

A	B	C	$\neg A$	$\neg C$	$\neg A \lor B$	$\neg C \land \neg A$	R_1	R_2	$A \lor C$	P
0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0

soddisfacibile ✓

- $\overbrace{[A \land \neg B \to A \land B]}^{P} \models \neg A$

A	B	$\neg B$	$A \land \neg B$	$A \land B$	P	$\neg A$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0	0

$P \not\models \neg A$

1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0

- $A \to (B \land \neg B) \equiv \neg A$

A	B	$\neg B$	$B \land \neg B$	$A \to (B \land \neg B)$	$\neg A$
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0

logicamente equivalenti

Svolgimento Es6 - slide9aN6

martedì 6 ottobre 2020 10:05

Usando le tavole di verità, determinare se le seguenti formule sono valide, soddisfacibili, insoddisfacibili.

- $(A \to B) \wedge \neg B \to \neg A$
- $(A \to B) \to (A \to \neg B)$
- $(A \vee B \to C) \vee A \vee B$
- $(A \vee B) \wedge (A \to C \wedge B) \wedge (B \to \neg C \wedge A)$
- $(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$
- $(A \vee B) \wedge \neg B \wedge \neg A$
- $(\neg A \to B) \vee ((A \wedge \neg C) \leftrightarrow B)$
- $(A \to B) \wedge (A \to \neg B)$
- $(A \to B \vee C) \vee (C \to \neg A)$

- $(A \to B) \wedge \neg B \to \neg A \ : P$

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \to B$	$(A \to B) \wedge \neg B$	P
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1

valida

- $(A \to B) \to (A \to \neg B) \ : P$

A	B	$\neg B$	$A \to B$	$A \to \neg B$	P
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0

soddisfacibile

- $(\overbrace{A \vee B \to C}^{R_1}) \vee A \vee B$

A	B	C	$A \vee B$	R_1	$R_1 \vee A$	$R_1 \vee A \vee B$
0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1

valida

1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1

• $\overbrace{(A \lor B) \land (A \to C \land B)}^{R_1} \land \overbrace{(B \to \neg C \land A)}^{R_2}$: P

A	B	C	$A \lor B$	$C \land B$	$A \to C \land B$	R_1	$\neg C$	$\neg C \land A$	R_2	P
0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0

insoddisfacibile

• $\overbrace{(A \to (B \to C))}^{R_1} \to \overbrace{((A \to B) \to (A \to C))}^{R_2}$

A	B	C	$B \to C$	$\overset{R_1}{A \to (B \to C)}$	$A \to B$	$A \to C$	R_2	$R_1 \to R_2$
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

valida

• $(A \lor B) \land \neg B \land \neg A$: P

A	B	$\neg B$	$\neg A$	$A \lor B$	P
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0

insoddisfacibile

0	0	1	1	0	0	insoddisfacibile
0	1	0	1	1	0	
1	0	1	0	1	0	
1	1	0	0	1	0	

- $\underbrace{(\neg A \to B)}_{R_1} \vee \underbrace{((A \wedge \neg C) \leftrightarrow B)}_{R_2}$; P

A	B	C	$\neg A$	$\neg A \to B$ (R_1)	$\neg C$	$A \wedge \neg C$	R_2	P	
0	0	0	1	0	1	0	1	1	valida
0	0	1	1	0	0	0	1	1	
0	1	0	1	1	1	0	0	1	
0	1	1	1	1	0	0	0	1	
1	0	0	0	1	1	1	0	1	
1	0	1	0	1	0	0	1	1	
1	1	0	0	1	1	1	1	1	
1	1	1	0	1	0	0	0	1	

- $(A \to B) \wedge (A \to \neg B)$; P

A	B	$\neg B$	$A \to B$	$A \to \neg B$	P	
0	0	1	1	1	1	soddisfacibile
0	1	0	1	1	1	
1	0	1	0	1	0	
1	1	0	1	0	0	

- $(A \to B \vee C) \vee (C \to \neg A)$; P

A	B	C	$B \vee C$	$A \to B \vee C$	$\neg A$	$C \to \neg A$	P	
0	0	0	0	1	1	1	1	
0	0	1	1	1	1	1	1	valida
0	1	0	1	1	1	1	1	
0	1	1	1	1	1	1	1	

0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	0	0	1

Svolgimento Es7 - slide9aN7

martedì 6 ottobre 2020 10:06

Per ogni interpretazione i : {A, B} → {0, 1} calcolare il valore $i * (\overbrace{(A \land \neg B) \to B}^{P})$.

A	B	$A \land \neg B$	P
0	0	0	1
0	1		1
1	0	1	0
1	1		1

poiché ho ... → B
dove B è vera, P è vera,
non calcolo queste righe
ulteriormente

Svolgimento Es8 - slide9aN8

martedì 6 ottobre 2020 10:12

Scrivere due formule proposizionali P e Q tali che ¬P → Q sia una tautologia, ma P → ¬Q non lo sia.

per avere tautologia $\neg P \to Q$ significa che $\neg P$ non deve essere vera e Q falsa

- SE $\models Q$ allora $\models \neg P \to Q$ quindi $\neg Q$ e' contraddizione
- SE P non e' una contraddizione (quindi SODDISFACIBILE), allora $P \to \neg Q$

(altrimenti $\underbrace{P}_{\text{CONTR}} \to \underbrace{\neg Q}_{\text{CONTR}}$ sarebbe tautologia)

rispetto a questi valori veri di P

$P \to \neg Q$ e' falsa

Quindi posso prendere Q (tautologia): $A \vee \neg A$ e P: A

Svolgimento Es9 - slide9aN9

martedì 6 ottobre 2020 10:19

Stabilire se l'insieme di formule
$\{\neg A \to B, \neg(\neg A \to \neg C), C \to A \vee \neg B\}$
è soddisfacibile

$\to$ SIGNIFICA OSSERVARE SE HANNO UNA RIGA DELLA TAV. DI VERITÀ IN CUI SONO VERE TUTTE E TRE

Oppure penso a una i che renda vere queste formule, se esiste.

SE $i^* \models \neg(\underbrace{\neg A \to \neg C}_{\neq 1})$; quindi $i^* \not\models \neg A \to \neg C$ ovvero $i^* \models \neg A$ e $i^* \not\models \neg C$

$i(\neg A) = 1$

- $i(A) = 0$ e $i(C) = 1$

Se i soddisfa tutte e tre le formule $i \models \underset{1}{\neg A} \to B$ allora $i(B) = 1$

Verifica l'ultima formula $C \to A \vee \neg B$

$\underset{1}{C} \to \underset{0}{A} \vee \underset{0}{\neg B}$, $A \vee \neg B = 0$, $C \to A \vee \neg B = 0$

ma una tale i NON SODDISFA l'ultima

Non c'è i che SODDISFA tutte le formule date

L'INSIEME È INSODDISFACIBILE

Svolgimento Es10 - slide9aN10

martedì 6 ottobre 2020 10:28

Usare le tavole di verità per determinare se le seguenti conseguenze logiche sono corrette.

I $A \to B \models \neg B \to \neg A$

I $(A \to B) \wedge \neg B \models \neg A$

I $A \to B \wedge C \models (A \to B) \to C$

I $A \vee (\neg B \wedge C) \models (B \vee \neg C) \to A$

- $A \to B \models \neg B \to \neg A$

A	B	$\neg B$	$\neg A$	$A \to B$	$\neg B \to \neg A$
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	1	1

corretto

- $(A \to B) \wedge \neg B \models \neg A$

A	B	$\neg B$	$\neg A$	$A \to B$	$(A \to B) \wedge \neg B$
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0

corretto

- $A \to B \wedge C \models (A \to B) \to C$

A	B	C	$B \wedge C$	$A \to B \wedge C$	$A \to B$	$(A \to B) \to C$
0	0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1

non corretto

- $A \lor (\neg B \land C) \models (B \lor \neg C) \to A$

A	B	C	$\neg B$	$\neg B \land C$	$A \lor (\neg B \land C)$	$\neg C$	$B \lor \neg C$	$(B \lor \neg C) \to A$	
0	0	0	1	0	0	1	1	0	
0	0	1	1	1	1	0	0	1	Corretto
0	1	0	0	0	0	1	1	0	
0	1	1	0	0	0	0	1	0	
1	0	0	1	0	1	1	1	1	
1	0	1	1	1	1	0	0	1	
1	1	0	0	0	1	1	1	1	
1	1	1	0	0	1	0	1	1	

Svolgimento Es11 - slide9aN11

martedì 6 ottobre 2020 12:00

Usare le tavole di verità per determinare se le seguenti equivalenze logiche sono corrette.

- $\neg(A \land B) \equiv \neg A \lor \neg B$
- $(A \lor B) \land (\neg A \to \neg B) \equiv B$
- $(A \land B) \lor C \equiv (A \to \neg B) \to C$
- $(A \lor B) \land (\neg A \to \neg B) \equiv A$
- $((A \to B) \to B) \to B \equiv A \to B$

- $\neg(A \land B) \equiv \neg A \lor \neg B$

A	B	$A \land B$	$\neg(A \land B)$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \lor \neg B$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

corretto

- $\overbrace{(A \lor B) \land (\neg A \to \neg B)}^{R_1} \equiv B$

A	B	$A \lor B$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \to \neg B$	R_1
0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1

non corretto

- $(A \land B) \lor C \equiv (A \to \neg B) \to C$

A	B	C	$A \land B$	$(A \land B) \lor C$	$\neg B$	$A \to \neg B$	$(A \to \neg B) \to C$
0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0	1	1

corretto

0	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0	1

- $(A \lor B) \overset{R_1}{\land} (\neg A \to \neg B) \equiv A$

A	B	$A \lor B$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \to \neg B$	R_1
0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1

corretto

- $\overbrace{((A \to B) \to B)}^{R} \to B \equiv A \to B$

A	B	$A \to B$	$(A \to B) \to B$	R
0	0	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	1

corretto

Svolgimento Es12 - slide9aN12

martedì 6 ottobre 2020 10:31

Sia L = {A, B, C}.
Se A : Pino è contento
B : Pino dipinge
C : Gino è contento

} INTERPRETAZIONI, CHE POSSONO ESSERE V o F NEI CONTESTI

Si formalizzino le seguenti frasi come formule in Prop(L):
I Se Pino è contento e dipinge, allora Gino non è contento.
I Se Pino è contento, allora dipinge.
I Pino è contento solo se dipinge.

} BISOGNA COSTRUIRE FORMULE

1) Pino e' contento e Pino dipinge → Gino non e' contento

$A \wedge B \rightarrow \neg C$

2) $A \rightarrow B$

$R \rightarrow S \equiv \neg S \rightarrow \neg R$

3) $A \rightarrow B$

Se Pino non dipinge allora non e' contento
Se e' contento allora dipinge

$\neg B \rightarrow \neg A \equiv \neg\neg A \rightarrow \neg\neg B$

$A \rightarrow B$

N.B. Non sappiamo cosa succede se Pino se dipinge, NON e' UNA BI-IMPLICAZIONE

Svolgimento Es13 - slide9bN1

martedì 6 ottobre 2020 10:49

Sia L = {A, B}.
Se
A :x è un numero primo
B :x è dispari
Si formalizzino le seguenti frasi come formule in Prop(L):
I Il fatto che x sia primo è condizione sufficiente affinché x sia dispari.
I Il fatto che x sia dispari è condizione necessaria affinché x sia primo.

1) $A \to B$ Se x primo allora x dispari

COND IZ.

2) sempre $A \to B$

Svolgimento Es14 - slide9bN2

martedì 6 ottobre 2020 10:55

Sia L = {A, B}.
Se A : Pino è catalano
B : Gino è lappone

Si formalizzino le seguenti frasi come formule in Prop(L):
I Pino non è catalano.
I Pino è catalano mentre Gino è lappone.
I Se Pino è catalano allora Gino non è lappone.
I Pino è catalano o se Pino non è catalano allora Gino è lappone.
I O Pino è catalano e Gino è lappone, o nè Pino è catalano nè Gino è lappone.

e non

1) $\neg A$

2) $A \wedge B$

3) $A \rightarrow \neg B$

4) $A \vee (\neg A \rightarrow B)$

5) $(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$

Svolgimento Es15 - slide9bN3

martedì 6 ottobre 2020 11:01

Sia L = {A, B, C}.
Se A : Pino ha superato l'esame
B : Gino ha superato l'esame
C : Lino ha superato l'esame

Si formalizzino le seguenti frasi come formule in Prop(L):
- Lino è l'unico ad aver superato l'esame.
- Pino è l'unico a non aver superato l'esame.
- Solo uno tra Pino, Gino e Lino ha superato l'esame.
- Almeno uno tra Pino, Gino e Lino ha superato l'esame.
- Almeno due tra Pino, Gino e Lino hanno superato l'esame.
- Al massimo due tra Pino, Gino e Lino hanno superato l'esame.
- Esattamente due tra Pino, Gino e Lino hanno superato l'esame.

1) $(C \wedge \neg A) \wedge \neg B$ (le parentesi non hanno importanza in questo es)

2) $\neg A \wedge B \wedge C$

3) $(A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)$

4) $A \vee B \vee C$

5) $(A \wedge B) \vee (B \wedge C) \vee (A \wedge C)$

6) $(A \vee B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \vee C) \vee (A \vee C \wedge \neg B)$

7) $(A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge C \wedge \neg B)$

Svolgimento Es16 - slide9bN4

martedì 6 ottobre 2020 11:07

Sia L = {A, B, C, D}.
Se A : Pino viene alla festa
B : Gino viene alla festa
C : Lino viene alla festa
D : Nino viene alla festa
Si formalizzino le seguenti frasi come formule in Prop(L):
I Se Nino viene alla festa allora vengono anche Gino e Lino.
I Lino viene alla festa solo se Pino e Gino non vengono.
I Nino viene alla festa se e solo se Lino viene e Pino non viene.
I Se Nino viene alla festa, allora se Lino non viene, Pino viene.
I Lino viene alla festa a patto che Nino non venga, ma se Nino viene allora Gino non viene.
I Condizione necessaria perché Pino venga alla festa è che se Gino e Lino non vengono, allora venga Nino.
I Pino, Gino e Lino vengono alla festa se e solo se Nino non viene, ma se né Pino né Gino vengono, allora Nino viene solo se Lino viene.
|Pino viene alla festa mentre Gino non viene.
I O Lino viene alla festa, o Gino e Nino non vengono.
I Se Pino e Gino vengono alla festa, allora Lino viene a patto che Nino non venga.
I Lino viene alla festa se Gino e Pino non vengono, o se Nino viene.
I Se Pino viene alla festa allora anche o Gino o Lino vengono, ma se Pino non viene alla festa allora Lino e Nino vengono.

1) $D \rightarrow B \land C$

2) $C \leftrightarrow \neg(A \land B)$

3) $D \leftrightarrow C \land \neg A$

4) $D \rightarrow (\neg C \rightarrow A)$

5) $(C \rightarrow \neg D) \land (D \rightarrow \neg B)$

↳ ≠ da dire $\neg D \rightarrow C$ (non e' detto che se Nino non viene, Lino ci sia a prescindere)

CONDIZIONE SUFFICIENTE

CONDIZIONE NECESSARIA

6) $(\neg(B \land C) \rightarrow D) \rightarrow A$

7) $(A \land B \land C \leftrightarrow \neg D) \land ((\neg A \land \neg B) \rightarrow (D \rightarrow C))$

8) $A \land \neg B$

9) $C \lor (\neg B \land \neg D)$

10) $A \land B \rightarrow (C \rightarrow \neg D)$

11) $C \rightarrow (\neg A \land \neg B) \lor D$

12) $(A \rightarrow B \lor C) \land (\neg A \rightarrow \neg C \land \neg D)$

Svolgimento Es17 - slide9bN6

martedì 6 ottobre 2020 11:09

Quali dei seguenti ragionamenti sono logicamente corretti?
I Se sono colpevole, devo essere punito. Sono colpevole. Quindi devo essere punito.
I Se sono colpevole, devo essere punito. Non sono colpevole. Quindi non devo essere punito.
I Se sono colpevole, devo essere punito. Non devo essere punito. Quindi non sono colpevole.
I Se sono colpevole devo essere punito. Devo essere punito. Quindi sono colpevole.
I Se Pino ha vinto la gara allora o Gino è arrivato secondo o Lino è arrivato terzo. Lino non è arrivato terzo. Quindi, se Gino non è arrivato secondo allora Pino non ha vinto la gara.
|Se Pino ha vinto la gara allora o Gino è arrivato secondo o Lino è arrivato terzo. Gino non è arrivato secondo. Quindi se Pino ha vinto la gara, allora Lino non è arrivato terzo.
I Se Pino ha vinto la gara allora Gino è arrivato secondo e Lino è arrivato terzo. Gino non è arrivato secondo. Quindi Pino non ha vinto la gara.
I Se Pino ha vinto la gara allora, se Gino è arrivato secondo, Lino è arrivato terzo. Gino non è arrivato secondo. Quindi o Pino ha vinto, o Lino è arrivato terzo.
I Se dormi e studi supererai l'esame, mentre se dormi e non studi non supererai l'esame. Pertanto, se dormi, o studi e supererai l'esame, o non studi e non supererai l'esame.

A : SONO COLPEVOLE B : DEVO ESSERE PUNITO

1) Ipotesi : $A \to B$, A Tesi : B

$A \to B, A \models B$? → posso procedere con TAV. VER.

Sia i t.c. $i(A)$ = $i^*(A \to B) = 1$ Segue $i(B) = 1$?

c'è uguale a scrivere $i^*(A)$

Sì ; se $i^*(B) = 0$ allora $i^*(A \to B) = 0$ VA CONTRO L'IPOTESI è in contraddizione (quindi non valido se $\neg B$)

2) $A \to B, \neg A \models \neg B$?

A	B	$\neg A$	$\neg B$
0	0	1	1
0	1	1	0 !
1	0	0	1
1	1	0	0

Non corretto

3) $A \to B, \neg B \models \neg A$?

A	B	$\neg A$	$\neg B$
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	0 !	1
1	1	0	0

Non corretto

4) $A \to B, B \models A$?

A	B
0	0
0 !	1
1	0
1	1

Non corretto

5) P : Pino ha vinto

G : Gino è arrivato 2°

L : Lino è arrivato 3°

Ip. : $P \to G \vee L$ P_1 Devo verificare se $P_1, P_2 \models Q$

Ip: $P \to G \vee L$ $\quad P_1$ Devo verificare se $P_1, P_2 \models Q$

$\neg L$ $\quad P_2$ se date le Ip ottengo la tesi

Th: $\neg G \to \neg P$ $\quad Q$

P	G	L	$G \vee L$	P_1	P_2	$\neg G$	$\neg P$	Q
0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0			
0	1	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0			
1	0	0	0	0				
1	0	1	1	1	0			
1	1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0			

non guardo più certe righe

guardo quando entrambe vere

6) $(P \to G \vee L \,,\, \neg G) \models (P \to \neg L)$

P	G	L	$\neg G$	$G \vee L$	$P \to G \vee L$	$\neg L$	$P \to \neg L$
0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	1	1	1	0	0 !
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	0	0

Non corretto

7) $(P \to G \vee L \,,\, \neg G) \models \neg P$

P	G	L	$\neg G$	$G \vee L$	$P \to G \vee L$	$\neg P$
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1	0

Non corretto

8) $(P \to G \vee L \,,\, \neg G) \models (P \vee L)$

P	G	L	$\neg G$	$G \vee L$	$P \to G \vee L$	$P \vee L$
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0
[illegible]	1	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1

Non corretto

0	0	0	1	0	1	0		Non corretto
0	0	1	1	1	1	1		
0	1	0	0	1	1	0		
0	1	1	0	1	1	1		
1	0	0	1	0	0	1		
1	0	1	1	1	1	1		
1	1	0	0	1	1	1		
1	1	1	0	1	1	1		

3) D = dormo S = studio E = supero l'esame

$$\big((\overbrace{D \wedge S) \to E}^{P_1}) \wedge (\overbrace{D \wedge \neg S \to \neg E}^{P_2}) \models \overbrace{D \to ((\overbrace{S \to E}^{P_3}) \vee (\overbrace{\neg S \to \neg E}^{P_4}))}^{P_5}$$

D	S	E	$D \wedge S$	$D \wedge S \to E$	$\neg S$	$D \wedge \neg S$	$\neg E$	$D \wedge \neg S \to \neg E$	$P_1 \wedge P_2$	P_3	P_4	$P_3 \vee P_4$	P_5
0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1

Ragionamento corretto

Svolgimento Es18 - slide9bN8

martedì 6 ottobre 2020 11:19

18. Pino trova due bottiglie, a e b, in cantina. Ognuna contiene o del vino o un purgante.
Sulla bottiglia a c'è scritto: «Almeno una bottiglia contiene del vino».
Sulla bottiglia b c'è scritto: «In a c'è del purgante».
Inoltre Pino sa che o entrambe le scritte sono vere o entrambe sono false. → I_p

È possibile per Pino scegliere con sicurezza una bottiglia in cui ci sia del vino? Se sì, quale?

A : In a c'è vino → COSTRUISCO DELLE FORMULE

B : In b c'è vino

Bisogna verificare se ... $\models A$ e/o se ... $\models B$

P_a : $A \vee B$ (SCRITTA SU a) $\quad P_b$: $\neg A$

I_p : $(P_a \wedge P_b) \vee (\neg P_a \wedge \neg P_b) \equiv P_a \longleftrightarrow P_b$ STESSO VALORE DI VERITÀ

$\equiv (A \vee B) \longleftrightarrow \neg A$

Quindi

- $(A \vee B) \longleftrightarrow \neg A \models A$? NO
- $(A \vee B) \longleftrightarrow \neg A \models B$? SÌ

A	B	$A \vee B$	$\neg A$	$(A \vee B) \longleftrightarrow \neg A$
0	0	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	1	0	0
1	1	1	0	0

allora in A c'è del purgante e in B del vino

Svolgimento Es19 - slide9bN9

martedì 6 ottobre 2020 11:36

19. Si supponga che
    - Se Pino è magro, allora Gino non è biondo o Lino non è alto.
    - Se Lino è alto, allora Nino è simpatico.
    - Se Nino è simpatico e Gino è biondo, allora Pino è magro.
    - Gino è biondo.

    Si può dedurre che Lino non è alto?

P : Pino è magro
G : Gino è biondo
L : Lino è alto
N : Nino è simpatico

→ FORMULE ATOMICHE (ASSERZIONI ELEMENTARI)

oppure, sapendo che P4 è G (f. atom) → guardo solo le righe dove è vera, quindi metà tav (8 righe)

Ip (4):
$P \to (\neg G \vee \neg L)$
$L \to N$
$(N \wedge G) \to P$
G

(SAREBBE UNA TAV. DA 16 righe)

$I_{p1}, I_{p2}, I_{p3}, I_{p4} \models Th$

Th: $\neg L$

Se i SODDISFA Ip ALLORA ANCHE Th

quindi $i(G) = 1$

- SE $i(N) = 1$, allora $i(P) = 1$
  - se $i(L) = 1$ allora $i(\neg L) = 0$ (Th falsa)

    $i^*(P \to \neg G \vee \neg L) = 0$ → i DEVE SODDISFARE tutte le Ip, quindi NO!
    (sotto: 1, 0, 0, 0)
  - quindi $i(L) = 0$, $i^*(\neg L) = 1$
- SE $i(N) = 0$ da $i^*(L \to N)$, segue che $i(L) = 0$ (per avere Ip vera e da quello detto prima)

  ovvero $i^*(\neg L) = 1$

Sì, $\neg L$ è conseguenza logica delle Ip

Sapendo G vero, guardo quelle righe, non quelle dove G è falso

(G)	P	L	N	$P \to \neg G \vee \neg L$ (P_1)	P_2	$N \wedge G \to P$ (P_3)	Th (ϑ)
1	0	0	0	1	1	1	1

(6)	P	L	N	$P \to \neg G \vee \neg L$	P_2	$N \wedge G \to P$	Th
1	0	0	0	1	1	1	1
1	~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~	
1	~~0~~	~~1~~	~~0~~	~~1~~	~~0~~		
1	~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~	
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	~~1~~	~~1~~	~~0~~	~~0~~			
1	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~			

rendono P_1 (IPOTESI) FALSO, NON VA BENE

$P_1, P_2, P_3 \models Q$

se avessi in Q alcuni zero non posso dire $\models$
Se avessi tutti zero avrei $\not\models$
ovvero $Ip \models \neg Q$

Svolgimento Es20 - slide9bN10

mercoledì 4 novembre 2020 09:55

20. Pino trova tre bottiglie, a, b e c, in cantina. Ognuna contiene o del vino o del purgante.
    Sulle bottiglie a e b c'è scritto: «Il vino non è qui».
    Sulla bottiglia c c'è scritto: «Il vino è nella bottiglia b».
    Inoltre Pino sa che:
    - una sola delle scritte è vera, le altre due sono false $\to P_1$
    - esattamente una delle bottiglie contiene del vino $\to P_2$

    È possibile per Pino scegliere con sicurezza la bottiglia in cui c'è del vino? Se sì, quale?

A : bott. a contiene vino
B : " b " "
C : " c " "

a : $\neg A$
b : $\neg B$
c : B

P_1 e P_2 sono vere (ipotesi), osservo quale bottiglia ha vino quando sono vere P_1 e P_2

P_1 : $(a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c)$

ovvero : $\underbrace{(\neg A \wedge \overset{\neg(\neg B)}{B} \wedge \neg B)}_{\text{sempre falsa}} \vee (A \wedge \neg B \wedge \neg B) \vee (A \wedge B \wedge B)$

/ non la considero (mi baso sulle rimanenti)

$$\Downarrow$$

$(A \wedge \neg B) \vee (A \wedge B)$

P_2 : $\underbrace{(A \wedge \neg B \wedge \neg C)}_{K_1} \vee \underbrace{(\neg A \wedge B \wedge \neg C)}_{K_2} \vee \underbrace{(\neg A \wedge \neg B \wedge C)}_{K_3}$

A	B	C	$\neg B$	$A \wedge \neg B$	$A \wedge B$	P	$\neg A$	$\neg C$	K_1	K_2	K_3	P_2
0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0

guardo quando P_1 e P_2 sono vere contemporaneamente

$$\Downarrow$$

$A = 1$

allora la bottiglia a contiene vino

21. Pino trova tre bottiglie, a, b e c, in cantina. Ognuna contiene o del vino o del purgante.
Sulla bottiglia a c'è scritto: «Il vino è qui».
Sulla bottiglia b c'è scritto: «Il vino non è qui».
Sulla bottiglia c c'è scritto: «Il vino non è nella bottiglia b».
Inoltre Pino sa che
- esattamente una bottiglia che contiene del vino $\to P_1$
- almeno una delle scritte è vera e almeno una è falsa $\to P_2$

È possibile per Pino scegliere con sicurezza la bottiglia in cui c'è del vino? Se sì, quale?

A : in a c'è vino
B : in b c'è vino
C : in c c'è vino

ETICHETTE
a: A
b: $\neg B$
c: $\neg B$

P_1 : $(A \land \neg B \land \neg C) \lor (\neg A \land B \land \neg C) \lor (\neg A \land \neg B \land C)$

OPPOSTO DI CIASCUNO

P_2 : $(A \lor \neg B \lor \neg B) \land (\neg A \lor B \lor B)$

$(A \lor \neg B) \land (\neg A \lor B)$

A	B	C	P_1	P_2
~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~0~~
~~0~~	~~1~~	~~0~~	~~1~~	~~0~~
0	0	1	1	1

esamino i casi dove almeno uno è vero (P_1 vera)

Non ho una sola tesi da dimostrare, ma devo verificare dove sono soddisfatte le Ip.

Le tesi sono A, B, C

$P_1, P_2 \not\models \neg A$ (o $\not\models A$)

$P_1, P_2 \models \neg B$ (o $\not\models B$)

$P_1, P_2 \models C$

Svolgimento Es22 - slide9bN12

martedì 20 ottobre 2020 14:43

22. Pino trova tre bottiglie, a, b e c, in cantina. Ognuna contiene o del vino o del purgante.
Sulla bottiglia a c'è scritto: «Qui c'è del vino. Inoltre, se in c c'è del vino, allora anche in b c'è del vino».
Sulla borriglia b c'è scritto: «Nè in a nè in c c'è del vino».
Sulla bottiglia c c'è scritto: «In a c'è del vino, in c no».
Inoltre Pino sa che tutte le scritte sono false. → IPOTESI
È possibile per Pino scegliere con sicurezza una bottiglia in cui ci sia del vino? Se sì, quale?

} affermazioni (possono essere v o f)

A : in a c'è vino
B : in b c'è vino
C : in c c'è vino

} scelgo delle formule atomiche

Risolvo le affermazioni

P_a $\quad A \wedge (C \rightarrow B)$

P_b $\quad \neg A \wedge \neg C$

P_c $\quad A \wedge \neg C$

Ipotesi:

$\neg P_a \wedge \neg P_b \wedge \neg P_c \overset{?}{\models} A$

" $\overset{?}{\models} B$

" $\overset{?}{\models} C$

dalle ipotesi segue l'affermazione?

Procedo con TAV. DI VERITÀ oppure ragionamento:

$\neg P_a \equiv \neg A \vee \neg(C \rightarrow B)$

nego l'implicazione

$\equiv \neg A \vee (C \wedge \neg B)$

$\neg P_b \equiv A \vee C$

$\neg P_c \equiv \neg A \vee C$

quindi

$\neg P_a \wedge \neg P_b \wedge \neg P_c \equiv$

$\equiv \neg P_a \wedge [(A \vee C) \wedge (\neg A \vee C)]$

$\equiv \neg P_a \wedge [(\underbrace{A \wedge \neg A}_{\text{CONTR}}) \vee C]$ → è come raccogliere C

CONTR o $C = C$

$\equiv \neg P_a \wedge C$

= DISTRIBUTIVITÀ

$(2+3) \cdot 5 = (2 \cdot 5 + 3 \cdot 5)$

↳ l'unica a poter essere vera

↓

stessa cosa dire

TAUTOLOGIA $\wedge$ C ≡ C

poiché da qualcosa sempre vero, l'unica che cambia è C

$\equiv [\neg A \vee (C \wedge \neg B)] \wedge C$

$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\neg A \vee (C \wedge \neg B)}_{1}}_{1} \wedge C}_{1}$

N.B. Guardo dove $\models$ è vera, ovvero ipotesi vera e conseguenza vera (in ... $\wedge$ C se C vera anche ... è vero) ←

deduco ↓

$\neg P_a \wedge \neg P_b \wedge \neg P_c \models C$

Affermo che dall'ipotesi $\not\models A$ non riesco a dedurre A

ovvero ipotesi vera e A falsa in almeno una interpretazione

se $i(A) = 0$, $i(C) = 1$ (per avere conseguenza vera)

$i(B) = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$ non cambia

Ho trovato due righe tali che non seguono la conseguenza logica.

$\neg P_a \wedge \neg P_b \wedge \neg P_c \not\models B$ non posso dedurre B

cerco ip vere e B falsa per dimostrarlo

B compare negato, e' difficile con una congiunzione poter (impossibile) dimostrare B vero

(lo dimostro con le interpretazioni di prima, $i(A)=0$, $i(B)=1$, e $i(C)=1$)