# Programmazione lineare / 17-05

Si trattano funzioni su intervalli più grandi del discreto

es. trova max di $f(x) = x^2 + 3x$ $\quad x \in [0,4]$

$f'(x) = 2x + 3$ pongo $= 0$ (cerco dove è piatta)

in $x = -\frac{3}{2}$ ho max o min

- ne ho solo una, altrimenti l'ep è falsa

La x è fuori l'intervallo $[0,4]$, quindi $f'(x)$ sarà o sempre pos o negativa, vedo agli estremi:

$f(0) = 12$ $\quad f(4) = 28$ sapendo che $f'$ è sempre pos, allora $f$ cresce sempre e ho max in $f(4)$

Si vuole sapere (problema di ottimizzazione) il $x^*$ che da max o min.

"Lineare" considera una serie di problemi dove le funzioni che si trattano sono LINEARI (bidimensionali)

$O(x_1, x_2) = 3x_1 + x_2 + 8$


$x_1 < 3$

$x_1 - x_2 < 0$

$x_1 \leq x_2$ a sx della bisettrice

La derivata di una f lineare è un numero (non zero)

Algoritmo

A, B sono 2 macchinari

$x_1, x_2$ sono 2 beni: necessitano entrambi sia di A che di B
$X_1$ $X_2$

40 min A + 20 min B per produrre un'unità di $X_1$
(minuti di)

20 min A + 60 min B " " " $X_2$

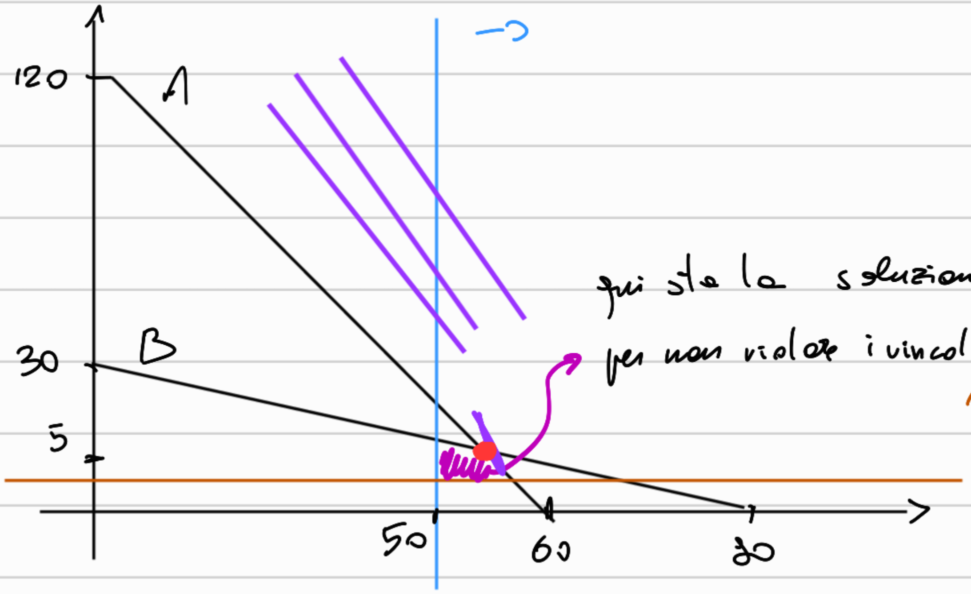
In magazzino ho 25 unità di $x_1$, 30 di $x_2$

Ho 40 h per A e 30 h per B - PIANIFICAZIONE

DOMANDA: 75 unità di $x_1$, 35 di $x_2$

OBIETTIVO di ottimizzazione $O = x_1 + x_2$ la somma delle unità

→ se voglio ottimizzare svuoto il magazzino ma voglio ottenere qualcosa in più se possibile




necessito di $40 x_1$ minuti x produrre $x_1$ unità di $X_1$
($x_1$: n° di unità)

e di $20 x_2$ min " $x_2$ " " $X_2$

ho 40 h di autonomia: per A

$40 x_1 + 20 x_2 \leq 2400$ vincolo per A

semplifico $\rightarrow$ $2x_1 + x_2 = 120$

$x_2 = 0 \rightarrow x_1 = 60$

$x_1 = 0 \rightarrow x_2 = 120$

per B: $20 x_1 + 60 x_2 \leq 1800$

semplifico $\rightarrow$ $x_1 + 3x_2 = 80$

$x_1 = 0 \rightarrow x_2 = 30$

$x_2 = 0 \rightarrow x_1 = 80$

$x_1 \geq 75 - 25$ (almeno 75, ma 25 ne ho già)

$\rightarrow x_1 \geq 50$

$x_2 \geq 5$

Devo ottimizzare una funzione lineare e cercare il massimo (max produzione) di: $x_1 + x_2$

$x_1 + x_2 = C$ bisettrice traslata di C devo spostarmi nella regione ammissibile, finché non tocca i vincoli

Ho trovato come soluzione un punto, un vertice intersezione di due vincoli. Su 4 scelgo i 2 vincoli che servono (più rilevanti)

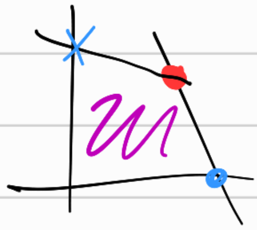
In 3D avrò come soluzione l'intersezione di tre facce (3 vincoli)

Dato $\vec{c}$ vettore
$$\max \ \vec{c}\,\vec{x}$$
$$\text{soggetto } A\vec{x} \leq \vec{b}$$
A matrice b vettore

## Algoritmo di simplesso

Si parte da un vertice del poligono della regione ammissibile e ci si sposta su un altro vertice osservando dove l'ottimizzazione aumenta.

es. con $x_1 = 50$ e $x_2 = 5$ prodotti è una soluzione, domanda soddisfatta, magazzino vuoto, no ottimizzazione



- $O_1 = 50 + 5 = 55$ massimo
- $O_2 < O_1$
- $O_3 = 50 + 13,\bar{3}$ $< O_1$

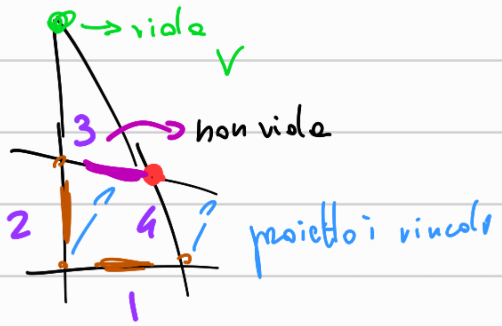
↳ risolvendo l'eq di D con $x_1 = 50$

LV Incremental LP(V)

1. campiona $v$ in $V$ uniformemente → manca caso base
2. LV Incremental LP ($V/v$) // chiamo senza quel vincolo
3. if $x^*$ non viola $v$
   return $x^*$ // significa che il vincolo non serve

else

proietta i vincoli $V/v$ su $v$ → $V'$
LV Incremental LP ($V'$) → tolgo un vincolo e una dimensione




LVLP (1,2,3,4) camp. 1
LVLP (2,3,4) " 4
LVLP (2,3) non viola, quindi ritorno nella ricorsione

/ 23-05

LV incrementalLP($V$)

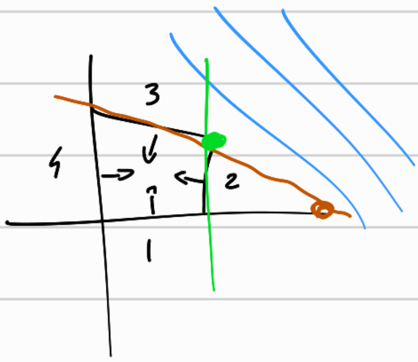
Input: insieme di vincoli $V$ e funzione obiettivo

Output: $x^*$ ottimo

- if $d=1$ or $n=1$ $\longrightarrow$ determina $x^*$ e return $x^*$
- campiona $v$ in $V$ uniformemente a caso
- LP incrementalLP($V \setminus v$)
- if $x^*$ non viola $v$ $\longrightarrow$ return $x^*$

  else proietta i vincoli in $V \setminus v$ su $v$ ottenendo $V'$

  LV incrementalLP($V'$)




A (1,2,3,4)

A (2,3,4)

A (3,4)

A(4) $x^* = \infty$ perché il vincolo 4 da solo cresce all'infinito

ritorno ricorsivamente, ora sono su A(3,4) vido, proietto su 4

Al crescere di vincoli l'algoritmo eccelle