Esercizi di ripasso

E1 Calcolare il numero di anagrammi (anche senza senso) delle seguenti parole?

- RICORSO
- BARATTO
- CARPACCIO
- ISTANZA

E2 Se X e Y sono due variabili casuali discrete con $P(X = 1, Y = 3) = 1/4, P(X = 2, Y = 3) = 1/2, P(X = 3, Y = 4) = 1/20$ e $P(X = 1, Y = 4) = 1/5$ calcola:

a) le probabilità marginali;
b) le media di X e Y;
c) $E[XY^2]$;
d) la covarianza $\mathrm{Cov}(X, Y)$.
e) Le variabili X e Y sono indipendenti?

E3 Dalle statistiche di accesso al pronto soccorso del Desert Samaritan Hospital di Mesa, Arizona, emerge che a partire dalle 18.00 il tempo che trascorre fino all'arrivo del primo paziente ha distribuzione esponenziale di parametro $\lambda = 6.9$, con il tempo misurato in ore (quindi per esempio $18.30 -> \frac{1}{2}$, $19.00 -> 1$). Si calcoli:

1. La probabilità che, a partire dalle 18.00, il primo paziente arrivi tra le 18.15 e le 18.30
2. La probabilità che, a partire dalle 18.00, il primo paziente arrivi prima delle 19.00
3. Supposto che il primo paziente non arrivi entro le 18.15, si calcoli la probabilità che arrivi prima delle 18.45

E4 Una moneta viene lanciata 85 volte ottenendo 15 teste. Calcolare la stima di massima verosimiglianza della probabilità p di ottenere testa per la moneta.

E5 Un cassetto contiene due dadi a sei facce onesti e sette dadi a sei facce con $P(1) = P(2) = P(3) = 1/9$ e $P(4) = P(5) = P(6) = 2/9$. Pescando un dado a caso dal cassetto e lanciandolo, qual è la probabilità di ottenere 1 o 2? Supponiamo di aver ottenuto 1 o 2. Qual è la probabilità di aver pescato un dado onesto?

E6 Sia dato l'insieme di simboli $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, fornisci un esempio di codifica binaria univocamente decifrabile ma non istantanea e un esempio di codifica istantanea.

E7 Calcola la codifica di Huffman per i simboli $X = \{a, b, c, d, e, f\}$ considerando che: $p(a) = 1/2, p(b) = 3/16, p(c) = p(d) = p(e) = 1/12$ e $p(f) = 1/16$.

E8 Si consideri la distribuzione di probabilità gaussiana con media μ e dev. st. σ ed una sequenza di campioni indipendenti $\mathcal{D} = \{x_1, ..., x_n\}$. Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza $\hat{\sigma}$ di σ, considerando μ noto.