Билеты по алгебре$^\beta$

3 семестр
@keba4ok

9 января 2022г.

Жёстко записываем все билеты.

Содержание

Это билеты.

Часть I: Теория категорий

1. Определение категории. Примеры. 2. Инициальные и терминальные объекты. 3. Мономорфизмы и эпиморфизмы. 4. Функторы. Примеры. 5. Естественные преобразования. Примеры. 6. Лемма Йонеды. 7. Пределы. Примеры. 8. Копределы. Примеры. 9. Конструкция пределов через произведения и уравнители. 10. Сопряженные функторы. Примеры. 11. Сопряженные функторы сохраняют пределы (или копределы). 12. Лемма о существовании инициального объекта. 13. Теорема Фрейда о сопряженном функторе. 14. Определение монады. Примеры. 15. Категория алгебр над монадой. 16. Категория Клейсли. 17. Декартово замкнутые категории. Карринг. 18. Типизированное лямбда-исчисление и его интерпретация в декартово замкнутых категориях. Корректность. 19. Типизированное лямбда-исчисление и его интерпретация в декартово замкнутых категориях. Полнота. 20. Декартова замкнутость категории предпучков.

Часть II: Теория представлений

1. Представления групп: различные определения и их эквивалентность. Групповая алгебра. 2. Неприводимые представления. Теорема Машке. 3. Лемма Шура. 4. Теорема Крулля-Шмидта. 5. Представления абелевых групп. 6. Матричные коэффициенты. Соотношения ортогональности. 7. Некоммутативное преобразование Фурье. 8. Теорема Бернсайда. 9. Характеры. Соотношения ортогональности. Таблица характеров. 10. Представления произведения групп. 11. Целые элементы в коммутативном кольце. 12. Свойства целочисленности характеров. 13. Размерность неприводимого представления делит индекс центра. 14. Индуцированные представления и их характер. Закон взаимности Фробениуса. 15. Вещественные представления: индикатор Шура и инвариантные формы. 16. Вещественные представления: теорема об индикаторе Шура. 17. Теорема о двойном централизаторе. 18. Двойственность Шура-Вейля. 19. Диаграмма Браттели и представления симметрических групп (обзор без доказательства).

Билет 1.1.

Определение категории. Примеры.

Лекция 1.

Запись

Определение 1. *Категория $\mathcal{C}$* - это

- класс $\operatorname{Ob}\mathcal{C}$, элементы которого называются *объектами*;
- попарно непересекающиеся множества *морфизмов* $\operatorname{Hom}(X, Y)$ для любых двух X и Y из $\operatorname{Ob}\mathcal{C}$;
- операция композиции $\circ$: $\operatorname{Hom}(Y, Z) \times \operatorname{Hom}(X, Y) \to \operatorname{Hom}(X, Z)$, удовлетворяющая двум аксиомам.

Аксиомы композиции:

- ассоциативность $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$;
- для любого A из $\mathcal{C}$ существует $\mathrm{id}_A \in \operatorname{Hom}(A, A)$ такое, что $f \circ \mathrm{id}_A = f$, $\mathrm{id}_A \circ f = f$ для любого осмысленного f.

Определение 2. Два объекта X и Y в категории $\mathcal{C}$ называются *изоморфными*, если $\exists f \in \operatorname{Hom}(X, Y)$ и $g \in \operatorname{Hom}(Y, X)$ такие, что $f \circ g = \mathrm{id}_Y$, $g \circ f = \mathrm{id}_X$. f и g в этом случае называются *изоморфизмами*.

Пример(ы) 1.

- $Sets$: $\operatorname{Ob} Sets$ = все множества, $\operatorname{Hom}(X, Y)$ = все отображения из X в Y, $\circ$ - обычная композиция отображений. Инициальный объект - $\varnothing$, терминальный - любой, состоящий из одного элемента (нетрудно проверить, что они действительно попарно изоморфны);
- $Groups$, $Rings$ и т.д. морфизмы были определены на первом курсе. В $Vect_F$ и инициальный, и терминальный объект - 0;
- Top: объекты - топологические пространства, морфизмы - непрерывные отображения. Инициальный и терминальный объект такие же, как и для $Sets$;
- $HTop$: $\operatorname{Ob} HTop$ - компактно-порождённые топологические пространства, морфизмы - непрерывные отображения, профакторизованные по гомотопиям;
- Категория с одним элементом, $\operatorname{Ob}\mathcal{C} = X$, морфизмы в этом случае образуют моноид.
- Частичный (пред)порядок на M (ЧУМ), $\operatorname{Ob}\mathcal{C} = M$, $\operatorname{Hom}(x, y) = \varnothing$, если $x \leq y$, $= \varnothing$, иначе.
- $Rels$, $\operatorname{Ob} Rels$ = все множества, $\operatorname{Hom}(X, Y)$ = все подмножества в $X \times Y$, $R \circ S = \{(x, z) | \exists y \in Y, (x, y) \in S, (y, z) \in T\}$

Билет 1.2.

Инициальные и терминальные объекты.

Лекция 1.

Запись

Определение 3. Объект A в категории $\mathcal{C}$ называется *терминальным* (*инициальным*), если для любого X из $\mathcal{C}$ $|\operatorname{Hom}(X, A)| = 1$ ($|\operatorname{Hom}(A, X)| = 1$)

Утверждение 1. Если терминальный (инициальный) объект существует, то он единственен с точностью до единственного изоморфизма.

Доказательство. Пусть A и A' – терминальные объекты, тогда из определения существует единственный f из A в A' и единственный g из A' в A, композиция $f \circ g$ в этом случае будет элементом $\operatorname{Hom}(A', A')$, но $\mathrm{id}_{A'}$ также элемент этого одноэлементного множества, поэтому $f \circ g = \mathrm{id}_{A'}$, аналогично $g \circ f = \mathrm{id}_A$, то есть A и A' изоморфны по определению. $\square$

Пример(ы) 2.

- *Sets*: $\operatorname{Ob} Sets$ = все множества, $\operatorname{Hom}(X, Y)$ = все отображения из X в Y, $\circ$ - обычная композиция отображений. Инициальный объект - $\varnothing$, терминальный - любой, состоящий из одного элемента (нетрудно проверить, что они действительно попарно изоморфны);
- *Groups*, *Rings* и т.д. морфизмы были определены на первом курсе. В $Vect_F$ и инициальный, и терминальный объект - 0;
- *Top*: объекты - топологические пространства, морфизмы - непрерывные отображения. Инициальный и терминальный объект такие же, как и для *Sets*;
- *HTop*: $\operatorname{Ob} HTop$ - компактно-порождённые топологические пространства, морфизмы - непрерывные отображения, профакторизованные по гомотопиям;
- Категория с одним элементом, $\operatorname{Ob} \mathcal{C} = X$, морфизмы в этом случае образуют моноид.
- Частичный (пред)порядок на M (ЧУМ), $\operatorname{Ob} \mathcal{C} = M$, $\operatorname{Hom}(x, y) = \varnothing$, если $x \leq y$, $= \varnothing$, иначе.
- *Rels*, $\operatorname{Ob} Rels$ = все множества, $\operatorname{Hom}(X, Y)$ = все подмножества в $X \times Y$, $R \circ S = \{(x, z) | \exists y \in Y, (x, y) \in S, (y, z) \in T\}$

Билет 1.3.

Мономорфизмы и эпиморфизмы.

Лекция 1.

Запись

Определение 4. Гомоморфизм f называется *мономорфизмом*, если «на него можно сокращать слева», т.е. $f \circ g = f \circ h \Rightarrow g = h$.

Определение 5. Гомоморфизм $f : X \to Y$ называется *расщепимым мономорфизмом*, если $\exists r : Y \to X$ такой, что $r \circ f = \mathrm{id}_X$

Пример(ы) 3.

- Sets - инъективные отображения
- Groups - инъективне гомоморфизмы групп
- Rings - инъективные гомоморфизмы колец

Примечание 1. Функторы не сохраняют обычные мономорфизмы, но сохраняют расщепимые.

Определение 6. Гомоморфизм f называется *эпиморфизмом*, если «на него можно сокращать справа», т.е. $g \circ f = h \circ f \Rightarrow g = h$.

Определение 7. Гомоморфизм $f : X \to Y$ называется *расщепимым эпиморфизмом*, если $\exists s : Y \to X$ такой, что $f \circ s = \mathrm{id}_Y$.

Пример(ы) 4.

- Sets - сюръективные отображения
- Groups - сюръективные гомоморфизмы групп
- HausTop - непрерывные отображения с $f(X) = Y$

Билет 1.4.

Функторы. Примеры.

Лекция 1.

Запись

Определение 8. *Функтором* $\mathcal{F}$ называется отображение между двумя категориями $\mathcal{C}$ и $\mathcal{D}$ (определённое и на объектах, и на морфизмах) со свойствами:

- Если $f \in \mathrm{Hom}(X, Y)$, то $\mathcal{F}(f) \in \mathrm{Hom}(\mathcal{F}(X), \mathcal{F}(Y))$;
- $\mathcal{F}(f \circ g) = \mathcal{F}(f) \circ \mathcal{F}(g)$;
- $\mathcal{F}(\mathrm{id}_A) = \mathrm{id}_{\mathcal{F}(A)}$.

Утверждение 2. $A \simeq B \Rightarrow F(A) \simeq F(B)$.

Примечание 2. $\simeq$ в этом случае означает, что существуют $f : A \to B$ и $g : B \to A$ такие, что $f \circ g = \mathrm{id}_B$ и $g \circ f = \mathrm{id}_A$.

Определение 9. *Контрвариантный функтор* из C в D - это функтор из C^{op} в D: $A \in \mathrm{Ob}\, C \Rightarrow F(A) \in \mathrm{Ob}\, D$, $f : A \to B \Rightarrow F(f) : F(B) \to F(a)$ и $F(f \circ g) = F(g) \circ F(f)$, $F(\mathrm{id}_A) = \mathrm{id}_{F(A)}$.

Определение 10. *Представимый функтор* - это такой функтор $h_A : C^{Op} \to Sets$, $A \in \mathrm{Ob}\, C$, действующий по правилу: $h_A(X) = Hom(X, A)$, $h_A(f) : \varphi \mapsto \varphi \circ f$.

Пример(ы) 5.

1. *Забывающий функтор*
   Такой функтор стандартно обозначается как U, он "забывает"алгебраические структуры. Рассмотрим на примере групп:
   $U : Groups \to Sets$
   $U(G) = G$ как множество
   $U(f) = f$ как отображение множеств

2. *Свободный функтор*
   Это функтор, который "вспоминает"алгебраическую структуру. Рассмотрим также на примере групп:
   $F : Sets \to Groups$
   $F(X) =$ свободная группа, порожденная X
   $F(f) : F(X) \to F(Y)$, который переводит образующие в образующие: $x \mapsto f(x)$

3. Конкретный пример свободного функтора между ассоциативными алгебрами с единицей и векторными пространствами:
   K - поле, $U : K - Alg \to Vect_K$ и $F : Vect_K \to K - Alg$
   $F(V) = T(V) = K \bigoplus V \bigoplus V^{\bigotimes 2} \bigoplus V^{\bigotimes 3} \bigoplus \ldots$
   Со следующей структурой:
   $V^{\bigotimes n} \times V^{\bigotimes m} \to V^{\bigotimes (n+m)}$
   $(v_1 \otimes \ldots \otimes v_n; u_1 \otimes \ldots \otimes u_m) \mapsto v_1 \otimes \ldots \otimes v_n \otimes u_1 \otimes \ldots \otimes u_m$
   А с гомоморфизмами дела обстоят следующим образом:
   $f : V \to W$, тогда $F(f) : T(V) \to T(W)$, который работает так:
   $V^{\bigotimes n} \to W^{\bigotimes n}$
   $v_1 \otimes \ldots \otimes v_n \to f(v_1) \otimes \ldots \otimes f(v_n)$

4. Аналогично между коммутативными алгебрами и векторными пространствами:
   $S : K - CommAlg \to Vect_K$
   $S(V) = T(V)_{/<u \otimes v - v \otimes u>}$, что называется *симметрической алгеброй*

5. Еще пример - между абелевыми и обычными группами:
   $F : AbGroups \to Groups$
   $F(G) = G_{/[G,G]}$
   $F(f)[g] = [f(g)]$

6. *Множества с выделенной точкой* и свободный функтор между ними и категорией множеств:
   $Sets_*$ - это категория, определенная следующим образом: $Ob\ Sets_*$ состоит из элементов следующего вида: $(A, a \in A)$. Гомоморфизмы устроены так: $f_* : (A, a) \to (B, b)$, причем переводит выделенную точку в выделенную точку.
   Свободный функтор выглядит так:
   $F : Sets \to Sets_*$
   $A \mapsto A \sqcup \{\varnothing\}$
   $f \mapsto f \times (\varnothing; \varnothing)$

7. *Копредставимый функтор* - это функтор, действующий их категории в категорию множеств $F : C \to Sets$, построенный следующим образом:
   $A \in \mathrm{Ob}\ C\ F(X) = Hom(A, X)$
   $f : X \to Y$ – $F(f) : Hom(A, X) \to Hom(A, Y)$
   $\phi \mapsto f \circ \phi$

Билет 1.5.

Естественные преобразования. Примеры.

Лекция 1.

Запись

Определение 11. Пусть F и G — ковариантные функторы из категории C в D. Тогда *естественное преобразование* сопоставляет каждому объекту X категории C морфизм $\eta_X : F(X) \to G(X)$ в категории D, называемый *компонентой* η в X, так, что для любого морфизма $f : X \to Y$ диаграмма, изображённая на рисунке ниже, коммутативна. В случае контравариантных функторов C и D определение совершенно аналогично (необходимо только обратить горизонтальные стрелки, учитывая, что их обращает контравариантный морфизм).

$$\begin{tikzcd} F(X) \arrow[r, "F(f)"] \arrow[d, "\eta_X"'] & F(Y) \arrow[d, "\eta_Y"'] \\ G(X) \arrow[r, "G(f)"] & G(Y) \end{tikzcd}$$

Определение 12. Есть три функтора $F, G, H : C \to D$ и два естественных преобразования: $\alpha : F \to G$ и $\beta : G \to H$. *Композиция(вертикальная) естественных преобразований* это естественное преобразование $\beta \circ \alpha : F \to H \mid (\beta \circ \alpha)_A = \beta_A \circ \alpha_A$.

Определение 13. Есть четыре функтора $F, G : C \to D,\ \ H, K : D \to E$ и два естественных преобразования: $\alpha : F \to G$ и $\beta : H \to E$. *Композиция(горизнтальная) естественных преобразований* - это естественное преобразование $\beta \bullet \alpha : H \circ F \to K \circ G \mid (\beta \bullet \alpha)_A : H(F(A)) \to K(G(A))$, последнее работает следующим образом: $H(\alpha_A) : H(F(A)) \to H(G(A))$, $(\beta \bullet \alpha)_A = \beta_{G(A)}(H(\alpha_A))$.

Пример(ы) 6.

- $V \in Vect_K$. Для функторов $Vect_K \to Vect_K$ $F : V \mapsto V, f \mapsto f$ и $G : V \mapsto V^{**}, \phi \mapsto \phi^{**}$ есть естественное преобразование $\alpha \mid \alpha_V : F \to G : V = F(V) \mapsto G(V) = V^{**}$ такое, что $\alpha_V(f)(v) = f(v)$

- *Топологическая группа* - это группа с топологической структурой, на которой заданы две непрерывные операции: $G \times G \to G : (a, b) \mapsto ab$ и $G \to G : a \mapsto a^{-1}$
(к примеру, $(\mathbb{R}, +)$ и $(S^1, \cdot)$ - это топологические группы). В данном примере нас будет интересовать *локально компактные тополгические абелевы группы*. Для каждой группы A определим двойственную: $A^* = Hom(A, S^1)$ - непрерывные гомоморфизмы групп (вместе с какой-то топологией).
Итак, для функторов $LocCompAb \to LocCompAb$ $F = Id$ и $G : A \mapsto A^{**}$ есть естественное преобразование $\alpha : F \to G$, которое определяется так же, как и в предыдущем примере.

Билет 1.6.

Лемма Йонеды.

Лекция 1.

Запись

Лемма 1 (*Лемма Йонеды*)**.** *В произвольной категории C бозначим за h_A ковариантный функтор $Hom(A, -)$, а за $Nat(F, G)$ все естественные преобразования функторов F и G. Тогда теорема утверждает, что $Nat(h_a, F) \simeq F(A)$, где F действует из некоторой категории C в $Sets$.*

Доказательство. Сначала подберем отображение "слева-направо":
Есть естественное преобразование $\eta : h_A \to F$, задача состоит в том, чтобы поставить ему в соответствие элемент из $F(A)$. Посмотрим, как оно действует на A: $Hom(A, A) \xrightarrow{\eta_A} F(A)$. Т.к. C - категория, то в $Hom(A, A)$ есть id_A, тогда в соответствии этому естественному преобразованию поставим то, во что отобразится id_A, т.е. $G(\eta) = \eta_A(id_A) \in F(A)$.
Теперь "справа-налево":
Задан элемент $a \in F(A)$, ему в соответствие поставим естественное преобразование $\tau : h_A \to F$ так, что для каждого $X \in Ob\ C$ задано отображение $Hom(A, X) \xrightarrow{\tau_X} F(X)$, действующее следующим образом: $A \xrightarrow{f} X \mapsto F(f)(a)$. Проверим его естественность:

$$\begin{tikzcd}
Hom(A,X) \arrow[rrr, "\tau_X"] \arrow[ddd, "Hom(X{,}g)"'] & & & F(X) \arrow[ddd, "F(g)"] & \\
 & f \arrow[r, mapsto] \arrow[d, mapsto] & F(f)(a) \arrow[ddrr] & & \\
 & fg \arrow[ddrr] & & & \\
Hom(A,Y) \arrow[rrr, "\tau_Y"] & & & F(Y) & F(g) \circ F(f)(a) \\
 & & & F(g \circ f)(a) \arrow[ur, Leftrightarrow] &
\end{tikzcd}$$

По верху:
$f \mapsto F(f)(a) \mapsto (F(g) \circ F(f))(a)$
По низу:
$f \mapsto f \circ g \mapsto F(f \circ g)(a)$
Вспомним, что наш функтор ковариантный, а он разворачивает композицию, поэтому наше преобразование действительно естественно.
Теперь остается только проверить, что сопоставления взаимно обратные:
В одну сторону:
$a \in F(a) \longrightarrow A \overset{f}{X} \mapsto F(f)(a) \longrightarrow F(id_A)(a) = id_{F(A)}(a) = a$. Сошлось.
В другую:
$\eta_X : A \overset{f}{X} \mapsto \eta_A(f) \longrightarrow \eta_A(id_A) \longrightarrow \tau_X : A \xrightarrow{f} X \mapsto F(f)(\eta_A(id_A))$
$\tau_X(f) = F(f)(\eta_A(id_A)) = \eta_X(Hom(A, f)(id_A)) = \eta_X(f)$. Тоже =). $\square$

Следствие 1. $Nat(h_A, h_B) = Hom(A, B) = h_B(A)$.

Следствие 2 (*Вложение Йонеды*). $h_- : C \to Set^{C^{Op}}$ - полный унивалентный ковариантный функтор, который действует следующим образом: $A \mapsto h_A$, $f : B \to A \mapsto Hom(f, -)$

Билет 1.7.

Пределы. Примеры.

Лекция 1.

Запись

Определение 14. Категория D называется *малой категорией (диаграммой)*, если ее объекты составляют множество.

Определение 15. D - малая категория, $F : D \to C$ - функтор. *Предел* - это объект $\lim F$, представляющий функтор, который действует следующим образом: $Z \mapsto Nat(\mathrm{const}_Z, F)$.

Пример(ы) 7.

- Расслоеное произведение: D - категория с тремя объектами $1, 2, 3$ и стрелками $1 \to 3$, $2 \to 3$ - и есть то, во что функтор F переводит это все: $X, Y, W \in Ob\, C$, стрелки $X \to W$, $Y \to W$. Пределом такого функтора будет объект $X \times_W Y$ со следующим свойством: $\forall Z \in Ob\, C$ и $Z \to X$, $Z \to Y$ $\exists! h : Z \to X \times_W Y$, сохраняющая коммутативность диаграммы.

$$D: \begin{tikzcd} 1\bullet \arrow[dr] & & 3\bullet \arrow[dl] \\ & 2\bullet & \end{tikzcd} \qquad C: \begin{tikzcd} Z \arrow[rr, dashed, "\exists! h"] \arrow[d] \arrow[drr] & & X \times_W Y \arrow[dll] \arrow[d] \\ X\bullet \arrow[dr] & & Y\bullet \arrow[dl] \\ & W\bullet & \end{tikzcd}$$

- Уравнитель морфизмов: D - категория с двумя объектами $1, 2$ и двумя стрелками $1 \to 2$ - и есть то, во что функтор F переводит это все: $X, Y \in Ob\, C$, две стрелки $f, g : X \to Y$. Пределом такого функтора будет объект $Eq(f, g)$ со следуюшим свойством: $\forall Z \in Ob\ C$ и $h : Z \to X$, причем $f \circ h = g \circ h$, $\exists! \alpha : Z \to Eq(f, g)$, сохраняющая коммутативность диаграммы.
  Уравнитель для $C = Sets$ будет такой: $Eq(f, g) = \{x \in X | f(x) = g(x)\}$

$$D: \begin{tikzcd} 1\bullet \arrow[r, bend left] \arrow[r, bend right] & 2\bullet \end{tikzcd} \qquad C: \begin{tikzcd} Z \arrow[r, "h"] \arrow[dr, dashed] & X \arrow[r, shift left, "f"] \arrow[r, shift right, "g"'] & Y \\ & Eq(f,g) \arrow[u] & \end{tikzcd}$$

$$f \circ h = g \circ h$$

- Пусть в D есть инициальный объект A. Тогда $lim\ F = F(A)$

Билет 1.8.

Копределы. Примеры.

Лекция 1.

Запись

Определение 16. *Копредел* $F : D \to C$ - это объект, копредставляющий функтор $G : Z \mapsto Nat(F, \mathrm{const}_Z)$. Копредставляющий в том смысле, что $G \simeq Hom(\operatorname{colim} F, -)$.

Пример(ы) 8.

- D - дискретная, т.е. есть категория, в которой есть только тождественные морфизмы. $Ob\ D = I$, есть то, во что функтор их переводит: $(X_i \in C)_{i \in I}$. Копределом для такой конструкции называется копроизведение $\coprod X_i$. В $Sets$ это дизъюнктное объединение

- D - категория "два объекта - две параллельные стрелки"(как во втором примере предела). Копределом такого функтора называется коуравнитель $Coeq(f, g)$ со следующим свойством: $\forall Z \in C$ со стрелкой $h : Y \to Z$, сохраняющей коммутативность диаграммы, т.е. $h \circ f = h \circ g$, $\exists! \phi : Coeq(f, g) \to Z$, сохраняющая коммутативность диаграммы

$$D: \quad \begin{tikzcd} 1\bullet \arrow[r, bend left] \arrow[r, bend right] & 2\bullet \end{tikzcd} \qquad\qquad C: \quad \begin{tikzcd} X \arrow[r, bend left, "f"] \arrow[r, bend right, "g"'] & Y \arrow[r] \arrow[d, "h"] & Coeq(f,g) \arrow[dl, dashed, "\exists!\varphi"] \\ & Z & \end{tikzcd}$$

$$h \circ f = h \circ g$$

- D - натуральные числа как упорядоченное множество. Функтор переводит их в $(X_i)_{i \in \mathbb{N}}$. Если предположить, что $C = Sets$ и $X_i \to X_{i+1}$ - вложения, то $Colim X_i = \cup X_i$

Билет 1.9.

Конструкция пределов через произведения и уравнители.

Лекция 1.

Запись

Билет 1.10.

Сопряженные функторы. Примеры.

Лекция 1.

Запись

Определение 17. Функторы $F : C \longrightarrow D$ и $G : D \longrightarrow C$ называются *сопряжёнными*, если задан естественный изоморфизм бифункторов: $Hom_D(F(X), Y) \simeq Hom_C(X, G(Y))$. F в этом случае сопряжённый *слева* к G.

Пример(ы) 9.

- $G : Groups \longrightarrow Sets$ – забывающий функтор, $F : Sets \longrightarrow Groups$ – $F(X)$ – свободная группа;
- $G : Ab \longrightarrow Groups$ – в некотором смысле тоже забывающий, $F : Groups \longrightarrow Ab$: $F(H) = H^{ab} = H/[H, H]$;
- $G : Vect_K \longrightarrow Sets$ – забывающий, $F : Sets \to Vect_K$, $F(I) = K^{(I)}$;
- $G : CommRings \longrightarrow Sets$ – забывающий, $F : Sets \longrightarrow CommRings$: $F(X) = \mathbb{Z}[X]$;
- $G : Rings \longrightarrow Sets$ – забывающий, $F : Sets \longrightarrow Rings$, $F(X) = \mathbb{Z}\,X = T^*(\mathbb{Z}^{(X)})$;
- $G : K - Alg \longrightarrow Vect_K$ – «забывающий», $F : Vect_K \longrightarrow K - Alg$: $F(V) = T^*(V)$;

Предметный указатель