

結構化機器學習模型及其應用作業二

統研碩一 7107018013 郭又嘉

I. 題目

1. Learn two dictionaries respectively for the data in each folder.
2. Learn two convolutional dictionaries respectively for the data in each folder.
3. Show the sparse approximations of each image using the learned dictionaries.

II. 目標

利用老師提供兩個資料集，一個是卡通圖案，另一個為紋理圖案，分別做 Sparse Dictionary Learning，目標是要找出兩個資料集和圖片的 Dictionary，並利用 sparse coding 重建圖片。

III. SPARSE DICTIONARY LEARNING

Sparse Dictionary Learning 是一種無監督學習，是由 dictionary learning 和 sparse approximations 兩個階段所組成的，他跟 Principal components analysis 概念上很接近，皆是希望找出重要特徵，都可為資料做降維，但不一樣的地方是 PCA 的 component 相互為 orthogonal，降維之後的資料變異程度才會最大，才不會影響原資料本身，避免造成訊息缺失的狀態，而在 Sparse Dictionary Learning 中每個 basic elements 都是一個 component，是沒有限制的，可以不用 orthogonal，訊息也不會丟失。他的應用也相當廣泛，可數據分解、重建、壓縮和分析，也可以用於去除圖片的雜訊以及分類，還可應用在影片及音訊的資料類型上。

接下來分別介紹兩個階段的作用及意義：

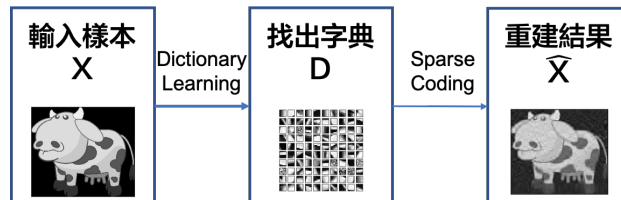
A. dictionary learning

Sparse Dictionary Learning 的降維功能就是從這邊來的，dictionary 可以視為 basic elements 的總集合，而且他可以具有超過 basic elements 的個數，在空間中的每個向量都可近似表示為 dictionary 中 basic elements 的線性組合（不只一種表示方式）。

B. sparse approximations

sparse approximations 目標就是要找出 dictionary learning 線性組合中，個數最少（sparse）的解，即可重建出原始圖片。

C. 重建流程



IV. 模型架構

A. 變數解釋

$x_i, i = 1 \dots n$ 為原始資料、 D_i 為 dictionary、 \hat{x}_i 為重建出的結果、 α_{x_i} 為權重、 λ 為懲罰項權重

B. Algorithm

輸入 x_i ，在迭代中，固定 α_{x_i} 改變 D_i ，固定 D_i 改變 α_{x_i} ，進而優化 α_{x_i} ，訓練多次後使得 Loss function 最小。

Objective function：

$$\hat{x}_i = D_i \alpha_{x_i}$$

Loss function：

$$\min_{\{\alpha_{x_i}\}} \left\| y - \sum D_i \alpha_{x_i} \right\|_F^2 + \lambda |w_i \alpha_{x_i}|_1$$

演算流程：

- 1) loop til Convergence
 - a) Decomposition

$$\widehat{\alpha_{x_i}} \leftarrow D_i^T \left(y - \sum_{\{j \neq i\}} D_j \widehat{\alpha_{x_j}} \right)$$

- b) Thresholding

$$\widehat{\alpha_{x_i}} \leftarrow \delta_{\lambda} (\widehat{\alpha_{x_i}})$$

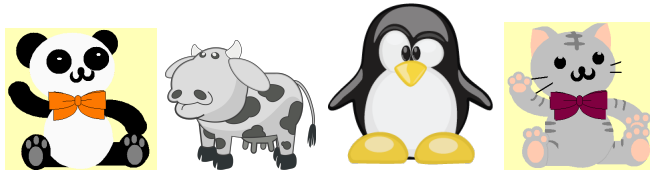
- c) Decrease λ

- 2) Reconstruction

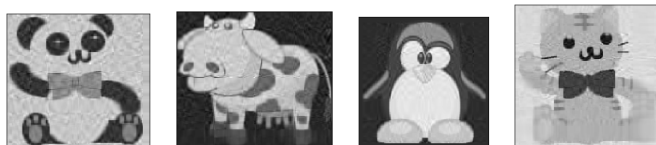
$$\hat{x}_i = D_i \widehat{\alpha_{x_i}}$$

V. 重建結果

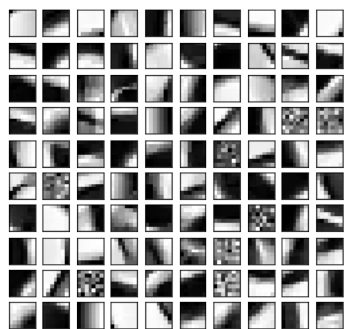
原始資料-卡通圖：



重建資料-卡通圖：



Dictionary-卡通圖：



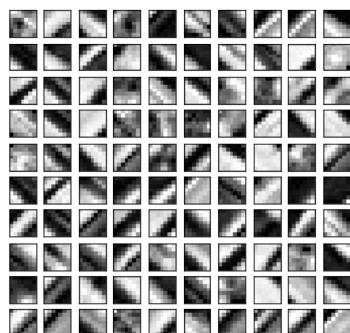
原始資料-紋理圖：



重建資料-紋理圖：



Dictionary-紋理圖：



Loss function：

