LOGIKA DAN PEMBUKTIAN

A. NEGASI

p	~q
T	F
F	T

Contoh : p = Semua manusia pasti akan mati.

~q = Tidak semua manusia pasti akan mati.

B. KONJUNGSI

p	q	p ^ q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

Contoh : p = Aku pergi ke pasar

q = Aku membeli buah

konjungsi = Aku pergi ke pasar dan membeli buah

C. DISJUNGSI

p	q	p v q
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

Contoh : p = Aku akan belajar matematika

q = Aku akan bermain game

konjungsi = Aku akan belajar matematika atau aku akan bermain game

D. EXCLUSIVE OR

p	**q**	**$p \oplus q$**
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

Contoh : p = Saya hanya bisa pergi ke pesta anak-anak

q = Saya hanya bisa pergi ke pesta ulang tahun teman saya

Exclusiveor = Saya hanya bisa pergi ke pesta anak-anak atau ke pesta ulang tahun teman saya

E. IMPLIKASI

p	**q**	**$p \Rightarrow q$**
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Contoh : p = Jika kamu tidak bekerja keras

q = Kamu tidak akan mencapai cita-citamu

F. KONVERS

Konvers dari $p \rightarrow q$ adalah $q \rightarrow p$

Contoh : Jika hujan maka tanah basah.

G. KONTRAPOSITIF

Kontrapositif dari $p \rightarrow q$ adalah $\sim q \rightarrow \sim p$

Contoh : Jika cuaca cerah, maka langit tidak akan mendung.

Kontrapositifnya : Jika langit mendung, maka cuaca tidak cerah.

H. INVERS

Invers dari p → q adalah ~p → ~q

Contoh : Jika Rudi tidak haus, maka Rudi tidak minum.

I. BIIMPLIKASI

p	**q**	**p** ⇔ q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Contoh : p = Jika hujan

q = Maka jalanan licin.

J. PROPOSISI MAJEMUK

Contoh : Jika kita datang tepat waktu, kita akan bisa mendapatkan tempat duduk yang baik.

K. TAUTOLOGI

Contoh : Dia tertawa sambil menyenangkan hati teman-temannya.

L. KONTRADIKSI

Contoh : Saya tidak suka makan pedas tapi saya sering memesan makanan yang pedas.

LOGIKA DAN PEMBUKTIAN

nomor 1

a. P(0) = true

b. P(4) = true

c. P(6) = false

nomor 2

a. P(orange) = true

b. P(true) = false

c. P(lemon) = false

d. P(false) = true

nomor 6

a. ∃xN(x) = every student has visited North Dakota

f. ∀x~N(x) = all students had never visited North Dakota

nomor 1

c. ∀x∀y∃z(xy = z) -> for every real number x,y and z, the product of x and y is equal to z.

nomor 2

a. ∃x∀y(xy = y) -> for every real number x and for every real number y, the product of x and y is equal to y.

nomor 6

b. ∃xC(x, Math 695) -> x is enrolled in math 695 class

HIMPUNAN

Nomor 1

a. {x|x is a real number such that x^2 = 1}

jawab : (-1,1)

b. 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10

c. 0,1,4,9,16,25,36,49,64,81

d. tidak ada

Nomor 2

a. {x|0 <= x <= 12, x ∈ bilangan bulat kelipatan tiga} atau {x|x=3n dan 0<=n<=4, a ∈ z}

b. {x|-3 <= x <= 3, x ∈ bilangan bulat}
c. {x|m <= x <= p, x ∈ huruf/abjad}

Nomor 3

a. 0 => [0,5) , [0,5]

b. 1 => (0,5) , (0,5] , [0,5) , [0,5]

c. 2 => (0,5) , (0,5] , [0,5) , [0,5] , (1,4] , [2,3]

d. 3 => (0,5) , (0,5] , [0,5) , [0,5] , (1,4] , [2,3]

e. 4 => (0,5) , (0,5] , [0,5) , [0,5] , (1,4]

f. 5 => (0,5] , [0,5]

Nomor 4

a. [a,a] = {x ∈ R | a <= x <= a}

b. [a,a) = {x ∈ R | a <= x < a}

c. (a,a] = {x ∈ R | a < x <= a}

d. (a,a) = {x ∈ R | a < x < a}

e. (a,b) , where a > b {x ∈ R | b < x < a}

f. [a,b] , where a > b {x ∈ R | b <= x <= a}

Nomor 5

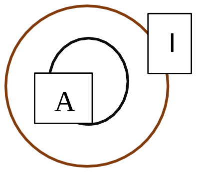
a. Himpunan I adalah subset dari Himpunan II dan Himpunan I bukan subset dari Himpunan II

b. Himpunan Inggris bukan subset Himpunan Cina dan Himpunan cina bukan subset dari Himpunan Inggris

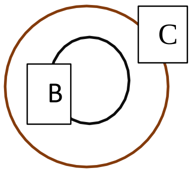
c. Himpunan kupu-kupu bukan subset dari Himpunan hidup dan Himpunan makhluk bukan subset dari Himpunan kupu-kupu

Nomor 6

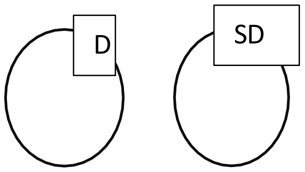
a. Aksen merupakan subset dari Inggris



b. Buah merupakan subset dari Citrus



c. Diskrit bukan subset dari struktur data



Nomor 7

A = {2,4,6}

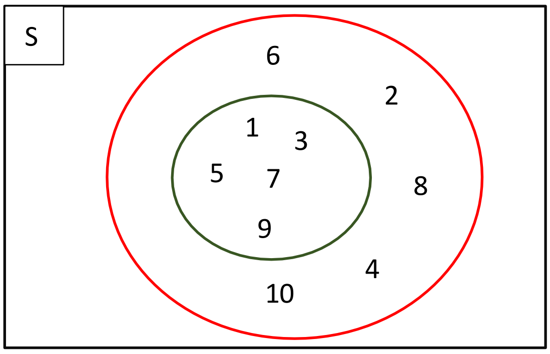
B = {2,6}   Keterangan ➔ A adalah subset dari B,C,D

C = {4,6}   D adalah superset dari C

D = {4.6.8}

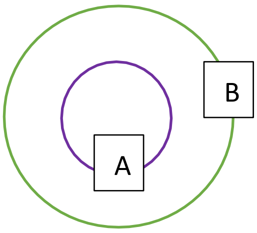
Nomor 8

Himpunan bagian bilangan bulat ganjil dalam himpunan semua bilangan bulat positif yang tidak melebihi 10.

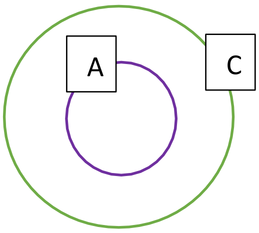


Nomor 9

A complemen B



A complemen C



Nomor 10

A = Himpunan siswa jarak 1 mil dari sekolah

B = Himpunan siswa yang jalan kaki menuju kelas

- A ∩ B = Siswa dengan jarak 1 mil dan siswa yang jalan kaki ke kelas

- A U B = Siswa dengan jarak 1 mil dan siswa yang jalan kaki ke kelas

- A – B = Siswa dengan jarak 1 mil, tetapi tidak jalan kaki ke kelas

- B – A = Siswa yang jalan kaki ke kelas, tetapi tidak berjarak 1 mil dari sekolah

Nomor 11

A = Himpunan siswa kelas dua di sekolah

B = Himpunan siswa matematika diskrit

- A ∩ B — - A U B
- A – B — - (A' U B') atau tidak keduanya

Nomor 12

A = (1,2,3,4,5)   B = (0,3,6)

- A U B = (0,1,2,3,4,5,6)
- A ∩ B = (3)
- A – B = (1,2,4,5)
- B – A = (0,6)

Nomor 13

A = {a,b,c,d,e}   B = {a,b,c,d,e,f,g,h}

- A U B = {a,b,c,d,e,f,g,h}
- A ∩ B = {a,b,c,d,e}
- A – B = {}
- B – A = {f.g.h}

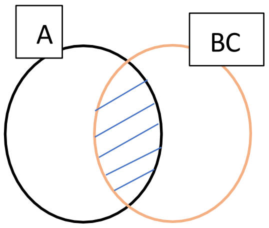
Nomor 14

A = {0,2,4,6,8,10}   B = {0,1,2,3,4,5,6}   C = {4,5,6,7,8,9,10}

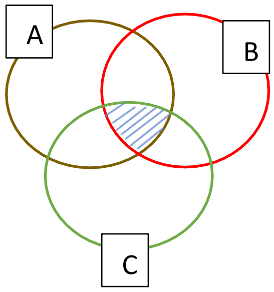
- A ∩ B ∩ C = {4,6}
- A U B U C = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}
- (A U B) ∩ C = {0,1,2,3,4,5,6,8,10} ∩ C = {4,5,6,8,10}
- (A ∩ B) U C = {0,2,4,6} U C = {0,2,4,5,6,7,8,9,10}

Nomor 15

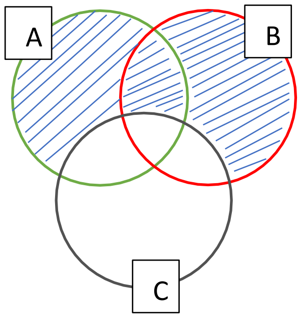
a. A ∩ (B U C) ➔



b. A ∩ B ∩ C ➔



c. (A – B) U (A – C) U (B – C) ➔



FUNGSI

Nomor 1

a. f(x) = 1/x ➔ Karena f(0) = 1/0 dimana 1/0 bukan elemen R

b. f(x) = √x ➔ Karena f(-1) = √-1

c. f(x) = ± √(x^2 + 1) ➔ Karena f(0) = ± √(0^2 + 1)

Nomor 2

a. f(n) = ± n

b. f(n) = √n^2 + 1 → f(-1) = √(-1^2) + 1 =√2

c. f(n) = 1/(n^2 – 4) → f(2) = 1/0

Nomor 3

(korespon) (one to one) (one to one)

a	a	a	a	a	a
b	b	b	b	b	b
c	c	c	c	c	c
d	d	d	d	d	d

Nomor 4

a. f(n) = n-1 → one to one

-2 → -3

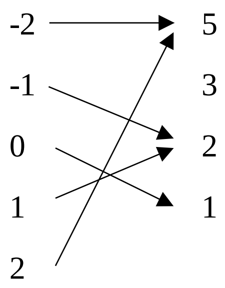
-1 → -2

0 → -1

1 → 0

2 → 1

b. f(n) = n^2 + 1 → not onto



c. f(n) = n^3 → not onto

-2 → -8

-1 → -1

0 → 0

1 → 1

2 → 8

d. f(n) = [n/2] → onto

n = 1000 => f(n) = 500

n = 1001 => f(n) = 501

n = 1002 => f(n) = 501

Nomor 5

f o g = (x+2)^2 + 1

= x + 1 + 3

= x + 4

g o f = (x^2 + 1) + 2

= 2x^2 + 3

Nomor 6

f(x) = x^2

y = x^2

±√y = x

x = ± √y

y = ± √x

f^-1 = √x

a. x = 1 → √1 = 1

b. f^-1 = {0 < y < 1} → x = 4 = √4 = 2

c. f^-1 = {x|x>4} = {y|y>2}

MATRIKS

2). a). $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow AB = \begin{bmatrix} 1 & 11 \\ 2 & 18 \end{bmatrix}$

b). $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow AB = \begin{bmatrix} 3 + (-1) & (-2) + 0 & (-1) + (-2) \\ 0 + 1 & (0) + 0 & 0 + 2 \\ 6 + 3 & (-4) + 0 & (-2) + 6 \end{bmatrix}$

3. a). $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow AB = \begin{bmatrix} 1 & 11 \\ 2 & 18 \end{bmatrix}$

b). $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow AB = \begin{bmatrix} 3+(-1) & (-2)+0 & (-1)+(-2) \\ 0+1 & (0)+0 & 0+2 \\ 6+3 & (-4)+0 & (-2)+6 \end{bmatrix}$

$AB = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 9 & -4 & 4 \end{bmatrix}$

c). $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -1 \\ 0 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 4 & -3 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow AB = \begin{bmatrix} -4 & 8 & 20 & -14 \\ -3 & 7 & 9 & 3 \\ 0 & -3 & -8 & -6 \\ -2 & -15 & 18 & -13 \end{bmatrix}$

Tasya Syafriza
~~XII ...~~ IF. C PAGI

No.
Date

halaman 193.

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

a). 3 x 4
b). 1, 4, 3
c). 2, 0, 4, 6
d). 1, 0, 1
e). matriks

2. a). $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} + B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & -3 \\ 2 & -3 & 0 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow A + B = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & -1 \\ 2 & -6 & -3 \end{bmatrix}$

b). $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 5 & 6 \\ -4 & -3 & 5 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 9 & -3 & 4 \\ 0 & -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow A + B = \begin{bmatrix} -4 & 9 & 2 & 10 \\ -4 & -5 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

halaman 194 - 195

10. $A = 3 \times 4$

$B = 4 \times 5$

$C = 4 \times 4$

a). $AB \rightarrow 3 \times 4 \leftrightarrow 4 \times 5$

(terdefinisi, karena kolom A = baris B)

d). $CA \rightarrow 4 \times 4 \leftrightarrow 3 \times 4$

(tidak terdefinisi).

b). $BA \rightarrow 4 \times 5 \leftrightarrow 3 \times 4$

(tidak terdefinisi)

c). $AC \rightarrow 3 \times 4 \leftrightarrow 4 \times 4$

(terdefinisi, karena kolom A = baris C)

e). $BC \rightarrow 4 \times 5 \leftrightarrow 4 \times 4$

(tidak terdefinisi)

f). $CB \rightarrow 4 \times 4 \leftrightarrow 4 \times 5$

(terdefinisi, karena kolom C = baris B)

Contoh -

⇒ determine dari A

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 6 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad \det(A) = \begin{array}{ccc|cc} 2 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 6 & 0 & 7 & 6 & 0 \\ 2 & 5 & 6 & 2 & 5 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \det A &= (2)(0)(6) + (0)(7)(2) + (2)(6)(5) \\ &\quad - (2)(0)(2) - (2)(7)(5) - (0)(6)(6) \\ &= 12 + 14 + 60 - 4 - 70 - 36 \\ &= -24 \end{aligned}$$

⇒ determine dari B

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} \quad \det(B) = \begin{array}{ccc|cc} 1 & 4 & 7 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 8 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 9 & 3 & 6 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \det B &= (1)(5)(9) + (4)(8)(3) + (7)(2)(6) \\ &\quad - (7)(5)(3) - (1)(8)(6) - (4)(2)(9) \\ &= 45 + 96 + 84 - 105 - 48 - 72 \\ &= 0 \end{aligned}$$

⇒ determine dari C.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 6 \end{bmatrix} \quad \det(C) = \begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 6 & 3 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \det C &= (1)(1)(6) + (0)(2)(3) + (2)(2)(0) \\ &\quad - (2)(1)(3) - (1)(2)(0) - (0)(2)(6) \\ &= 6 + 0 + 0 - 6 - 0 - 0 = 0 \end{aligned}$$

(18). Invers

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Invers} = \frac{1}{\det(A)} \times \operatorname{adj}(A)$$

$\Rightarrow$ det A

$$\det A = \left[\begin{array}{ccc|cc} 2 & 3 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & -1 \end{array}\right]$$

$$= (12 + (-3) + (-1)) - ((-2) + (-2) + 9)$$

$$= 8 - 5$$

$$= 3$$

$\Rightarrow$ Kofaktor :

$$\begin{bmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & -4 & 1 \\ -8 & 5 & -1 \\ 5 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ adjoin

$$\begin{bmatrix} 7 & -8 & 5 \\ -4 & 5 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow \frac{1}{\det} \cdot \operatorname{adj}$

$$\frac{1}{3} \times \begin{bmatrix} 7 & -8 & 5 \\ -4 & 5 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7/3 & -8/3 & 5/3 \\ -4/3 & 5/3 & -1 \\ 1/3 & -1/3 & 1/3 \end{bmatrix}$$

terbukti 100%

(20). $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

a). $A^{-1} = \begin{matrix} \dfrac{d}{ad-bc} & \dfrac{-b}{ad-bc} \\[2ex] \dfrac{-c}{ad-bc} & \dfrac{a}{ad-bc} \end{matrix}$

$$= \begin{matrix} \dfrac{3}{-5} & \dfrac{-2}{-5} \\[2ex] \dfrac{-1}{-5} & \dfrac{-1}{-5} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

b). $A^3 \rightarrow A^2 . A'$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 11 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 18 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$$

c). $(A^{-1})^3$. $\rightarrow$ $(A^{-1})^2 . (A^{-1})^1$

$$\begin{bmatrix} 3/5 & -2/5 \\ -1/5 & -1/5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 3/5 & -2/5 \\ -1/5 & -1/5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11/25 & -4/25 \\ -2/25 & 3/25 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 11/25 & -4/25 \\ -2/25 & 3/25 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 3/5 & -2/5 \\ -1/5 & -1/5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 37/125 & -18/125 \\ -9/125 & 1/125 \end{bmatrix}$$

atau $\frac{1}{125} \begin{bmatrix} 37 & -18 \\ -9 & 1 \end{bmatrix}$

d). $(A^{-1})^3$ = invers A^3

invers $A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 18 \\ 9 & 37 \end{bmatrix}$

det (A) = 37 − 162 = 125.

adjoin $= \begin{bmatrix} 37 & -18 \\ -9 & 1 \end{bmatrix}$

invers $A^3 = \frac{1}{\det(A)^3}$. adjoin

terbukti sama 100%.

$= \frac{1}{125} \begin{bmatrix} 37 & -18 \\ -9 & 1 \end{bmatrix} = (A^{-1})^3$

26. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

a). $A \vee B$

$$\begin{bmatrix} 1 \vee 0 & 1 \vee 1 \\ 0 \vee 1 & 1 \vee 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

b). $A \wedge B$

$$\begin{bmatrix} 1 \wedge 0 & 1 \wedge 1 \\ 0 \wedge 1 & 1 \wedge 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

c). $A \odot B$ (or dulu baru and)

$$= \begin{bmatrix} (1 \vee 0) \wedge (1 \vee 1) & (1 \vee 1) \wedge (1 \wedge 0) \\ (0 \vee 0) \wedge (1 \vee 1) & (0 \vee 1) \wedge (1 \wedge 0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1 \wedge 1) & (1 \wedge 1) \\ (0 \wedge 1) & (1 \wedge 1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Buku: Aplikasi Matriks dalam Kehidupan
Link: https://id.scribd.com/presentation/353637191/X-Semester-1-Aplikasi-Matriks-dalam-Kehi-pptx
Ringkasan: Buku ini membahas tentang penggunaan matriks dalam berbagai konteks, mulai dari definisi matriks, notasi, operasi matematis, hingga pengaplikasiannya dalam bidang teknik informatika khususnya bagian kriptografi, hingga penerapan dalam Microsoft Excel, dengan tujuan memperjelas konsep matriks dan bagaimana ia mampu memberikan solusi praktis dalam bidang teknologi.
Bidang Ilmu Terkait: Militer, teknologi, fisika dan ekonomi
memiliki menu konteks

TEORI BILANGAN

Nomor 1

a. 17 | 68 c. 17 | 357

b. 17 not| 84 d. 17 not| 1001

Nomor 2

101 = 9.11 + 2

Nomor 3

a. 19 | 7 → 19 = 7(2) + 5

b. 789 | 23 → 789 = 23.34 + 7

c. 0 | 19 → 0 = 19.0 + 0

d. -1| 3 → -1 = 3.(-1) + 2

e. -111 | 11 → -111 = 11.(-11) + 10

f. 1001 | 13 → 1001 = 13.77 + 0

g. 3 | 5 → 3 = 5.(-1) + 2

h. 4 | 1 → 4 = 1.4 + 0

Nomor 4

a. GCD (1,5) → 5 = 1.5 + 0 → GCD = 1

b. GCD(123,277) → 277 = 123.2 + 31

→ 123 = 31.3 + 30

→ 31 = 30.1 + 1

→ 30 = 1.30 + 0 → GCD = 1

c. GCD(1529, 14038) → 14038 = 1529.9 + 277

→ 1529 = 277.5 + 144

→ 277 = 144.1 + 133

→ 144 = 133.1 + 11

→ 133 = 11.12 + 1

→ 11 = 1.11 + 0 → GCD = 1

d. GCD(100,101) → 101 = 100.1 + 1

→ 100 = 1.100 + 0 → GCD = 1

e. GCD(1529,14039) → 14039 = 1529.9 + 278

→ 1529 = 278.5 + 139

→ 278 = 139.2 + 0 → GCD = 139

f. GCD(11111,111111) → 111111 = 11111.10 + 1

→ 11111 = 1.11111 + 0 → GCD = 1

Nomor 5

17 ≡ 5 (mod 6)

17 mod 6 = 5
5 mod 6 = 5 } Kongruen

24 not≡ 14 (mod 6)

24 mod 6 = 0
14 mod 6 = 2 } Tidak kongruen

INDUKSI DAN REKURSI

Nomor 1

a. Pernyataan P(1) ialah salah satu cara untuk membuktikan bahwa pernyataan 1^2 + 2^2 + … + n^2 = n (n + 1) (2n + 1) / 6 adalah pernyataan yang benar.

b. P(1) = n (n + 1) (2n + 1) / 6

= 1 (1 + 1) (2.1 + 1) / 6

= 1 (2) (3) / 6

= 2.3 / 6

= 6 / 6

= 1 → maka pernyataan P(1) terbukti benar.

c. Hipotesis induksi yang membuktikan bahwa P(n) benar untuk keseluruhan bilangan bulat positif ialah Langkah induksi yang berisi asumsi (andaian) untuk menyatakan P(n) benar. Jika sudah menunjukkan langkah tersebut benar, maka dapat dibuktikan bahwa P(n) benar untuk semua bilangan bulat positif n.

d. Untuk membuktikannya maka saya membutuhkan beberapa asumsi untuk nilai n-nya sendiri. Misalnya, $n = k$.

e. Langkah Induksi :

P(n) benar, untuk $n = k \rightarrow P(k) = k (k + 1) (2k + 1)$ habis dibagi 6

$= k (2k^2 + k + 2k + 1)$

$= k (2k^2 + 3k + 1)$

$= 2k^3 + 3k^2 + k$

Untuk $n = k + 1 \rightarrow P(k + 1) = k + 1 (k + 1 + 1) (2 (k + 1) + 1)$ habis dibagi 6

$= k + 1 (k + 2) (2k + 2 + 1)$

$= k + 1 (k + 2) (2k + 3)$

$= (k^2 + 3k + 2) (2k + 3)$

$= 2k^3 + 6k^2 + 4k + 3k^2 + 9k + 6$

$= 2k^3 + 9k^2 + 13k + 6$

$= 2k^3 + 3k^2 + 6k^2 + k + 12k + 6$

$= (2k^3 + 3k^2 + k) + (6k^2 + 12k + 6)$

f. Dari hasil langkah induksi pada bagian e, kita sudah membuktikan dengan asumsi $n = k$ dan $n = k + 1$ adalah benar dan habis dibagi 6. Pada bagian P(k + 1), di suku pertama menghasilkan nilai dari P(k) yang mana P(k) = P(n) dengan bukti bahwa P(n) benar untuk keseluruhan bilangan bulat positif sebagaimana dibuktikan pada bagian b. Begitu juga dengan suku kedua dari P(k + 1) menghasilkan nilai yang dapat habis dibagi 6. Kesimpulannya, langkah induksi ini terbukti benar.

Nomor 2

$1.1! + 2.2! + \ldots + n.n! = (n + 1)! – 1$

Pembuktian dengan bilangan bulat positif 1 :

$P(1) = (1 + 1)! – 1$

$= (2)! – 1$

$= (2.1) - 1$

$= 2 – 1$

$= 1 \rightarrow$ Terbukti benar.

Nomor 3

a. $f(n + 1) = f(n + 2)$

$f(0) = 1$

$n = 0, 1, 2, \ldots$

Proses rekursif :

$f(1) = f(0) + 2 = 1 + 2 = 3$

$f(2) = f(1) + 2 = 3 + 2 = 5$

$f(3) = f(2) + 2 = 5 + 2 = 7$

$f(4) = f(3) + 2 = 7 + 2 = 9$

b. $f(n + 1) = 3f(n)$

$f(0) = 1$

Proses rekursif :

$f(1) = 3f(0) = 3(1) = 3$

$f(2) = 3f(1) = 3(3) = 9$

$f(3) = 3f(2) = 3(9) = 27$

$f(4) = 3f(3) = 3(27) = 81$

c. $f(n + 1) = 2^{f(n)}$

$f(0) = 1$

Proses rekursif :

$f(1) = 2^{f(0)} = 2^1 = 2$

$f(2) = 2^{f(1)} = 2^2 = 4$

$f(3) = 2^{f(2)} = 2^4 = 16$

$f(4) = 2^{f(3)} = 2^{16} = 65.536$

d. $f(n + 1) = f(n)^2 + f(n) + 1$

$f(0) = 1$

Proses rekursif :

$f(1) = f(0)^2 + f(0) + 1 = 1^2 + 1 + 1 = 3$

$f(2) = f(1)^2 + f(1) + 1 = 3^2 + 3 + 1 = 13$

$f(3) = f(2)^2 + f(2) + 1 = 13^2 + 13 + 1 = 183$

$f(4) = f(3)^2 + f(3) + 1 = 183^2 + 183 + 1 = 33.673$