1. Pelemparan dadu

   RUMUS : n/s , n = jumlah kejadian, s = ruang sampelnya.

   Contoh : berapa banyak cara memilih angka ganjil pada pelemparan 1 buah dadu.

   Jawab : 1 dadu = 6 sisi. 1 dadu ada 3 angka ganjil {1,3,5}.

   Jadi banyak memilihnya ada 3/6 atau ½.

Dadu 1	Dadu 2					
	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

   Contoh : berapa peluang muncul jumlah dari kedua dadu = 6.

   Jawab : 2 dadu = 6^2 = 36. Jumlah muncul angka 6 = 5 {(1,5), (2,4),(3,3), (4,2),(5,1)}

   Jadi peluangnya adalah 5/36.

1. Pelemparan koin

   RUMUS : n/s

   Contoh : berapa peluang muncul angka pada pelemparan 3 koin.

   Jawab : 1 koin = 2 sisi. Berarti kalau 3 koin = 2^3 = 8 sisi.

   Jadi peluang muncul angka :

   Dimisalkan angka = x

   P(x=0) = P(GGG) = ½ * ½ * ½ = 1/8

   P(x=1) = P(AGG) + P(GAG) + P(GGA) = 3/8

   P(x=2) = P(AAG) + P(AGA) + P(GAA) = 3/8

   P(x=3) = P(AAA) = 1/8

   ---→ total = 8/8 atau 1. WAJIB 1.

2. Rumus Peluang Gabungan

   P(AUB) = P(A) + P(B) – P(A n B)

   P(A n B) = P(A) * P(B) → irisan = saling bebas, tidak terikat/independen

   Keyword : dan (dikali) – atau (ditambah)

   Contoh : Peluang pemadaman listrik terjadi pada hari Senin adalah 0.7 dan pada hari Selasa adalah 0.5.

   a). Carilah peluang pemadaman listrik pada hari Senin dan hari Selasa.

   b). Berapakah peluang pemadaman listrik pada hari Senin atau hari Selasa?

   JAWAB :

   a). P(A) = 0,7 P(B) = 0,5 --→ 0,7 * 0,5 = 0,35

   b). 0,7 + 0,5 = 1,2

   P(AUB) = P(A) + P(B) – P(A n B)

   = 1,2 – 0,35 = 0,85

3. Rumus Complemen

   P(-A) = 1 – P(A)

   Contoh dalam kehidupan nyata :
   Ibu punya buah apel di keranjang sebanyak 10 buah. Ketika dilihat, ternyata buah apel yang masih segar hanya ada 7. Berapa peluang apel yang rusak?
   Jawab : P(rusak) = 10 – 7 = 3.

   Contoh : Sebuah website memiliki probabilitas bisa diakses dengan lancar sebesar 0.7 jika diakses pada malam hari. probabilitas website *tidak bisa diakses dengan lancar* adalah ?
   Jawab : P(tidak lancer) = 1- P(lancar) = 1-0,7 = 0,3

4. Peluang kerusakan

   Ada 1% probabilitas hdd rusak.
   Ada 2 hdd dengan masing-masing 2% probabilitas rusak.
   Ketiganya saling bebas.
   Berapa probabilitas informasi tersimpan dengan aman?

   - P{H} = 0.01
   - P{B1} = P{B2} = 0.02
   - P{aman} = 1 - P{rusak}
     = 1 - P{H ∩ B1 ∩ B2}
     = 1 - P{H} P{B1} P{B2}
     = 1 - (0.01)(0.02)(0.02)
     = 0.999996

   Tanpa 2 buah backup, maka nilai P{aman} = 0.99.
   Terdapat peningkatan 0.999996 dengan hadirnya 2 buah backup.

5. Rumus permutasi dengan pengembalian

   Permutasi = memperhatikan urutan

   $$= \frac{n!}{(n-k)!}$$

   n = jumlah kejadian/jumlah barang/jumlah siswa
   k = yang ditanya, soalnya mau berapa

6. Rumus kombinasi dengan pengembalian

   Kombinasi = tidak peduli urutan

   $$\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

7. Rumus peluang bersyarat

$$P\{A \mid B\} = \frac{P\{A \cap B\}}{P\{B\}}$$

A = ditanya
B = sudah diketahui nilainya
Maka dari, jika mau cari A harus udah ada B. BUKAN SALING BEBAS.

8. Rumus Aturan Bayes tentang VIRUS

$$P\{B \mid A\} = \frac{P\{A \mid B\}P\{B}{P\{A\}}$$

Nama variabelnya bebas kita yang nentuin. Mau A B C D E, bebas.
Yang penting, yang didepan = yang ditanya.

HUKUM PELUANG TOTAL : $P\{A\} = P\{A \mid B\}P\{B\} + P\{A \mid \overline{B}\}P\{\overline{B}\}$

ATURAN BAYES UNTUK 2 KEJADIAN :

$$P\{B \mid A\} = \frac{P\{A \mid B\}P\{B\}}{P\{A \mid B\}P\{B\} + P\{A \mid \overline{B}\}P\{\overline{B}\}}$$

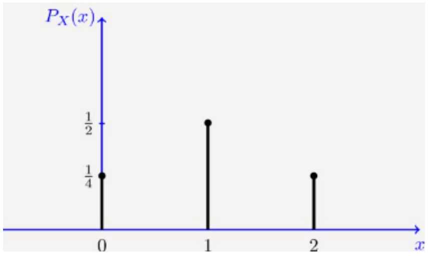
Contoh :
Terdapat pengujian untuk infeksi virus tertentu.
Pengujian ini 95% dapat diandalkan untuk pasien yang terinfeksi dan 99% dapat diandalkan untuk pasien yang sehat. Misalkan 4% dari semua pasien terinfeksi dengan virus. Tetapi nilai P{V|S} tidak tertera di sini.

Dik : $P\{S|V\} = 0.95$ → peluang kejadian S terinfeksi
$P\{\overline{S}|\overline{V}\} = 0.99$ → peluang kejadian bukan S yang sehat
$P\{S|\overline{V}\} = 1 – 0{,}99 = 0{,}01$ → peluang kejadian S yang sehat
$P\{V\} = 0.04$ → peluang terinfeksi
$P\{\overline{V}\} = 1-0{,}04$ → peluang yang sehat

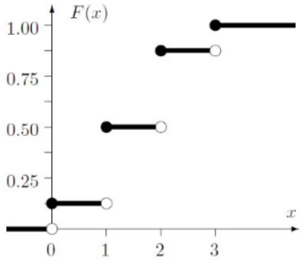
S = kejadian
V = terinfeksi
-V = sehat

$$\begin{aligned} P\{V \mid S\} &= \frac{P\{S \mid V\}P\{V\}}{P\{S \mid V\}P\{V\} + P\{S \mid \overline{V}\}P\{\overline{V}\}} \\ &= \frac{(0.95)(0.04)}{(0.95)(0.04) + (1 - 0.99)(1 - 0.04)} = \underline{0.7983}. \end{aligned}$$

Fungsi massa peluang (pmf) :



Fungsi massa kumulatif (cdf) :



9. Harapan dan kawan-kawan

E(X) = harapan

$$\sigma^2 = \mathrm{Var}(X) = \mathbf{E}\,(X - \mathbf{E}X)^2$$

$$\sigma = \mathrm{Std}(X) = \sqrt{\mathrm{Var}(X)}$$

Varians = simpangan baku

Total peluang/probabilitas = rentang 0-1. Kalau jawabannya lebih dari 1 = salah.

10. Kasus saham

Kita memiliki $10,000.

Terdapat 2 pilihan perusahaan yaitu perusahaan XX dan YY.

Harga saham XX = $20/lembar.

Nilai harapan keuntungan $1/lembar dengan simpangan baku $0.5.

Harga saham YY = $50/lembar.

Nilai harapan keuntungan $2.50/lembar dengan simpangan baku $1.

Untuk mendapatkan keuntungan maksimal dengan resiko minimal, manakah pilihan yang terbaik?

A. Beli $10,000 saham XX

B. Beli $10,000 saham YY

C. Beli $5,000 saham XX dan $5,000 saham YY

JAWAB :

Coba pilihan A :	Coba pilihan B :	Coba pilihan C :
10.000/20 = 500	10.000/50	5000/20 + 5000/50

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}(A) &= 500\,\mathbf{E}(X) = (500)(1) = 500; \\
\mathrm{Var}(A) &= 500^2\,\mathrm{Var}(X) = 500^2(0.5)^2 = 62,500. \\
\mathbf{E}(B) &= 200\,\mathbf{E}(Y) = (200)(2.50) = 500; \\
\mathrm{Var}(B) &= 200^2\,\mathrm{Var}(Y) = 200^2(1)^2 = 40,000.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}(C) &= 250\,\mathbf{E}(X) + 100\,\mathbf{E}(Y) = 250 + 250 = 500; \\
\mathrm{Var}(C) &= 250^2\,\mathrm{Var}(X) + 100^2\,\mathrm{Var}(Y) = 250^2(0.5)^2 + 100^2(1)^2 = 25,625.
\end{aligned}$$

Nilai harapan sama untuk semua pilihan menandakan keuntungan yang sama.

Varians terkecil menandakan resiko terkecil terdapat pada pilihan C.

11. Peluang Cacat | Poisson

3% dari hard disk yang diproduksi sebuah perusahaan mengalami kecacatan. Hitung peluang di dalam sampel sebanyak 200 unit, terdapat kurang dari 2 hard disk yang cacat.

p = 3/100 = 0.03
n = 200
Rumus lambda = np
Lambda (λ)= 0.03 x 200 = 6

P(X<2) = P(X=0) + P(X=1)
= 0.00247 + 0.0174 = 0.01987

12. Turunan Integral

$$\frac{K}{x^3} = Kx^{-3} = \frac{K}{-3+1}x^{-3+1} = \frac{K}{-2}x^{-2} = -\frac{K}{2x^2}$$

13. Teori limit pusat

$$F_{Z_n}(z) = \boldsymbol{P}\left\{\frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \leq z\right\} \to \Phi(z)$$

Contoh :

Sebuah disk memiliki ruang kosong sebesar 330 MB. Apakah mungkin disk tersebut akan muat untuk 300 file foto jika setiap foto memiliki ukuran harapan 1 MB dengan simpangan baku 0.5 MB?

Dik : n = 300
Sn = 330
μ = miu = 1
σ = simbaku = 0,05

JAWAB :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{P}\{\text{sufficient space}\} &= \boldsymbol{P}\{S_n \leq 330\} = \boldsymbol{P}\left\{\frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \leq \frac{330-(300)(1)}{0.5\sqrt{300}}\right\} \\ &\approx \Phi(3.46) = 0.9997. \end{aligned}$$

P(foto) = 30 / 8,6 = 3,46

= 0,000270 = 1 – 0,000270 = 0,9997 (ambil 3-4 dibelakang koma)