

2024학년도 THE CLASSIFIED 모의고사 문제지

수학 영역

성명		수험 번호												
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

나는 항상 너를 응원한다고

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\left(\frac{3^{\sqrt{2}}}{3}\right)^{\sqrt{2}} \times 3^{\sqrt{2}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② 1 ③ 3 ④ 9 ⑤ 27

2. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 1$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은?

[2점]

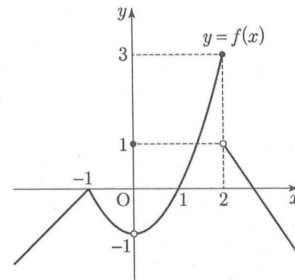
- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

3. $\sin(\pi + \theta) = \frac{4}{5}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? (단, $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$)

[2점]

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

수학 영역

5. $2^a = 3^b = \sqrt{6}$ 일 때, $\frac{a+b}{ab}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 함수 $y = a \tan b\pi x$ 의 그래프가 주기가 4이며 $(5, 2)$ 를 지난다.
 $a^2 \times b$ 의 값은? (단, $b > 0$) [3점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 1 ④ 4 ⑤ 16

7. 공차가 3, 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{k=1}^{10} \frac{a_k - a_{k+1}}{a_k a_{k+1}}$ 의 값을 $\frac{q}{p}$ 라 하자, $p+q$ 의 값은? (단, $p > q$)

[3점]

- ① $-\frac{3}{32}$ ② $-\frac{3}{16}$ ③ $-\frac{9}{32}$ ④ $-\frac{3}{8}$ ⑤ $-\frac{15}{32}$

수학 영역

8. 모든 수열의 항이 자연수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_3 \times a_9 = 64$, $a_2 = \frac{1}{2}$ 일 때, $\sum_{k=1}^6 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{51}{4}$ ② $\frac{27}{2}$ ③ $\frac{57}{4}$ ④ 15 ⑤ $\frac{63}{4}$

9. 다음 두 방정식을 만족하는 정수 x 의 합의 값은? [3점]

$$\begin{cases} 2^{x-1} > 9 \\ 3^{x-2} < 256 \end{cases}$$

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

10. 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 n 번째까지의 항의 수를 S_n 이라 할 때, $S_{10} = 20$, $S_{20} = 60$ 일 때, S_{30} 의 값은? [3점]

- ① 100 ② 120 ③ 140 ④ 160 ⑤ 180

수학 영역

11. 공차가 -2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 S_n 을 첫째항부터 n 번째 항까지의 합이고, $S_{14} = S_{15}$ 일 때, S_{15} 의 값은? [3점]

- ① 210 ② 220 ③ 230 ④ 240 ⑤ 250

12. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} + \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x^2)}{x-2} = 18 \text{를 만족시킬 때, } f(5) \text{의 값은?}$$

[3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

수학 영역

13. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 가

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1+h)}{f(1+h) - f(1)} = 2$ 를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은?

[3점]

- ① 4 ② 10 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

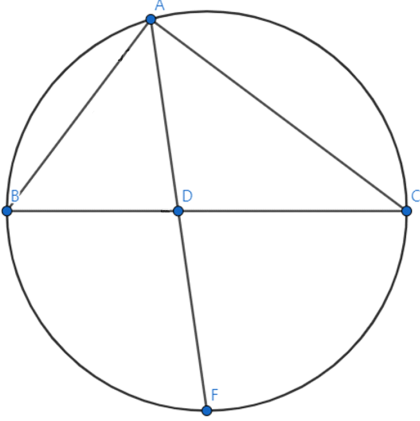
14. 자연수 m, n 에 대하여 $\log_2(4^m + 2^n)$ 이 자연수가 되도록
하면서 $m+n \leq 100$ 을 만족하는 순서쌍 (m, n) 의 개수는?

[4점]

- ① 16 ② 20 ③ 25 ④ 33 ⑤ 50

수학 영역

15. 다음 그림과 같이 길이가 10인 \overline{BC} 를 지름으로 가지는 원에 대하여 원 위의 점 A 에 대해 $\angle BAC$ 를 이등분하는 선과 지름 사이의 교점을 D , 원 사이의 교점 중 A 가 아닌 점을 F 라 하자. \overline{AB} 의 길이가 6일 때, \overline{FC} 의 길이를 구하시오. [4점]



- ① $4\sqrt{2}$ ② $\frac{9}{2}\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{2}$ ④ $\frac{11}{2}\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

16. 곡선 $y = 2^{x-5} + 7$ 위의 두 점 A, D 와 곡선 $y = -2^{-x-3} + 3$ 위의 두 점 B, C 에서 $\square ABCD$ 가 평행사변형을 이룰 때, $y = 2x + 3$ 에 의하여 $\square ABCD$ 의 넓이가 이등분된다. 이때 $\square ABCD$ 의 대각선의 교점을 (p, q) 라 할 때 $p + q$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

수학 영역

17. 상수함수가 아닌 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + x^2}{f(x)\{f(x) - x^2\}} = -\frac{1}{2} \text{를 만족할 때, } f(3) \text{의 값은?}$$

[4점]

- ① -7 ② -4 ③ -1 ④ 2 ⑤ 5

18. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 상수함수가 아닌 최저차수 $g(x)$ 에 대하여 $f(0) = 9$ 일 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) \ g(x) = xf(x)$$

$$(나) \ \begin{cases} g(x) = g'(x) \\ f(x) = f'(x) \end{cases} \text{의 연립방정식 해가 1, 3이다.}$$

- ① 9 ② 15 ③ 21 ④ 27 ⑤ 33

수학 영역

19. 지수함수 $f(x) = 2^x$, $g(x) = 3^x$, $h(x) = -2^{-x+4} - 2$ 에 대하여 x 축에 수직인 직선 $x = t (t \neq 0, t \neq 2)$ 가 $f(x)$, $g(x)$ 와 각각 만나는 점을 A, B라 하고, $f(x)$ 와 $h(x)$ 의 대칭점을 P라 할 때, $\triangle APB$ 의 넓이를 $G(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

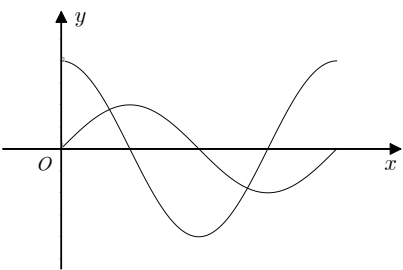
ㄱ. $2G(1) = 1$

ㄴ. $t > 2$ 에서 $G(t)$ 는 항상 증가만 한다.

ㄷ. $\triangle AOB$ 의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $0 < t < 1$ 에서 $S(t) = kG(t)$, ($k \geq 1$)를 만족시키는 실수 t 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 원점 O 와 두 함수 $f(x) = \sin x$, $g(x) = 2\cos x$, ($0 \leq x \leq 2\pi$)의 그림에서 x 축에 수직인 직선과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. \overline{AB} 의 길이가 최대가 될 때, $\triangle AOB$ 의 넓이의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 하자. $M - m$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\sqrt{5}}{10}\pi$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{15}\pi$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{3}\pi$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}\pi$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{3}\pi$

수학 영역

21. 등차수열 $\{a_n\}$ 과 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_n = f(a_1) \times f(a_2) \times f(a_3) \times \cdots \times f(a_n) \text{ 이라 하자.}$$

다음 조건을 모두 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 2개가 되도록

하는 $f(x)$ 에 대하여 a_1 의 최솟값이 $\alpha \times 2^\beta$ ($\beta > 0$)일 때

$\alpha \times \beta$ 는? (단, $f(a_{18}) \neq 1$) [4점]

(가) $b_k = b_{k+1}$ 을 만족시키는 k 값 중 가장 작은 것은 8
두 번째로 작은 값은 17이다.

$$(나) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1, \lim_{x \rightarrow 2^{\frac{4}{3}}} \frac{f(x)}{x - 2^{\frac{4}{3}}} = 0$$

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

단답형

22. $\log_2 8 + 3\log_2 4$ 의 값은? [3점]

23. $\triangle ABC$ 에서 $a = 4, b = 5, \cos C = \frac{1}{8}$ 일 때, c 의 값은?

[3점]

수학 영역

24. $g(x) = \int_0^x 3t^2 - 2t + 2 \, dt$ 일 때, $g'(0) + g(1)$ 의 값은?

[3점]

26. $y = \sin \pi x$ ($0 < x < 4$)와 $y = \frac{1}{n}$ (n 은 자연수)에 대하여

두 함수 사이의 교점의 개수를 a_n 이라하고, 교점의 합을

b_n 이라할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n + b_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 세 실근의 합이 0이고, 최고차항의 계수가 1인 삼차함수

$f(x)$ 에 대하여 $f'(x)$ 가 중근을 가진다. $f'(3)$ 의 값은? [3점]

수학 영역

27. 다음과 같이 정의된 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x)g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 미분 가능할 때 최고차항의 계수가 1인 4차다항식 $g(x)$ 에 대하여 $g(5)$ 의 값은? [4점]

$$f(x) = \begin{cases} |x^2 - 4x| - 1 & (x \geq 0) \\ |x^2 + 4x| + 1 & (x < 0) \end{cases}$$

28. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 a_1 의 개수와 값을 각각 m, n 이라 할 때, $m+n$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $a_5 + a_6 + a_7 = 7$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 3a_n + 1 & (a_n \text{이 홀수}) \\ \frac{a_n}{2} & (a_n \text{이 짝수}) \end{cases}$$

수학 영역

29. 최고차항 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 구간 $(0, \infty)$ 에서 $g(x) \geq 0$ 인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. $f'(-2)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f(-3)$

(나) $x > -3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+3)\{f(x)-f(0)\}^2 = f'(x)$ 이다.

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $g(x) = f(k+\sin x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. 이때, $f(5)$ 의 값은? (단, $0 < \alpha < \beta < \gamma \leq \frac{\pi}{2}$, $k > 0$) [4점]

(가) 순서대로 등차수열을 이루는 서로 다른 세 실수 α, β, γ 에 대하여 $g(\alpha), g(\beta), g(\gamma)$ 가 순서대로 등차수열을 이룬다.

(나) $f(k) = f(k+\sin \beta) = 0$

(다) $f(0) = -\frac{1}{4}$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

수학 영역

2024학년도 **THE CLASSIFIED**

모의고사 해답지

1. ③
2. ①
3. ④
4. ②
5. ②
6. ③
7. ~~④~~ → 7번 답
4번 -> 5번
8. ⑤
9. ②
10. ③
11. ①
12. ①
13. ③
14. ④
15. ③
16. ②
17. ⑤
18. ①
19. ③
20. ④
21. ②
22. 9
23. 6
24. 4
25. 27
26. 95
27. 225
28. 151
29. 16
30. 61