

Задание 3. Сортировки

Указание: во всех задачах, где требуется привести алгоритм, нужно доказать его корректность и оценить асимптотику.

1 К серверу приходят одновременно n клиентов. Для клиента i известно время его обслуживания t_i . Время ожидания клиента определяется как сумма времени обслуживания всех предыдущих клиентов и времени обслуживания его самого. К примеру, если обслуживает клиентов в порядке номеров, то время ожидания клиента i будет равно $\sum_{j=1}^i t_j$. Постройте эффективный алгоритм, находящий последовательность обслуживания клиентов с минимальным суммарным временем ожидания клиентов, докажите его корректность и оцените асимптотику.

2 На вход поступает n котов целочисленной массы от 2 до k килограммов. Для каждого кота известна масса и кличка. Известно, что сначала накормить требуется наиболее худосочных. Предложите алгоритм, выводящий порядок, в котором нужно кормить котов, докажите его корректность и оцените асимптотику.

3 На вход задачи поступают три отсортированных массива. Постройте алгоритм, находящий число уникальных элементов в объединении этих массивов.

4 На вход задачи поступает массив a из n чисел. Постройте алгоритм, находящий число инверсий в массиве, то есть таких пар индексов i, j , что $i < j$ и $a[i] > a[j]$.

Рекомендация: модифицируйте алгоритм сортировки слиянием.

5 На вход поступает число n и массив a размера $2n + 1$. Постройте алгоритм, находящий число s , минимизирующее сумму $\sum_{i=1}^{2n+1} |a_i - s|$

6 На вход подается массив a_1, \dots, a_n , в котором один из элементов встречается не меньше $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ раз. Постройте алгоритм, находящий этот элемент.

7 Дан массив из n чисел. Нужно разбить этот массив на максимальное количество непрерывных подмассивов так, чтобы после сортировки элементов внутри каждого подмассива весь массив стал отсортированным. Предложите $O(n \log n)$ алгоритм для решения этой задачи.