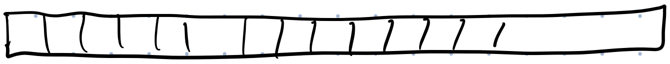
17.10.25

ЗАД. 6 ИЗ ДОМ.



2 2 1 2 3 4 1 2

$curr\_cand = a_1$

$curr\_num = 0$

по условию: $\geq \lceil \frac{n}{2} \rceil$

удал. этот и другой:

$n' = n-2$

$\geq \lceil \frac{n'}{2} \rceil$

ПРИМЕР: 2 2 1 2 2

N	curr_cand	curr_num
0	2	1
1	2	2
2	2	1
3	2	2
4	2	3

в завис. от чётн. n переходим с шагом 2 к 2 или 3 эл.
min 1 из них – иск.; провер. все 2/3; реш. за линию

ЗАД. 7 ИЗ ДОМ.

[sort sort sort]

1) ищем тек. max, т.е. $m[i] = \max(a_1, \dots, a_i)$
2) сорт. массив $\rightsquigarrow b$
3) $if\ (m_i == b_i)$: отделяем подмассив
and $m_i \neq m_{i-1}$

1 2 3 3

контрпример?

$a = [3^1 \ 3^2 \ 1 \ 2]$

$m = [3^1 \ 3^2 \ 3^2 \ 3^2]$

$b = [1 \ 2 \ 3^1 \ 3^2]$

кстати, ответ
(1, 4)

1 2 3 4

Turbo Fibonacci 3000 (БЫСТРЫЙ АЛГ.)

1) $\Theta(2^{2^{\frac{n-1}{2}}})$

2) $\Theta(2^n)$

3) $\Theta(n)$

$n = \lceil \log_2 k \rceil$

УМН. МАТР. (НАИВ. ПО ОПР.):

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots, a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots, & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & \dots & b_{nn} \end{pmatrix} = C$$

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj} \qquad \Theta(n)$$

$$\Theta(n^3)$$

$n\left(\quad \right)^n \times \left(\quad \right)^n_n$

НАИВ. $O(n^3)$

ШТРАССЕН $O(n^{\log_2 7})$

ГИПОТЕЗА: $\forall \varepsilon > 0$ $\exists$ АЛГ. УМН. ЗА $O(n^{2+\varepsilon})$

НАИЛУЧШ. СЕЙЧАС $O(n^{2,37\dots})$

1) УМН. МАТР. 2×2 ДЕЛ. ЗА $O(1)$

2) M^b МОЖНО НАЙТИ БЫСТР. ВОЗВ. В СТЕПЕНЬ

3) $F_{k+1} = F_k + F_{k-1}$

$F_0 = 0$

$F_1 = 1$

$$\begin{cases} F_{k+1} = F_k + F_{k-1} \\ F_k = F_k \end{cases} \iff \begin{pmatrix} F_{k+1} \\ F_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_k \\ F_{k-1} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix}F_{k-1}\\F_{k-2}\end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}^k}_{\text{быстр. возв. за } O(\log k) \text{ умн. (матр.)}} \begin{pmatrix}F_1\\F_0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}^k \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$$

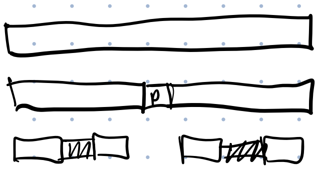
Быстрая сортировка (quick sort)

1) выбираем опорный элемент (pivot)

2) | $\le p$ | p | $\ge p$ | partition $O(n)$

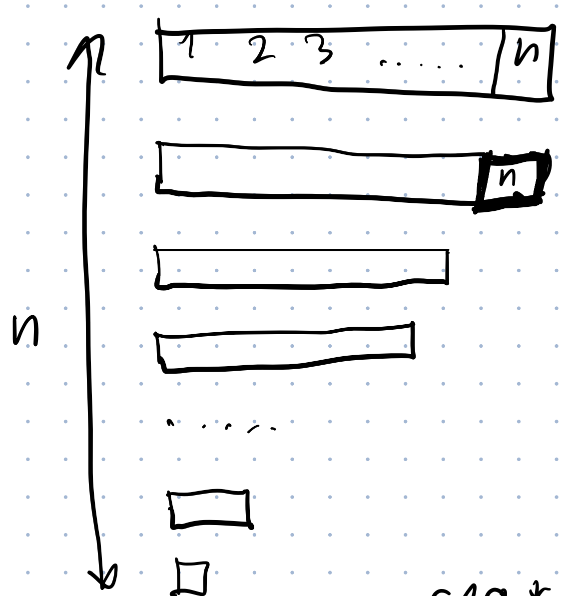
3) рек. вызовы

Сложность:



худш. случ.:

Если оп. элем. — это самый правый



n

$n-1$

$n-2$

....

сложн. $O(n^2)$

$n-3$ $n-1$ n $n-2$ $n-4$

МАСТЕР-ТЕОРЕМА (ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА О РЕКУРРЕНТНЫХ СООТНОШ.)

$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + f(n)$

$a \in \mathbb{N}$

$b > 1 \ (b \in \mathbb{R})$

$\exists N_f : T(N_f) = F$

$c = \log_b a$

Для merge sort

$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\frac{n}{2}\right) + Cn$

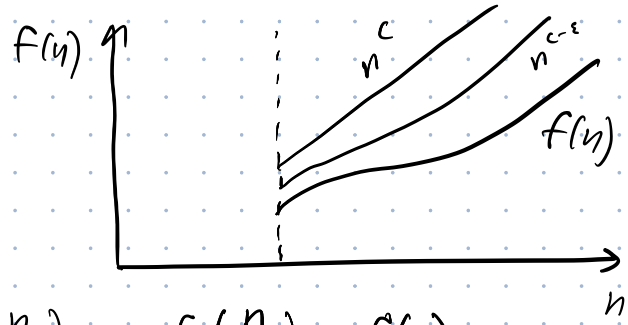
$= 2T\left(\frac{n}{2}\right) + Cn$

$f(n) \leq P \cdot n^{c-\varepsilon}$

\varepsilon

1) $\exists \varepsilon > 0 : \ f(n) = O(n^{c-\varepsilon})$ "ПОЛИНОМИАЛЬНЫЙ ЗАЗОР"

$T(n) = \Theta(n^c)$



$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + f(n) = a^2T\left(\frac{n}{b^2}\right) + af\left(\frac{n}{b}\right) + f(n) =$

$= a^k T\left(\frac{n}{b^k}\right) + a^{k-1} f\left(\frac{n}{b^{k-1}}\right) + \ldots + f(n) =$

$= a^k F + a^{k-1} f(N_f \cdot b) + a^{k-2} f(N_f b^2) + \ldots + f(n) \leq$

$\leq a^k F + a^{k-1} P (N_f \cdot b)^{c-\varepsilon} + a^{k-2} P (N_f b^2)^{c-\varepsilon} + \ldots + P n^{c-\varepsilon} =$

$k : \ \frac{n}{b^k} = N_f \ ; \ b^k = \frac{n}{N_f} \ ; \ k = \log_b \frac{n}{N_f}$

ОСТАТОК ДОК-ВА В ДОМАШКУ

$= \underbrace{a^{\log_b \frac{n}{N_f}}}_{} F + a^{\log_b \frac{n}{N_f} - 1} P (N_f \cdot b)^{c-\varepsilon} + a^{\log_b \frac{n}{N_f} - 2} P (N_f b^2)^{c-\varepsilon} + \ldots + P n^{c-\varepsilon}$

$a^{\log_b n - \log_b N_f} F$

const

$a^{\log_b n}$

$\log_b n = \frac{\log_a n}{\log_a b}$

$a^{\frac{\log_a n}{\log_a b}}$

$n^{\log_b a} \cdot Q$

$\left(a^{\log_a n}\right)^{\frac{1}{\log_a b}} = n^{\log_b a}$

2) $f(n) = \Theta(n^c)$

$T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \log n)$

3) $\exists \varepsilon > 0 : \quad f(n) = \Omega(n^{c+\varepsilon})$

УСЛОВИЕ РЕГУЛЯРНОСТИ: $\exists k < 1 \quad k f(n) \geq a f(\frac{n}{b})$

$T(n) = \Theta(f(n))$

$T(n) = a T(\frac{n}{b}) + f(n) = f(n) + a f(\frac{n}{b}) + a^2 f(\frac{n}{b^2}) + \ldots +$

$+ a^s f(\frac{n}{b^s}) \leq \underbrace{f(n) + k f(n) + k^2 f(n)}_{f(n) \cdot \text{суммy геом. пр.}} + \ldots + a^s f(\frac{n}{b^s})$

$+$

ПРИМЕРЫ:

1) $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + Ln$

$c = \log_2 2 = 1$

$Ln = \Theta(n^1)$ $\Rightarrow$ $T(n) = \Theta(n \log n)$

2) $T(n) = 8T(\frac{n}{2}) + n^5$

$n^5 = \Omega(n^{3+0,5})$

$\exists k = 0,99 : \quad k \cdot f(n) \geq a f(\frac{n}{b})$

$0,99 n^5 \geq 8 (\frac{n}{2})^5$

$T(n) = \Theta(n^5)$

3) $T(n) = 25\,T\left(\frac{n}{5}\right) + n$

$c = \log_5 25 = 2$

$f(n) = n = O(n^{2-0,1})$

$$T(n) = \Theta(n^2)$$

К ЧЕМУ МАСТЕР-ТЕОР. НЕЛЬЗЯ ПРИМ?

- ПЕРЕМ. ЧИСЛО ПОДЗАД. $T(n) = \frac{n}{2}\,T\left(\frac{n}{3}\right) + cn$
- РАЗНЫЕ РЕК. ВЫЗОВЫ $T(n) = T\left(\frac{n}{5}\right) + T\left(\frac{7n}{10}\right) + cn$
- НЕ ВЫП. УСЛ. ТЕОР.

ОБОБЩ. — АЛГ. АКРА-БАЗЗИ