28.11.25

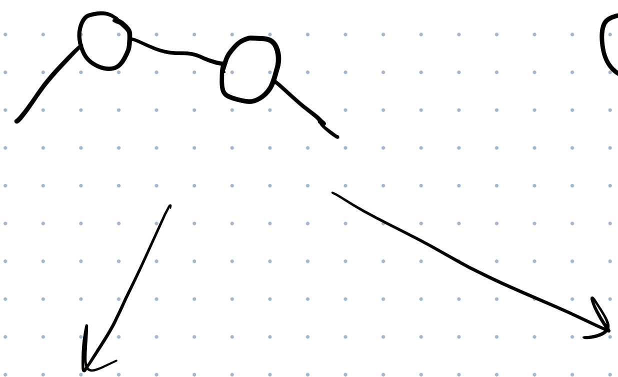
ДЗ ЗАД. 4

$G(L, R, E)$ — двудольный граф (лев. доля — L)

$\forall v \in L \cup R : \deg(v) = 2$

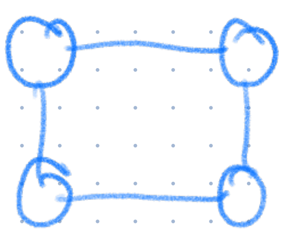
УТВ.: все такие гр. — это $\cup$ циклов чётн. длины

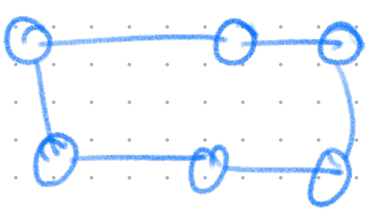
ОБЪЕД.



ЧЕТН.

НЕЧ. ДЛИНА

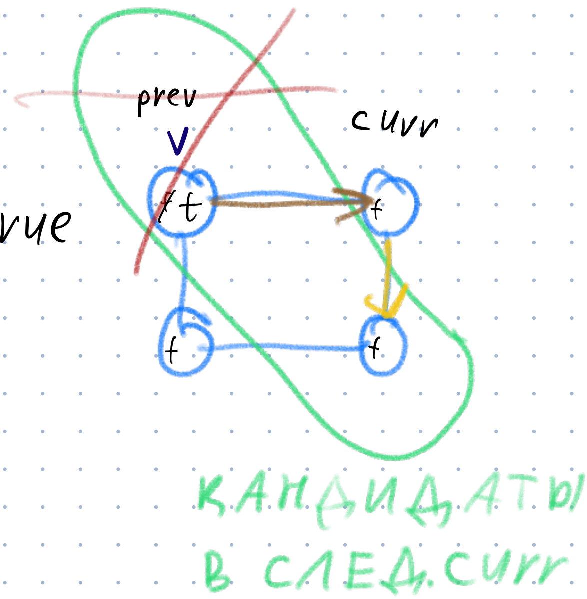




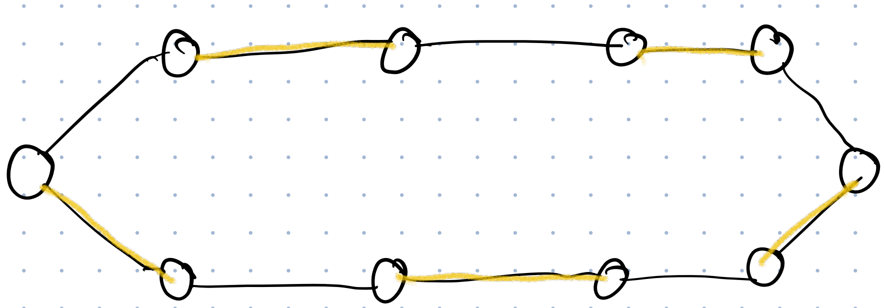
АЛГ.: (ГРАФ ХР. В ВИДЕ СП. СМЕЖН., Т.Е. $n[v] = [n_{1v}, n_{2v}]$

a	b	c	d	e	f	.	.	.	.	.	.
t	t	t	t								

```
vizited [v] = False      // v ∈ L ∪ R
answer = [ ]
for v in L ∪ R:
    if (vizited [v] == True):
        continue
    prev = v ; ~~vizited[prev]=True~~
    curr = n[v][0]; vizited[curr]=True
    i = 0
    while (curr != v):
        newprev = curr
        curr = {n[curr] \ prev}[0]
        prev = newprev
        vizited[curr] = True
        if( i % 2 == 0):
            answer. append((prev, curr))
        i += 1
```



РАССМ. ЦИКЛ ЧЁТН. ДЛИНЫ 2K



1) ∃ ПАРОСОЧ. РАЗМ. K

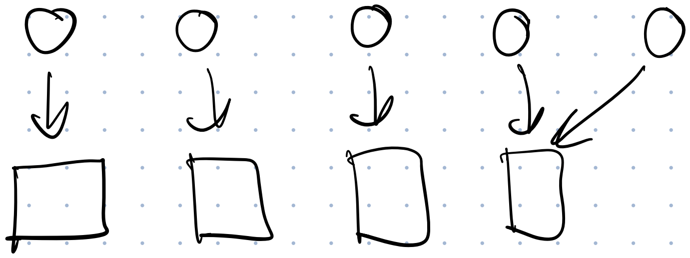
2) ∄ ПАРОС. РАЗМ. K+1

∃ 2K ВЕРШ.

ПРЕДП. ∃ ПАРОС. ИЗ K+1 ВЕРШ.; ТОГДА ∃ 2K+2 <u>РАЗНЫХ</u> ВЕРШ.

Принцип Дирихле

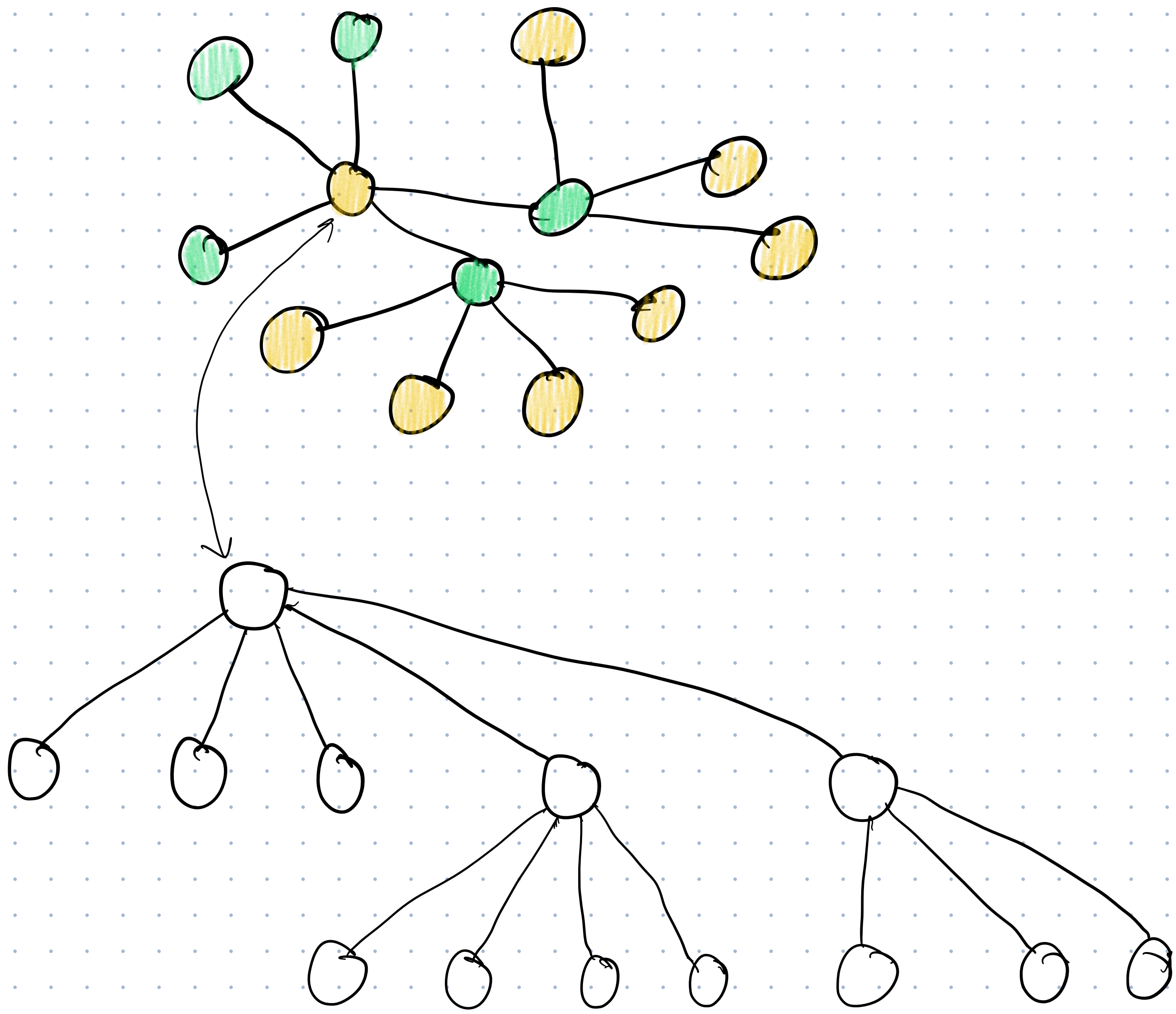
$n+1$ объект

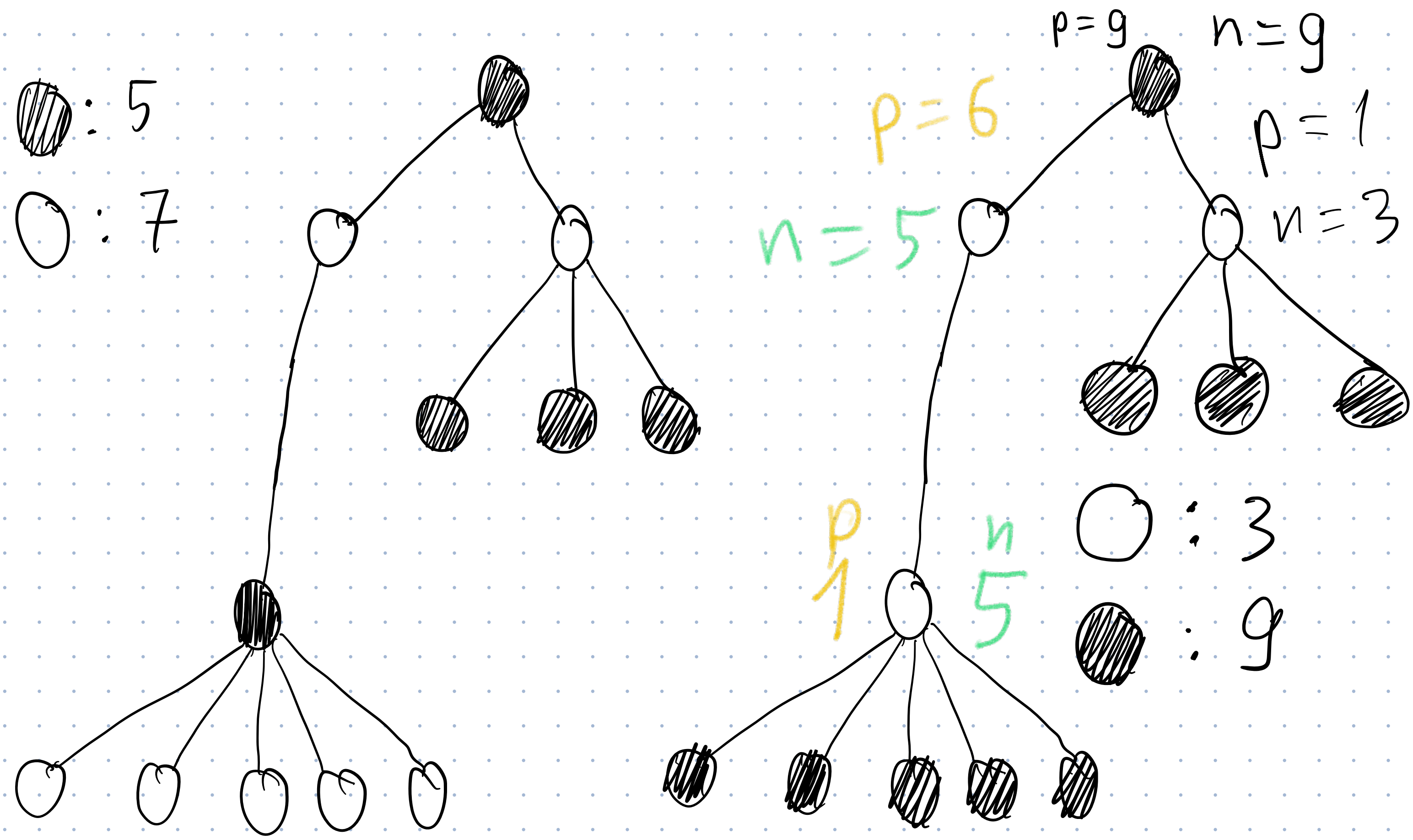


n короб.

$\exists$ min 1 коробка с min 2 объектами

Зад. 3 из ДЗ





АЛГ.

ДЛЯ КАЖД. ВЕРШ. 2 ЧИСЛА: РАЗМ. max НЕЗАВ. МН., ЕСЛИ БЕРЁМ ЭТУ ВЕРШ. И ЕСЛИ НЕТ

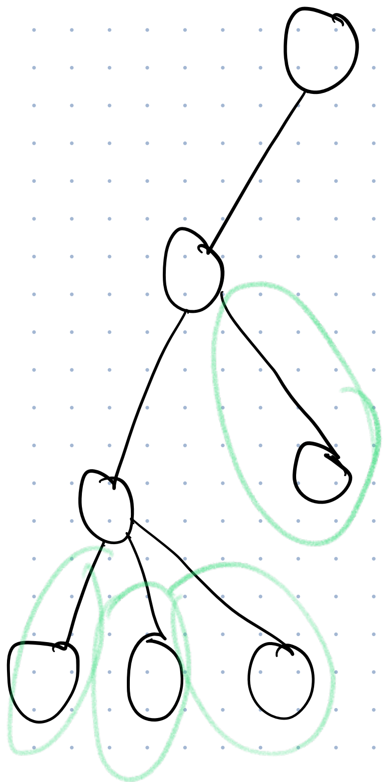
$p[v]=0$
$n[v]=0$

ДЛЯ ВСЕХ ЛИСТЬЕВ $p[l]=1$
$n[l]=0$

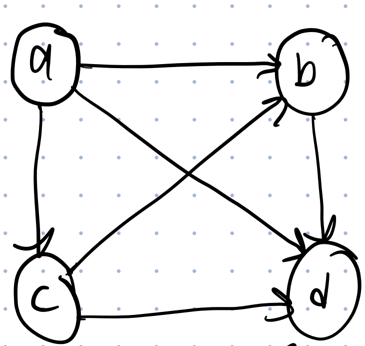
ДЛЯ НЕ ЛИСТЬЕВ (ТОЖЕ) 2 ВАРИАНТА: БЕРЁМ/НЕ БЕРЁМ

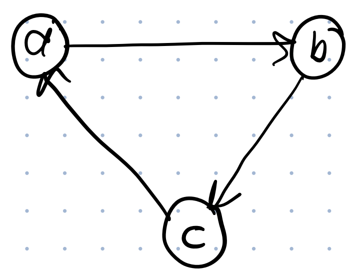
БЕРЁМ: РАЗМ. max Н.М. $= 1 + \sum_{k \in kids} n[k]$

НЕ БЕРЁМ: $= 0 + \sum_{k \in kids} \max(p[k], n[k])$



ТУРНИР — ПОЛНЫЙ ОРИЕНТ. ГРАФ





$$\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 1 & -1 \\ b & -1 & 0 & 1 \\ c & 1 & -1 & 0 \end{array}$$

ОБЩ. СТОК

ДОСТИЖИМ ИЗ ВСЕХ

ИСХОД. СТЕПЕНЬ 0

НЕТ ОБЩЕГО СТОКА

ЗАД. ТУРНИР ХР. В ПАМ. КАК МАТР. СМ.

$$|V| \overbrace{\begin{pmatrix} 0 & & \boxed{1} & \\ & 0 & & \\ & & 0 & \\ \boxed{-1} & & & \ddots \; 0 \end{pmatrix}}^{|V|}$$

$$A[i,j] = -A[j,i]$$

$A[i,j] = 1 \Leftrightarrow \exists$ РЕБРО ИЗ i-Й ВЕРШ. В j-Ю

НУЖНО НАЙТИ ОБЩ. СТОК ИЛИ УСТ., ЧТО ЕГО НЕТ

РЕШ. ЗА $O(|V|^2)$: ИЩЕМ СТРОКУ ИЗ -1

МОЖНО БЫСТРЕЕ!

$$\begin{pmatrix} 0 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & 0 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$ — КОСОСИММЕТРИЧЕСКАЯ

1	1	1	1	1	...	1	1	1

ПРИМЕР, НА КОТ. $O(|V|^2)$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ -1 & 0 & 1 & \cdots & 1 \\ & & 0 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

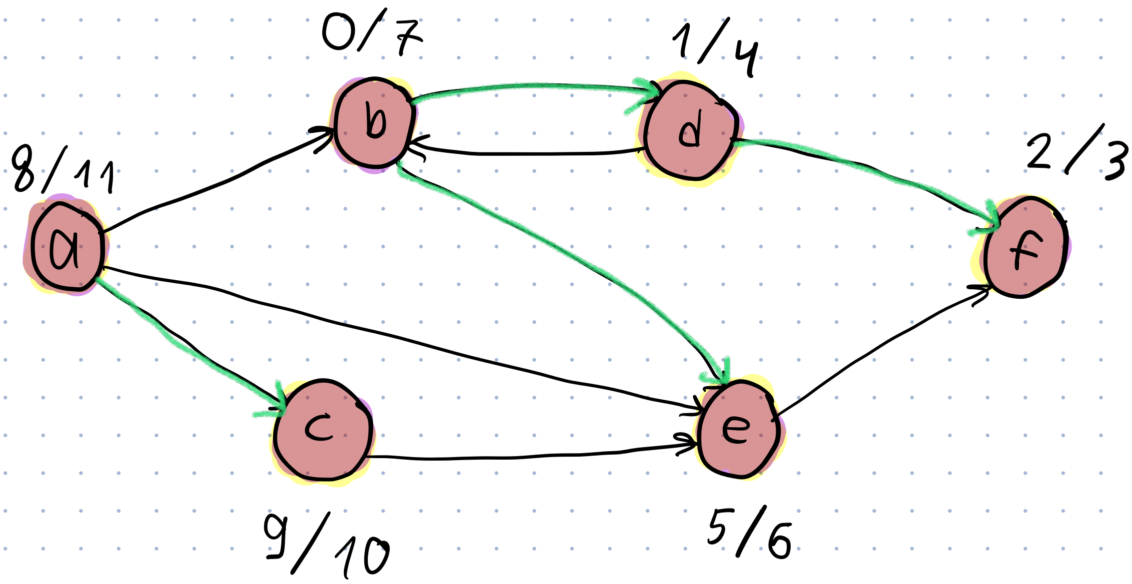
	X	X	X	X	X			
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	-1	-1	1				
2		0						
3			0					
4				0	-1	1		
5					0			
6						0		
7							0	
8								0

АЛГ.:

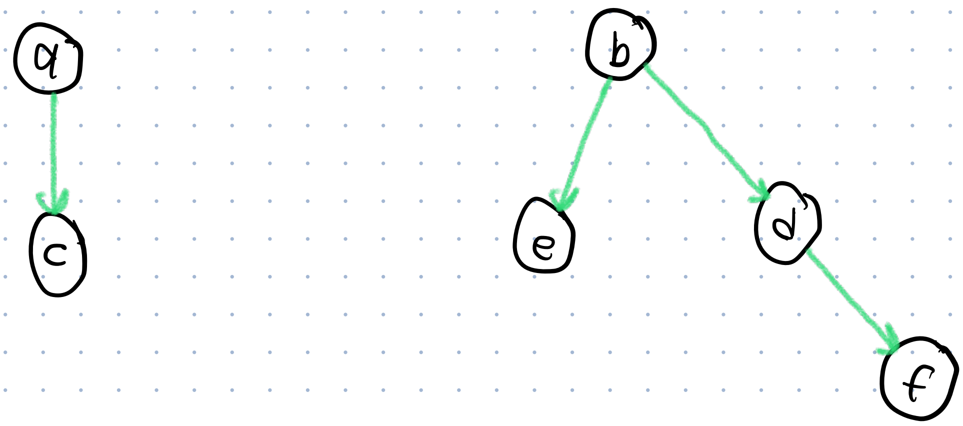
1) ПОДДЕРЖ. КАНД. В СТОКИ: 1 vs 2, ПОБЕД. vs 3, ...
НА k-М ШАГЕ curr_cand vs $k+1$-Й ВЕРШ. $O(|V|)$

2) ЗА ЛИНИЮ ПРОВЕР. СТРОКУ МАТРИЦЫ

ОБХОД В ГЛУБИНУ (depth-first search, DFS)



ЛЕС ОБХОДА В ГЛУБИНУ:



$|V|$ верш.

$|E|$ рёбер

$\Theta(\max(a, b))$

$\Theta(a+b)$

совпадают