26.09.25

ДЗ: 23:59 ЧТ

КОНТР. 2 ШТ.: midterm, final

ОЦЕНКА $= 0{,}4 \cdot ДЗ + 0{,}3 \cdot midterm + 0{,}4 \cdot final$

$$ДЗ = \sum_{i=1}^{13} ДЗi$$

ЗАЧЁТ = ОЦЕНКА > 0,5

midterm НА 6 ИЛИ 7 ЗАНЯТ.

final В КОНЦЕ

ДЛЯ LaTex РЕКОМЕНД. overleaf.com

РЕСУРСЫ:

1) ЧАТ
2) google classroom (.pdf + .tex | .ipynb)
3) github
4) overleaf

СОБСТВЕННО АЛГОРИТМЫ

1) ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ (БЕЗ СЛУЧАЙНОСТИ)
2) ПОСЛ-ТЬ ОПЕРАЦИЙ С ДАННЫМИ (ЧИСЛАМИ)
3) ЧИСЛА ИМЕЮТ КОНЕЧНУЮ ДЛИНУ

ЧТО МЫ БУДЕМ ДЕЛАТЬ?

1) ПРИДУМЫВАТЬ
2) ПРИМЕНЯТЬ
3) ДОКАЗЫВАТЬ КОРРЕКТНОСТЬ: НАХОД. ПОСЛЕД. ПЕРЕХОДОВ, ИЗ КОТОРОЙ СЛЕД., ЧТО УТВ. ВЕРНО
4) ОЦЕНИВАТЬ АСИМПТОТИКУ
5*) ПРОГАТЬ

n – длина входа в битах

f(n) – время работы некоторого алг.

$f(n) = n^2$

```
def alg(inp)
    [ n = ⌈log₂ inp⌉ (числа)
    [ n = len(inp)·sizeof(inp[0])
    s = 0
    for i in range(n):
        for j in range(n):
            s += 1
```

АТОМАРНАЯ ОПЕРАЦИЯ

```
    for j in range(n):
        s -= 1
    s += 4
    s += 4
```

// $\underbrace{0..0,1\ 1\ 0\ 1 \ldots 1\ 0}_{n}$

// [1, 2, 8, 9] – масс.

// типа np.uint8

// 0 0 0 0 0 0 0 1

0 0 0 0 0 0 1 0

0 0 0 0 1 0 0 0

0 0 0 0 1 0 0 1

1) n^2

2) $n^2 + n$

3) $n^2 + n + 2$

ПОДЕЛИМ ФУНКЦИИ НА КЛАССЫ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ!

$n^2,\ n^3,\ n^{1,5},$

$n^x\ \forall x \in \mathbb{R}$

$n^8 \log n$

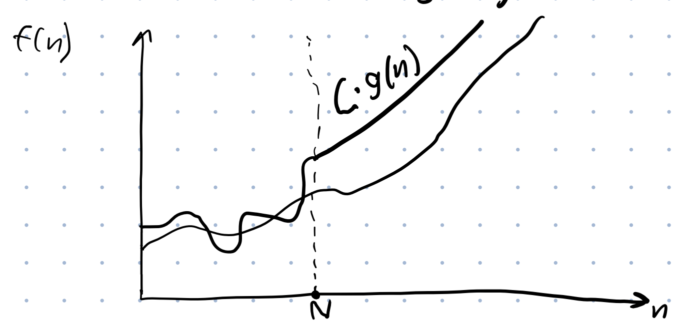
"О большое"

$f: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}_+$

$f(n) = O(g(n))$, когда

$C \in \mathbb{R}$

$\exists C > 0,\ \exists N \in \mathbb{N}: \ \forall n > N \hookrightarrow f(n) \le C \cdot g(n)$



1) $f(n) = n^2$

$g(n) = \frac{n^2}{3}$

$f(n) \overset{?}{=} O(g(n))$

$\exists C = 3, \exists N = 1 : \forall n > N \longrightarrow n^2 \leq \cancel{3} \cdot \frac{1}{\cancel{3}} \cdot n^2$

2) $n^2 \overset{?}{=} O(n^2 - 3n)$

$C = 2;\ N = 10:$

$n^2 \leq 2 \cdot (n^2 - 3n)$

$n^2 \leq 2n^2 - 6n$

$n^2 - 6n \geq 0$

$n(n-6) \geq 0$

3) $n^2 \overset{?}{=} O(n^3)$

$n^2 \leq n^3$

4) $n^3 \overset{?}{\neq} O(n^2)$

ОТРИЦ. ОПРЕД.:

$\forall C > 0, \forall N \in \mathbb{N} \quad \exists n > N : f(n) > C g(n)$

ФИКС. C, N

$n^3 > C n^2 \qquad \exists n = \max(N+1, \lceil C \rceil + 1)$

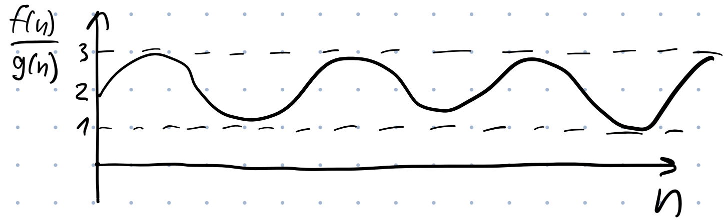
$n > C$

В ЧЁМ ОТЛИЧИЕ ТАКОГО ОПР. O ОТ

$\lim\limits_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)}$

ПРЕДЕЛА МОЖЕТ НЕ БЫТЬ!

$$f(n) = n(2+\sin n)$$
$$g(n) = n$$



5) $\exists\, \varepsilon > 0:\ n^{1+\varepsilon} = O(n \log n)$?

log в этой зад $\equiv \ln$

$$\forall C>0\ \forall N\in\mathbb{N}\ \exists n>N:\ f(n) > g(n)\cdot C$$

$$n^{\cancel{1}+\varepsilon} > C\,\cancel{n}\log n$$

$$n^{\varepsilon} > C\log n \qquad //\ n\geq 2$$

$$\frac{n^{\varepsilon}}{\log n} > C$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n^{\varepsilon}}{\log n} = \lim_{n\to\infty}\frac{\varepsilon\cdot n^{\varepsilon-1}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty}\varepsilon\cdot n^{\varepsilon\cancel{-1+1}} = +\infty$$

6) $\log_5 n = O(\log_2 n)$ В Д.З.

НАЙДЁМ АСИМП. СЛОЖН. АЛГ.

```
def f(n)
    for (i=1; i≤n; i+=1):
        for (j=1; j≤n; j*=2):
            for (k=1; k≤n; k+=2):
                print("hehe")
            for (k=1; k≤n; k*=2):
                print("hehe")
```

$j = \overbrace{1, 2, 4, \dots, 2^{\lfloor \log_2 n\rfloor}}^{\lfloor \log_2 n\rfloor}$

$m = 0, 1, 2, \dots, \lfloor \log_2 n\rfloor$

$j = 2^m$

$$h(n) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{m=0}^{\lfloor\log_2 n\rfloor}\left(\sum_{k=1}^{n//2} 1 + \sum_{l=0}^{\lfloor\log_2 n\rfloor} 1\right) = n\left(\lfloor\log_2 n\rfloor+1\right)\left(n//2 + \lfloor\log_2 n\rfloor+1\right) =$$

$$= n\cdot\underbrace{n//2}_{O(n)}\cdot\underbrace{\lfloor\log_2 n\rfloor}_{O(\log_2 n)} + n\cdot n//2 + n\lfloor\log_2 n\rfloor^2 + n\lfloor\log_2 n\rfloor + \dots \leq

$= \frac{1}{2} n^2 \log_2 n + \frac{1}{2} n^2 + \dots = O(n^2 \log n)$

$\le n^2 \log_2 n + n^2 + n \log_2^2 n + n \log_2 n + \dots = O(n^2 \log n)$

$f(n) = O(g(n))$

$f(n) \in O(g(n)) \Rightarrow \cancel{O(g(n)) = f(n)}$

НАИЛУЧШАЯ ОЦ. В КЛАССЕ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ:
min. ТАКОЕ k, ЧТО $f(n) = O(n^k)$

Для $n \log n$ $\nexists$ НАИЛУЧШ. ПОЛИН. ОЦ.

$O(n^{1+\varepsilon})$

$\cancel{O(n^1)}$