

## Задание 9. Графы I.

**Дерево** - это связный ациклический граф.

**Паросочетание** - это такое множество рёбер, что никакие два из них не имеют общей вершины.

**Независимое множество** в неориентированном графе - это множество вершин, попарно не соединённых ребрами.

**1** Вам нужно выбраться из лабиринта. Вы не знаете, сколько в нем комнат, и какая у него карта. По всем коридорам можно свободно перемещаться в обе стороны, все комнаты и коридоры выглядят одинаково (комнаты могут отличаться только количеством коридоров). Пусть  $m$  - суммарное количество коридоров между комнатами. Предложите алгоритм, который находит выход из лабиринта или доказывает, что его нет, за  $O(m)$  переходов между комнатами. В вашем распоряжении имеется неограниченное количество монет, которые вы можете оставлять в комнатах. Минотавр мертв, так что в лабиринте больше никого.

**2** Предложите алгоритм, выясняющий, есть ли в неориентированном графе циклы нечетной длины. Оцените асимптотику его работы. Докажите его корректность.

**3** Предложите  $O(|V| + |E|)$  алгоритм поиска максимального по размеру независимого множества в дереве.

**4** На вход задачи поступает описание двудольного графа  $G(L, R, E)$ , степень каждой вершины которого равна двум. Необходимо найти максимальное паросочетание в  $G$  (которое содержит максимальное количество рёбер). Предложите алгоритм, решающий задачу за  $O(|V| + |E|)$ .

**5** На вход задачи поступает граф  $G(V, E)$  в виде списка исходящих ребер для каждой вершины. Опишите алгоритм, переводящий это представление графа в представление в виде матрицы смежности...

**6** ...и наоборот. Докажите корректности и оцените сложность обоих алгоритмов.