03.10.25

МАСС. ИЗ n ЧИСЕЛ

$a = [a_1, \dots, a_n]$

$$
\left.\begin{array}{l}
m = a_1 \quad \Theta(1) \\
\text{for } i \text{ in range}(2, n+1): \\
\quad m = \max(m, a_i) \quad \Theta(1) \\
\text{print}(m) \quad \Theta(1)
\end{array}\right) \Theta(n)
$$

РОВНО $n-1$ СРАВН.

ДОКАЖЕМ КОРРЕКТНОСТЬ АЛГ. ПОИСКА max

ИНВАРИАНТ: НА i-М ШАГЕ $m = \max(a_1, \dots, a_i)$

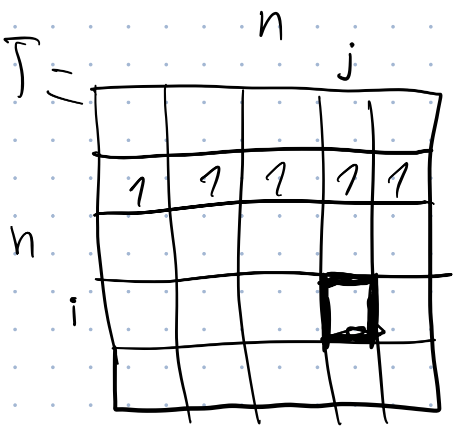
ВЫПОЛН. ПРИ $i=2$: $m = \max(a_1, a_2)$

ПЕРЕХОД (ШАГ ИНД.): $\max(a_1, a_2, \dots, a_{k+1}) = \max(\max(a_1, \dots, a_k), a_{k+1})$

ДЛЯ $i = k$ ИНВ. ВЫП., Т.Е. $m = \max(a_1, \dots, a_k)$ $\Rightarrow$

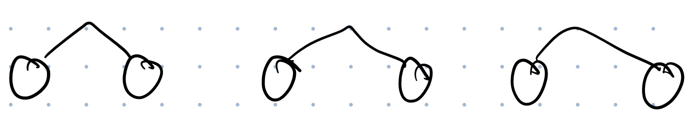
$\Rightarrow$ ДЛЯ $i = k+1$ $m = \underbrace{\max(\max(a_1, \dots, a_k), a_{k+1})}_{=\max(a_1, a_2, \dots, a_{k+1})} = \max(m, a_{k+1})$

В КОНЦЕ $i = n \Rightarrow m = \max(a_1, \dots, a_n)$

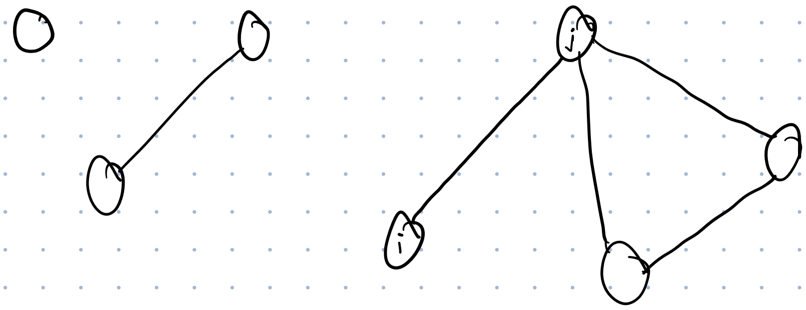


$T[i,j] = 1$ ЕСЛИ $a_i \geq a_j$

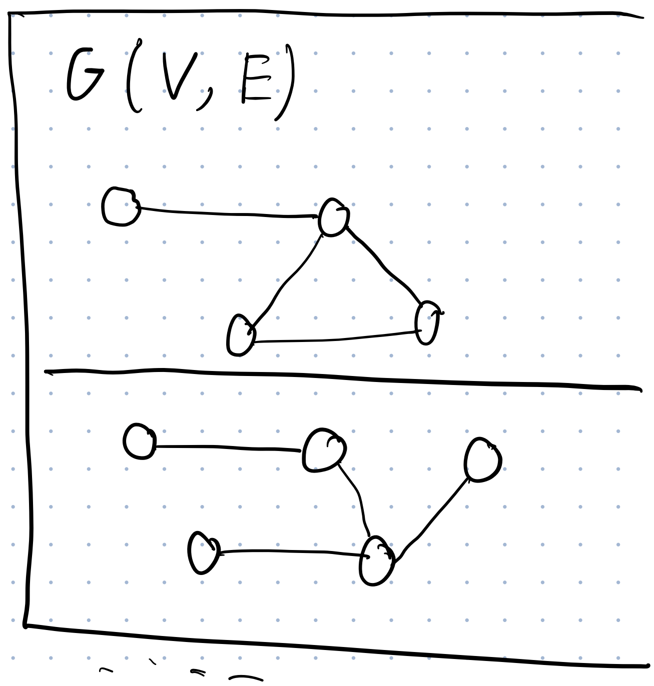
МОЖНО ЛИ НАЙТИ max ЗА $< n-1$ СРАВН.?



$n // 2 + 1$

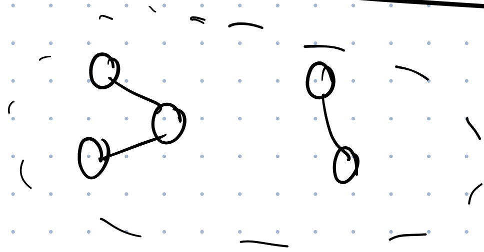


$\leq n-2$

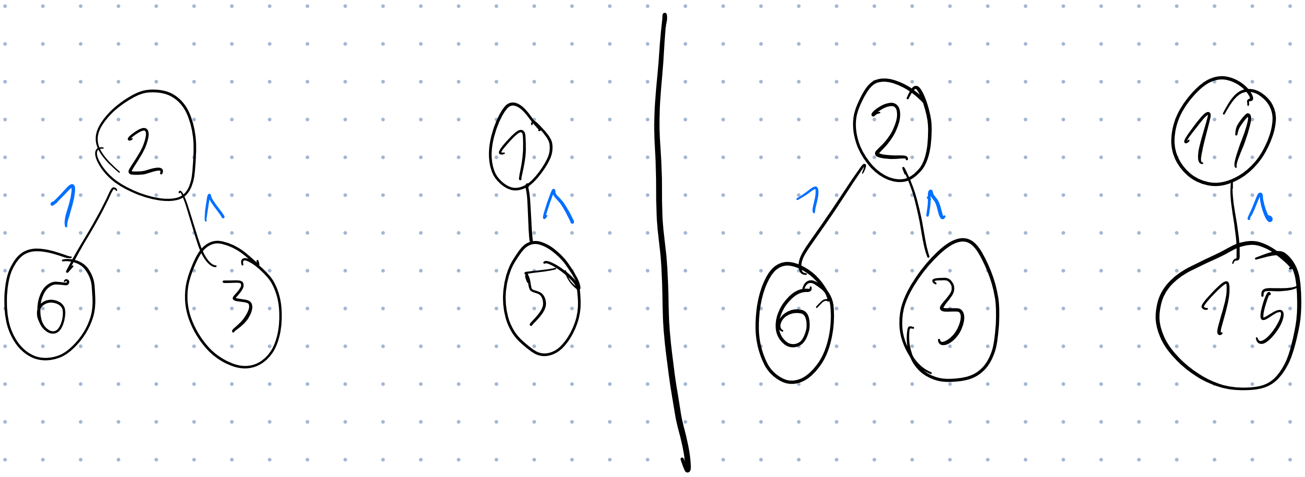


1) При $< n-1$ сравн. в графе ≥ 2 компоненты связности
2) Алгоритмы детерминированные и ответ зав. только от результ. сравнений
3) Без огр. общ. предп., что max в 1 комп. св.

   Прибавим ко всем числам во 2 комп. const такую, что все числа там > max



4) Результ. сравн. не изменились. Алг. даст тот же ответ. <u>Ответ неверен</u>



Числа Фибоначчи

$F_0 = 0$

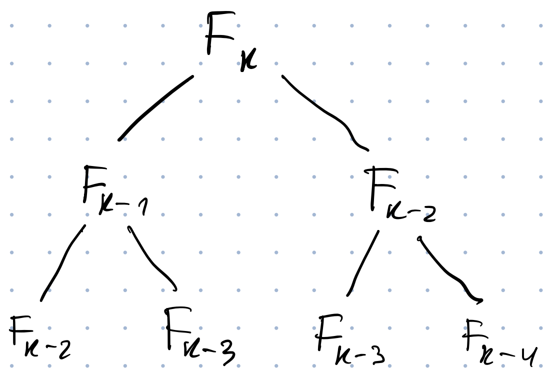
$F_1 = 1$ $\qquad 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \ldots\ldots$

$F_{k+1} = F_k + F_{k-1}$

$k = 11111\ldots11 \qquad k = 100\ldots\ldots0$

k-е число $\quad n = \lceil \log k \rceil \quad k < 2^{n+1}; \quad k \geq 2^n$

ВАРИАНТ 1: РЕКУРСИЯ




```
def Fib(k):
    if (k == 0):
        return 0
    if (k == 1):
        return 1
    return Fib(k-1) + Fib(k-2)
```

$$F_k = \overbrace{1 + 1 + \ldots\ldots + 1}^{F_k}$$

$\Omega(1)$ $\qquad \Omega(F_k)$

$F_k \geq F_{k-1}$

$$F_{k+1} = F_k + F_{k-1} \geq F_{k-1} + F_{k-1} = 2F_{k-1} \geq 4F_{k-3} \geq 2^{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor} F_1 = 2^{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor}$$

$$\Omega\left(2^{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor}\right)$$

$$\Omega\left(2^{\lfloor \frac{2^n}{2} \rfloor}\right)$$

$$\Omega\left(2^{2^{n-1}}\right)$$

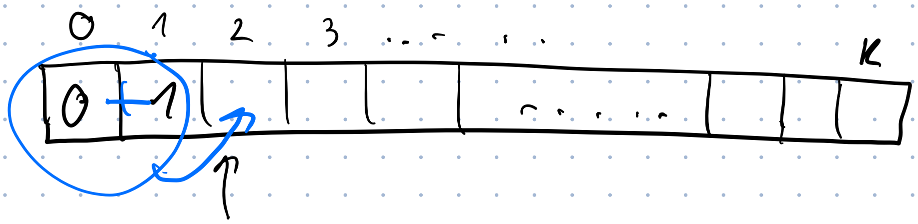
$64 = 1000000$

$n = 7$

$$2^{2^{7-1}} = 2^{2^6} = 2^{64}$$

ВАРИАНТ 2: СОХР. ПРОМ. РЕЗ.

К-Е ЧИСЛО



АЛГ.:

```
Fs = [0, 1]
for i in range(1, k):
    Fs.append(Fs[i] + Fs[i-1])
return Fs[-1]
```

$\Theta(k)$

$\Theta(2^n)$ $\Omega(2^n)$

БЫСТР. ВОЗВ. В СТЕПЕНЬ

$a \cdot b = a + a + a + \ldots + a$

$b-1$ слож.

$a^b = a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$

$a^{14} = a \cdot \ldots \cdot a = (a^7)^2 = (a^6 \cdot a)^2 = ((a^3)^2 \cdot a)^2 = (((a)^2 \cdot a)^2 \cdot a)^2$

13 УМН. 7

$2+1+1+1$

Σ 5 УМН.

a^{514} 513 $(a^{257})^2 = ((a^{128})^2 \cdot a)^2 = \ldots$ 10 УМН.!

$\left(\left(\left(\left(\left(\left(\left(\left(a\right)^2\right)^2\right)^2\right)^2\right)^2\right)^2\right)^2\right)^2 \cdot a\right)^2$

a^b

$b = 101 \ldots\ldots 10$

$14_2 = 1110$

```
a
curr = a
for b in pow_bin[1:]:
    curr = curr^2
    if (b == 1):
        curr *= a
```

# шага	curr	b
0	a	–
1	$(a^2) \cdot a = a^3$	1
2	$(a^3)^2 \cdot a = a^7$	1
3	$(a^7)^2 = a^{14}$	0

$\Theta(n)$ умнож.

$n = \lceil \log_2 b \rceil$

a^8

$8_2 = 1000$

$(((a)^2)^2)^2$

$a^{10_2} = (a^1)^2$

$a^{100} = ((a^1)^2)^2$

$a^{101} = a^{100} \cdot a^1 = ((a^1)^2)^2 \cdot a$