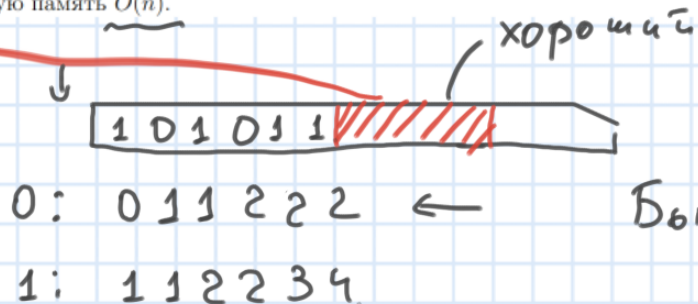


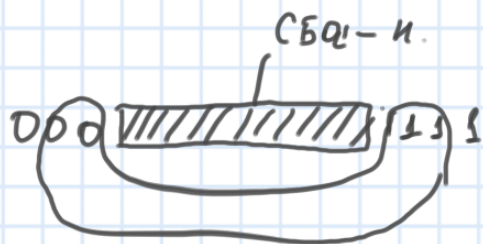
# Задача 1. Максимальный подмассив с равным числом нулей и единиц

**Условие.** Дан массив длины  $n$ , состоящий из нулей и единиц. Требуется найти подмассив максимальной длины, в котором количество единиц равно количеству нулей. Ограничения: алгоритм должен работать за  $O(n)$  по времени и использовать дополнительную память  $O(n)$ .



# поз-ов

$O(n^2)$



$[-n, n]$

#0 - #1



$n=5$

$$\Delta([i+1, \dots, j]) = \Delta[j] - \Delta[i]$$

$[0+1, 4]$

min  
max

0 -1  
4 3

-2  
-2

Задача 2. Максимальный подмассив с равным числом нулей, единиц и двоек

Условие. Дан массив длины  $n$ , состоящий из значений 0, 1 и 2. Требуется найти подмассив максимальной длины, в котором количество двоек равно количеству единиц и равно количеству нулей. Ограничения: алгоритм должен работать за  $O(n)$  по времени и использовать дополнительную память  $O(n)$ .

$$\#0 = \#1 \Leftrightarrow \#0 - \#1 = 0 \quad (\text{в } N1)$$

$$\#0 = \#1 = \#2 \Leftrightarrow \begin{cases} \#0 = \#1 \\ \#1 = \#2 \end{cases} = \begin{cases} \#0 - \#1 = 0 \\ \#1 - \#2 = 0 \end{cases}$$



$[i+1, j]$

$(0,0): -1$

$(1,0): 0$

$(0,1): 1, 7$

$\vdots$

	0	1	1	2	1	0	2	0	
#0 - #1	0	1	0	-1	-1	-2	-1	-1	0
#1 - #2	0	0	1	2	1	2	2	1	1
idx	-1	0	1	2	3	4	5	6	7

$\uparrow$   
 $\underline{\quad}$

### Задача 3. Максимальная сумма подмассива с длиной, кратной $k$

Условие. Дан массив целых чисел `nums` и целое число  $k$ . Требуется найти максимальную сумму подмассива массива `nums` среди всех непустых подмассивов, длина которых делится на  $k$ .

Пример 1.

`nums = [1, 2], k = 1`

Ответ 1.

3

Пример 2.

`nums = [-1, -2, -3, -4, -5], k = 4`

Ответ 2.

-10

Пусть  $k=1$  (любой непустой подмассив)

Сумму `nums[i...j]` за  $O(1) \Rightarrow O(n^2)$

$$ans = \max_j \left( \max_i \left( \text{ps}[j] - \text{ps}[i-1] \right) \right) = \max_{i < j} \left( \text{ps}[j] - \text{ps}[i] \right)$$

$\text{ps}[j] = -1$   
 $\min_{i < j} \text{ps}[i] = 0$   
 $2 - (-1) = 3$

$\text{ps}[j] - \min_{i < j} (\text{ps}[i])$   
 $i - j \equiv 0 \pmod k$

	1	2	-1	1	-4	3
0	1	3	2	3	-1	2
-	0	0	0	0	0	-1
ans	1	3	2	3	-1	3

$$\max(\text{ps}) - \min(\text{ps}) = 24$$

$$\text{ps}[-1] = 0$$

### Задача 3. Максимальная сумма подмассива с длиной, кратной $k$

Условие. Дан массив целых чисел `nums` и целое число  $k$ . Требуется найти максимальную сумму подмассива массива `nums` среди всех непустых подмассивов, длина которых делится на  $k$ .

Пример 1.

`nums = [1, 2], k = 1`

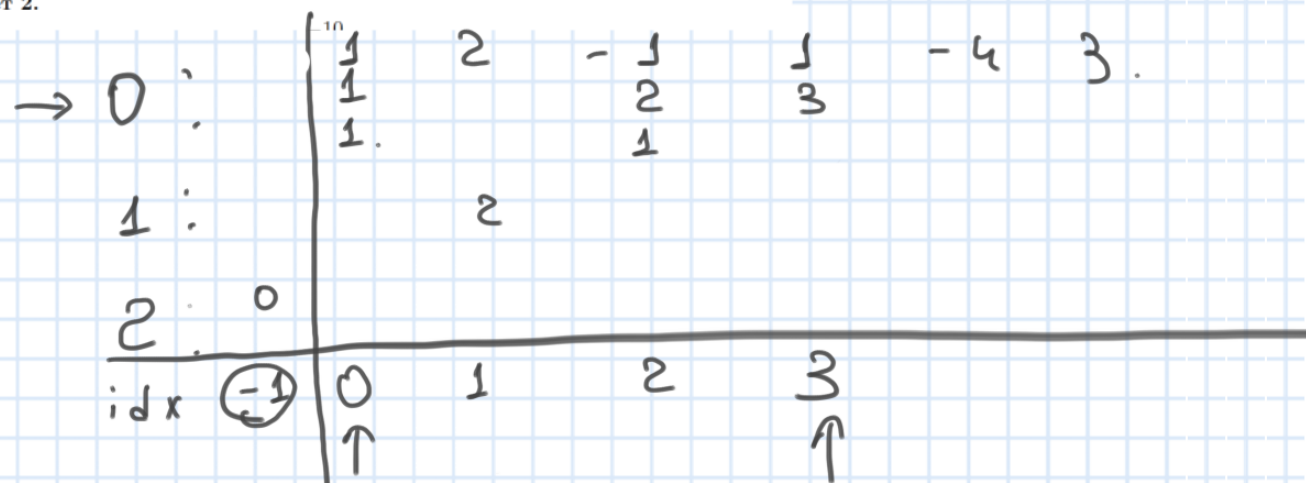
Ответ 1.

Пример 2.

`nums = [-1, -2, -3, -4, -5], k = 3`

Ответ 2.

$k$  - любое



	1	2	-1	1	-4	3
0	1	3	2	3	-1	2
-	0	0	0	0	0	-1

← minps  
i < j