

Задание 5. Сортировки, арифметика, модульная арифметика.

1 На вход поступает n котов целочисленной массы от 2 до k килограммов. Для каждого кота известна масса и кличка. Известно, что сначала накормить требуется наиболее худосочных. Предложите алгоритм, выводящий порядок, в котором нужно кормить котов, докажите его корректность и оцените асимптотику.

2 Оцените сложность алгоритма Divide, приведенного на странице 19 книги Дасгупты.

3 Предложите алгоритм возведения n -битовых чисел в n -битовую степень по n -битовому модулю, оцените его сложность.

4 Кто-то очень умный пришел и сказал, что умеет возводить числа из n бит в квадрат за линейное время. Докажите, что тогда можно перемножать и разные числа за O от максимума их длин.

5 Чему равен НОД двух чисел вида $2^a 3^b$, где a, b - целые степени?

6 На доске написан набор положительных целых чисел. За один ход можно взять любые два числа и вычесть из большего меньшее. Процесс останавливается, когда все числа становятся одинаковыми. Докажите, что этот процесс всегда остановится. Какие числа останутся в результате?