11.12.25

ЗАД. 3 ИЗ ДЗ 1

$$S = \sum_{i=1}^{n} i^{\alpha} = \Theta(n^{1+\alpha}) \; ; \; \alpha > 0$$

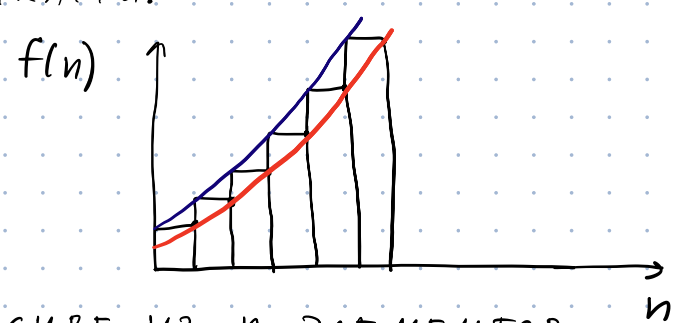
$$S \le \sum_{i=1}^{n} n^{\alpha} = n \cdot n^{\alpha} = n^{1+\alpha} = O(n^{1+\alpha})$$

$$S \ge \sum_{i=\lceil \frac{n}{2} \rceil}^{n} i^{\alpha} \ge \sum_{i=\lceil \frac{n}{2} \rceil}^{n} \left(\frac{n}{2}\right)^{\alpha} = 2^{-\alpha} n^{\alpha} \sum_{i=\lceil \frac{n}{2} \rceil}^{n} 1 = 2^{-\alpha} n^{\alpha} \left(n - \lceil \tfrac{n}{2} \rceil\right) =$$

$$= 2^{-\alpha} n^{\alpha} \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \ge 2^{-\alpha} n^{\alpha} \left(\frac{n}{2} - 1\right) = 2^{-\alpha-1} n^{1+\alpha} - 2^{\alpha} n^{\alpha} = \Omega(n^{1+\alpha})$$

$$S = \Theta(n^{1+\alpha})$$

КАК ПОЛЬЗОВАТЬСЯ ИНТ. ОЦЕНКАМИ?



РАЗНЫЕ АЛГ. ПОИСКА max В МАССИВЕ ИЗ n ЭЛЕМЕНТОВ

ЛИН. АЛГОРИТМ: 1 vs 2, ТЕК. max с 3, ..., max

$n-1$ СРАВН.

ПОПРОБУЕМ ДОК. ПО ИНД.

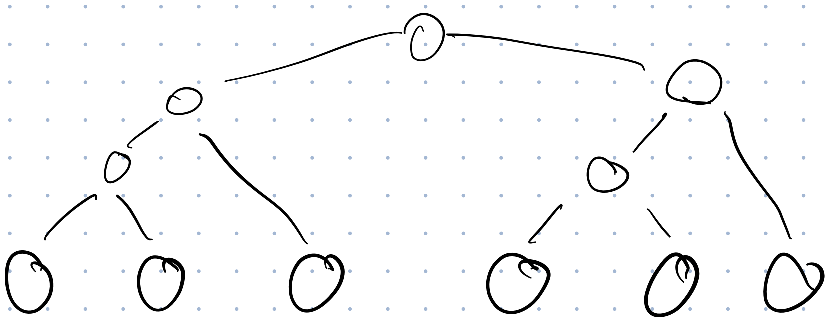
АЛГ. ДЕТЕРМ.

ПРЕДП., ЧТО ДОСТАТОЧНО $n-2$ СРАВН. ДЛЯ ПОИСКА max

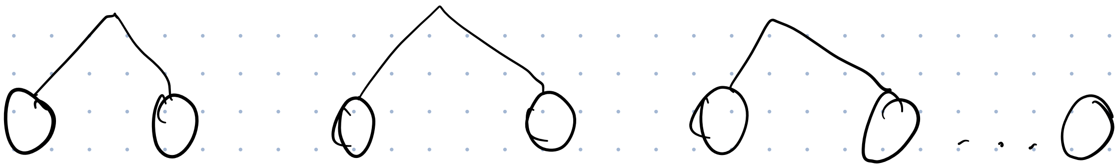
ДЛЯ $n=2$ ЭТО 0 СРАВН.; ОТВЕТ ВСЕГДА ОДИНАК.

$\exists$ КОНТРПРИМ. – ВХОД С НЕПР. ОТВЕТОМ АЛГ.

КАК СДЕЛ. ИНД. ПЕРЕХОД?



$\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 1$



ДОК-ВО:

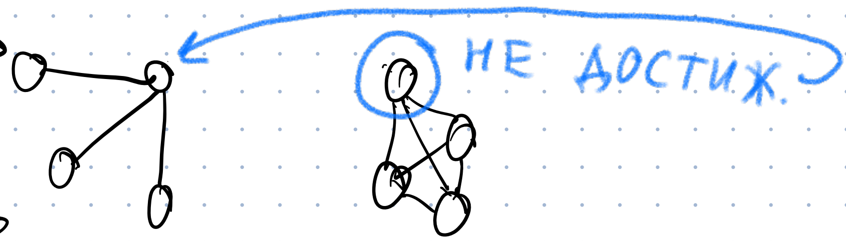
1) ЭЛ-Т = ВЕРШ.

В НАЧ. ВСЕ ВЕРШ. ИЗОЛИР.

2) СРАВНЕНИЕ = 1 РЕБРО

3) ЕСЛИ В ГР. < $n-1$ РЕБРО (ГР. НА n ВЕРШ.), ТО

ОН НЕ СВЯЗН.



ДЕРЕВО - СВЯЗН. АЦИКЛ. ГРАФ

4) БЕЗ ОГР. ОБЩ. ПРЕДП., ЧТО max НАХ. В ЛЕВОЙ ПОЛОВ.

УВЕЛИЧИМ ВСЕ ЗНАЧ. ЭЛ. В ПРАВОЙ ПОЛОВИНЕ

5) ОТВЕТ АЛГ. НЕ ИЗМ.

ПРАВИЛЬН. ОТВ. ИЗМЕНИЛСЯ

СЛЕДОВАТЕЛЬНО, ЗА $n-2$ СРАВН. НАЙТИ max НЕЛЬЗЯ

ДРУГОЙ АЛГ. ПОИСКА max:

$a = [a_1, a_2, \dots, a_n]$

$$\begin{array}{cc} & \quad j \\ i & \begin{pmatrix} & & & \\ & \boxed{1} & & \\ & & & \end{pmatrix} \end{array} \qquad a_i \geq a_j$$

НАЙДЁМ СТРОКУ, В КОТ. ТОЛЬКО 1

АЛГ. РАБОТАЕТ ЗА $O(n^2)$