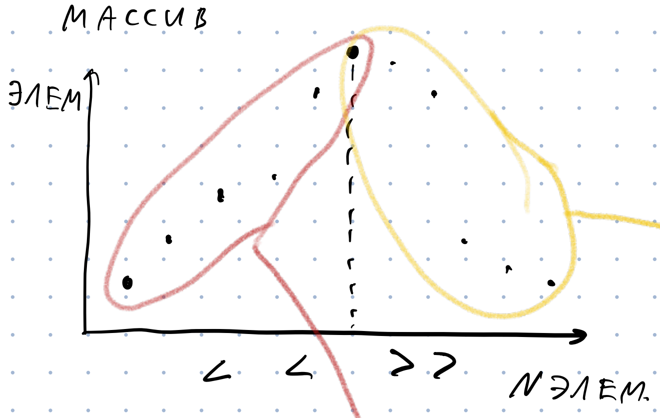
22.01.26

МАССИВ



МАССИВ a

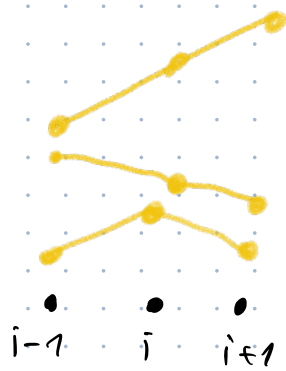
$\exists j:$ 1) $\forall i < j: \ a[i] < a[i+1]$

2) $\forall i > j: \ a[i] > a[i+1]$

АЛГ. ЗА ЛИН. ВРЕМЯ:

```
for i in range(len(a)-1):
    if (a[i+1] < a[i]):
        j = i
        break
```

АЛГ. ЗА $O(\log n)$:




```
def find_max(a):
    l, r = 0, len(a)-1
    while (l < r):
        m = (l+r)/2
        fh = find_hill(a, m)
        if (fh == 0):
            return m
        elif (fh == -1):
            l = m
```

```
def find_hill(a, i):
    if (a[i] < a[i+1]):
        return -1
    if (a[i-1] > a[i]):
        return 1
    return 0
```

```
else:
    r=m
```

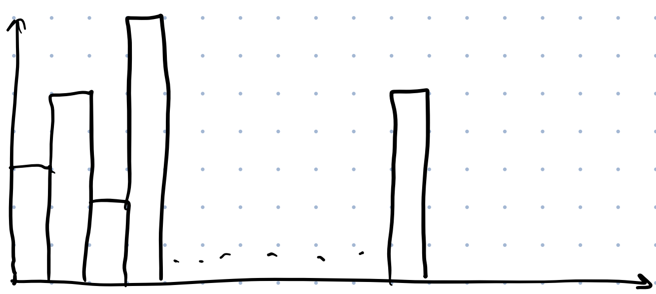
ИНТЕГРАЛЬНЫЕ МАССИВЫ (ПРЕФИКСНЫЕ СУММЫ)

$$a = [a_1, a_2, a_3, \dots, a_n]$$

$$s = \sum_{i=k}^{m-1} a_i \qquad O(m-k)$$

$$I = [0, a_1, a_1+a_2, a_1+a_2+a_3, \dots, a_1+\dots+a_n]$$

НА К-М МЕСТЕ СУММА ЭЛ. ДО К-ГО



$$s = \sum_{i=k}^{m-1} a_i = I_{m-1} - I_{k-1}$$

КАК СТРОИТСЯ ИНТ. МАССИВ?

a — ВХ. МАСС.

```
s =0
integral =[0]
for el in a:
    s += el
    integral.append(s)
```

СРАВН. ПРОИЗВ. ДЛЯ РАЗН. ЧИСЛА ЗАПР. (СР. ЧИСЛО АРИФМ. ОП.)

n ЭЛЕМ

k, m — ИНД.

p ОБР.

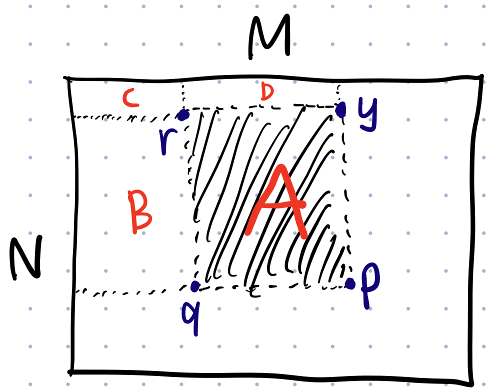
ОБЫЧНЫЙ

$$\frac{p\cdot(k-m)}{p} \xrightarrow[p\to\infty]{} k-m$$

ИНТ. МАССИВ

$$\frac{n+p\cdot 1}{p} = \frac{n}{p} + 1 \xrightarrow[p\to\infty]{} 1$$

А можно в 2D?



КАРТИНКА (= МАССИВ)

А - ? $A = \sum_{i=n_1}^{n_n} \sum_{j=m_1}^{m_n} a[i,j]$

1) $s(C) = r$
2) $s(C) + s(D) = y$
3) $q = s(B) + s(C)$
4) $p = s(A) + s(D) + s(B) + s(C)$

$s(A) = p - s(D) - s(B) - s(C) = p - y - s(B) =$

$s(B) = q - s(C)$

$= p - y - q + s(C) = p - y - q + r$

Алгоритм Евклида

$gcd(a,b) = d$ – max. число $\begin{cases} a \vdots d \\ b \vdots d \end{cases}$

$gcd(a,b) = gcd(b, a-b)$

gcd = Greatest Common Divisor, НОД

АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА

$gcd(27, 6) = gcd(6, 3) = gcd(3, 0)$

```
def gcd(a,b):
    a, b = max(a,b), min(a,b)

    while (b != 0):
        a_new = b
        b = a % b
        a = a_new
    return a
```

СЛОЖНОСТЬ:
ДЕЛЕНИЕ ЗА $O(n^2)$
ИТЕРАЦИЙ $O(n)$
ИТОГО $O(n^3)$

РАСШИРЕННЫЙ АЛГ. ЕВКЛИДА

$ax + by = c$

КОНСТАНТЫ

$x, y - ?$

ЕСЛИ $c \not\vdots\, gcd(a,b)$, ТО РЕШ. НЕТ

РАССМ.

$ax + by = d = gcd(a,b)$

$x, y - ?$

1)	a	b	x^1	y^1
2)	b	$a \% b$	x^2	y^2
3)				
⋮	....			
p)	d	0	1	0

$ax + by = d$

$d \cdot 1 + 0 \cdot 0 = d$

$a = (\lfloor \frac{a}{b} \rfloor b + a \% b)$

$(\lfloor \frac{a}{b} \rfloor b + a \% b) x + by = d$

$\lfloor \frac{a}{b} \rfloor b x^1 + a \% b\, x^1 + b y^1 = d =$

$= b x^2 + \boxed{a \% b\, y^2}$

$$\left(\left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor x^1 + y^1\right) b + a\%b\, x^1 = b x^2 + a\%b\, y^2$$

$$\left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor x^1 + y^1 = x^2 \Rightarrow y^1 = x^2 - \left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor x^1 = x^2 - \left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor y^2$$

$$x^1 = y^2 \qquad \Rightarrow x^1 = y^2$$

$a = 14$

$b = 6$

	a	b	$\lfloor \frac{a}{b} \rfloor$	x	y	d
1	14	6	2	1	-2	2
2	6	2	3	0	1	2
3	2	0		1	0	2

$x_1 = y_2$

$y_1 = x^2 - \lfloor \frac{a}{b} \rfloor y^2$

$x_2 = y_3 = 0$

$y_2 = 1 - 3 \cdot 0 = 1$

$x_1 = y_2 = 1$

$y_1 = x^2 - 2 \cdot y^2 = 0 - 2 \cdot 1 = -2$

ПРОВЕРКА: $a \cdot x + b \cdot y = d$

$14 \cdot 1 + 6 \cdot (-2) = 2$

$14 - 12 = 2$