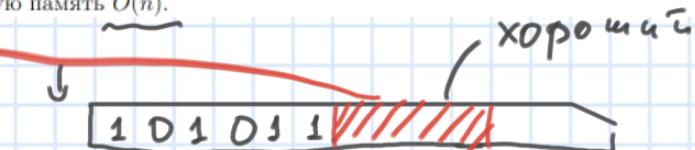


Задача 1. Максимальный подмассив с равным числом нулей и единиц

Условие. Дан массив длины  $n$ , состоящий из нулей и единиц. Требуется найти подмассив максимальной длины, в котором количество единиц равно количеству нулей. Ограничение: алгоритм должен работать за  $O(n)$  по времени и использовать дополнительную память  $O(n)$ .

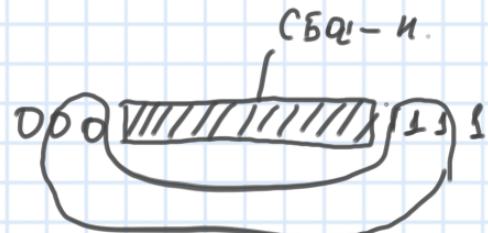


0: 0 1 1 2 2 2  
1: 1 1 2 2 3 4

# log - O<sub>B</sub>

Быстро ( $O(1)$ )

$O(n^2)$



-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

min  
max

0) -1  
4) 3

$i = -1 \rightarrow j = 3$   
 $[i+1, j]$

$[-n, n]$

$\#0 - \#1$

=

-1 0 -1 0 -1 -2  
-1. 0 1 2 3 4 5

$\Delta([i+1, j]) = \Delta[j] - \Delta[i]$

$[0, 4]$

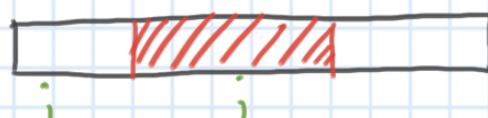
$n=5$

Задача 2. Максимальный подмассив с равным числом нулей, единиц и двоек.

Условие. Дан массив длины  $n$ , состоящий из значений 0, 1 и 2. Требуется найти подмассив максимальной длины, в котором количество двоек равно количеству единиц и равно количеству нулей. Ограничения: алгоритм должен работать за  $O(n)$  по времени и использовать дополнительную память  $O(1)$ .

$$\#0 = \#1 \Leftrightarrow \boxed{\#0 - \#1} = 0 \quad (\& n \&)$$

$$\#0 = \#1 = \#2 \Leftrightarrow \begin{cases} \#0 = \#1 \\ \#1 = \#2 \end{cases} = \begin{cases} \#0 - \#1 = 0 \\ \#1 - \#2 = 0 \end{cases}$$



$[i+1, j]$

$(0,0) : -1$

$(1,0) : 0$

$(0,1) : 1, 7$

|                       |                    |
|-----------------------|--------------------|
| $\#0 - \#1$           | 0 1 1 2 1 0 2 0    |
| 0 1 0 -1 -1 2 -1 -1 0 |                    |
| $\#1 - \#2$           | 0 0 1 2 1 2 2 1 1  |
| idx                   | -1 0 1 2 3 4 5 6 7 |

**Задача 3. Максимальная сумма подмассива с длиной, кратной  $k$**

**Условие.** Дан массив целых чисел  $\text{nums}$  и целое число  $k$ . Требуется найти максимальную сумму подмассива массива  $\text{nums}$  среди всех непустых подмассивов, длина которых делится на  $k$ .

Пример 1.

$$\text{nums} = [1, 2], \quad k = 1$$

Ответ 1.

3

Пример 2.

$$\text{nums} = [-1, -2, -3, -4, -5], \quad k = 4$$

Ответ 2.

—  
-10

Пусть  $n=1$  (любой непустой подв)

$$\max(\text{ps}) - \min(\text{ps})$$

$$\text{ps}[-1] = 0$$

Сумму  $\text{nums}[i \dots j]$  за  $O(j)$   $\Rightarrow O(n^2)$

$$\text{ans} = \max_j \left( \max_i \text{ps}[j] - \underbrace{\text{ps}[i-1]}_{j=0} \right) = \max_{i < j} \underbrace{\text{ps}[j] - \text{ps}[i]}_{\substack{j=1 \\ \text{ps}[j] - \min_{i < j} \text{ps}[i]}}$$

|     |   |    |   |    |    |                                     |
|-----|---|----|---|----|----|-------------------------------------|
| 1   | 2 | -1 | 1 | -4 | 3  |                                     |
| 1   | 3 | 2  | 3 | -1 | 2  | $\leftarrow \text{ps}$              |
| 0   | 0 | 0  | 0 | -1 | 1  | $\leftarrow \min_{i < j} \text{ps}$ |
| ans | 1 | 3  | 2 | 3  | -1 | $2 - (-1) = 3$                      |

$$\text{ps}[j] = -1 \quad -3. \quad -1. \quad -2$$

$$\min_{i < j} \text{ps}[i] = 0$$

$$\uparrow \quad \begin{cases} i-j=0 \end{cases}$$

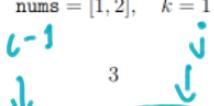
**Задача 3. Максимальная сумма подмассива с длиной, кратной  $k$**

**Условие.** Дан массив целых чисел  $\text{nums}$  и целое число  $k$ . Требуется найти максимальную сумму подмассива массива  $\text{nums}$  среди всех непустых подмассивов, длина которых делится на  $k$ .

**Пример 1.**

$\text{nums} = [1, 2], k = 1$

**Ответ 1.**



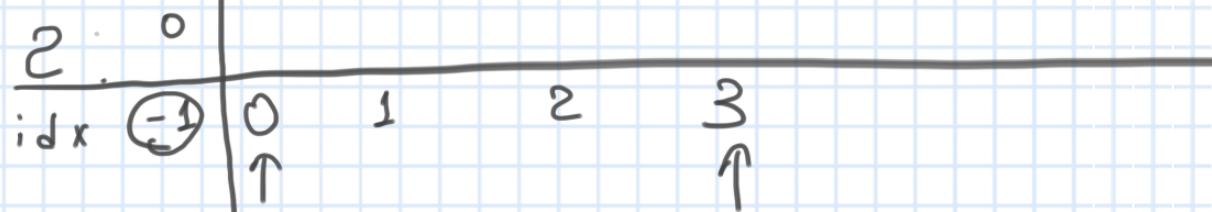
**Пример 2.**

$\text{nums} = [-1, -2, -3, -4, -5], k = 3$

**Ответ 2.**

$$\rightarrow 0 : \begin{array}{ccccccccc} & 1 & 2 & -1 & 2 & -4 & 3 \\ & 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$1 : \quad 2$$



|   |   |    |   |    |    |
|---|---|----|---|----|----|
| 1 | 2 | -1 | 1 | -4 | 3  |
| 0 | 1 | 3  | 2 | 3  | -1 |
| - | 0 | 0  | 0 | 0  | 0  |

$\leftarrow \min_{i \leq j} \text{sum}$

$k - \text{любое}$