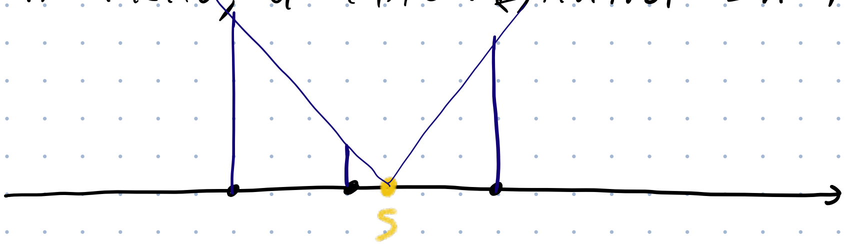
15.01.26

ЗАД. 4 ИЗ ДЗ 4

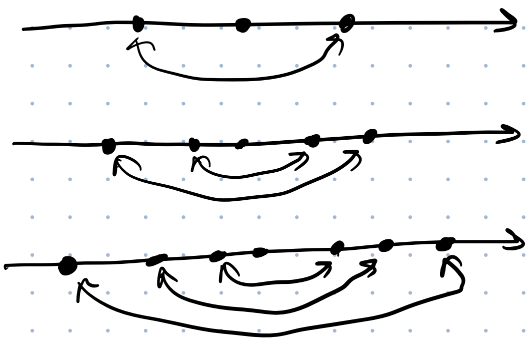
$$s_m = \arg\min_{s} \sum_{i=1}^{2n+1} |a_i - s|$$

n - число; a - масс. длины 2n+1

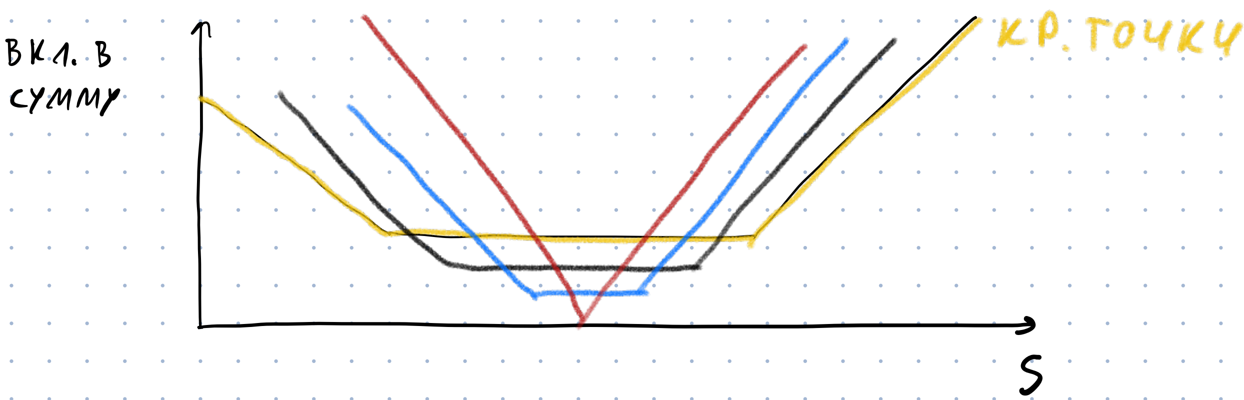


1, 3, 5, ...

Для $n=0$ $\Sigma = 0$ при $s = \text{median } a$



Если $s \in [a_i, a_j]$, то перемещ. s (внутри отр.) не влияет на сумму



ОТВЕТ - МЕДИАНА

ЗАД. 9 ИЗ ДЗ 4

ОТВЕТ $\in \{0, 1, 2\}$

n ВОЗМ. ИСХОДОВ (1 МОН. ФАЛЬШ., 2, 3, ...)

У КАЖД. МОН. ДОЛЖЕН БЫТЬ УН. КОД (ТРОИЧН. СТРОКА)

$$\underbrace{1\ 0\ 2\ 1\ 1\ 0 \ldots\ 1\ 2}_{\text{ДЛИНА } k}$$

КОЛ-ВО УН. КОДОВ $= 3^k \ge n \quad | \log_3$

$k \ge \lceil \log_3 n \rceil$ — ОЦ. СНИЗУ

КОЛ-ВО ВЗВЕШ $k = \Omega(\log n)$

ЗА СКОЛЬКО РАБ. АЛГ. С ДЕЛ. НА 2 КУЧКИ?

$$\begin{tikzcd}
16 \arrow[r] & 8 \arrow[r] & 4 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 1 \\
15 \arrow[ur] & & & & \\
14 \arrow[r] & 7 \arrow[uur] & & & \\
13 \arrow[ur] & & & &
\end{tikzcd}$$

КОЛ-ВО КАНД. СОКР. $\le$ В 2 РАЗА

ПОСЛЕ k ШАГОВ КОЛ-ВО КАНД $\ge \frac{n}{2^k}$

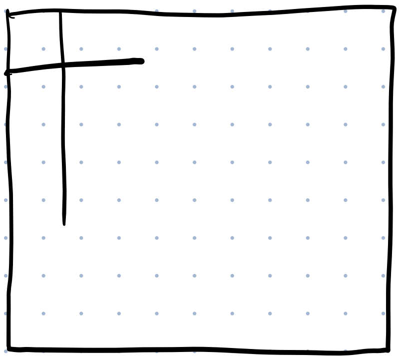
КОЛ-ВО КАНД. ≤ 1

$\frac{n}{2^k} \le 1$

$n \le 2^k$

$k \ge \lceil \log_2 n \rceil$

ЗАДАЧА



1, 2, ..., 64

ВОПРОСЫ: КАКИЕ ЧИСЛА СТОЯТ В ПОДМН-ВЕ КЛЕТОК ДОСКИ?

ОТВЕТ – МН-ВО ЧИСЕЛ

СКОЛЬКО ВОПР. НЕОБХ. И ДОСТ. ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ РАССТАНОВКИ?

1) 64 ПРОСТО СПРОСИТЬ ПРО ВСЁ

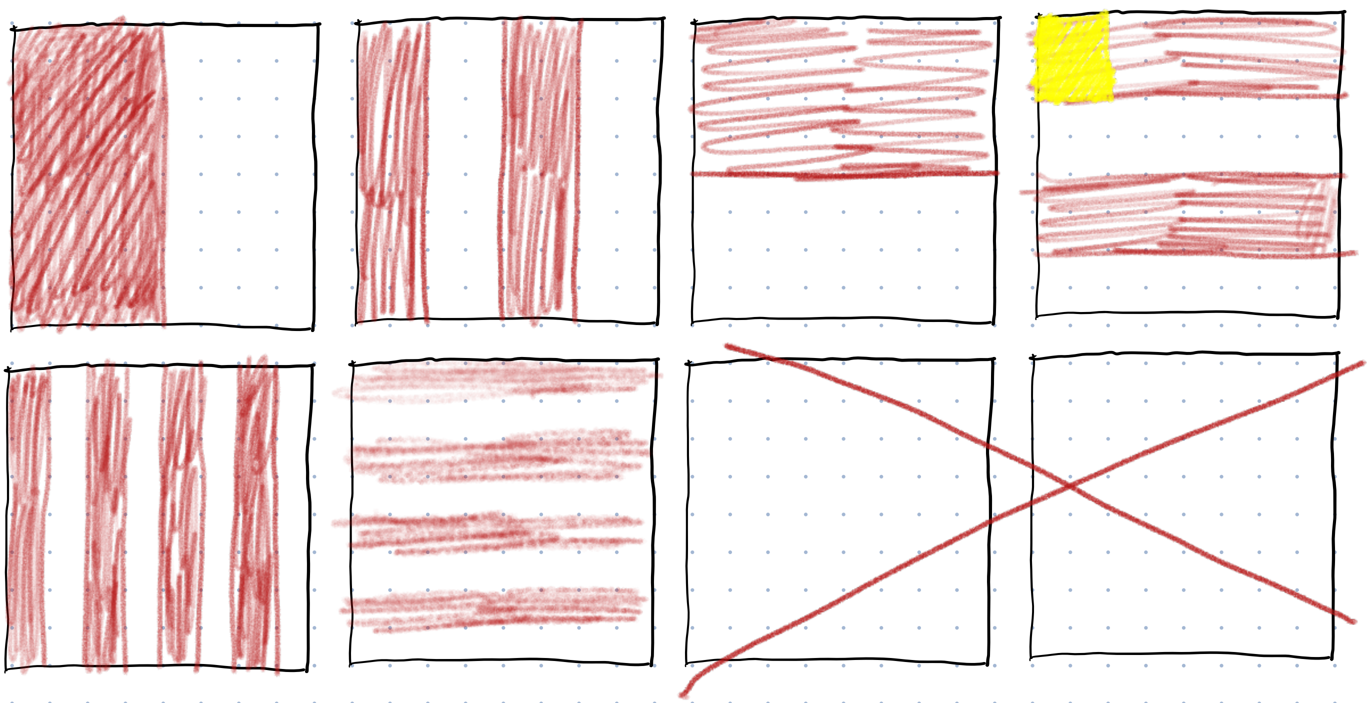
2) 63

3) 16: 1 СТОЛБЕЦ, 2, 3, ...
1 СТРОКА, 2, ...

КАЖД. ЧИСЛО ЛЕЖИТ В i СТР. И j СТОЛБЦЕ

4) 14

5) ~~8?~~ 6 СПРАШ. КАЖДЫЙ РАЗ ПРО ПОЛОВИНУ

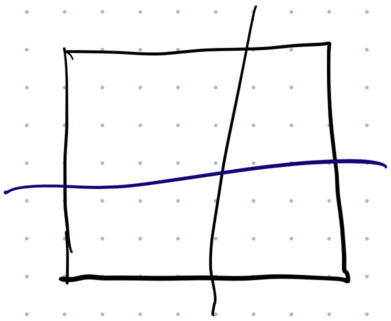


КОДИРОВКА ПОЗ. НА ДОСКЕ:

1 0 0 1 0 1

В k-М БИТЕ 1, ЕСЛИ КЛ. В КРАСНОМ ПРИ k-М ВОПРОСЕ

ПОЧЕМУ 6 – ЭТО min?



∃ ПОДМН. РАЗМЕРА ≥ 32

∃ ПОДМН. ≥ 16

~~$15 \cdot 4 = 60 < 64$~~

≥ 8

≥ 4

≥ 2 – ЭТИ ЭЛ-ТЫ НЕРАЗЛИЧИМЫ

СОРТИРОВКА ПОДСЧЁТОМ
(counting sort)

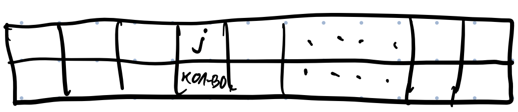
$a = [\underbrace{0, 1, 1, 1, 0, 1, \ldots, 1, 0, 0, 1}_{n \text{ шт.}}]$

МОЖНО ОТСОРТ. МАССИВ ТАК:

1) СЧИТАЕМ КОЛ-ВО НУЛЕЙ (ПУСТЬ m)
2) ВЫПИС. В ОТВЕТ m НУЛЕЙ И $n-m$ ЕДИНИЦ

ОБОБЩИМ НА ЧИСЛА ОТ 0 ДО M

ЗАВЕДЁМ ЦЕЛОЧИСЛ. МАССИВ РАЗМЕРА $M+1$



// МАССИВ ЧАСТОТ

$f[3]$ – кол-во 3 во входе

Вход – масс. a из n элем.

```
for i in range(n):
    f[a[i]] += 1
```

```
k=0
for c in range(M+1):
    for j in range(f[c]):
        a[k] = c
        k += 1
```

Пример:

$a = [3, 3, 3, 1, 0, 3, 2, 2, 0]$

$M = 3$

$f =$

0	1	2	3
~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~
~~1~~	1	~~1~~	~~1~~
2		2	~~2~~
			~~3~~
			4

$f =$

2	1	2	4

$a = [0, 0, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3]$

Вопрос: почему нельзя найти min и max для произв. массива?

Можно, но это может быть плохим решением

Сколько чисел

int 8	2^8
int 32	2^{32}
float64	2^{64}

Расход памяти для counting sort?

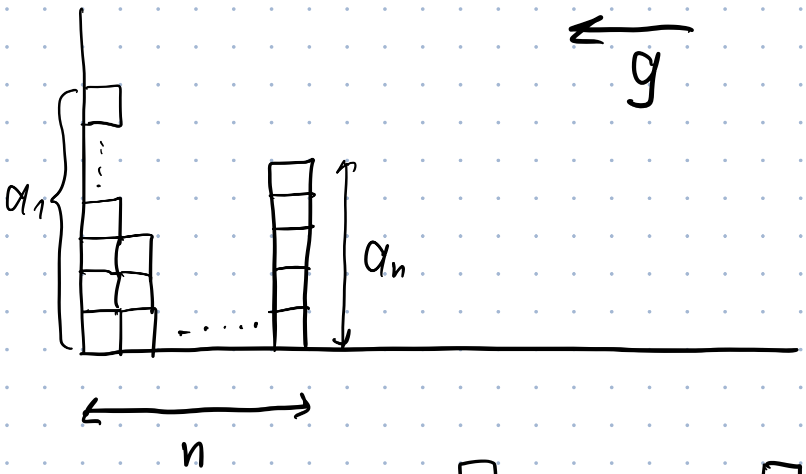
$\Theta(M+n)$

Время $\Theta(n+M)$

Для больших M это неэффективно

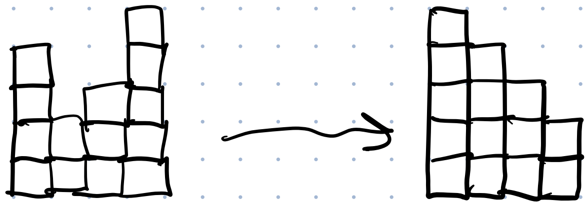
СОРТИРОВКА.

$a = [a_1, a_2, \dots, a_n]$



$$S = \frac{gt^2}{2} = n$$

$$t = \sqrt{\frac{2n}{g}} = \Theta(\sqrt{n})$$



МОДУЛЬНАЯ АРИФМЕТИКА

$\mathbb{Z}$

$\mathbb{Z}_5$: $0, 1, 2, 3, 4$

mod 5

$2+3 \equiv 5 \mod 5$

"СРАВНИМО"

$5 \equiv 0 \mod 5$

$2 \cdot 3 \equiv 1 \mod 5$

ТАБЛ. УМН. ДЛЯ $\mathbb{Z}_5$:

	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	1	3
3	0	3	1	4	2
4	0	4	3	2	1

$2^{-1} \equiv x \mod 5$

$2^{-1} \cdot 2 \equiv x \cdot 2 \mod 5$

$2x \equiv 1 \mod 5$

$2x \equiv 1 + 5 \mod 5$

$2x \equiv 6$

$x \equiv 3$

НОД = gcd (greatest common divisor)

$gcd(a, b) = d$ – НАИБОЛЬШ. ЧИСЛО, НА КОТ. НАЦЕЛО ДЕЛЯТСЯ a И b

$gcd(a, a) = a$; $gcd(a, b) = gcd(b, a)$

ПОКАЖЕМ, ЧТО

$gcd(a, b) = gcd(a-b, b)$

$gcd(a, b) = d$

$a = kd$

$b = md$

$a - b = (k-m)d$

$gcd(a-b, b) = gcd((k-m)d, md)$

ДЕЛЯТСЯ НА d

ПОКАЖЕМ, ЧТО $gcd(a-b, b) \leq d$

ПРЕДП., ЧТО ЭТО НЕ ТАК. ТОГДА:

$gcd(a-b, b) = D > d$

$D = pd$

$gcd(a-b, b) = gcd((k-m)d, md) = pd$

$(k-m)d = Q_1 pd$

$md = Q_2 pd$

$(k-m)d + md = a - \cancel{b+b} = kd = (Q_1 + Q_2)pd = a$

$md = Q_2 pd = b$