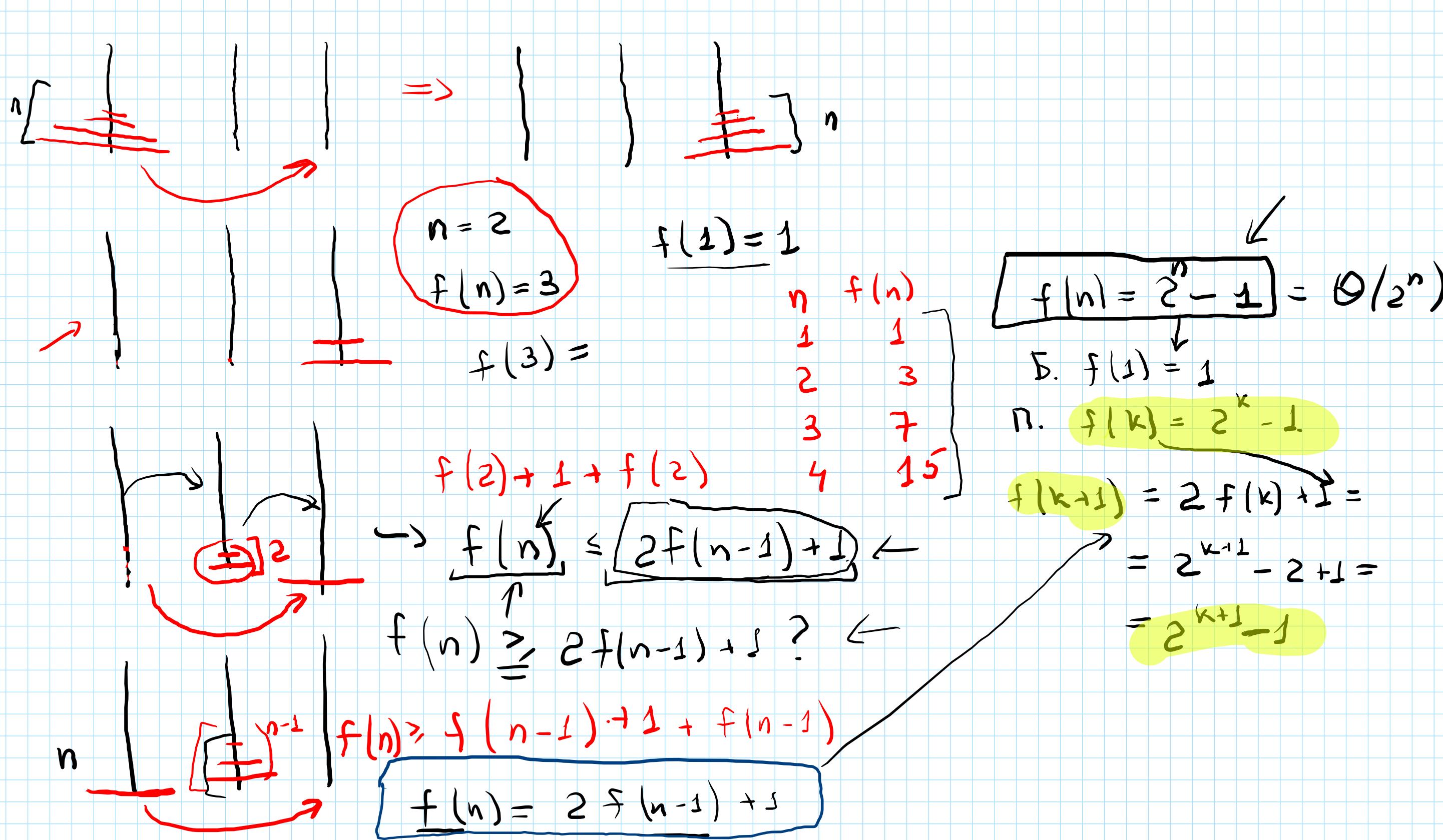


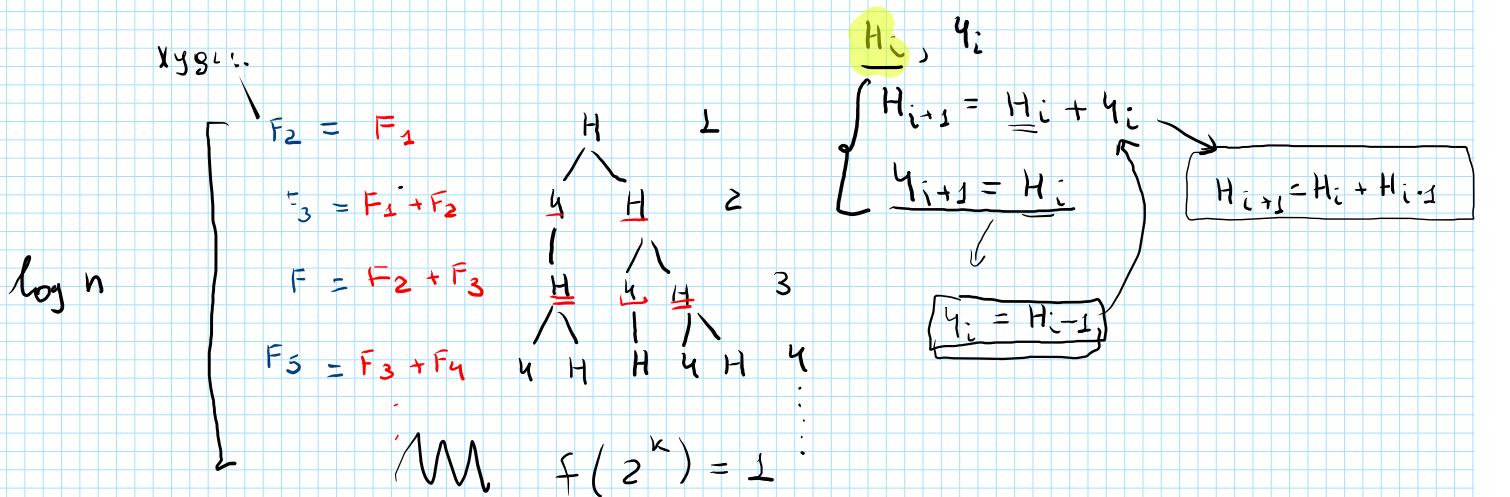
4 [Задача о Ханойской башне]. Есть три стержня, на первом из них написано n колец разного радиуса; чем ниже лежит кольцо, тем больше радиус. Кольца разрешено перекладывать со стержня на стержень, но только при условии что кольцо меньшего радиуса кладётся на кольцо большего радиуса. Найдите минимальное число перекладываний, требуемое для того, чтобы переложить все кольца с одного стержня на другой. (Найдите как верхнюю, так и нижнюю оценку).



$$\sum F_n \sim \frac{1}{\sqrt{5}} (y^1 + y^2 + \dots + y^n) \sim \Theta(y^n) = \Theta(\log n)$$

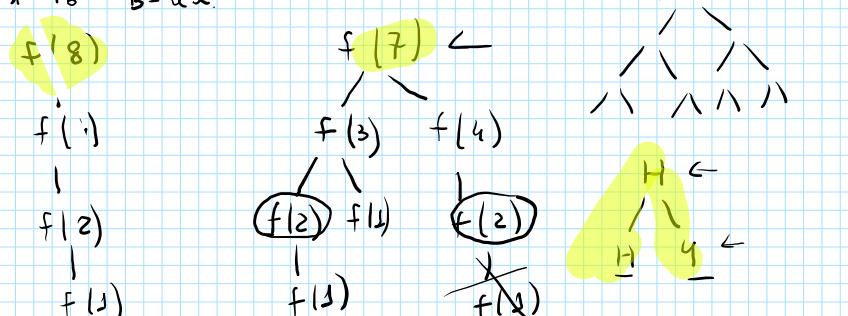
$$\sim \frac{y^n}{\sqrt{5}} \left(1 + \frac{1}{y} + \dots + \frac{1}{y^{n-1}} \right) = \frac{1}{\sqrt{5}} \Theta(e^y) \sim \Theta(e^{\log n})$$

$$F_n \sim \frac{y^n}{\sqrt{5}}$$



5 [Шень 1.1.33]. Функция $f(n)$ с целыми аргументами и значениями определена так: $f(0) = 0$, $f(1) = 1$, $f(2n) = f(n)$, $f(2n+1) = f(n) + f(n+1)$.

рекурсия



логарифм.

$$f(2^k)$$

$$f(2^{k-1}) \quad O(\log n) = O(k)$$

$$f(2)$$

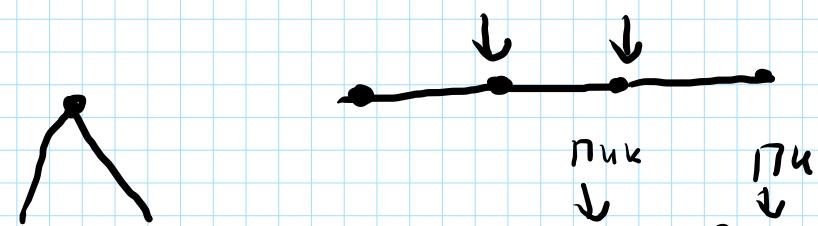
$$f(1)$$

$a_1 \dots a_n$

$a_i - \text{ПУК} \Leftrightarrow a_{i-1} \leq a_i > a_{i+1}$

$a_1 - \text{ПУК} \Leftrightarrow a_1 \geq a_2$

$a_n - \text{ПУК} \Leftrightarrow a_n \geq a_{n-1}$

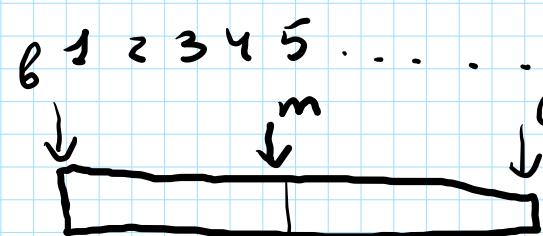


$O 1 4 2 0 0$

$\mathcal{O}(\log_2 n)$

$T_{\text{朴素}}: \mathcal{O}(n)$

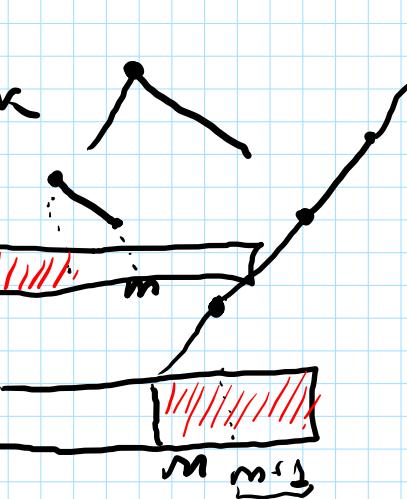
$b, e = 1, n$



$$e - b = n - \text{max.} \left\{ \frac{n}{2}, \frac{n}{4}, \dots \right\} \leq \log_2 n$$

$$m = \left\lceil \frac{b+e}{2} \right\rceil \leq \frac{n}{4}$$

- $a_m - \text{не ПУК}$
- 1) $a_{m-1} \leq a_m > a_{m+1} \rightarrow a_m - \text{ПУК}$
 - 2) $a_{m-1} > a_m \quad \underbrace{e = m-1}_{\text{---}} \rightarrow$
 - 3) $a_m < a_{m+1} \quad \underbrace{b = m+1}_{\leq} \rightarrow$



$a_{m+2} > a_{m+1} > a_m$