

Задание 9. Деревья поиска.

1 Ключ правого ребенка вершины дерева поиска больше ключа самой вершины, а ключ левого меньше. Докажите, что если у вершины двоичного дерева поиска двое детей, то у следующей за ней вершины в порядке возрастания нет левого ребенка.

2 Профессор О.П.Рометчий считает, что обнаружил следующее замечательное свойство деревьев поиска. Если поиск заканчивается листом и вершины слева от пути - это A, на пути - B, а справа C, то для a из A, b из B, c из C верно $a < b < c$. Прав ли профессор? Если да, докажите, если нет, приведите контрпример.

3 На вход задачи подаётся массив пар ключ-значение $[(k_1, v_1), \dots, (k_n, v_n)]$. Необходимо построить бинарное дерево поиска минимальной глубины. Предложите алгоритм, который решает задачу за $\Theta(n \log n)$.

4 Докажите, что если в бинарном дереве поиска у элемента x нет правого ребёнка и у x есть следующий за ним в порядке возрастания элемент y , то y является самым нижним предком¹ x , чей левый дочерний узел также является предком x или самим x .

¹Предком вершины x называют любую вершину, лежащую на пути в x из корня.