

Задание 1. Асимптотические сложности.

1 Известно, что $f(n) = O(n^2)$, $g(n) = \Omega(1)$, $g(n) = O(n)$. Положим

$$h(n) = \frac{f(n)}{g(n)}.$$

1. Возможно ли, что **a)** $h(n) = \Theta(n \log n)$; **б)** $h(n) = \Theta(n^3)$? Если да, приведите конкретные функции. Если нет, докажите, что это невозможно.

2. Приведите наилучшие (из возможных) верхние и нижние оценки на функцию $h(n)$ в классе функций $n^k, k \in \mathbb{R}$ и приведите пример функций $f(n)$ и $g(n)$, для которых ваши оценки на $h(n)$ достигаются.

2 Найдите Θ -асимптотику $\sum_{i=1}^n \sqrt{i^3 + 2i + 5}$.

3 Докажите, не используя интегрального исчисления, что асимптотика $\sum_{i=1}^n i^\alpha = \Theta(n^{1+\alpha})$, если $\alpha > 0$.

4 Найдите Θ -асимптотику функции $g(n) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$;