

## Задание 1. Асимптотические сложности.

**1** Известно, что  $f(n) = O(n^2)$ ,  $g(n) = \Omega(1)$ ,  $g(n) = O(n)$ . Положим

$$h(n) = \frac{f(n)}{g(n)}.$$

1. Возможно ли, что **а)**  $h(n) = \Theta(n \log n)$ ; **б)**  $h(n) = \Theta(n^3)$ ?

2. Приведите наилучшие (из возможных) верхние и нижние оценки на функцию  $h(n)$  и приведите пример функций  $f(n)$  и  $g(n)$  для которых ваши оценки на  $h(n)$  достигаются.

**2** Найдите  $\Theta$ -асимптотику  $\sum_{i=1}^n \sqrt{i^3 + 2i + 5}$ .

**3** Докажите, что асимптотика  $\sum_{i=1}^n i^\alpha = \Theta(n^{1+\alpha})$ , если  $\alpha > 0$ .

**4** Найдите  $\Theta$ -асимптотику функции  $g(n) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ ;

**4** Найдите  $\Theta$ -асимптотику функции  $f(n) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$

**5** Оцените асимптотически, сколько раз будет напечатана строка "heh" при вызове функции f.

**6** Оцените асимптотику роста функции  $f(n) = 1 + c + c^2 + \dots + c^n$  в зависимости от параметра  $c$ .