

# Домашнее задание 2

SMR-2025 AIM, Илья Осокин @elijahmipt

Задачу 1 нужно будет оформить в tex и прислать в виде pdf (можно в Markdown в юпитер ноутбуке, но все векторы должны быть оформлены, как в texe). В этой задаче требуется полностью письменно ответить на вопросы, то есть если спрашивают, какой вектор, напишите формулку для вектора, в которой есть все нужные компоненты, и так далее. Задачи 2, 3 и 4 нужно будет запрогать и прислать их в виде jupyter notebook (файла .ipynb). Во 2 задаче требуется записать короткое видео, так что в классруме нужно будет прикрепить три файла (или два, если теория оформляется в Markdown).

## Задача 1

Выведите и линеаризуйте динамику двух маятников, связанных пружиной. Нулевой угол у них, когда они висят вниз, пружина в этом состоянии не деформирована (и создает нулевую силу). Жесткость ее  $k$ , масса точечных грузов  $m$ , длина  $l$ , они в поле тяготения  $g$ .

1. Какой у этой системы вектор состояния? Почему? Какой он размерности?
2. Запишите кинетическую энергию системы. Запишите потенциальную энергию системы. Для потенциальной действуйте в упрощении, пренебрегая отклонением пружины от горизонтали. Считайте, что углы малые (но пока что только в этом месте) и что растяжение пружины можно найти через длину маятника и два синуса
3. Запишите лагранжиан системы и два уравнения движения, полученные с помощью уравнения Эйлера-Лагранжа. Выразите из них вторые производные углов
4. Линеаризуйте систему в окрестности нулевых углов, описывая, чем и почему пренебрегаем. Запишите систему в виде  $\dot{x} = Ax$

## Задача 2

Реализуйте симуляцию этой системы. Рисование можно взять из семинара, просто маятников будет два. Сделайте короткую (до 10 секунд) запись поведения системы и приложите его в классруме

## Задача 3

Реализуйте функцию, вычисляющую стоимость траектории. На вход ей поступает лист координат от времени, лист скоростей от времени, лист сил от времени и  $dt$ . На выход она отдает стоимость траектории. Стоимость всего квадратична, находиться в  $m$  метрах от начала координат в течение одной секунды стоит  $3m^2$ , двигаться со скоростью  $v$  метров в секунду в течении одной секунды стоит  $5v^2$ , прикладывать силу в  $n$  ньютонов в течение одной секунды стоит  $8n^2$ . Протестируйте свою функцию на траектории точки с массой из семинара, которую стабилизирует PD-контроллер

## Задача 4

Попробуйте минимизировать стоимость траектории, варьируя  $K_p$  и  $K_d$  (можно руками, можно с помощью grid search, можно градиентным спуском, можно еще как-то, про что я не догадался).