

# Отчет о выполнении лабораторной работы 2.1.3

## Определение $C_p/C_v$ по скорости звука в газе

Выполнил: Голубович Тимур, группа Б01-108

20.04.2022

### Цель работы

Измерение частоты колебаний и длины волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу. Определение показателя адиабаты с помощью уравнения состояния идеального газа.

### Оборудование и приборы

Звуковой генератор ГЗ; электронный осциллограф ЭО; микрофон; телефон; раздвижная труба; теплоизолированная труба, обогреваемая водой из термостата; баллон со сжатым углекислым газом; газгольдер.

### Теоретическое введение

Скорость распространения звуковой волны в газах зависит от показателя адиабаты  $\gamma$ . На измерении скорости звука основан один из наиболее точных методов определения показателя адиабаты.

Скорость звука в газах определяется формулой:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}, \quad (1)$$

где  $R$  - газовая постоянная,  $T$  - температура газа, а  $\mu$  его молярная масса. Выразим показатель адиабаты:

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c^2, \quad (2)$$

Звуковая волна, распространяющаяся вдоль трубы, испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отраженных волн и, вообще говоря, очень сложны.

Картина упрощается, если длина трубы  $L$  равна целому числу полуволен, то есть когда

$$L = n \frac{\lambda}{2}, \quad (3)$$

где  $\lambda$  — длина волны звука в трубе, а  $n$  — любое целое число.

Скорость звука  $c$  связана с его частотой  $f$  и длиной волны  $\lambda$  соотношением:

$$c = \lambda f, \quad (4)$$

Подбор условий, при которых возникает резонанс, можно производить двояко:

1) При неизменной частоте  $f$  звукового генератора (а следовательно, и неизменной длине звуковой волны  $\lambda$ ) можно изменять длину трубы  $L$ . Для этого применяется раздвижная труба. Длина раздвижной трубы постепенно увеличивается, и наблюдается ряд последовательных резонансов. Для  $k$ -ого резонанса имеем:

$$L_{n+k} = n \frac{\lambda}{2} + k \frac{\lambda}{2}, \quad (5)$$

т. е.  $\lambda/2$  равно угловому коэффициенту графика, изображающего зависимость длины трубы  $L$  от номера резонанса  $k$ .

2) При постоянной длине трубы можно изменять частоту звуковых колебаний. В этом случае следует плавно изменять частоту  $f$  звукового генератора, а следовательно, и длину звуковой волны  $\lambda$ . Для  $k$ -ого резонанса получим:

$$L = (n + k) \frac{\lambda_{k+1}}{2}, \quad (6)$$

$$f_{k+1} = \frac{c}{\lambda_{k+1}} = \frac{c}{2L} (n + k) = f_1 + \frac{c}{2L} k, \quad (7)$$

Скорость звука, деленная на  $2L$ , определяется, таким образом, по угловому коэффициенту графика зависимости частоты от номера резонанса.

## Экспериментальная установка

Соответственно двум методам измерения скорости звука в работе имеются две установки. В обеих установках звуковые колебания в трубе возбуждаются телефоном Т и улавливаются микрофоном М. Мембрана телефона приводится в движение переменным током звуковой частоты; в качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор

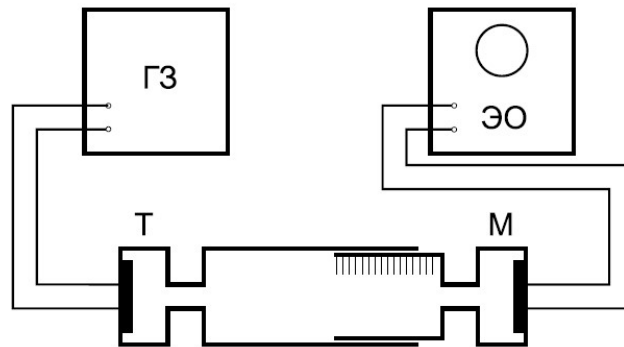


Рис. 1: установка с раздвижной трубой

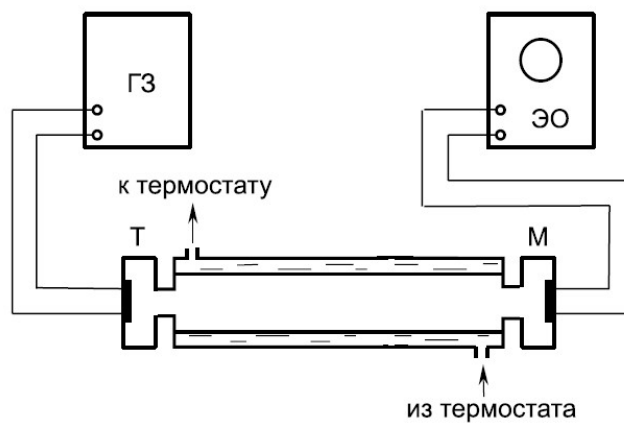


Рис. 2: установка с термостатом

ГЗ. Возникающий в микрофоне сигнал наблюдается на осциллографе ЭО.

Микрофон и телефон присоединены к установке через тонкие резиновые трубки. Такая связь достаточна для возбуждения и обнаружения звуковых колебаний в трубе и в то же время мало возмущает эти колебания: при расчетах оба торца трубы можно считать неподвижными, а влиянием соединительных отверстий пренебречь.

Первая установка (См. рис. 1) содержит раздвижную трубу с миллиметровой шкалой. Через патрубок (на рисунке не показан) труба может наполняться воздухом или углекислым газом из газгольдера. На этой установке производятся измерения  $\gamma$  для воздуха и для  $CO_2$ .

Вторая установка (См. рис. 2) содержит теплоизолированную трубу постоянной длины. Воздух в трубе нагревается водой из термостата. Температура газа принимается равной температуре омывающей трубу

воды. На этой установке измеряется зависимость скорости звука от температуры.

## Ход работы

### Измерение $C_p/C_v$ для воздуха при различных температурах

Проведём измерения  $C_p/C_v$  для воздуха при различных температурах. Для этого будем использовать трубу следующего постоянного размера:

$$L = (740 \pm 1) \text{ мм.}$$

Для фиксированной температуры будем изменять частоту звукового сигнала, тем самым изменяя и длину волны, так, чтобы мы могли наблюдать последовательные резонансы. Для каждого резонанса будем фиксировать частоту, при которой он возник.

Данные занесем в таблицу 1.

Перейдем к расчету зависимостей. Представим зависимость  $f(k)$  в следующем виде:

$$F = f_{k+1} - f_1 = \frac{c}{2L}k = ak,$$

где обозначено  $a = \frac{c}{2L}$ .

Откуда легко заключить: зависимость  $F(k)$  должна быть линейной. Погрешность вычисления скорости звука и показателя адиабаты оценим с помощью закона накопления ошибок:

$$c \pm \sigma_c = 2La \cdot \left( 1 \pm \sqrt{\varepsilon_L^2 + \varepsilon_a^2} \right),$$

Статистическая обработка проведена **методом наименьших квадратов** и занесена в таблицу 2. Графики зависимостей  $f(k)$  расположены на рисунке 4.

$T, ^\circ C$	24.2	30.0	35.0	40.0	45.0	50.0
$k$	$f, \Gamma_{\Pi}$	$f, \Gamma_{\Pi}$	$f, \Gamma_{\Pi}$	$f, \Gamma_{\Pi}$	$f, \Gamma_{\Pi}$	$f, \Gamma_{\Pi}$
1	252	254	256	259	260	261
2	479	482	486	490	494	498
3	704	712	717	723	729	734
4	934	943	950	958	965	973
5	1164	1175	1184	1194	1203	1212
6	1395	1409	1420	1431	1442	1453
7	1626	1641	1655	1668	1681	1694
8	1858	1876	1891	1906	1921	1936

Таблица 1: Измерения частоты резонанса

$T, ^\circ C$	$a, \text{с}^{-1}$	$\sigma_a, \text{с}^{-1}$	$c, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$c^2 \cdot 10^5, \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$
24.2	229.52	0.90	339.7	1.154
30.0	231.81	0.80	343.0	1.177
35.0	233.73	0.89	345.9	1.197
40.0	235.46	0.91	348.5	1.214
45.0	237.37	0.87	351.3	1.234
50.0	239.30	0.84	354.2	1.254

Таблица 2: Результаты вычислений для воздуха

По построенному графику  $c^2(T)$  (см. рис. 3) найдём коэффициент наклона

$$k = \frac{\gamma R}{\mu}$$

$$k = (386 \pm 6) \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \quad \varepsilon_k = 1.5\%$$

Тогда

$$\gamma = \frac{\mu k}{R}$$

Окончательный ответ:

$$\gamma = (1.35 \pm 0.02) \quad \varepsilon_\gamma = 1.6\%$$

**Измерение  $C_p/C_v$  для воздуха при помощи установки с раздвижной трубой**

Проведём измерение коэффициента  $C_p/C_v$  для воздуха при помощи установки с раздвижной трубой. Для проведения серии измерений фиксируем частоту звукового сигнала и оставляем её неизменной при до окончания снятия показаний. Увеличиваем и уменьшаем длину трубки, чтобы добиться резонанса, возникновение которого устанавливается при помощи осциллографа. При возникновении резонанса фиксируем то расстояние, на которое была выдвинута трубка прибора. Данные измерения проводим для нескольких значений частот. Полученные результаты заносим в таблицу.

$f, \text{кГц}$	3.50	3.75	4.00	4.25	4.50
$k$	$l, \text{см}$	$l, \text{см}$	$l, \text{см}$	$l, \text{см}$	$l, \text{см}$
1	2.7	2.6	3.9	0.8	1.2
2	7.6	7.3	8.2	4.8	5.0
3	12.6	11.9	12.5	9.0	9.0
4	17.5	16.6	17.0	13.0	12.8
5	22.5	21.1	21.3	17.3	16.1
6				21.3	20.5

Таблица 3: Измерения  $l(k)$  для фиксированных  $f$ , воздух

Для каждого измерения удлинения трубы ошибка составляет  $\sigma_l = 1.0$  мм. Соответственно для разности длин  $\sigma_L = \sqrt{2}\sigma_l = 1.4$  мм.

Построим графики:

По методу наименьших квадратов рассчитаем  $a$ , считая зависимость линейной ( $y = ax + b$ ).

$f$ , кГц	$a$ , мм	$\sigma_a$ , мм	$\lambda$ , мм	$\frac{1}{\lambda}$ , м <sup>-1</sup>
3.50	49.5	0.2	99.0	10.1
3.75	46.3	0.4	92.6	10.8
4.00	43.6	0.4	87.2	11.5
4.25	41.1	0.4	82.3	12.2
4.50	38.2	1.1	76.3	13.1

Таблица 4: Результаты вычислений для воздуха

Наклон данных графиков  $a = \lambda/2$ , отсюда  $\lambda = 2a$ .

Построим график  $f(\frac{1}{\lambda})$  (см. рис. 6), коэффициент наклона  $a$  которого

$$c = \lambda f \Rightarrow f = a \cdot \frac{1}{\lambda}$$

тождественно равен  $c$ . Соответственно среднее значение скорости звука при  $T = 24.5^\circ\text{C}$

$$c = (338 \pm 30) \quad \varepsilon_c = 8\%$$

По формуле (2) вычислим коэффициент  $\gamma$ :

$$\gamma = (1.34 \pm 0.11) \quad \varepsilon_\gamma = 8\%$$

## Измерение $C_p/C_v$ для углекислого газа при помощи установки с раздвижной трубой

Проводя аналогичные первой части измерения, получаем:

$f$ , кГц	2.8	3.1	3.3	3.5	3.7	3.9
$k$	$l$ , см	$l$ , см	$l$ , см	$l$ , см	$l$ , см	$l$ , см
1	2.1	4.1	3.8	3.0	3.1	2.1
2	7.1	8.4	7.9	6.8	6.7	5.7
3	11.7	12.9	11.9	10.7	10.4	9.3
4	16.6	17.3	16.2	14.7	14.1	12.6
5	21.7	21.9	20.2	18.6	17.8	16.1
6				22.6	21.6	19.4

Таблица 5: Измерения  $l(k)$  для фиксированных  $f$ , углекислый газ

$f$ , кГц	$a$ , мм	$\sigma_a$ , мм	$\lambda$ , мм	$\frac{1}{\lambda}$ , м <sup>-1</sup>
2.8	48.7	0.9	97.4	10.3
3.1	44.5	0.6	89.0	11.2
3.3	41.1	0.5	82.2	12.2
3.5	39.3	0.3	78.5	12.7
3.7	37.0	0.3	74.0	13.5
3.9	34.6	0.5	69.1	14.5

Таблица 6: Результаты вычислений для углекислого газа

По этим данным скорость звука в углекислом газе:

$$c = (264 \pm 18) \quad \varepsilon_c = 7\%$$

Тогда показатель адиабаты:

$$\gamma = (1.24 \pm 0.09) \quad \varepsilon_\gamma = 7\%$$

### Метод наименьших квадратов

Метод наименьших квадратов в случае обработки линейной зависимости имеет следующий вид:

Проводя аналогичные первой части измерения, получаем:

$$y = ax + b,$$

где

$$a = \frac{r_{xy}}{\sigma_x^2},$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}.$$

Для оценки погрешностей (стандартного отклонения) используем следующие формулы:

$$\sigma_a = t_{n-1,p} \sqrt{\frac{1}{n-2} \left( \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} - A^2 \right)},$$

$$\sigma_b = \sigma_a \sqrt{\sigma_x^2 + \bar{x}^2},$$

где  $n$  - количество измерений,  $t_{n-1,p}$  - коэффициент Стьюдента Используя  $a = \frac{c}{2L}$  получим значения  $c$ .



## Вывод

В ходе работы получены следующие значения показателей адиабаты для воздуха и углекислого газа:

Для установки с термостатом

$$\gamma_{\text{возд}} = (1.35 \pm 0.02) \quad \varepsilon_{\gamma} = 1.6\%$$

Для установки с раздвижной трубой

$$\gamma_{\text{возд}} = (1.34 \pm 0.11) \quad \varepsilon_{\gamma} = 8\%$$

$$\gamma_{CO_2} = (1.24 \pm 0.09) \quad \varepsilon_{\gamma} = 7\%.$$

Для воздуха значения идентичны, но первый способ точнее. Сравнивая с табличными данными при нашей температуре,

$$\gamma_{\text{возд}} = 1.40$$

$$\gamma_{CO_2} = 1.30$$

обнаруживаем несколько заниженные значения.