

Отчет о выполнении лабораторной работы 3.2.6

Изучение гальванометра

Выполнил: Голубович Тимур, группа Б01-108
22.10.2022

Цель работы

Изучение работы высокочувствительного зеркального гальванометра магнитоэлектрической системы в режимах измерения постоянного тока и электрического заряда.

Оборудование и приборы

Зеркальный гальванометр с осветителем и шкалой; источник постоянного напряжения; делитель напряжения; магазин сопротивлений; эталонный конденсатор; вольтметр; переключатель; ключи; линейка.

Теоретическое введение

Гальванометром называют электроизмерительный прибор высокой чувствительности. С его помощью измеряют малые токи, напряжения, заряды, магнитные потоки.

Уравнение движения рамки в магнитном поле

Вращение рамки описывается уравнением моментов:

$$\ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = KI, \quad (1)$$

где φ — угол поворота рамки, γ — коэффициент затухания подвижной системы гальванометра, ω_0 — собственная частота колебаний рамки, $I = \frac{\varepsilon}{R_\Sigma}$ — составляющая тока, вызванная внешней ЭДС, к которой подключен гальванометр, K — некоторый коэффициент.

γ , ω_0 и K рассчитываются по следующим формулам:

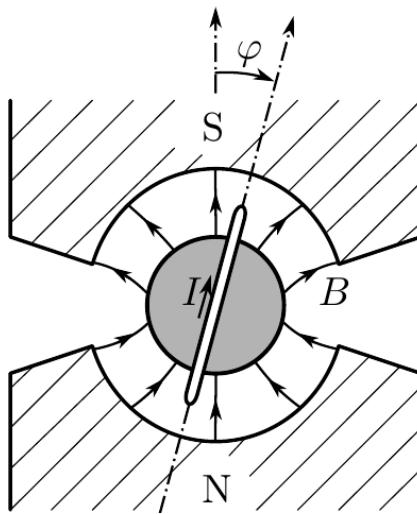


Рис. 1: Рамка с током в магнитном поле

$$K = \frac{BSN}{J}, \quad 2\gamma \approx \frac{(BSN)^2}{JR_\Sigma}, \quad \omega_0^2 = \frac{D}{J}, \quad (2)$$

где B — магнитное поле, в которое помещена рамка, S — площадь витка рамки, N — число витков рамки, J — момент инерции системы, R_Σ — сопротивление рамки и цепи, D — модуль кручения нити.

Режим измерения постоянного тока

Если через рамку пропускать постоянный ток (достаточно долго, чтобы затухли колебания подвижной системы), то в уравнении (4) можно положить $\ddot{\varphi} = 0$, $\dot{\varphi} = 0$, и угол поворота определится формулой

$$\varphi = \frac{K}{\omega_0^2} I = \frac{BSN}{D} I = S_I I = \frac{I}{C_1}, \quad (3)$$

где $C_I = \frac{1}{S_I}$ — динамическая постоянная гальванометра.

Свободные колебания

При отсутствии внешнего источника тока, мы получаем следующее уравнение:

$$\ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0. \quad (4)$$

Работа 3.2.6

В качестве начальных условий возьмём:

$$\varphi(0) = 0, \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0. \quad (5)$$

Рассмотрим возможные случаи движения рамки.

1. $\gamma < \omega_0$ (колебательный режим).

Решение уравнения (3) с начальными условиями (5) имеет вид

$$\varphi(t) = \frac{\dot{\varphi}_0}{\omega_1} e^{-\gamma t} \sin \omega_1 t, \quad \omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}. \quad (6)$$

Период колебаний в этом случае:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi \left[\frac{D}{J} - \frac{(BSN)^4}{(2JR_{Sigma})^2} \right]^{-1/2} \quad (7)$$

2. $\gamma = \omega_0$ (критический режим).

Решение:

$$\varphi(t) = \dot{\varphi}_0 t e^{-\gamma t}. \quad (8)$$

Этот режим реализуется при сопротивлении внешнего участка цепи R, равном критическому сопротивлению:

$$R_{kp} = R_{\Sigma_{kp}} - R_0 = \frac{(BSN)^2}{2\sqrt{DJ}} - R_0. \quad (9)$$

3. $\gamma > \omega_0$ (затухание велико).

Решение

$$\varphi(t) = \frac{\dot{\varphi}_0}{\alpha} e^{-\gamma t} \operatorname{sh}(\alpha t), \quad \alpha = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}. \quad (10)$$

Режим измерения заряда

Период свободных колебаний баллистического гальванометра благодаря искусенному увеличению момента инерции рамки оказывается очень большим (порядка десяти секунд). Если пропустить через рамку короткий импульс тока, то можно считать, что весь ток успевает пройти при неотклоненном положении рамки. Рамка, однако, при этом получает толчок, в результате которого возникает движение, описываемое уравнением свободных колебаний при начальных условиях $\varphi(t) = 0, \dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}_0$.

Работа 3.2.6

Для вычисления скорости $\dot{\varphi}_0$, полученной в результате толчка, умножим уравнение (4) на dt и проинтегрируем его по времени от 0 до момента окончания токового импульса τ . Пренебрегая малыми вторым и третьим членом в левой части, получаем,

$$\int_0^\tau \ddot{\varphi} dt = K \int_0^\tau Idt \Rightarrow \dot{\varphi}(\tau) = K_q \quad (11)$$

где q — полный электрический заряд, прошедший через рамку за время импульса. При этом мы пренебрегаем зарядом индукционного тока.

Величина $C_Q = \frac{q}{\varphi_{max}}$ называется баллистической постоянной гальванометра. Баллистическая постоянная наряду с динамической является важнейшей характеристикой гальванометра, но в отличие от динамической она существенно зависит от режима работы гальванометра (от сопротивления цепи).

Расчёт показывает, что максимальный отброс достигается при полном отсутствии затухания (тормозящий индукционный ток отсутствует при обрыве в цепи):

$$\varphi_{max}^{cb} = \frac{\dot{\varphi}(\tau)}{\omega_0} = \frac{Kq}{\omega_0} \quad (12)$$

В этом случае, однако, возникшие в результате отбраса колебания рамки не будут успокаиваться, и прибор не скоро сможет быть использован для повторных измерений.

Обычно удобнее всего работать в режиме, близком к критическому:

$$\varphi_{max}^{kp} = \frac{Kq}{\omega_0 e} = \frac{\varphi_{max}^{cb}}{e} \quad (13)$$

Таким образом, в критическом режиме максимальное отклонение зайчика в e раз меньше, чем в режиме свободных колебаний. Отсюда, в частности, следует, что отношение баллистических постоянных

$$\frac{C_Q^{kp}}{C_Q^{cb}} = e. \quad (14)$$

Экспериментальная установка

Стационарный ток

В режиме стационарного тока можно легко вычислить ток по формуле

Работа 3.2.6

$$I = \frac{R_1}{R_2} \frac{U_0}{R + R_0} \quad (15)$$

Координата x зайчика связана с углом φ простым соотношением $x = a \operatorname{tg} 2\varphi$. При малых $\varphi = \frac{x}{2a}$, где a — расстояние от шкалы до зеркальца.

Отсюда из (3) получаем:

$$C_I = \frac{2aI}{x} \Rightarrow I = \frac{C_I}{2a} x. \quad (16)$$

Т. е. зависимость $I(x)$ линейная с коэффициентом наклона $k = \frac{C_I}{2a}$.

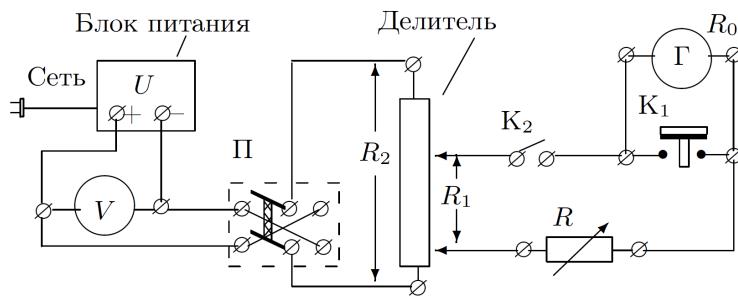


Рис. 2: Схема установки для работы гальванометра в стационарном режиме

Критический режим и свободные колебания

Логарифмический декремент затухания определяется экспериментально по формуле

$$\Theta = \gamma T = \ln \frac{x_k}{x_{k+n}} \quad (17)$$

При этом мы можем выразить декремент как

$$\Theta = \gamma T = \frac{2\pi\gamma}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}} = \frac{2\pi R_3}{\sqrt{(R + R_0)^2 - R_3^2}} \quad (18)$$

где $R_3 = R_{\text{кр}} + R_0$. Отсюда нетрудно получить формулу:

$$\frac{4\pi^2}{\Theta^2} = \frac{(R_0 + R)^2}{(R_0 + R_{\text{кр}})^2} - 1 \quad (19)$$

Для расчета $R_{\text{кр}}$, перепишем предыдущую формулу:

$$R + R_0 = (R_0 + R_{kp}) \sqrt{\frac{4\pi^2}{\Theta^2} + 1} \quad (20)$$

Т. е. зависимость $(R + R_0) \left(\sqrt{\frac{4\pi^2}{\Theta^2} + 1} \right)$ линейная с коэффициентом наклона k . Следовательно

$$R_{kp} = k - R_0. \quad (21)$$

Баллистический режим

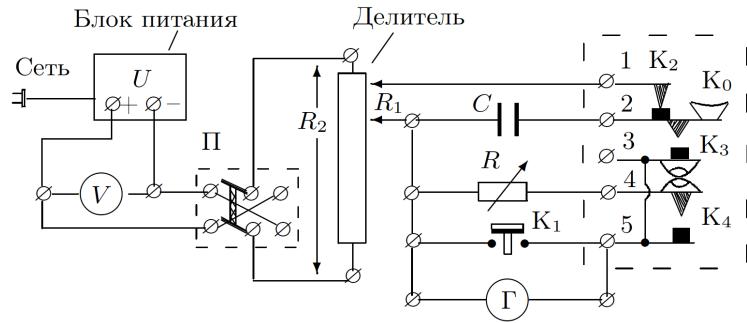


Рис. 3: Схема установки для определения баллистической постоянной

Заряд конденсатора C равен

$$q = CU_C = CU_0 \frac{R_1}{R_2} \quad (22)$$

Из решения уравнения колебаний и формулы декремента следует формула

$$\varphi_{max}^{cb} = \varphi_0 e^{\Theta_0/4} \approx \varphi_0 (1 + \Theta_0/4) \quad (23)$$

При сопротивлении, равном критическому, баллистическая постоянная будет определяться

$$C_q^{kp} = \frac{q}{\varphi_{max}^{kp}} = 2a \frac{R_1}{R_2} \frac{U_0 C}{x_{max}^{kp}} \quad (24)$$

Ход работы

Определение динамической постоянной

Соберем схему согласно рис. 2 и занесём её параметры в таблицу 1. Установим делитель на $\frac{R_1}{R_2} \approx \frac{1}{2000}$. Подберём сопротивление магазина $R_{max} = 8$ кОм, при котором зайчик отклонится на $l_{max} = 22.7$ см.

R_0 , Ом	R_2 , кОм	a , см	C , мкФ
500	10	120	2

Таблица 1: Характеристики установки

Снимем зависимость отклонения зайчика x от сопротивления магазина R при $U_0 = 1.50$ В и рассчитаем соответствующие токи. Результаты измерений занесём в таблицу 2. Построим также для наглядности графики $x(R)$ и, рассчитав по формуле 15, $I(x)$.

R , кОм	x , см	I , мкА
8	22.7	88.24
10	18.5	71.43
12	15.7	60.00
14	13.7	51.72
16	12.1	45.45
18	10.8	40.54
20	9.9	36.59
30	6.9	24.59
40	5.4	18.52
50	4.5	14.85

Таблица 2: Зависимость сопротивления магазина, отклонения зайчика и тока

Работа 3.2.6

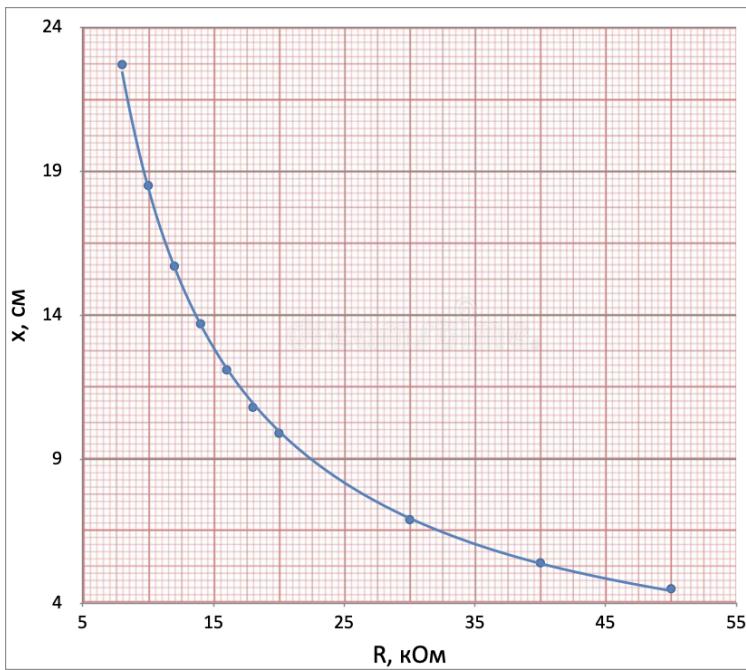


Рис. 4: График зависимости отклонения зайчика от сопротивления магазина

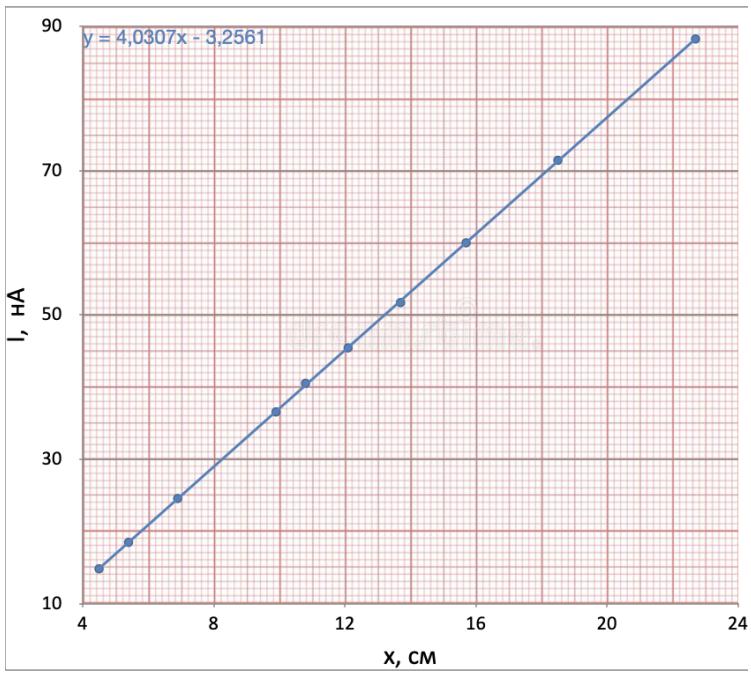


Рис. 5: График зависимости тока от отклонения зайчика

Работа 3.2.6

Параметры зависимости $I(x)$ занесем в таблицу 6.

	$k, \frac{\text{mA}}{\text{мм}/\text{м}}$	$\varepsilon_k, \%$
$I = k \cdot x$	4.03	0.4

Таблица 3: Результаты обработки зависимости $I(x)$

Тогда по формуле 16:

$$C_I = 0.97 \pm 0.006 \frac{\text{mA}}{\text{мм}/\text{м}} \quad \varepsilon_{C_I} = 0.6\%.$$

Определение критического сопротивления

Для начала измерим период T_0 свободных колебания рамки при сопротивлении $R = 8$ кОм. Период 7 колебаний — 38.82 с. Значит $T_0 = 5.55$ с.

Также определим логарифмический коэффициент затухания Θ_0 разомкнутого гальванометра, пользуясь формулой 4. Данные занесём в таблицу 4.

$$\Theta_0 = 0.218 \pm 0.003 \quad \varepsilon_{\Theta_0} = 2\%$$

$x_n, \text{ см}$	$\ln \left(\frac{x_n}{x_{n+1}} \right)$
17.9	0.225
14.3	0.218
11.5	0.223
9.2	0.218
7.4	0.210
6.0	0.203
4.9	0.228
3.9	

Таблица 4: Данные для определения коэффициента затухания

Далее определим критическое сопротивление. Для этого подберем наибольшее сопротивление магазина, при котором при размыкании ключа П зайчик не переходит за нулевое значение. Получаем $R_{\text{кр}} \approx 8.3 \pm 0.1$ кОм.

Работа 3.2.6

Теперь для расчёта Θ проведём измерение отклонений зайчика после размыкания ключа Π , увеличивая R магазина от $3R_{\text{кр}}$ до $10R_{\text{кр}}$. Подсчитаем при этом логарифмический декремент по формуле (17). Результаты занесём в таблицу 5. Построим график зависимости $(R+R_0) \left(\sqrt{\frac{4\pi^2}{\Theta^2} + 1} \right)$ и найдём $R_{\text{кр}}$ по формуле 21.

R , кОм	x_n , см	x_{n+1} , см	Θ	$\sqrt{\frac{4\pi^2}{\Theta^2} + 1}$	$R + R_0$, кОм
25	14.3	2.0	1.97	3.35	25.5
29	12.1	2.1	1.75	3.72	29.5
33	10.8	2.3	1.55	4.18	33.5
37	9.8	2.4	1.41	4.58	37.5
41	9.1	2.5	1.29	4.96	41.5
46	7.9	2.5	1.15	5.55	46.5
50	7.4	2.6	1.05	6.09	50.5
57	5.7	2.2	0.95	6.68	57.5
83	4.7	2.4	0.67	9.40	83.5

Таблица 5: Результаты измерений и расчётов для определения $R_{\text{кр}}$

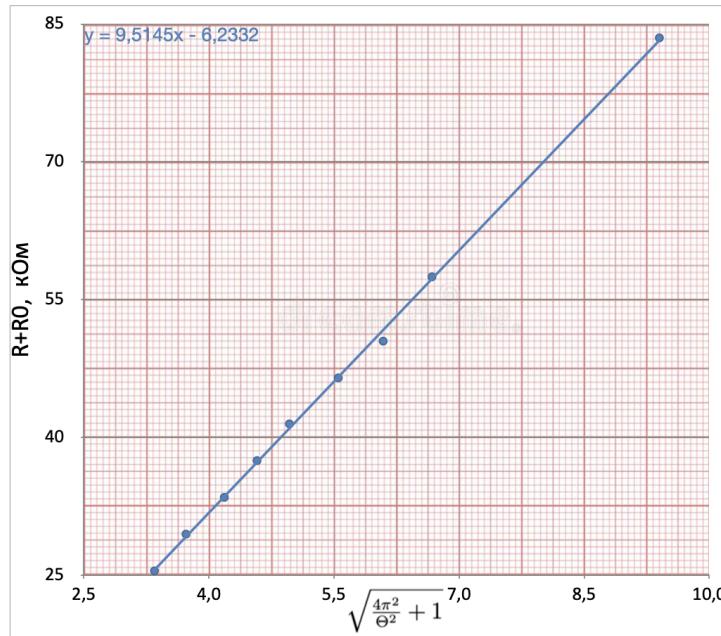


Рис. 6: График зависимости $(R + R_0) \left(\sqrt{\frac{4\pi^2}{\Theta^2} + 1} \right)$

Работа 3.2.6

	$k, \text{ кОм}$	$\varepsilon_k, \%$
$R + R_0 = k \cdot \sqrt{\frac{4\pi^2}{\Theta^2} + 1}$	9.51	2

Таблица 6: Результаты обработки зависимости $(R + R_0) \left(\sqrt{\frac{4\pi^2}{\Theta^2} + 1} \right)$

Тогда по формуле 16:

$$R_{\text{kp}} = 9.01 \pm 0.2 \text{ кОм} \quad \varepsilon_{R_{\text{kp}}} = 2\%.$$

Баллистический режим

Выставим на делителе $\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{70}$, т. к. при таком отношении $\frac{R_1}{R_2}$ первый отброс $x_0 = 22.2$ см, что составляет практически всю шкалу. Тогда по формуле 23:

$$x_{\text{max}}^{\text{cb}} = 22.2 \cdot e^{0.218/4} = 23.4 \text{ см.}$$

По формуле 13:

$$x_{\text{max}}^{\text{kp}} = \frac{23.4}{2.7} = 8.6 \text{ см.}$$

Снимем зависимость первого отброса $x_{\text{max}}(R + R_0)$. Результаты измерений и обработки занесём в таблицу 7. Для нахождения R_{kp} построим график $x_{\text{max}}(R + R_0)$. Проинтерполируем график функцией $x_{\text{max}} = 4.7321 \ln(R + R_0) - 0.1223$. Тогда:

$$R_{\text{kp}} = e^{\frac{x_{\text{max}}^{\text{kp}} + 0.1223}{4.7321}} - R_0 = 5.82 \text{ кОм}$$

Найдём C_q^{kp} по формуле 24:

$$C_q^{\text{kp}} = 1.2 \pm 0.02 \frac{\text{МКл}}{\text{ММ/м}} \quad \varepsilon_{C_q} = 1.7\%$$

А также время релаксации:

$$\tau = R_0 C = 1 \text{ мс} \ll T_0 = 5.55 \text{ с.}$$

Работа 3.2.6

x , см	R , кОм	$R + R_0$, кОм
18.5	50	50.50
17.3	40	40.50
16.5	30	30.50
14.4	20	20.50
11.1	10	10.50
9.5	8	8.50
8.3	6	6.50
6.6	4	4.50
4.0	2	2.50
2.6	1	1.50

Таблица 7: Результаты измерений и обработки в баллистическом режиме

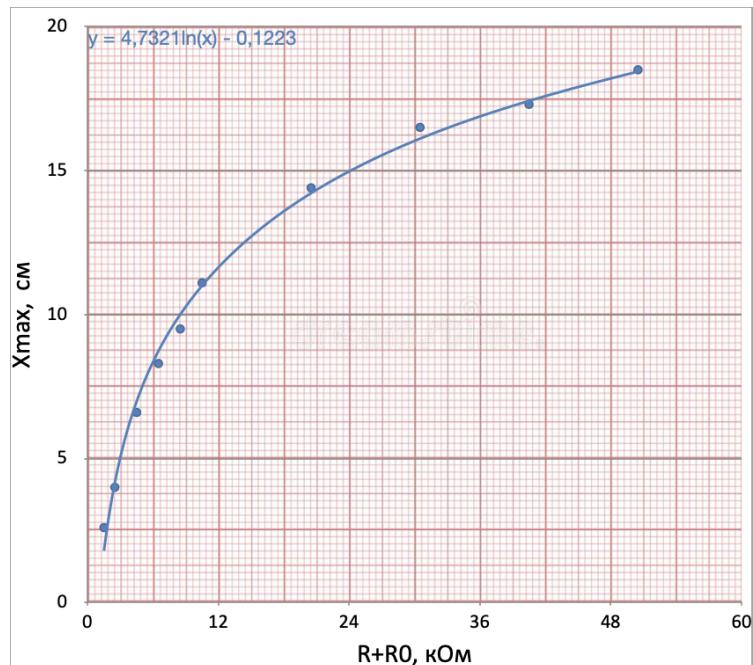


Рис. 7: График зависимости x_{max} ($R + R_0$)

Вывод

В ходе работы были получены следующие значения для параметров установки:

$$C_I = 0.97 \pm 0.006 \frac{\text{мА}}{\text{мм/м}} \quad \varepsilon_{C_I} = 0.6\%.$$

$$C_q^{\text{кр}} = 1.2 \pm 0.02 \frac{\text{мКл}}{\text{мм/м}} \quad \varepsilon_{C_q} = 1.7\%$$

Был определён период свободных колебаний:

$$T_0 = 5.55 \text{ с}$$

Логарифмический коэффициент затухания:

$$\Theta_0 = 0.218 \pm 0.003 \quad \varepsilon_{\Theta_0} = 2\%$$

Было определено критическое сопротивление тремя способами:

С помощью подбора: $R_{\text{кр}} \approx 8.3 \pm 0.1 \text{ кОм};$

С помощью линеаризации зависимости $R(\Theta)$:

$$R_{\text{кр}} = 9.01 \pm 0.2 \text{ кОм} \quad \varepsilon_{R_{\text{кр}}} = 2\%.$$

С помощью зависимости $x_{max}(R)$: $R_{\text{кр}} = 5.82 \text{ кОм}.$

Список литературы

- [1] Сивухин Д. В. *Общий курс физики. Том 3 Электричество и магнетизм*, 2004
- [2] Кириченко Н.А. *Электричество и магнетизм.*, 2011
- [3] *Лабораторный практикум по общей физике. В 3 томах. Том 2. Электричество и магнетизм: учебное пособие* под ред. А. В. Максимычева, М. Г. Никулина