

Отчет о выполнении лабораторной работы 4.3.3
Исследование разрешающей способности микроскопа
методом Аббе

Выполнил: Голубович Тимур, группа Б01-108
04.05.2023

Цель работы

Определение дифракционного предела разрешения объектива методом Аббе.

Оборудование и приборы

Лазер; кассета с набором сеток разного периода; линзы; щель с микрометрическим винтом; оптический стол с набором рейтеров и крепёжных винтов; экран; линейка.

Теоретическое введение

Для иммерсионного микроскопа разрешающая способность объектива при некогерентном освещении

$$\ell_{\min} \approx \frac{0.61\lambda}{n \sin u} \quad (1)$$

где u – апертурный угол объектива микроскопа (угол между оптической осью и лучом, направленным из центра объекта в край линзы). Метод Аббе для оценки разрешающей способности состоит в разделении хода лучей на две части: сначала рассматривается картина в задней фокальной плоскости F объектива. Она называется первичным изображением или фурье-образом. Это первичное изображение рассматривается как источник волн (принцип Гюйгенса-Френеля), создающий изображение в плоскости P_2 , сопряжённой плоскости предмета – вторичное изображение. Первичное изображение есть картина дифракции Фраунгофера (на дифракционной решётке), если её период d , то для направления максимальной интенсивности φ_m

$$d \sin \varphi_m = m\lambda \quad (2)$$

При этом проходят пучки только с $\varphi_m < u$. Можно условием разрешения считать, что $u > \varphi_1$, иначе говоря

$$\sin u \geq \lambda/d \quad (3)$$

Или

$$d \geq \frac{\lambda}{\sin u} \approx \frac{\lambda}{D/2f} \quad (4)$$

где D – диаметр линзы, f – фокусное расстояние. Двумерную решётку можно рассматривать как две перпендикулярные друг другу, для максимумов которых выполняется соотношение

$$d \sin \varphi_x = m_x \lambda, \quad d \sin \varphi_y = m_y \lambda \quad (5)$$

Экспериментальная установка

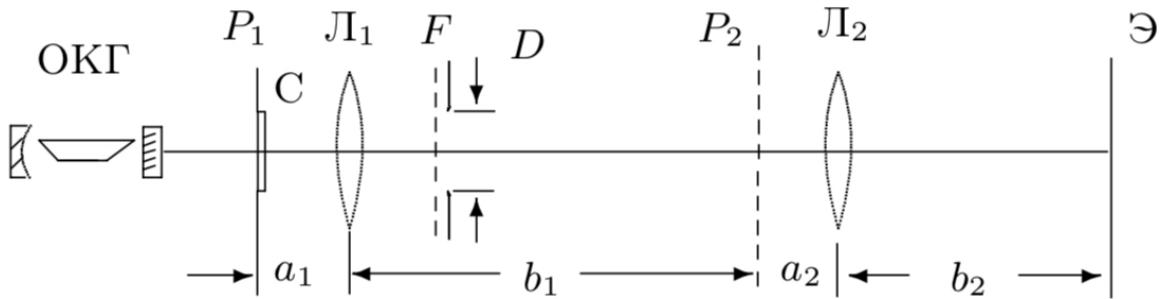


Рис. 1: Экспериментальная установка

Схема установки приведена на Рис. 1. Предметом P_1 служат сетки в кассете C . Линза L_1 – длиннофокусная, а L_2 – короткофокусная. В фокальную плоскость F устанавливаются диафрагмы D . С помощью сеток с разными d и щелевой диафрагмы можно проверить третье соотношение. Период сеток может быть измерен либо по расстоянию между дифракционными максимумами на экране, либо по увеличенному с помощью микроскопа изображению сетки на экране. Пространственную фильтрацию (получение наклонного изображения решётки) можно получить с помощью подбора угла наклона и ширины вспомогательной щели.

Ход работы

I. Определение периода решёток по их пространственному спектру

Соберём установку согласно описанию. Длина волны излучения лазера $\lambda = 532$ нм. Расстояние от сетки до экрана $L = 120 \pm 2$ см, погрешность объясняется неопределённостью положения сетки внутри кассеты, погрешностью меток на столе, использованных при измерении, и погрешностью прямого измерения. Измерим линейкой на экране расстояние Δx между $n + 1$ максимумами и рассчитаем по второй формуле с учётом $\varphi = \frac{\Delta x}{L}$ период решётки $d = \frac{n\lambda}{\Delta x} L$. Результаты приведены в Таблице 1.

Номер решётки	Δn , дел	Δx , см	d , мкм
1	4	19.9	12.83
2	11	26.4	26.60
3	21	26.5	50.59
4	4	19.6	13.03
5	11	26.5	26.50
6	19	23.7	51.18

Таблица 1: Измерения периода решёток

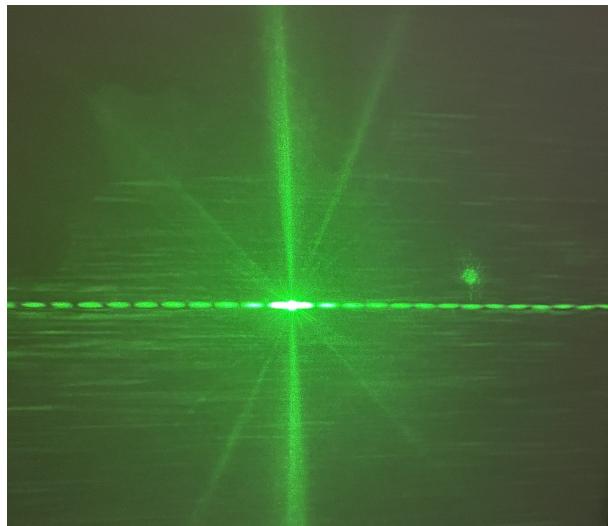


Рис. 2: Дифракция на волосе

Также определим диаметр человеческого волоса с помощью дифракции. Для этого измеряем ширину его главного максимума $\Delta l_{\text{волоса}} = 1.1 \text{ см}$. Рассчитаем диаметр волоса по формуле 6.

$$D_{\text{волоса}} = \frac{\lambda \cdot L}{\Delta l_{\text{волоса}}} = 58 \text{ мкм.} \quad (6)$$

II. Определение периода решёток по изображению, увеличенному с помощью модели микроскопа

Соберём модель микроскопа, добавив линзы согласно Рис. 1. Фокусные расстояния линз $F_1 = 110 \text{ мм}$, $F_2 = 25 \text{ мм}$. Измеряем необходимые расстояния:

$$\begin{aligned} a_1 &= 15 \pm 1 \text{ см,} \\ a_2 + b_1 &= 45 \pm 1 \text{ см,} \\ b_2 &= 74 \pm 1 \text{ см,} \end{aligned}$$

Погрешности здесь обусловлены неточностями в положениях сеток и линз. Из формулы тонкой линзы $a_2 = \frac{b_2 F_2}{b_2 - F_2} = 24 \text{ мм}$, откуда $[a_2 \approx F_2]$, поэтому в дальнейшем будем использовать это значение, следовательно $b_1 = 42 \pm 1 \text{ см}$. Увеличение микроскопа $\Gamma = \frac{b_1 b_2}{a_1 a_2} = 87 \pm 10$. Повторим измерения периодов изображений в новой конфигурации, погрешности считаются аналогично. Измерение представлены в Таблице 2. Здесь d определялось по формуле $d = \frac{\Delta x}{\Gamma n}$. Обратим внимание, что значения периодов решётки совпадают в пределах погрешности.

Номер решётки	Δn , дел	Δx , см	d , мкм
1	4	19.9	12.83
2	11	26.4	26.60
3	21	26.5	50.59
4	4	19.6	13.03
5	11	26.5	26.50
6	19	23.7	51.18

Таблица 2: Измерения увеличенного изображение сетки

III. Определение периода решёток по оценке разрешающей способности микроскопа

Поместим в фокальной плоскости линзы L_1 щелевую диафрагму с микрометрическим винтом и определим минимальную толщину D при которой на экране видна двумерная решётка. В этом случае период будет вычисляться по формуле (3) в предельном случае

$$d = \frac{2\lambda F_1}{D} \quad (7)$$

погрешность вычисляется по формуле

$$\sigma_d = d \frac{\sigma_D}{D}.$$

Результаты приведены в Таблице 3.

Номер решётки	Δn , дел	Δx , см	d , мкм
1	4	19.9	12.83
2	11	26.4	26.60
3	21	26.5	50.59
4	4	19.6	13.03
5	11	26.5	26.50
6	19	23.7	51.18

Таблица 3: Измерения разрешающей способности сеток

Через щель проходили только нулевой (по центру) и два первых максимумы, за исключением второй щели, где нулевой максимум был помещён к краю щели. Для первой решётки период таким методом измерить не получилось, так как ширины щели не хватает. Для проверки теории Аббе построим график $d = f(\frac{1}{D})$ со значениями d из части 1, погрешность $\frac{1}{D}$ рассчитывается по формуле

$$\sigma_{1/D} = \frac{\sigma_D}{D^2}$$

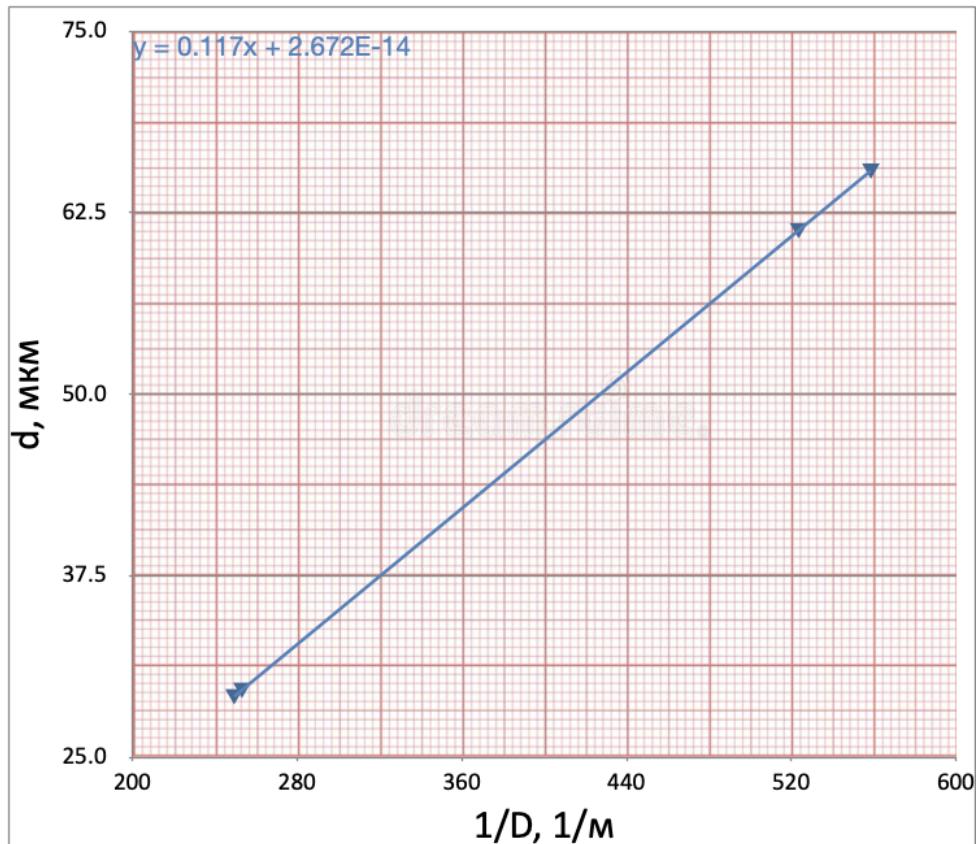


Рис. 3: Зависимость $d\left(\frac{1}{D}\right)$

Угловой коэффициент прямой из МНК $k = (117 \pm 8) \cdot 10^{-9} \text{ м}^2$, в пределах погрешности он совпадает с теоретическим $2\lambda F_1 = 106 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2$. Таким образом, теория Аббе подтвердилась.

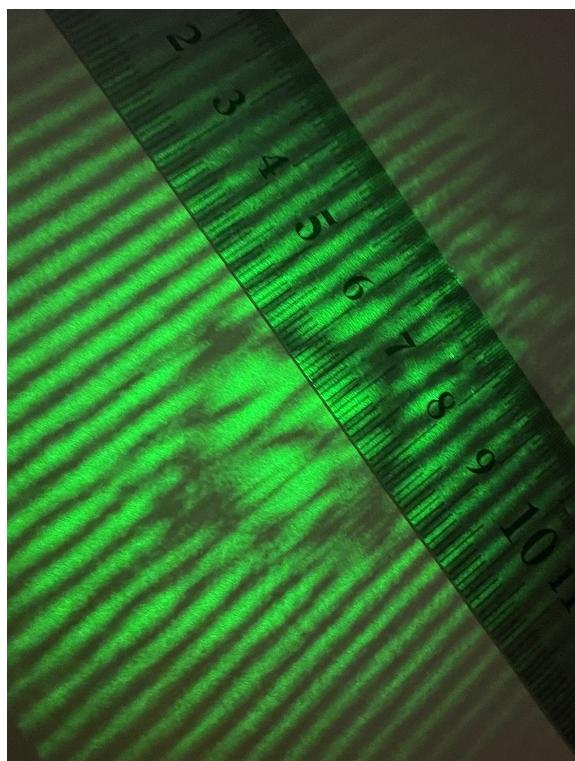
IV. Пространственная фильтрация и мультиплицирование

Для наблюдения фильтрации на сетке 2 откроем щель так, чтобы она пропускала только максимум нулевого порядка и, поворачивая щель, наблюдаем за изменением картины. Картинны представлены на рисунках ниже.

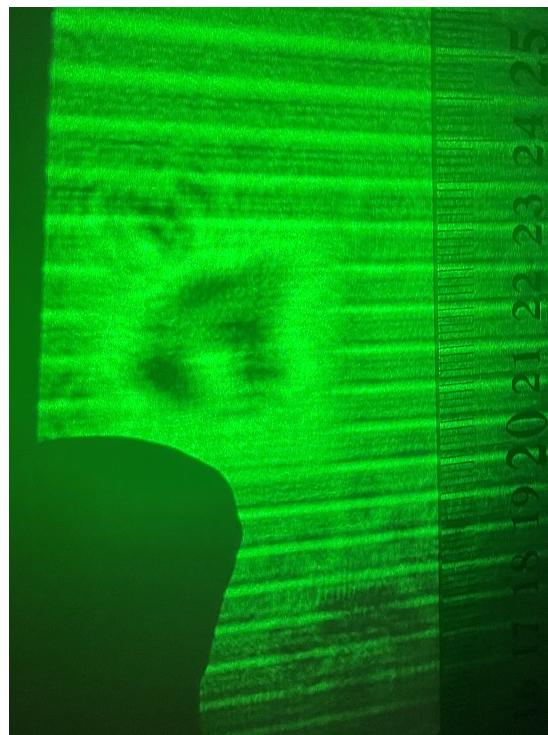
Измеряем периоды интерференционных полос: у горизонтальной щели $2 \frac{\text{полос}}{\text{см}}$, у вертикальной $2 \frac{\text{полос}}{\text{см}}$, у щели, повернутой на 45° – $2.7 \frac{\text{полос}}{\text{см}}$.



Рис. 4: Горизонатальная щель



Щель, повернутая на 45°



Вертикальная щель

Вывод

По измерениям спектров получилось определить дифракционные углы и по теоретическим формулам рассчитали периоды решеток. Полученные данные сошлись с результатами, полученными по измерениям увеличенных с помощью микроскопа изображений сеток. Построив график зависимости $d = f(1/D)$, взяв периоды сеток, определённые по спектру мы убедились в справедливости теории Аббе.

Список литературы

- [1] Сивухин Д. В. *Общий курс физики. Том 4 Оптика*, 2004
- [2] Кириченко Н.А. *Оптика.*, 2011
- [3] *Лабораторный практикум по общей физике. В 3 томах. Том 3. Оптика: учебное пособие* под ред. А. В. Максимычева, М. Г. Никулина