

Отчет о выполнении лабораторной работы 3.2.1

Сдвиг фаз в цепи переменного тока

Выполнил: Голубович Тимур, группа Б01-108
05.11.2022

Цель работы

Изучить влияние активного сопротивления, индуктивности и ёмкости на сдвиг фаз между током и напряжением в цепи переменного тока.

Оборудование и приборы

Генератор звуковой частоты (ЗГ); двухканальный осциллограф (ЭО); магазин ёмкостей; магазин сопротивлений; катушка индуктивности; резисторы; универсальный измеритель (LCR-метр).

Теоретическое введение

Измерять сдвиг фаз в цепях переменного тока можно с помощью осциллографа. Пусть нужно измерить сдвиг фаз между двумя напряжениями U_1 и U_2 . Можно предложить два способа измерения. В первом способе подадим эти напряжения на соответствующие входы осциллографа. Смещения луча определяются

$$x = x_0 \cos \omega t \quad y = y_0 \cos (\omega t + \psi),$$

где ψ – сдвиг фаз между напряжениями U_1 и U_2 , а x_0 и y_0 – амплитуды напряжений, умноженные на коэффициенты усиления соответствующих каналов осциллографа. Исключим время:

$$\left(\frac{x}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_0}\right)^2 + \frac{2xy}{x_0y_0} \cos \psi = \sin^2 \psi.$$

Работа 3.2.1

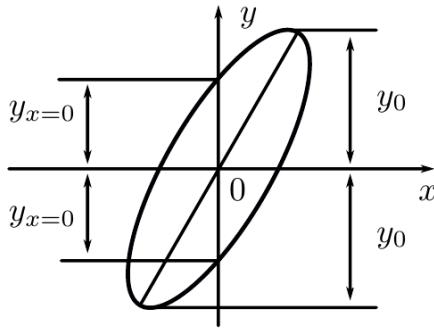


Рис. 1: Эллипс на экране осциллографа

Это выражение определяет эллипс на экране осциллографа. Для расчёта сдвига фаз можно измерить отрезки $2y_{x=0}$ и $2y_0$ и, подставляя эти значения в уравнение эллипса, найдем

$$\psi = \pm \arcsin \left(\frac{y_{x=0}}{y_0} \right). \quad (1)$$

Для правильного измерения отрезка $2y_{x=0}$ важно, чтобы центр эллипса лежал на оси y .

Второй способ заключается в непосредственном измерении сдвига фаз между сигналами на экране двухканального осциллографа. Для измерения разности фаз удобно:

- 1) подобрать частоту горизонтальной развёртки, при которой на экране укладываются чуть больше половины периоды синусоид;
- 2) отцентрировать горизонтальную ось;
- 3) измерить расстояние x_0 (см. рис. 2) между нулевыми значениями одного из сигналов, что соответствует разности фаз π ;
- 4) измерить расстояние x между нулевыми значениями двух синусоид и пересчитать в сдвиг по фазе:

$$\psi = \pi x / x_0. \quad (2)$$

На практике применяются фазовращатели. Используя метод комплексных амплитуд, найдём зависимость сдвига фаз между входным и выходным напряжением в зависимости соотношения между импедансами сопротивления R и ёмкости C . Для этого выразим выходное напряжение через параметры контура и частоту внешнего источника.

Пусть комплексная амплитуда входного напряжения $U_{\text{вх}}$. Тогда напряжение между точками 1 и 3 (рис. 3) в силу равенства сопротивлений:

$$U_{13} = \frac{U_{\text{вх}}}{2}.$$

Работа 3.2.1

Пусть фаза входного напряжения равна нулю, тогда $\mathbf{U}_{\text{вх}}$ будет действительной величиной. Примем напряжение в точке 1 равным нулю, тогда:

$$\mathbf{U}_{03} = \frac{\mathbf{U}_{\text{вх}}}{2}$$

Рассчитаем амплитуду в точке 4. Импеданс последовательно соединенных емкости и сопротивления равен

$$Z = R - \frac{i}{\omega C}.$$

Для комплексной амплитуды тока $\mathbf{I}_{\text{вх}}$, проходящего через R и C , имеем

$$\mathbf{I}_{\text{вх}} = \frac{\mathbf{U}_{\text{вх}}}{Z} = \frac{\mathbf{U}_{\text{вх}}}{R - \frac{i}{\omega C}},$$

а для комплексной амплитуды напряжения в точке 4 —

$$\mathbf{U}_{04} = \mathbf{I}_{\text{вх}} R = \mathbf{U}_{\text{вх}} \frac{R}{R - \frac{i}{\omega C}}$$

Тогда выходное напряжение:

$$\mathbf{U}_{\text{вых}} = \mathbf{U}_{04} - \mathbf{U}_{03} = \mathbf{U}_{04} - \frac{\mathbf{U}_{\text{вх}}}{2}.$$

Окончательно получаем:

$$\mathbf{U}_{\text{вых}} = \frac{\mathbf{U}_{\text{вх}}}{2} \frac{R + \frac{i}{\omega C}}{R - \frac{i}{\omega C}}. \quad (3)$$

Величина выходного напряжения не меняется, поскольку модули комплексных величин одинаковы. Сдвиг фаз равен:

$$\psi = \arg \frac{\mathbf{U}_{\text{вых}}}{\mathbf{U}_{\text{вх}}} = 2 \arctan \left(\frac{1}{\omega RC} \right). \quad (4)$$

Он может меняться от $\psi = \pi$ при $R \rightarrow 0$ до $\psi = 0$ при $R \rightarrow \infty$.

Экспериментальная установка

Схема установки для исследования сдвига фаз между током и напряжением в цепи переменного тока представлена на рис. 2. Эталонная катушка L , магазин ёмкостей C и магазин сопротивлений R соединены последовательно и через дополнительное сопротивление r подключены к источнику синусоидального напряжения – звуковому генератору (ЗГ).

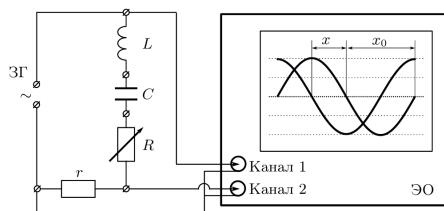


Рис. 2: Схема установки для исследования сдвига фаз между током и напряжением

Сигнал, пропорциональный току, снимается с сопротивления r , пропорциональный напряжению, – с генератора. Оба сигнала подаются на осциллограф (ЭО), имеющий два канала вертикального отклонения. Измерение разности фаз можно проводить одним из двух описанных выше способов.

Схема фазовращателя, применяемого в данной работе, изображена на рис. 3. Она содержит два одинаковых резистора R_1 , смонтированных на отдельной плате, магазин сопротивлений R и магазин ёмкостей C .

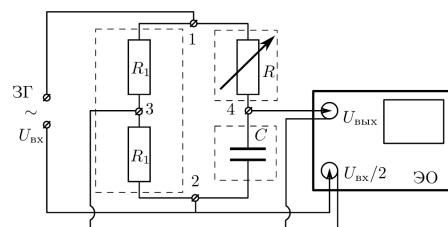


Рис. 3: Схема установки для исследования фазовращателя

Сдвигу $\psi = \pi/2$ соответствует случай, когда на фазовой диаграмме (рис. 4) треугольник 124 прямоугольный равнобедренный.

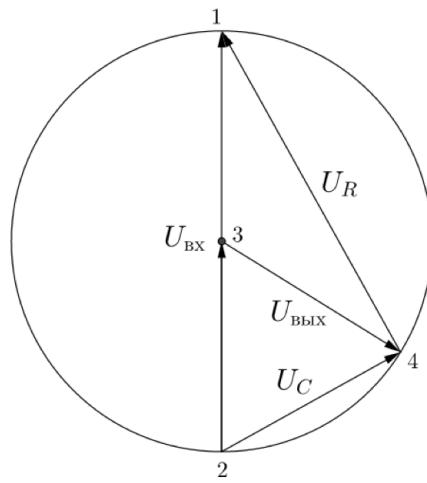


Рис. 4: Фазовая диаграмма

Ход работы

Исследование сдвига фаз в RC-цепи

Для начала занесём параметры установки в таблицу 1.

r , Ом	R_L , Ом
12.2	31.5

Таблица 1: Характеристики установки

Установим $C = 0.5 \text{ мкФ}$, $\nu = 1 \text{ кГц}$. Тогда реактивное сопротивление $X_1 = 1/(\omega C) = 1/(2\pi C) = 318 \text{ кОм}$. Будем увеличивать сопротивление R от нуля до $10X_1$, измеряя сдвиг фаз ψ для каждого значения R . Все измерения и их обработку занесём в таблицу 2. Построим график зависимости $\cot(\psi) = f(\omega CR_\Sigma)$.

Работа 3.2.1

R , кОм	x , дел	x_0 , дел	ψ , рад	$\cot(\psi)$	ωCR_Σ
0	8.0	17.0	1.5	0.09	0.04
159	6.5	18.5	1.1	0.50	0.54
318	4.5	17.5	0.8	0.96	1.04
636	3.0	20.0	0.5	1.96	2.04
954	2.0	20.0	0.3	3.08	3.04
1272	1.5	20.0	0.2	4.16	4.03
1908	1.0	20.0	0.2	6.31	6.03

Таблица 2: Измерения и их обработка при исследовании сдвига фаз в RC-цепи

Как известно, комплексный импеданс RLC-цепочки:

$$Z = R + j\omega L + 1/(j\omega C)$$

Сдвиг фаз между током и напряжением:

$$\tan \psi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}$$

В нашем случае $L = 0$, поэтому в теории

$$\cot \psi = \omega RC.$$

Как видно из графика, теоретическая зависимость отлично сходится с экспериментальной.

Исследование сдвига фаз в RC-цепи

Установим $L = 50$ мГн, $\nu = 1$ кГц. Аналогично предыдущему пункту, снимем зависимость $\psi(R)$ и занесём все измерения и их обработку в таблицу 3. Построим график зависимости $\cot(\psi) = f(R_\Sigma/(\omega L))$.

Работа 3.2.1

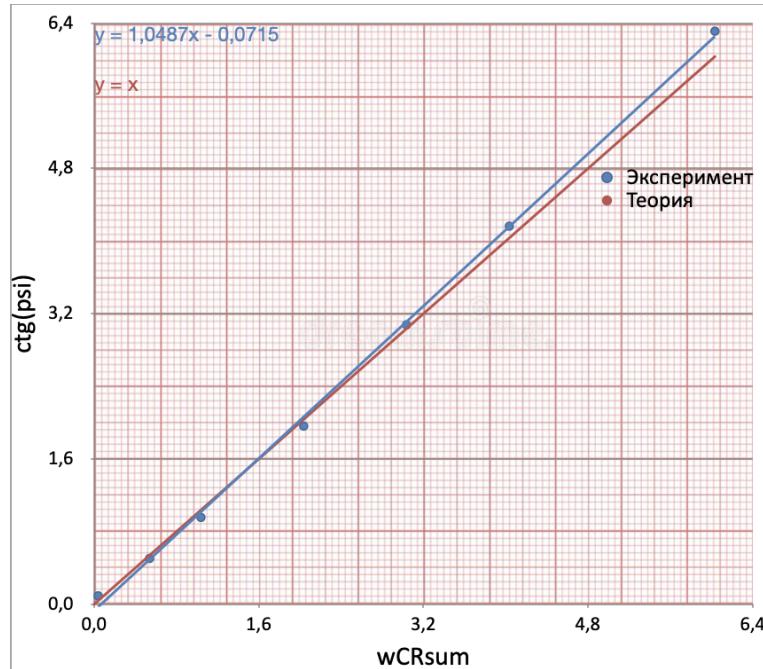


Рис. 5: График экспериментальной и теоретической зависимости $\cot(\psi) = f(\omega CR_{\Sigma})$

R , кОм	x , дел	x_0 , дел	ψ , рад	$\cot(\psi)$	$R_{\Sigma}/\omega L$
0	8.5	19.0	1.4	0.17	0.14
157	6.0	19.0	1.0	0.65	0.64
314	4.5	19.0	0.7	1.09	1.14
628	2.5	19.0	0.4	2.28	2.14
942	2.0	19.0	0.3	2.91	3.14
1260	1.5	19.0	0.2	3.95	4.15
1908	1.0	19.0	0.2	5.99	6.21

Таблица 3: Измерения и их обработка при исследовании сдвига фаз в RL-цепи

В данном случае $C \rightarrow \infty$. Поэтому теоретически

$$\cot \psi = R/(\omega L).$$

График также хорошо сходится с теоретическим.

Работа 3.2.1

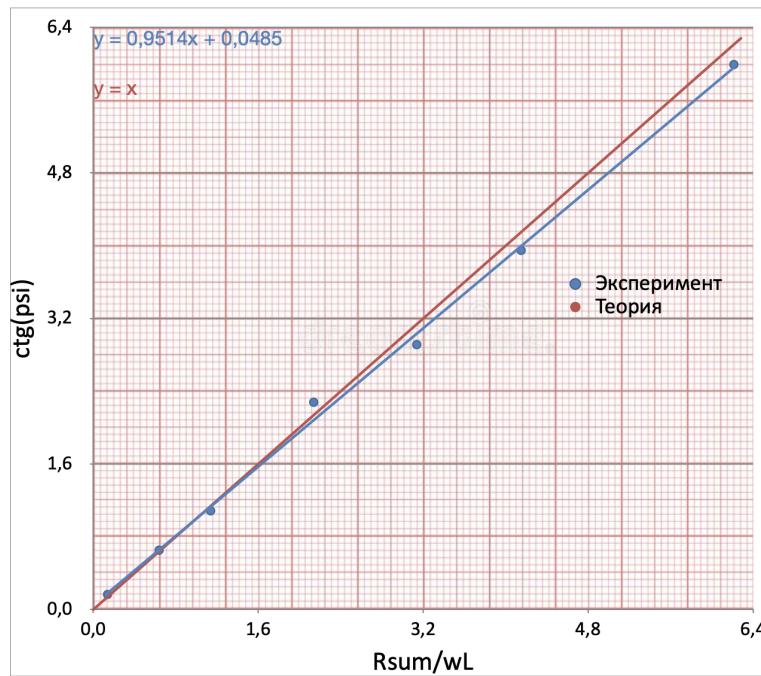


Рис. 6: График экспериментальной и теоретической зависимости $\cot(\psi) = f(R_{\Sigma}/(\omega L))$

Исследование зависимости сдвига фаз от частоты в RLC-цепи

Установим $L = 50$ мГн, $C = 0.5$ мкФ и $R = 0$ Ом. Резонансная частота $\nu_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC}) = 1006.6$ Гц. Будем исследовать резонанс в интервале частот $865 < \nu < 1150$ Гц, т. к. при таких частотах $\|\psi\| < \pi/3$. Снимем зависимость фазы от частоты. Аналогичные измерения проведём при $R = 100$ Ом. Занесём измерения и их обработку в таблицу 4. Построим график $\|\psi\| = f(\nu/\nu_0)$.

Работа 3.2.1

ν , Гц	x_0 , дел	x , дел	ψ , рад	ν/ν_0			ν/ν_0
					$R = 0 \text{ Ом}$		
850	19.0	7.0	1.158	0.845	19.0	3.5	0.579
900	17.5	5.5	0.987	0.894	17.5	2.5	0.449
940	17.0	4.0	0.739	0.934	16.7	1.3	0.245
970	16.3	2.2	0.424	0.964	16.0	1.0	0.196
990	16.0	1.2	0.236	0.984	15.7	0.5	0.100
1000	39.0	1.1	0.089	0.994	39.0	0.1	0.008
1010	38.0	1.0	0.083	1.004	38.0	0.0	0.000
1030	37.0	4.0	0.340	1.023	36.0	1.5	0.131
1060	36.5	7.0	0.603	1.053	36.0	2.5	0.218
1100	35.0	10.0	0.898	1.093	35.0	4.0	0.359
1150	33.5	11.0	1.032	1.143	33.0	5.5	0.524

Таблица 4: Фазово-частотные характеристики в RLC-цепи

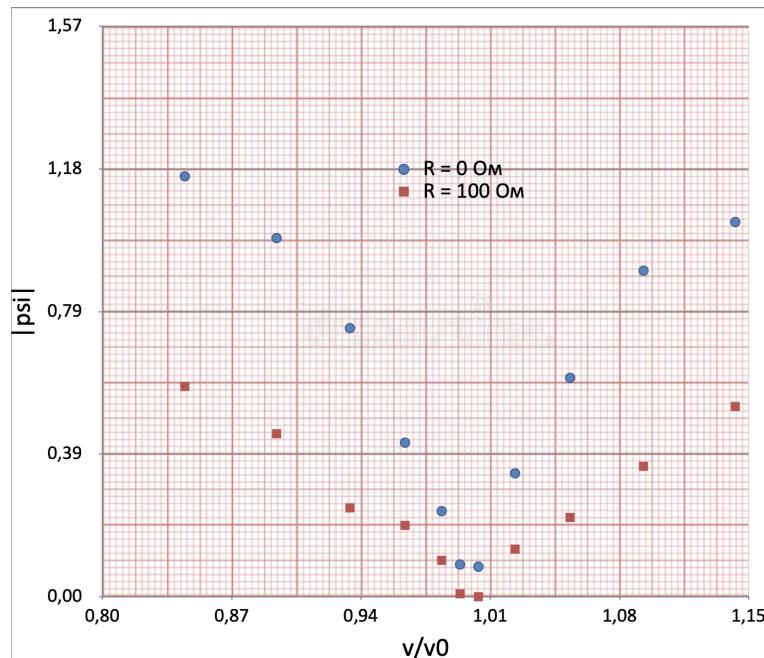


Рис. 7: Фазово-частотный график для RLC-цепочки

Определим добротность из графика:

$$Q = \nu_0 / (2\Delta\nu),$$

Работа 3.2.1

где $2\Delta\nu$ – ширина графика при сдвиге фаз $\psi = \pi/4$. Для случая $R = 100$ Ом определить ширину на уровне $\pi/4$ затруднительно. Поэтому определим её на уровне $\pi/8$ и тогда

$$\tan \pi/8 = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R} = Q \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 - 1}{\frac{\omega}{\omega_0}} = Q \frac{(1+x)^2 - 1}{(1+x)^2} \approx Q 2x_{\psi=\pi/8},$$

откуда легко вычислить добротность. Также определим добротность по формуле

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Результаты занесём в таблицу 5. Как видно из таблицы, результаты довольно хорошо согласуются.

	$R = 0$ Ом	$R = 100$ Ом
$Q_{\text{теор}}$	7.2	2.2
$Q_{\text{граф}}$	6.8	2.1

Таблица 5: Результаты измерений добротности

Исследование работы фазовращателя

Соберём схему, изображённую на рисунке 3. Установим $C = 0.5$ мкФ и $\nu = 1$ кГц. Подберём сопротивление, при котором сдвиг фаз равен $\pi/2$: $R = 1920$ Ом. Теоретическое значение $R = 1/(\omega C) = 2$ кОм. Как видно, значения совпадают в пределах погрешности.

Вывод

В ходе работы была изучена зависимость сдвига фаз между током и напряжением от сопротивления в цепи в RC, RL, RLC контурах. Была определена добротность колебательного контура без резистора 100 Ом и с ним, снята зависимость сдвига фаз от частоты вблизи резонанса. Было определено сопротивление, при котором амплитуды напряжений на резисторе и конденсаторе в фазовращателе совпадают.

Список литературы

- [1] Сивухин Д. В. *Общий курс физики. Том 3 Электричество и магнетизм*, 2004
- [2] Кириченко Н.А. *Электричество и магнетизм.*, 2011
- [3] *Лабораторный практикум по общей физике. В 3 томах. Том 2. Электричество и магнетизм: учебное пособие* под ред. А. В. Максимычева, М. Г. Никулина