

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет компьютерных систем и сетей

Кафедра электронных вычислительных машин

ОТЧЕТ  
по лабораторной работе № 2  
на тему  
РЕШЕНИЕ СЛАБОСТРУКТУРИРОВАННЫХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ  
МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ  
Вариант № 1

Выполнил:  
студент группы 150501  
Климович А.Н.

Проверил:  
Селезнёв А.И.

МИНСК 2024

## 1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

– ознакомление с понятием слабоструктурированной задачи и одним из основных классов таких задач – задачами многокритериального выбора альтернатив;

– изучение принципов решения слабоструктурированных задач на основе выбора множества недоминируемых альтернатив и метода анализа иерархий.

## 2 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

В ходе лабораторной работы будут выполнены следующие задачи:

1. Изучить теоретические сведения по лабораторной работе.
2. Выбрать множество Парето.
3. Составить матрицы парных сравнений для решения задачи методом анализа иерархий.
4. Выбрать лучшую альтернативу на основе метода анализа иерархий, выполнив расчеты в табличном процессоре Excel.

### Условие:

Предприятие – производитель изделий бытовой электроники выбирает торговую фирму для заключения с ней договора о распространении своей продукции. Имеется шесть торговых фирм, о которых известно следующее.

Фирма	ТФ1	ТФ2	ТФ3	ТФ4	ТФ5	ТФ6
Опыт работы с данной продукцией, лет	5	2	6	5	7	4
Уровень развития торговой сети	развитая	развитая	развитая	средняя	средняя (немного хуже, чем у ТФ4)	средняя (немного лучше, чем у ТФ4 и ТФ5)
Репутация	сомнительная	хорошая	средняя	хорошая	средняя	хорошая

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, основной критерий – репутация, менее важный – опыт работы, еще менее важный – уровень развития торговой сети.

По мнению второго эксперта, основной критерий – репутация, менее важный – уровень развития торговой сети, еще менее важный – опыт работы.

## 3 ХОД РАБОТЫ

### 3.1 Понятие слабоструктурированной задачи

Слабоструктурированные задачи – задачи, в постановке которых имеются как объективные данные (числовые соотношения, формулы и т.д.), так и субъективные, т.е. оценки или требования, заданные человеком, решающим данную задачу.

Типичный пример слабоструктурированных задач – задачи многокритериального выбора альтернатив (решений). В таких задачах каждое из возможных решений (альтернатив) оценивается по нескольким показателям (критериям). Как правило, одна альтернатива не может быть лучшей по всем (или хотя бы почти всем) критериям. Оценки по критериям могут иметь различный вид: числовые (например, стоимость, производительность, срок годности и т.д.), качественные (“отлично”, “хорошо”, “плохо”, “удобно”, “неудобно”, “надежно” и т.д.), критерии типа “да-нет” (выражающие наличие или отсутствие некоторого качества) и т.д. Кроме того, критерии могут быть различны по важности, т.е. при выборе решения требуется в большей степени обращать внимание на одни критерии, в меньшей – на другие. Все это затрудняет решение таких задач. Для их решения применяются методы системного анализа, представляющие собой комбинацию математических методов и методов экспертного анализа.

Рассмотрим постановку задачи многокритериального выбора альтернатив на примере задачи из **условия**.

### 3.2 Выбор множества Парето

Выбор множества Парето-оптимальных решений (множества Парето) представляет собой отбор перспективных альтернатив, из которых затем отбирается одна (лучшая) альтернатива.

Множество Парето представляет собой множество альтернатив, обладающих следующим свойством: любая из альтернатив, входящих во множество Парето, хотя бы по одному критерию лучше любой другой альтернативы, входящей в это множество. Другими словами, ни одна из альтернатив, входящих во множество Парето, не уступает какой-либо другой альтернативе из этого множества по всем критериям. Поэтому множество Парето называют также множеством недоминируемых альтернатив: в нем отсутствуют альтернативы, явно (по всем критериям) отстающие от какой-либо другой альтернативы.

Выбор множества Парето производится следующим образом. *Все* альтернативы *попарно* сравниваются друг с другом *по всем критериям*. Если при сравнении каких-либо альтернатив (обозначим их как  $A_i$  и  $A_j$ ) оказывается, что одна из них (например,  $A_j$ ) *не лучше другой ни по одному критерию*, то ее можно исключить из рассмотрения. Исключенную альтернативу (в данном

случае – альтернативу  $A_j$ ) не требуется сравнивать с другими альтернативами, так как она явно неперспективна.

Как правило, во множество Парето входит несколько альтернатив. Поэтому выбор множества Парето не обеспечивает принятия окончательного решения (выбора одной лучшей альтернативы), однако позволяет сократить количество рассматриваемых альтернатив, т.е. упрощает принятие решения.

Выберем множества Парето для задачи из условия (о выборе торговой фирмы для заключения с ней договора).

*Сравнение ТФ1 и ТФ2.* По критерию “опыт работы” ТФ1 лучше, чем ТФ2, но по репутации ТФ2 лучше ТФ1. Ни одна из альтернатив не исключается.

*Сравнение ТФ1 и ТФ3.* По всем критериям ТФ3 лучше ТФ1. Следовательно, альтернативу ТФ1 следует исключить из рассмотрения. Сравнивать ТФ1 с остальными альтернативами не требуется.

*Сравнение ТФ2 и ТФ3.* По критерию “опыт работы” ТФ3 лучше ТФ2, но по репутации ТФ1 лучше ТФ3. Таким образом, ни одна из альтернатив не исключается.

*Сравнение ТФ2 и ТФ4.* По критерию “опыт работы” ТФ4 лучше ТФ2, но по уровню развития торговой сети ТФ2 лучше ТФ4. Ни одна из альтернатив не исключается.

*Сравнение ТФ2 и ТФ5.* По критерию “опыт работы” ТФ5 лучше ТФ2, но по остальным критериям ТФ2 лучше ТФ5. Ни одна из альтернатив не исключается.

*Сравнение ТФ2 и ТФ6.* По критерию “опыт работы” ТФ6 лучше ТФ2, но по уровню развития торговой сети ТФ2 лучше ТФ6. Ни одна из альтернатив не исключается.

*Сравнение ТФ3 и ТФ4.* По критерию “репутация” ТФ4 лучше ТФ3, но по остальным критериям ТФ3 лучше ТФ4. Ни одна из альтернатив не исключается.

*Сравнение ТФ3 и ТФ5.* По критерию “опыт работы” ТФ5 лучше ТФ3, но по уровню развития торговой сети ТФ3 лучше ТФ5. Ни одна из альтернатив не исключается.

*Сравнение ТФ3 и ТФ6.* По критерию “опыт работы” и по уровню развития торговой сети ТФ3 лучше ТФ6, но по репутации ТФ6 лучше ТФ3. Ни одна из альтернатив не исключается.

*Сравнение ТФ4 и ТФ5.* По критерию “опыт работы” ТФ5 лучше ТФ4, но по остальным критериям ТФ4 лучше ТФ5. Ни одна из альтернатив не исключается.

*Сравнение ТФ4 и ТФ6.* По критерию “опыт работы” ТФ4 лучше ТФ6, но по уровню развития торговой сети ТФ6 лучше ТФ4. Ни одна из альтернатив не исключается.

*Сравнение ТФ5 и ТФ6.* По критерию “опыт работы” ТФ5 лучше ТФ6, но по остальным критериям ТФ6 лучше ТФ5. Ни одна из альтернатив не исключается.

Таким образом, во множество Парето вошли альтернативы ТФ2, ТФ3, ТФ4, ТФ5, ТФ6. Именно из них будет затем выбираться лучшая альтернатива.

### 3.3 Выбор рационального решения на основе метода анализа иерархий

Решим задачу о выборе торговой фирмы для заключения с ней договора на основе метода анализа иерархий (называемого также методом Саати).

Решение задачи начинается с построения иерархического представления задачи, включающего все элементы, учитываемые при ее решении (в данном случае – альтернативы и критерии). Иерархическое представление для рассматриваемого примера приведено на рисунке 3.1. На первом уровне в иерархическом представлении задач, решаемых методом анализа иерархий, *всегда* указывается один элемент – выбор (цель). На втором уровне указаны критерии, по которым делается выбор, на третьем – альтернативы, из которых делается выбор с учетом критериев.

Затем выполняется попарное сравнение всех элементов, учитываемых при решении задачи. Сравнение состоит в указании экспертных оценок превосходства (или, наоборот, отставания) элементов задачи относительно друг друга. Сначала сравниваются *критерии по их важности*. Затем сравниваются *альтернативы по каждому критерию*. Для этого заполняются матрицы парных сравнений. Размерность каждой матрицы парных сравнений равна количеству сравниваемых элементов. Матрицы парных сравнений заполняются, обрабатываются, а также проверяются на непротиворечивость по правилам метода Саати.

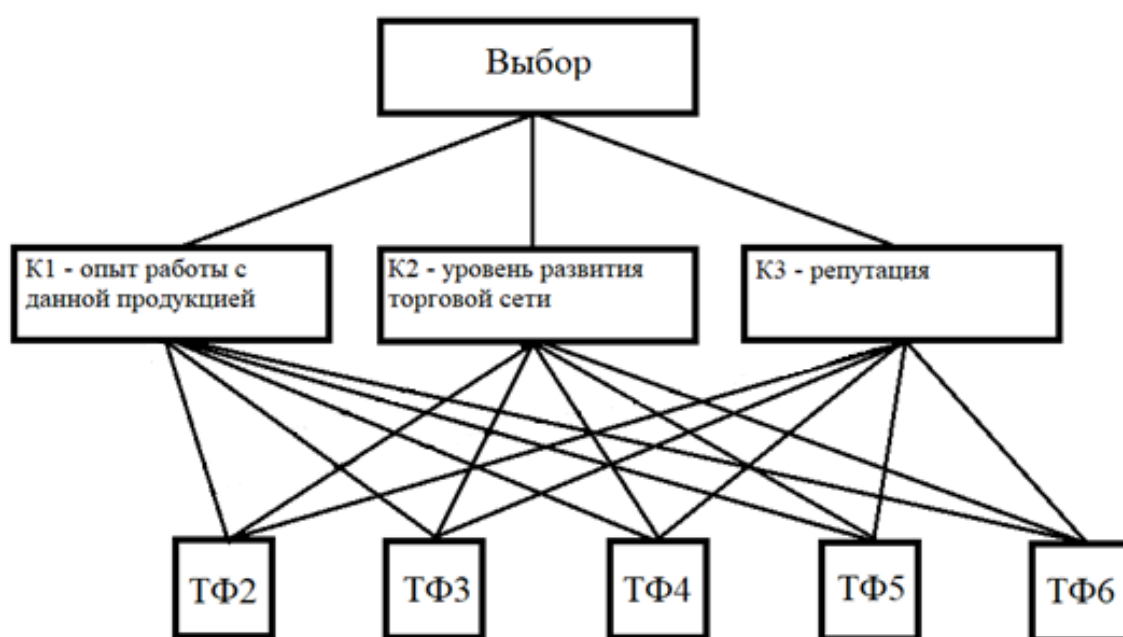


Рисунок 3.1 – Иерархическое представление многокритериальной задачи для решения методом анализа иерархий

На основании матриц парных сравнений вычисляются оценки важности критериев, оценки предпочтительности альтернатив по каждому из критериев и, наконец, обобщенные оценки предпочтительности альтернатив.

Рассмотрим сравнение критериев по важности. В рассматриваемой задаче три критерия: опыт работы с данной продукцией (обозначим его как K1), уровень развития торговой сети (K2), репутация (K3). Поэтому потребуется заполнить матрицу размерностью  $3 \times 3$ . Матрица заполняется в соответствии с мнениями о важности критериев.

### 3.4 Выбор рационального решения на основе первого эксперта

Матрица парных сравнений критериев для задачи из условия для первого эксперта приведена в таблице 3.2.

**Таблица 3.2 – Матрица парных сравнений критериев по важности (эксперт 2)**

	K1	K2	K3
K1	1	3	1/3
K2	1/3	1	1/5
K3	3	5	1

Обработка матрицы парных сравнений выполняется по правилам метода Саати. Рассмотрим эту операцию для первого эксперта.

Вычисляются средние геометрические строк матрицы:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot 3 \cdot 1/3} = 1;$$

$$C_2 = \sqrt[3]{3 \cdot 1 \cdot 1/5} = 0,843;$$

$$C_3 = \sqrt[3]{3 \cdot 5 \cdot 1} = 2,466.$$

Вычисляется сумма средних геометрических:

$$C = 1 + 0,843 + 2,466 = 4,309.$$

Вычисляются *локальные приоритеты* (в данном случае – оценки важности критериев):

$$L_{K1} = C_1/C = 1/4,309 = 0,232; L_{K2} = C_2/C = 0,196; L_{K3} = C_3/C = 0,572.$$

Чем больше локальный приоритет, тем важнее критерий (т.е. тем больше он должен учитываться при выборе решения).

Затем выполняется сравнение альтернатив по каждому из критериев. Рассмотрим сравнение альтернатив по критерию “опыт работы с данной продукцией” (таблица 3.4).

**Таблица 3.4 – Матрица парных сравнений альтернатив по критерию “опыт работы с данной продукцией”**

	ТФ2	ТФ3	ТФ4	ТФ5	ТФ6
ТФ2	1	1/5	1/4	1/6	1/3
ТФ3	5	1	2	1/2	3
ТФ4	4	1/2	1	1/3	2
ТФ5	6	2	3	1	4
ТФ6	3	1/3	1/2	1/4	1

Матрица парных сравнений обрабатывается, как показано выше. Вычисляются средние геометрические строк:

$$C_1 = \sqrt[5]{1 \cdot 1/5 \cdot 1/4 \cdot 1/6 \cdot 1/3} = 0,308;$$

$$C_2 = \sqrt[5]{5 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1/2 \cdot 3} = 1,719;$$

$$C_3 = \sqrt[5]{4 \cdot 1/2 \cdot 1 \cdot 1/3 \cdot 2} = 1,059;$$

$$C_4 = \sqrt[5]{6 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 4} = 2,702;$$

$$C_5 = \sqrt[5]{3 \cdot 1/3 \cdot 1/2 \cdot 1/4 \cdot 1} = 0,660.$$

Сумма средних геометрических:

$$C = 0,308 + 1,719 + 1,059 + 2,702 + 0,66 = 6,448.$$

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К1:

$$L_{ТФ2}^{K1} = \frac{0,308}{6,448} = 0,048;$$

$$L_{ТФ3}^{K1} = \frac{1,719}{6,448} = 0,267;$$

$$L_{ТФ4}^{K1} = \frac{1,059}{6,448} = 0,164;$$

$$L_{ТФ5}^{K1} = \frac{2,702}{6,448} = 0,419;$$

$$L_{ТФ6}^{K1} = \frac{0,660}{6,448} = 0,102.$$

Чем больше локальный приоритет, тем лучше альтернатива по данному критерию. В данном случае видно, что по критерию “опыт работы с данной продукцией” лучшее место – ТФ5, худшее – ТФ2.

Аналогично выполняется сравнение альтернатив по остальным критериям.

В таблице 3.5 приведено попарное сравнение альтернатив по критерию “уровень развития торговой сети”, в таблице 3.6 – по критерию “репутация”.

**Таблица 3.5 - Матрица парных сравнений альтернатив по критерию “уровень развития торговой сети”**

	ТФ2	ТФ3	ТФ4	ТФ5	ТФ6
ТФ2	1	1	5	6	4
ТФ3	1	1	5	6	4
ТФ4	1/5	1/5	1	2	1/2
ТФ5	1/6	1/6	1/2	1	1/3
ТФ6	1/4	1/4	2	3	1

Вычисляются средние геометрические строк:

$$C_1 = \sqrt[5]{1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 4} = 2,605;$$

$$C_2 = \sqrt[5]{1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 4} = 2,605;$$

$$C_3 = \sqrt[5]{1/5 \cdot 1/5 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1/2} = 0,525;$$

$$C_4 = \sqrt[5]{1/6 \cdot 1/6 \cdot 1/2 \cdot 1 \cdot 1/3} = 0,341;$$

$$C_5 = \sqrt[5]{1/4 \cdot 1/4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1} = 0,822.$$

Сумма средних геометрических:

$$C = 2,605 + 2,605 + 0,525 + 0,341 + 0,822 = 6,898.$$

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К2 (уровень развития торговой сети):

$$L_{ТФ2}^{K2} = \frac{2,605}{6,898} = 0,378; L_{ТФ3}^{K2} = \frac{2,605}{6,898} = 0,378;$$

$$L_{ТФ4}^{K2} = \frac{0,525}{6,898} = 0,076; L_{ТФ5}^{K2} = \frac{0,341}{6,898} = 0,049;$$

$$L_{ТФ6}^{K2} = \frac{0,822}{6,898} = 0,119.$$

В данном случае видно, что по критерию “уровень развития торговой сети” лучшее место – ТФ2 и ТФ3, худшее – ТФ5.

**Таблица 3.6 - Матрица парных сравнений альтернатив по критерию “репутация”**

	ТФ2	ТФ3	ТФ4	ТФ5	ТФ6
ТФ2	1	5	1	5	1
ТФ3	1/5	1	1/5	1	1/5
ТФ4	1	5	1	5	1
ТФ5	1/5	1	1/5	1	1/5
ТФ6	1	5	1	5	1

Вычисляются средние геометрические строк:



$$C_1 = \sqrt[5]{1 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 1} = 1,904;$$

$$C_2 = \sqrt[5]{1/5 \cdot 1 \cdot 1/5 \cdot 1 \cdot 1/5} = 0,381;$$

$$C_3 = \sqrt[5]{1 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 1} = 1,904;$$

$$C_4 = \sqrt[5]{1/5 \cdot 1 \cdot 1/5 \cdot 1 \cdot 1/5} = 0,381;$$

$$C_5 = \sqrt[5]{1 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 1} = 1,904.$$

Сумма средних геометрических:

$$C = 1,904 + 0,381 + 1,904 + 0,381 + 1,904 = 6,474.$$

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К3 (репутация):

$$L_{ТФ2}^{K3} = \frac{1,904}{6,474} = 0,294;$$

$$L_{ТФ3}^{K3} = \frac{0,381}{6,474} = 0,059;$$

$$L_{ТФ4}^{K3} = \frac{1,904}{6,474} = 0,294;$$

$$L_{ТФ5}^{K3} = \frac{0,381}{6,474} = 0,059;$$

$$L_{ТФ6}^{K3} = \frac{1,904}{6,474} = 0,294.$$

В данном случае видно, что по критерию “репутация” лучшее место – ТФ2, ТФ4 и ТФ6, худшее – ТФ3 и ТФ5.

На основании полученных оценок вычисляются **глобальные приоритеты альтернатив**, в которых учитываются предпочтения альтернатив по каждому из критериев, а также важность этих критериев. Глобальные приоритеты альтернатив находятся следующим образом: локальные приоритеты альтернативы относительно критериев умножаются на приоритеты соответствующих критериев; эти произведения складываются.

$$G_{ТФ2} = L_{ТФ2}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{ТФ2}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{ТФ2}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,048 \cdot 0,232 + 0,378 \cdot 0,196 + 0,294 \cdot 0,572 = 0,25;$$

$$G_{ТФ3} = L_{ТФ3}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{ТФ3}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{ТФ3}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,267 \cdot 0,232 + 0,378 \cdot 0,196 + 0,059 \cdot 0,572 = 0,17;$$

$$G_{ТФ4} = L_{ТФ4}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{ТФ4}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{ТФ4}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,164 \cdot 0,232 + 0,076 \cdot 0,196 + 0,294 \cdot 0,572 = 0,22;$$

$$G_{ТФ5} = L_{ТФ5}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{ТФ5}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{ТФ5}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,419 \cdot 0,232 + 0,049 \cdot 0,196 + 0,059 \cdot 0,572 = 0,14;$$

$$G_{ТФ6} = L_{ТФ6}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{ТФ6}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{ТФ6}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,102 \cdot 0,232 + 0,119 \cdot 0,196 + 0,294 \cdot 0,572 = 0,21.$$

Чем больше глобальный приоритет, тем лучше альтернатива (с учетом всех критериев, а также с учетом их важности).

В данном случае по первому эксперту лучшей торговой фирмой для заключения с ней договора о распространении своей продукции является ТФ2. Несколько хуже место ТФ4, еще совсем немного хуже – ТФ6, ещё хуже – ТФ3, самое худшее – ТФ5.

### 3.5 Выбор рационального решения на основе второго эксперта

Аналогично заполняется матрица парных сравнений критериев по важности для второго эксперта (см. таблицу 3.7.).

**Таблица 3.7 – Матрица парных сравнений критериев по важности (эксперт 2)**

	K1	K2	K3
K1	1	1/3	1/5
K2	3	1	1/3
K3	5	3	1

Обработка матрицы парных сравнений выполняется по правилам метода Саати. Рассмотрим эту операцию для второго эксперта.

Вычисляются средние геометрические строк матрицы:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot 1/3 \cdot 1/5} = 0,582;$$

$$C_2 = \sqrt[3]{3 \cdot 1 \cdot 1/3} = 1;$$

$$C_3 = \sqrt[3]{5 \cdot 3 \cdot 1} = 1,719.$$

Вычисляется сумма средних геометрических:

$$C = 0,582 + 1 + 1,719 = 3,301.$$

Вычисляются *локальные приоритеты* (в данном случае – оценки важности критериев):

$$L_{K1} = C_1/C = 0,582/3,301 = 0,176; L_{K2} = C_2/C = 0,303; L_{K3} = C_3/C = 0,521.$$

Чем больше локальный приоритет, тем важнее критерий (т.е. тем больше он должен учитываться при выборе решения).

Остальные значения можно не считать, так как они были найдены в п.3.4.

На основании полученных оценок вычисляются **глобальные приоритеты альтернатив**, в которых учитываются предпочтения альтернатив по каждому из критериев, а также важность этих критериев. Глобальные приоритеты альтернатив находятся следующим образом: локальные приоритеты альтернативы относительно критериев умножаются на приоритеты соответствующих критериев; эти произведения складываются.

$$G_{ТФ2} = L_{ТФ2}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{ТФ2}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{ТФ2}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,048 \cdot 0,176 + 0,378 \cdot 0,303 + 0,294 \cdot 0,521 = 0,28;$$

$$G_{ТФ3} = L_{ТФ3}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{ТФ3}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{ТФ3}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,267 \cdot 0,176 + 0,378 \cdot 0,303 + 0,059 \cdot 0,521 = 0,19;$$

$$G_{ТФ4} = L_{ТФ4}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{ТФ4}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{ТФ4}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,164 \cdot 0,176 + 0,076 \cdot 0,303 + 0,294 \cdot 0,521 = 0,20;$$

$$G_{ТФ5} = L_{ТФ5}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{ТФ5}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{ТФ5}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,419 \cdot 0,176 + 0,049 \cdot 0,303 + 0,059 \cdot 0,521 = 0,12;$$

$$G_{ТФ6} = L_{ТФ6}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{ТФ6}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{ТФ6}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,102 \cdot 0,176 + 0,119 \cdot 0,303 + 0,294 \cdot 0,521 = 0,21;$$

Чем больше глобальный приоритет, тем лучше альтернатива (с учетом всех критериев, а также с учетом их важности).

В данном случае по второму эксперту лучшей торговой фирмой для заключения с ней договора о распространении своей продукции является ТФ2. Несколько хуже место ТФ6, еще совсем немного хуже – ТФ4, ещё хуже – ТФ3, самое худшее – ТФ5.