

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет компьютерных систем и сетей

Кафедра электронных вычислительных машин

ОТЧЕТ
по лабораторной работе № 1
на тему
ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ
ЗАДАЧАХ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ЭКСПЕРТНОГО АНАЛИЗА
Вариант № 1

Выполнил:
студент группы 150501
Климович А.Н.

Проверил:
Селезнёв А.И.

МИНСК 2024

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

- изучение методов экспертного анализа, включая процедуры сбора экспертных оценок, их проверки и обработки;
- изучение возможностей применения методов экспертного анализа для поддержки принятия управленческих решений.

2 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

В ходе лабораторной работы будут выполнены следующие задачи:

1. На основе оценок **первого** эксперта найти веса вариантов решения, используя алгоритм Саати, выполнить проверки экспертных оценок на непротиворечивость.
2. Выбрать рационального решение, используя метод предпочтений. Выполнить проверку экспертных оценок на согласованность. При выявлении несогласованности экспертных оценок указать ее причины, т.е. указать, для каких альтернатив имеются существенные различия в указанных экспертами оценках, или какие эксперты указали оценки, существенно отличающиеся от оценок других экспертов.
3. Выбрать рациональное решение, используя метод ранга. Выполнить проверку экспертных оценок на согласованность. При выявлении несогласованности экспертных оценок указать ее причины (аналогично тому, как указано для метода предпочтений).

Условие:

Негосударственному предприятию требуется в короткие сроки получить дополнительную денежную сумму. Для этого имеются следующие возможности:

- 1) банковский кредит (A1);
- 2) сдача части производственных помещений в аренду (A2);
- 3) продажа части производственных помещений (A3);
- 4) продажа части акций предприятия (A4).

Выбор одного из способов производится с участием трех экспертов. Мнения экспертов следующие:

- первый эксперт: лучший способ – аренда (A2), немного хуже – банковский кредит (A1), еще хуже – продажа части акций (A4), намного хуже – продажа помещений (A3);
- второй эксперт: лучший способ – банковский кредит (A1), хуже – аренда (A2), примерно такой же (немного хуже) – продажа акций (A4), намного хуже – продажа помещений (A3);
- третий эксперт: лучший способ – банковский кредит (A1), немного хуже – аренда (A2), значительно хуже – продажа помещений (A3), еще хуже – продажа части акций (A4).

3 ХОД РАБОТЫ

3.1 Общая характеристика и классификация методов экспертного анализа

Все виды задач, связанных с принятием решений, в зависимости от возможностей математического описания (формализации) можно разделить на следующие виды:

– *хорошо структурированные задачи* – могут быть выражены формально (т.е. в виде уравнений, неравенств и т.д.). Такие задачи решаются на основе методов математического программирования, например, линейного программирования;

– *неструктурированные задачи* – описываются только на содержательном уровне (в словесной форме);

– *слабоструктурированные задачи* – содержат как количественные, так и качественные элементы.

Методы экспертного анализа (экспертных оценок) предназначены в основном для решения неструктурированных задач. Эти методы могут применяться и для решения задач других видов, если математическое описание (формализация) задачи невозможно или очень сложно.

Методы экспертного анализа представляют собой совокупность процедур, направленных на получение от специалиста (эксперта) информации, необходимой для принятия решения. Эти методы основаны на опыте, знаниях и интуиции специалистов-экспертов. Процесс принятия решения на основе этих методов не является строго формализованным и упорядоченным. Сам эксперт не всегда может четко объяснить процесс решения проблемы. Информация, полученная от экспертов, подвергается обработке на основе математических (статистических) методов.

Процесс принятия решения на основе методов экспертного анализа включает следующие основные этапы:

- определение цели экспертизы;
- формирование группы экспертов;
- разработка сценария и процедур экспертизы;
- сбор и анализ экспертной информации;
- проверка экспертной информации на непротиворечивость;
- обработка экспертной информации;
- анализ результатов экспертизы и принятие решения.

Классификация методов экспертного анализа приведена в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Классификация методов экспертного анализа

Признак для классификации	Виды методов экспертного анализа	Описание	Примеры
Количество участвующих экспертов	Индивидуальные	Решение принимается на основе суждений одного эксперта	Алгоритм Саати
	Коллективные	Решение принимается на основе суждений группы экспертов	Метод ранга, метод предпочтений, метод Дельфи, метод мозгового штурма
Количество этапов получения и обработки информации	Одноэтапные	Выполняется обработка информации, полученной от экспертов, и на ее основе принимается решение	Алгоритм парных сравнений для группы экспертов
Количество этапов получения и обработки информации	Многоэтапные	В случае существенного расхождения мнений экспертов производится их уточнение и согласование	Метод Дельфи
Результаты экспертизы	Методы выработки альтернатив	Результат – решение, подготовленное экспертами	Метод мозгового штурма
	Методы анализа альтернатив	Результат – выбор лучшего из решений, предложенных экспертам для анализа	Метод парных сравнений, метод ранга, метод предпочтений
	Методы прогнозирования	Результат – прогноз состояния некоторого объекта или процесса	Метод Дельфи

Методы экспертного анализа применяются для решения следующих задач:

- разработка и оценка экономических и технических проектов и программ (включая оценку их эффективности, стоимости, трудоемкости, сроков реализации и т.д.) и выбор лучших вариантов;
- оценка качества продукции и новой техники;
- научно-техническое и экономическое прогнозирование;
- перспективное и текущее планирование;
- классификация объектов по определенным признакам;
- выбор критериев в задачах многокритериального выбора решений и оценка важности этих критериев.

Ниже рассматривается реализация некоторых методов экспертных оценок и примеры их применения для принятия решений.

1.2 Методы парных сравнений. Метод Саати

Метод парных сравнений основан на попарном сравнении альтернатив. Для каждой пары альтернатив эксперт указывает, какая из альтернатив предпочтительнее (лучше, важнее и т.д.). Существует ряд алгоритмов, реализующих метод парных сравнений: они различаются по количеству используемых экспертных оценок (индивидуальные и коллективные оценки), по шкалам сравнения альтернатив и т.д. В данной работе рассматривается наиболее известный и получивший наибольшее практическое применение метод парных сравнений – метод Саати.

Метод Саати основан на сравнении альтернатив, выполняемом одним экспертом. Для каждой пары альтернатив эксперт указывает, в какой степени одна из них предпочтительнее другой.

Решение задачи из условия на основе метода Саати принимается в следующем порядке.

1 Экспертом заполняется матрица парных сравнений размером $N \times N$, где N – количество альтернатив. Матрица заполняется по правилам, приведенным в таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Правила заполнения матрицы парных сравнений по методу Саати

X_{ij}	Значение
1	i -я и j -я альтернативы примерно равноценны
3	i -я альтернатива немного предпочтительнее j -й
5	i -я альтернатива предпочтительнее j -й
7	i -я альтернатива значительно предпочтительнее j -й
9	i -я альтернатива явно предпочтительнее j -й

Пусть эксперт заполнил матрицу парных сравнений, как показано в таблице 1.3.

Таблица 1.3 – Матрица парных сравнений

	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1	1	1/3	5	3
A_2	3	1	8	7
A_3	1/5	1/8	1	1/3
A_4	1/3	1/7	3	1

2 Находятся цены альтернатив – средние геометрические строк матрицы:

$$C_i = \sqrt[N]{\prod_{j=1}^N X_{ij}}, \text{ где } i=1, \dots, N$$

Это означает, что элементы строки перемножаются, и из их произведения извлекается корень N -й степени.

Для данного примера:

$$C_1 = \sqrt[4]{1 \cdot (1/3) \cdot 5 \cdot 3} = 1,495,$$

$$C_2 = \sqrt[4]{3 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 7} = 3,600,$$

$$C_3 = \sqrt[4]{(1/5) \cdot (1/8) \cdot 1 \cdot (1/3)} = 0,302,$$

$$C_4 = \sqrt[4]{(1/3) \cdot (1/7) \cdot 3 \cdot 1} = 0,615.$$

Примечание – Для упрощения расчетов в качестве цен альтернатив можно использовать суммы строк матрицы сравнений.

3 Находится сумма цен альтернатив:

$$C = \sum_{i=1}^N C_i.$$

В данном примере $C = 1,495 + 3,600 + 0,302 + 0,615 = 6,012$.

4 Находятся веса альтернатив:

$$V_i = C_i / C, \text{ где } i = 1, \dots, N.$$

$$V_1 = 1,495 / 6,012 = 0,249;$$

$$V_2 = 3,600 / 6,012 = 0,599;$$

$$V_3 = 0,302 / 6,012 = 0,050;$$

$$V_4 = 0,615 / 6,012 = 0,102.$$

Наиболее предпочтительной, по мнению эксперта, является альтернатива, имеющая максимальный вес.

Таким образом, по мнению эксперта, наиболее эффективной является аренда; следующая за ней – банковский кредит, менее эффективна продажа акций, наименее эффективна продажа помещений.

Проверка экспертных оценок на непротиворечивость. Проверка позволяет выявить ошибки, которые мог допустить эксперт при заполнении матрицы парных сравнений. Ошибки (противоречия) могут быть

следующими: например, эксперт указывает, что альтернатива A_1 хуже, чем A_2 , а альтернатива A_2 хуже, чем A_3 ; но при этом эксперт указывает также, что A_1 лучше, чем A_3 . Пример матрицы парных сравнений, содержащей такую ошибку, приведен в таблице 1.4. Возможны также ошибки следующего вида: эксперт указывает, что альтернатива A_1 *значительно* хуже, чем A_2 , а альтернатива A_2 *значительно* хуже, чем A_3 , но при этом эксперт указывает также, что A_1 лишь *немного* хуже, чем A_3 . Пример матрицы парных сравнений с такой ошибкой приведен в таблице 1.5.

Таблица 1.4 – Первый пример ошибки в заполнении матрицы парных сравнений

	A_1	A_2	A_3
A_1	1	1/3	2
A_2	3	1	1/5
A_3	1/2	5	1

Таблица 1.5 – Второй пример ошибки в заполнении матрицы парных сравнений

	A_1	A_2	A_3
A_1	1	1/7	1/3
A_2	7	1	1/6
A_3	3	6	1

Рассмотрим проверку на непротиворечивость для задачи о предприятии, которому требуется в короткие сроки получить дополнительную денежную сумму.

1 Находятся суммы столбцов матрицы парных сравнений:

$$R_j = \sum_{i=1}^N X_{ij}, \text{ где } j=1, \dots, N.$$

$$R_1 = (1+3+1/7+1/3) = 4,476; R_2 = 1,601; R_3 = 17; R_4 = 11,333.$$

2 Рассчитывается вспомогательная величина λ путем суммирования произведений сумм столбцов матрицы на веса альтернатив:

$$\lambda = \sum_{j=1}^N R_j \cdot V_j.$$

$$\lambda = 4,476 \cdot 0,249 + 1,601 \cdot 0,599 + 17 \cdot 0,050 + 11,333 \cdot 0,102 = 4,08.$$

3 Находится величина, называемая индексом согласованности (ИС):

$$ИС = (\lambda - N) / (N - 1).$$

Для данного примера $ИС = (4,08-4) / (4-1) = 0,027$.

4 В зависимости от размерности матрицы парных сравнений находится величина случайной согласованности ($СлС$). Значения $СлС$ приведены в таблице 1.6.

Таблица 1.6 – Величины случайной согласованности

Размерность матрицы	3	4	5	6	7	8	9	10
$СлС$	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

В данном примере (для $N=4$) $СлС=0,90$.

5 Находится отношение согласованности:

$$ОС = ИС / СлС.$$

Если отношение согласованности превышает 0,2, то требуется уточнение матрицы парных сравнений.

В данном примере $ОС = 0,023/0,9 = 0,03$. Таким образом, уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется.

1.3 Метод предпочтений

Метод основан на ранжировании альтернатив, выполняемом группой экспертов. Каждый из экспертов (независимо от других) выполняет ранжирование альтернатив, т.е. указывает, какая из альтернатив, по его мнению, является лучшей, какая - следующей за ней, и т.д.

Рассмотрим этот метод на примере задачи из условия.

1 Каждому эксперту предлагается выполнить ранжирование альтернатив по предпочтению. В данном примере каждый эксперт присваивает номер 1 способу, который (по его мнению) оказывает наибольшее влияние для возможности получить дополнительную сумму, 2 – следующему по важности, и т.д. Обозначим эти оценки как X_{ij} , $i=1,...,M$, $j=1,...,N$.

Пусть, например, экспертами составлена матрица оценок, приведенная в таблице 1.7.

Таблица 1.7 – Матрица экспертных оценок для метода предпочтений

Эксперты	Альтернативы			
	A1	A2	A3	A4
1	2	1	4	3
2	1	2	4	3
3	1	2	3	4

2 Производится преобразование матрицы оценок по формуле:

$$B_{ij} = N - X_{ij}, \text{ где } i=1,...,M, j=1,...,N.$$

Это означает, что каждая экспертная оценка вычитается из количества альтернатив.

Для данного примера получена матрица, приведенная в таблице 1.8.

Таблица 1.8 – Преобразованная матрица экспертных оценок для метода предпочтений

Эксперты	Альтернативы (факторы)			
	A1	A2	A3	A4
1	2	3	0	1
2	3	2	0	1
3	3	2	1	0

Например, $B_{12} = 4 - X_{12} = 4 - 1 = 3$.

3 Находятся суммы преобразованных оценок по каждой из альтернатив:

$$C_j = \sum_{i=1}^M B_{ij}, \text{ где } j=1, \dots, N.$$

В данном примере $C_1=2+3+3=8$; $C_2=3+2+2=7$; $C_3=1$; $C_4=2$.

4 Находится сумма всех оценок:

$$C = \sum_{j=1}^N C_j.$$

В данном примере $C = 8+7+1+2 = 18$.

5 Находятся веса альтернатив:

$$V_j = C_j/C, \text{ где } j=1, \dots, N.$$

В данном примере

$$V_1=8/18=0,444; V_2=7/18=0,389; V_3=1/18=0,056; V_4=2/18=0,111.$$

Чем больше вес, тем более предпочтительной является альтернатива (по мнению экспертов).

В данном примере самым важным фактором, влияющим на получение дополнительной суммы денег, является банковский кредит; следующий по важности фактор – аренда помещений; следующий по важности – продажа акций; наименее важный фактор – продажа помещений.

Проверка согласованности экспертных оценок. Проверка согласованности необходима, чтобы выяснить, не было ли резких различий в суждениях экспертов. Если мнения экспертов резко различаются, то следует выявить причины таких различий и, возможно, уточнить некоторые оценки.

Для проверки согласованности мнений экспертов вычисляется величина, называемая коэффициентом конкордации (W). Ее расчет выполняется в следующем порядке.

1 Находятся суммы оценок, указанных экспертами для каждой из альтернатив:

$$S_j = \sum_{i=1}^M X_{ij}, \text{ где } j=1, \dots, N.$$

В рассматриваемом примере $S_1 = 2+2+1 = 5$; $S_2 = 1+2+2 = 5$; $S_3 = 3+4+4 = 11$; $S_4 = 4+4+3 = 11$.

2 Находится вспомогательная величина A :

$$A = M(N+1)/2.$$

Для данного примера $A = 3(4+1)/2 = 7,5$.

3 Находится вспомогательная величина S :

$$S = \sum_{j=1}^N (S_j - A)^2.$$

Для рассматриваемого примера:

$$S = (5-7,5)^2 + (5-7,5)^2 + (11-7,5)^2 + (11-7,5)^2 = 37.$$

4 Находится коэффициент конкордации:

$$W = \frac{12 \cdot S}{M^2 \cdot N \cdot (N^2 - 1)}.$$

При $W \geq 0,5$ степень согласованности экспертных оценок может считаться достаточной. При $W < 0,5$ требуется уточнение и согласование экспертных оценок.

В данном примере $W = 12 \cdot 37 / (9 \cdot 4 \cdot 15) = 0,822$. Таким образом, уточнение экспертных оценок не требуется. Мнения экспертов в отношении влияния рассматриваемых факторов на производительность труда достаточно близки друг к другу.

1.4 Метод ранга

Метод основан на балльных оценках альтернатив, указываемых несколькими экспертами. Каждый из экспертов (независимо от других) оценивает альтернативы по некоторой шкале (обычно – 10-балльной). Чем более предпочтительной (по мнению эксперта) является альтернатива, тем более высокий балл для нее указывается.

Пример 1.3 – Рассмотрим применение метода ранга для решения задачи, приведенной в условии.

1 Каждый эксперт указывает оценки альтернатив по 10-балльной шкале. Оценки, указанные экспертами, сводятся в матрицу размером $M \times N$, где M - число экспертов, N - число альтернатив. Обозначим эти оценки как X_{ij} , $i=1, \dots, M, j=1, \dots, N$.

Пусть в рассматриваемом примере получены экспертные оценки, приведенные в таблице 1.8.

**Таблица 1.8 – Матрица экспертных оценок
для метода ранга**

Эксперты	Альтернативы (факторы)			
	A1	A2	A3	A4
1	8	10	3	4
2	10	6	3	5
3	10	8	4	2

Здесь, например, первый эксперт считает, что наилучший способ получения дополнительных денег – это аренда помещений; немного хуже – банковский кредит, еще хуже – продажа акций; намного хуже – продажа помещений.

2 Находятся суммарные оценки альтернатив всеми экспертами:

$$C_j = \sum_{i=1}^M X_{ij}, \text{ где } j=1, \dots, N.$$

В данном примере $C_1=10+10+8=28$; $C_2=10+6+8=24$; $C_3=10$; $C_4=11$.

3 Находится сумма всех оценок:

$$C = \sum_{j=1}^N C_j.$$

В примере $C = 28+24+10+11 = 73$.

4 Находятся веса альтернатив:

$$V_j = C_j/C, \text{ где } j=1, \dots, N.$$

Наиболее предпочтительной, по мнению экспертов, является альтернатива, имеющая максимальный вес.

В данном примере $V_1 = 28/73 = 0,384$; $V_2 = 24/73 = 0,329$; $V_3 = 10/73 = 0,137$; $V_4 = 11/73 = 0,150$.

Таким образом, самым лучшим способом получения дополнительных денег – это банковский кредит; следующий – сдача помещений в аренду; немного хуже – продажа акций; еще немного хуже – продажа помещений.

Проверка согласованности экспертных оценок. Как и для метода предпочтений, проверка согласованности экспертных оценок требуется для выявления существенных различий в мнениях экспертов и определения причин таких различий. Для этого рассчитываются дисперсии (оценки разброса) оценок для каждого эксперта и для каждой альтернативы. Расчет выполняется в следующем порядке.

1 Находятся средние оценки каждой альтернативы:

$$\bar{X}_j = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M X_{ij}, \text{ где } j=1, \dots, N.$$

В данном примере $\bar{X}_1 = 28/3 = 9,333$; $\bar{X}_2 = 24/3 = 8$; $\bar{X}_3 = 10/3 = 3,333$; $\bar{X}_4 = 11/3 = 3,667$.

2 Находятся дисперсии оценок каждого эксперта:

$$D_{\Delta i} = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (X_{ij} - \bar{X}_j)^2, \text{ где } i=1, \dots, M.$$

Эта величина показывает отклонение оценок, указанных i -м экспертом для альтернатив, от средних оценок этих альтернатив. Чем больше эта величина, тем больше *отличие мнения i -го эксперта от остальных экспертов*.

В данном примере:

$$D_{\Delta 1} = \frac{1}{3} ((8-9,333)^2 + (10-8)^2 + (3-3,333)^2 + (4-3,667)^2) = 2.$$

$$D_{\Delta 2} = \frac{1}{3} ((10-9,333)^2 + (6-8)^2 + (3-3,333)^2 + (5-3,667)^2) = 2,111.$$

$$D_{\Delta 3} = \frac{1}{3} ((10-9,333)^2 + (8-8)^2 + (4-3,333)^2 + (2-3,667)^2) = 1,223.$$

3 Находятся дисперсии оценок каждой альтернативы:

$$D_{\Delta j} = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (X_{ij} - \bar{X}_j)^2, \text{ где } j=1, \dots, N.$$

Эта величина показывает различие оценок, указанных экспертами для j -й альтернативы. Чем больше эта величина, тем больше *расхождение мнений экспертов в отношении данной альтернативы*.

В данном примере:

$$D_{\Delta 1} = \frac{1}{2} ((8-9,333)^2 + (10-9,333)^2 + (10-9,333)^2) = 1,337.$$

$$D_{\Delta 2} = \frac{1}{2} ((10-8)^2 + (6-8)^2 + (8-8)^2) = 4.$$

$$D_{\Delta 3} = \frac{1}{2} ((3-3,333)^2 + (3-3,333)^2 + (4-3,333)^2) = 0,334.$$

$$D_{\Delta 4} = \frac{1}{2} ((4-3,667)^2 + (5-3,667)^2 + (2-3,667)^2) = 1.$$

Если величина $D_{\Delta i}$ оказывается большой (оценки i -го эксперта сильно отличаются от оценок, указанных другими экспертами), то i -му эксперту предлагается обосновать свои оценки. Если большой оказывается величина $D_{\Delta j}$ (оценки j -й альтернативы у экспертов сильно отличаются), то следует проанализировать причины таких расхождений.

В данном примере, возможно, следует предложить обосновать свои оценки первому и второму эксперту. Кроме того, следует обратить внимание на разброс оценок второй альтернативы.