

# 適応的最高温度を持つシミュレーテッドアニーリング

三 木 光 範<sup>†</sup> 廣 安 知 之<sup>†</sup> 實 田 健<sup>††</sup>

シミュレーテッドアニーリング (SA) は最適化手法における代表的なメタ戦略手法であるが、状態遷移確率を決定する温度パラメータの決定が難しい。本論文では SA の温度パラメータのうち、最高温度を適応的に決定するメカニズムを持つ新たな SA を提案する。この手法では、問題に固有の重要温度領域という概念を基礎とし、極低温探索からの加熱過程から重要温度領域の上限を求め、それを最高温度として設定する。この手法により解の精度を落とすことなく解探索数を従来の半分程度に減少させることができる。提案手法を代表的な組合せ最適化問題である巡回セールスマン問題に適用し、その有効性を確認した。

## Adaptive Simulated Annealing for Maximum Temperature

MITSUNORI MIKI,<sup>†</sup> TOMOYUKI HIROYASU<sup>†</sup> and TAKESHI JITTA<sup>††</sup>

It is difficult to determine the appropriate temperature parameters, which control the acceptance probability in Simulated Annealing, which is a typical meta-heuristic method in the optimization methods. In this paper, we propose a new simulated annealing method that determines the maximum temperature adaptively. The proposed method is based on an important temperature where optimum solutions sought effectively. And it determines the maximum temperature by finding an upper limit of the important temperature in a heating process from the lowest temperature. Using this method, the total annealing steps can be decreased to half without making the accuracy of solution worse. We apply this method to some of the Traveling Salesman Problems and confirmed its effectiveness.

### 1. はじめに

近年、工学分野の複雑な最適化問題に対する解法として、遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm: GA) やシミュレーテッドアニーリング (Simulated Annealing: SA) などのヒューリスティックサーチ (heuristic search)<sup>1)</sup> に対する重要性が高まってきている。これらの手法は対象問題に適したスキームを採用し、多くのパラメータを適切にチューニングしなければ良い結果が得られない。

SA<sup>2)</sup> は、金属の焼きなまし過程にヒントを得て開発された最適化アルゴリズムあり、近年ではタンパク質の立体構造予測問題などにも応用されている<sup>3)</sup>。汎用近似解法の 1 つである。SA は、解の探索過程において、次の解候補が改良方向へ生成された場合には確率 1 でその遷移を認め、改悪方向へ生成された場合でも、温度とよばれる制御パラメータにより、確率的に遷移

を認めるメカニズムを持つ。これにより理論上は大域的最適解、実際は準最適解に到達することができる<sup>4)</sup>。しかし SA では、良好な解を得るまでに非常に多くの計算量を必要とする欠点があり、この問題を克服するため SA の高速化を図る研究が数多くなされている。

SA の高速化を図る研究は、次の 2 つに大別される。1 つは逐次処理のまま高速なアニーリングを行う研究であり、もう 1 つは並列処理を用いて高速化を図る並列化の研究である。前者では、SA のアニーリングのスピードが、生成処理に用いる分布によって異なることに着目し、生成処理において正規分布を用いる方法<sup>5)</sup> や Cauchy 分布を用いる方法<sup>6)</sup>、ペン先型分布を用いる方法<sup>7)~9)</sup> などが提案されている。これらはいずれも連続最適化問題へ SA を適用する場合において、最適解への漸近収束性を保証したうえでアニーリングを高速化し、SA の性能を向上させる手法である。

一方並列化の研究では、SA を並列実行させ、あるプロセッサで受理が発生した時点で同期を取る受理時同期型の研究<sup>10)</sup> や、単一の解に対し複数のプロセッサが計算を行う共有メモリ型の研究<sup>11)</sup>、異なる一定温度を持つ複数のプロセッサで一定期間独立に計算した

<sup>†</sup> 同志社大学工学部

College of Engineering, Doshisha University

<sup>††</sup> 同志社大学大学院

Graduate School, Doshisha University

後、解交換を行う温度並列 SA の研究<sup>12),13)</sup> などが提案されている。これらの中には計算時間が短縮されるだけでなく、解の精度が向上するものも存在する。

しかし、いずれの高速化手法においても最高温度や最低温度といった温度パラメータは最初に決定する必要がある。SA では、温度パラメータが解の振動を制御し、温度が低すぎると局所解から脱出できる確率が低くなる。したがって解探索の振舞いを制御する温度パラメータの決定が非常に重要となるが、その適切な決定は容易ではない<sup>9)</sup>。

そのため SA では、経験的に、十分高い最高温度、緩やかな冷却となる冷却率、解の収束が確認できる最低温度などが決定されてきた<sup>13)~15)</sup>。このような場合、高温時に無駄な探索が多くなると考えられる。

そこで、SA において温度パラメータをチューニングする研究が数多くなされている。たとえば、SA の初期温度の推定に平衡温度二分木探索法を用いた研究<sup>16)</sup>、ニューラルネットワークを用いて初期温度を決定している研究<sup>17)</sup>、SA の評価関数の標準偏差をもとに、最高温度と冷却率を決定し、高温時と低温時で冷却速度を変化させる研究<sup>18)</sup> や、改善方向における受理数の生成数に対する比  $\mu_{AG}$  を用いて最高温度、最低温度を決定する研究<sup>19)</sup> などがあげられる。しかし、いずれの手法においても温度パラメータのチューニングにおいて、新たなパラメータや経験に基づいた定数などを用いることが必要であり、それらの値が解精度に及ぼす影響については、詳細な検討が行われていない。

そこで本論文では、高温時における無駄な探索を減らすことを目的とし、SA における最高温度と解の関係について詳細に検証を行い、問題に固有の重要温度領域という概念を基礎として最高温度を適応的に決定することで、効率的に探索を行う適応的最高温度を持つシミュレーテッドアニーリング (Adaptive SA for Maximum Temperature: ASA/MaxT) を提案する。また代表的な組合せ最適化問題である巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem: TSP) に適用しその有効性を検証する。

## 2. SA における温度と解の関係

### 2.1 SA の温度スケジュール

SA の大きな特徴は、評価関数の変化量が改善となる場合でも、確率的にその解を受理する可能性を持つことである。この確率 ( $P_{AC}$ ) は、現在の状態のエネルギー  $E$  と次の状態のエネルギー  $E'$  との差分  $\Delta E (= E' - E)$  および温度パラメータ  $T$  を用いた Metropolis 基準 (式 (1)) によって判定する。式 (1)

から分かるように、改善方向への遷移は温度 ( $T$ ) に依存するため、温度スケジュールによって得られる解の精度が大きく異なる。

$$P_{AC} = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta E < 0 \\ \exp\left(-\frac{\Delta E}{T}\right) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

通常 SA では経験的に十分高温から探索を開始する。これは、初期温度すなわち最高温度が低すぎると、局所解から脱出することが不可能となり、最適解を得ることができなくなってしまうためである。しかし、最高温度が高すぎるとそれだけ無駄な探索が多くなり、計算効率が悪化する。そこで、局所解から脱出することが可能であり、かつ無駄な探索が少なくなるような最高温度の設定が求められる。

一方、SA における研究において、一定温度での探索によって、良好な解が得られる温度領域が存在することが報告されている<sup>20)</sup>。本研究ではこのような温度領域を重要温度領域とよぶ。

そこでまず、高温から低温までそれぞれ一定温度で SA を行い、温度が解に与える影響を調べ、効率の良い探索が行われる重要温度領域について検証を行う。

### 2.2 重要温度領域の検討

本研究ではまず、重要温度領域の存在について検証を行う。一定温度の SA を TSP に適用し、良好な解が得られる重要温度領域を確認する。

本論文で扱う TSP は次のように定義される。 $N$  個の点  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$  と距離関数  $d(v_i, v_j)$  が与えられたとき、すべての点をただ一度経由する巡回路  $\pi$  (Hamilton 閉路) のうち、式 (2) で与えられる巡回路長を最小にするものを求める。

$$\sum_{i=1}^{N-1} d(v_{\pi(i)}, v_{\pi(i+1)}) + d(v_{\pi(N)}, v_{\pi(1)}) \quad (2)$$

ここで、 $v_{\pi(i)}$  は、ある巡回路  $\pi$  上で  $i$  番目の点を表す。これまで TSP に対しては Lin&Kernighan 法などの優れたヒューリスティック手法が報告されているが、それらの手法は TSP に特化した専用アルゴリズムを実装しており、本報告では汎用アルゴリズムである SA の効率化を目的としているため、それらの手法との比較は行わないものとする。

TSP の近傍構造は、巡回路の 2 本の枝を交換する 2-change を用いた。また 2-change を適用する際に、1 本の枝を半径とする円の中に、もう 1 本の枝における片方もしくは両方の端点が入るようにすることで、交換する 2 本の枝のうち少なくとも 1 本はもとの枝よりも短くなるように実装した<sup>21)</sup>。

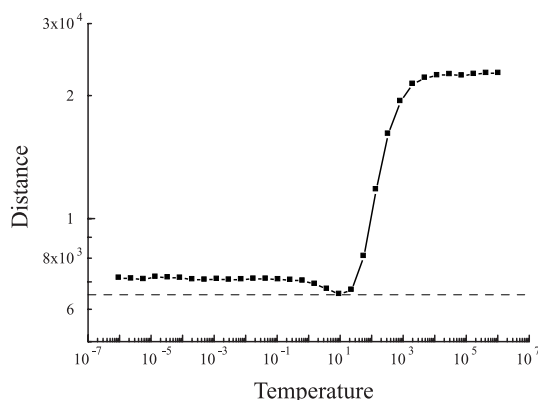


図1 一定温度 SA の結果 (ch150)

Fig.1 Results of SA with constant temperature (ch150).

実験ではまずはじめに、広範囲の温度について検証するため、経験的に  $1E-6$  から  $1E+6$  までの間を等比的に 32 温度に分割した。終了条件は都市数  $\times$  3200 回探索が行われた時点<sup>21)</sup>とした。

実験で用いる問題は TSPLIB<sup>22)</sup> の中から最適解が既知である問題を任意に 10 個選択した。その結果いずれの問題においても重要温度領域を確認できた。その中の 1 つである ch150 の結果を図 1 に示す。横軸は温度、縦軸は経路長を示す。TSP は経路長の最小化問題であるため、値が小さいほど良好な解となる。結果は 30 試行の平均値である。

図 1 より、高温のみで探索を行った場合は解がまったく収束しておらず、一方低温のみで探索を行った場合は局所解に陥っているのに対し、10 付近においては他の温度に比べ解精度が良好となっている。このことから ch150 では 10 付近が重要温度領域であるといえる。他の問題においても同様の傾向が見られ、重要温度領域の存在を確認することができた。

次に各問題における重要温度領域をより詳細に検証するため、先ほどの実験で最も良好な解が得られた温度付近に温度範囲を限定し、同様の実験を行った。その結果、より詳細に重要温度領域を特定することができた。得られた重要温度領域を表 1 に示す。またその温度領域で得られた解のうち、30 試行の平均値において最も良好な解精度を示す。解の精度は最適解からのエラー率 ( $(\text{巡回路長} - \text{最適解}) / \text{最適解} \times 100$ ) によって得られたものである。重要温度領域は  $T_{imp}$  で示す。

表 1 より、重要温度領域は問題によって異なった温度範囲に存在することが分かる。また重要温度領域で得られた解の精度は、多くの場合最適解からのエラー率が 1% を下回っており、重要温度領域のみの探索で

表 1 TSP における SA の重要温度領域

Table 1 Important temperature ranges and error ratios for various TSPs.

| Problem | $T_{imp}$ | Error ratio |
|---------|-----------|-------------|
| a280    | 1.5 ~ 5   | 0.85        |
| ch130   | 5 ~ 20    | 1.06        |
| ch150   | 6 ~ 18    | 0.51        |
| d198    | 4 ~ 20    | 0.36        |
| eil51   | 1 ~ 4.5   | 0           |
| gil262  | 1.2 ~ 3   | 1.26        |
| kroA100 | 30 ~ 80   | 0.27        |
| pr76    | 130 ~ 600 | 0.19        |
| pr144   | 75 ~ 250  | 0.37        |
| u159    | 60 ~ 150  | 0.74        |

良好な解を得られることが分かる。したがって、SA の温度設定を行う場合には必ずこの重要温度領域を含んでいる必要があると考えられる。しかし問題に依存する重要温度領域をこのような手法で特定するためには多くの計算コストが必要である。

### 2.3 最高温度と解探索性能

SA では、温度パラメータが解の摂動を制御するため、適切な温度スケジュールが必要とされる。温度パラメータは大きく分けて、最高温度、最低温度、冷却率の 3 つに分類される。これら 3 つのパラメータのうち、冷却率に関しては最適解への漸近収束性を保証するために、式 (3) に示す対数型アニーリング以上に急速に冷やしてはならないとされている。式 (3) の  $k$  は温度更新回数を表す整数を示す。

$$T_{k+1} = \frac{T_1}{\log k} \quad (3)$$

しかし、この場合計算スピードがあまりに遅くなるため、実際には真の最適解への収束を犠牲にして、式 (4) に示す指数型アニーリングがよく使われる。式 (4) の  $\gamma$  は冷却率を示す。

$$T_{k+1} = \gamma T_k \quad (0.8 \leq \gamma < 1) \quad (4)$$

また最低温度に関しては、たとえば解が収束し摂動がほぼなくなった時点の温度というように、ある程度合理的に決定することができる。

しかし最高温度は、低すぎると局所解から脱出できず、解の精度が悪くなるため、一般的には経験的に十分高い最高温度が用いられる。この場合、高温時に改悪方向への受理が多くなり、無駄な探索が多くなる。

そこで、それぞれ異なる最高温度から探索を開始し、最高温度と解の精度について詳細な検討を行う。

図 2 は、 $1E+6 \sim 1E-6$  の温度範囲を等比的に 32 分割し、 $1E-6$  を最低温度、残りの 31 温度を最高温度に設定し、それぞれの最高温度から最低温度まで指数型アニーリングを行った場合の解精度と総探索

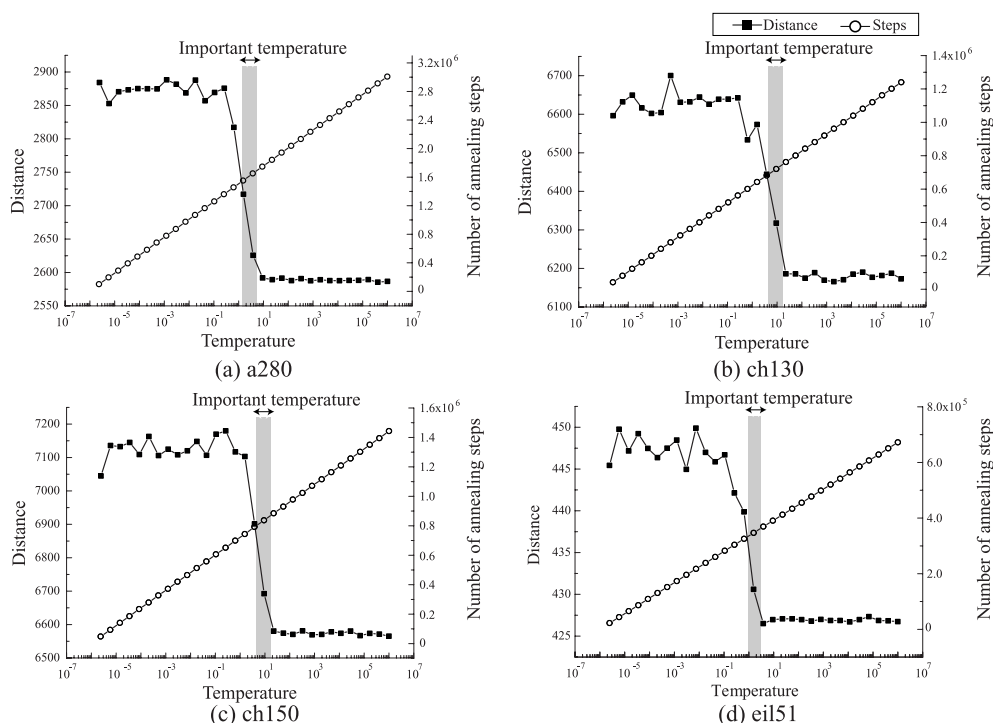


図 2 TSP における SA の最高温度と解精度の関係

Fig. 2 Relationship between the maximum temperature and the accuracy of solutions.

数,そして重要温度領域の関係を示す.左軸に経路長,右軸に総探索数,下の軸に最高温度を示す.解精度は値が低いほど良好であり,結果は30試行の平均値である.

図2より,最高温度を重要温度領域よりも高い温度以上に設定した場合はすべて同程度の解精度となり,一方重要温度領域よりも低い最高温度から探索を開始した場合は解精度が悪くなっていることが分かる.また温度が高くなるほど総探索数が増加している.したがって,SAでは必要以上に高温での探索は無駄であり,最高温度は重要温度領域より少し高い値であれば十分であると考えられる.

### 3. 最高温度設定に関する新しいアプローチ

#### 3.1 重要温度領域の特定

SAにおける最適化能力は,重要温度領域における探索に大きく依存し,SAの最高温度は重要温度領域より少し高い値に設定すればよいことが分かった.しかし,各問題において解探索性能が最も良好となる重要温度領域を一意に特定するためには多くの予備実験が必要である.そこで,重要温度領域を厳密に特定するのではなく,探索の途中である程度重要温度領域を検知し,その温度領域より少し高い最高温度を特定し,

そこから探索を進める方法について考える.

これまでの実験により,重要温度領域は他の温度領域に比べ効率的に解探索を行うことができる温度領域であることが明らかとなっている.したがって,通常のSAで高温から探索を行う場合,重要温度領域での探索中に解は他の温度領域に比べ,急激に改良方向へ遷移すると考えられる.そこで通常の逐次SAをTSPに適用し解の推移と温度について検証を行った.本実験で使用したパラメータを以下に示す.これは文献[21], [23]における研究で用いられた設定である.

最高温度 最大の改悪となる状態遷移が50%の確率で受理される温度

最低温度 最少の改悪となる状態遷移が一定温度のアニーリング期間中1回は受理される温度

クーリング周期 都市数の20倍の遷移

終了条件 クーリング周期 × 160回の解探索が行われた時点

また冷却率は,最高温度と最低温度を等比的に160分割する値とし,式(4)に従うような温度スケジュールを採用した.このため,冷却率 $\gamma$ は問題によって異なり,0.93~0.96の値となる.

図3にkroA100における結果を示す.縦軸に経路長,下の軸にアニーリングステップ数,上の軸に温度

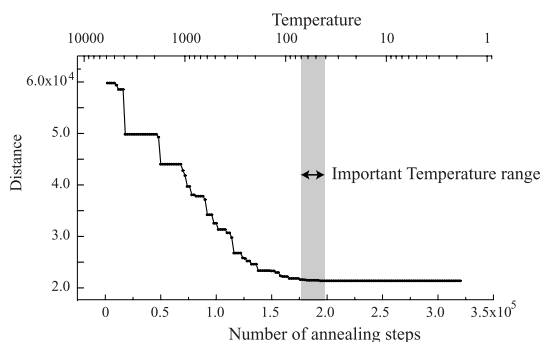


図 3 逐次 SA における解の推移と重要温度領域の関係 (kroA100)

Fig. 3 History of the tour length and important temperature for sequential SA (kroA100).

を示す。

図 3 より、逐次 SA を TSP に適用した場合、解は徐々に改良方向へ収束し、重要温度領域における探索において解の推移に大きな特徴は見られなかった。また他の対象問題においても同様の結果が得られた。つまり、通常の逐次 SA では、重要温度領域付近の探索で急激に改良方向へ遷移するのではなく、徐々に改良方向へ遷移するため、解の推移から重要温度領域を特定することは困難であるといえる。

そこで、高温から冷却を行うのではなく、低温から温度を上げながら探索を行う過程において重要温度領域を検知することを考える。まず探索の初期に極低温探索 ( $T = 0$ ) で改善のみを認める探索を行う。これにより解は急速に局所解に収束する。その後温度を上昇させながら探索を行い、解の推移と温度の関係について検証を行う。この実験を kroA100 に適用した結果を図 4 に示す。縦軸に経路長、横軸に温度を示す。

図 4 より、探索初期の極低温探索によって、解は短時間で局所解に収束する。その後温度を上昇させながら探索を行う過程において、ある温度に達した段階で解は局所解を脱出し改良方向へ遷移する。温度が重要温度領域より高くなると、次第に解は改悪方向へ遷移する。他の問題でも同様の傾向が得られた。つまり、極低温探索から温度を上昇させながら探索を行う過程において、重要温度領域付近で解は一度局所解を下回る。その後、さらに温度が高くなり重要温度領域を越えたと解は局所解を上回り、改悪方向へ遷移していくことが分かる。

表 2 に解が一度局所解より良好になった後、再び局所解より悪化する温度 ( $T_{adapt}$ ) を示す。結果は 30 試行の平均値である。比較のため、通常の逐次 SA を TSP に適用する際、経験的に用いる最高温度 ( $MaxT$ )

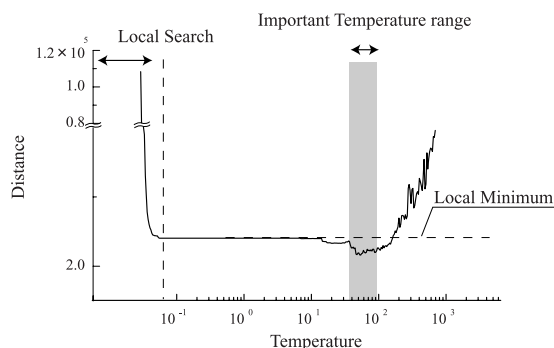


図 4 極低温探索から加熱した場合の解の推移と重要温度領域の関係 (kroA100)

Fig. 4 History of the tour length for the heating process from the lowest temperature and the important temperature range (kroA100).

表 2 極低温探索からの加熱において、解が局所解より良好になった後、再び局所解より悪化する温度

Table 2 The temperature where the solution becomes worse than the local minimum after it becomes better.

| Problem | $T_{imp.}$ | $T_{adapt}$ | $MaxT$ |
|---------|------------|-------------|--------|
| a280    | 1.5 ~ 5    | 8.91        | 417    |
| ch130   | 5 ~ 20     | 21.8        | 1284   |
| ch150   | 6 ~ 18     | 26.8        | 1176   |
| d198    | 4 ~ 20     | 29.22       | 5914   |
| eil51   | 1 ~ 4.5    | 4.5         | 114    |
| gil262  | 1.2 ~ 3    | 5.2         | 117    |
| kroA100 | 30 ~ 80    | 112         | 21282  |
| pr76    | 130 ~ 600  | 700         | 31811  |
| pr144   | 75 ~ 250   | 344         | 17944  |
| u159    | 60 ~ 150   | 196         | 9455   |

と、2 章の実験によって得られた重要温度領域を合わせて示す。

表 2 より、解が局所解を上回った時点の温度は経験的に設定される最高温度より低く、重要温度領域より少し高い温度であることが分かる。つまり、この温度を最高温度に設定すれば、高温時における無駄な探索を省き、効率的な探索を行うことができると考えられる。

### 3.2 適応的最高温度を持つ SA の提案

極低温から探索を開始し、温度を上げながら探索を行う過程において重要温度領域をある程度検知することが可能であることが分かった。そこで、本論文ではこのメカニズムを探索の初期に取り入れることで、重要温度領域より少し高い最高温度を決定することのできる、適応的最高温度を持つ SA (Adaptive SA/Maximum Temperature: ASA/MaxT) を提案する。

ASA/MaxT のアルゴリズムの手順は、まず探索の

初期において極低温探索を行い、解を局所解に収束させる．極低温探索は、従来の SA で用いるクーリング周期が都市数の 20 倍であったことから、都市数の 20 倍の極低温探索を行い、そこで得られた局所解に対して、再び都市数の 20 倍の極低温探索を行う．この 2 回目の探索中に解が更新されなければ極低温探索を打ち切り、解が更新されれば同様の処理を解が更新されなくなるまで繰り返す．解が更新されなくなれば局所解に収束したと見なし、温度を上昇させながら探索を行う．温度上昇率は 1/冷却率を用いる．この冷却率は、従来の SA で用いられていた経験的な値である．一定温度での探索周期は、探索効率を考慮し、経験的にクーリング周期の 1/10、すなわち都市数の 2 倍の探索数とした．そして、解が局所解を上回った時点の温度を最高温度に設定し、その温度から通常の SA と同様、冷却しながら探索を行う．

加熱探索中における解の推移パターンは次の 3 つが考えられる．

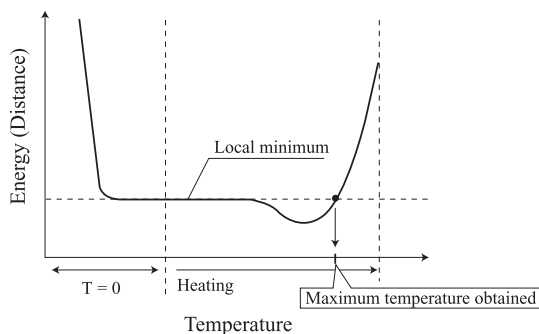
- (1) 解が局所解を一度だけ下回った後、改悪方向へ遷移していく場合 (図 5 (a) Type1)
- (2) 解が局所解を下回り、一度局所解を上回った後再び局所解を下回り、その後改悪方向へ遷移していく場合 (図 5 (b) Type2)
- (3) 解が局所解を下回ることなく改悪方向へ遷移していく場合 (図 5 (c) Type3)

ASA/MaxT では、経験的に十分高温とされる最高温度まで加熱を行った後、最終的に解が局所解を上回った時点の温度を最高温度に設定する．したがって、(a) Type1 や (b) Type2 のように解がいったん局所解を下回った後、改悪方向へ遷移する場合は、最後に局所解を上回った温度を最高温度と決定する．また (C) Type3 のように、解が局所解を上回ることなく改悪方向へ遷移するような場合は、探索初期の極低温探索ですでに重要温度領域においても改良される余地のないほど良好な解へ収束していると見なし、探索を終了する．

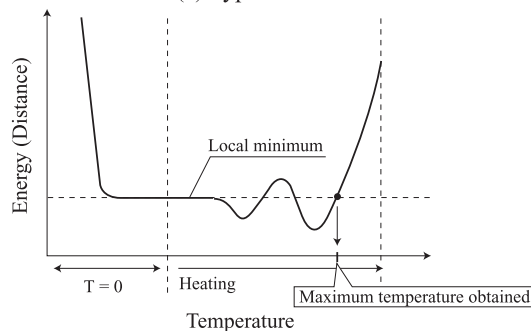
#### 4. 数値実験と考察

実験では提案手法を最適解が既知の 10 個の TSP に適用し、逐次 SA による結果と比較し、その有効性を検証する．各 TSP においてランダムな初期解から探索を開始し、パラメータは逐次 SA と提案手法の両方とも 3.1 節に示した設定方法に基づいて決定した．

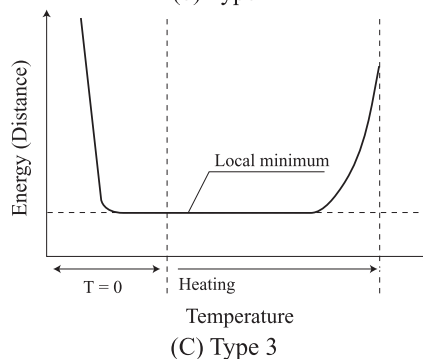
実験は、一般的な PC (PentiumIII 800 MHz, 256 MB) を用いて行った．



(a) Type 1



(b) Type 2



(C) Type 3

図 5 極低温探索からの加熱における解推移のパターン  
Fig. 5 Typical history of the energy for the heating process.

#### 4.1 実験結果

表 3 は通常の SA と ASA/MaxT の解精度の比較を示したものである．解精度は最適解からのエラー率で示し、値は 30 試行の最良値、最悪値、平均値である．これより提案手法における解精度は、多くの場合エラー率 1%以内となり、通常の SA とほぼ同等の解精度であることが分かる．

図 6 はエラー率 1%以内の解を発見するまでの探索回数の比較を示したものである．提案手法の探索回数には、探索初期における極低温探索と最高温度を決定するまでの加熱探索の回数も含まれる．値は 30 試行の平均値である．



表 3 SA と ASA/MaxT の解精度の比較  
Table 3 Comparison between the solutions for SA and ASA/MaxT.

| Problems | Error ratio (%) |          |          |          |           |          |
|----------|-----------------|----------|----------|----------|-----------|----------|
|          | Best (%)        |          | Ave. (%) |          | Worst (%) |          |
|          | SA              | ASA/MaxT | SA       | ASA/MaxT | SA        | ASA/MaxT |
| a280     | 0               | 0        | 0.24     | 0.54     | 1.2       | 2.17     |
| ch130    | 0               | 0.08     | 1.06     | 1.26     | 2.47      | 2.39     |
| ch150    | 0               | 0.06     | 0.72     | 0.86     | 2.27      | 2.48     |
| d198     | 0.07            | 0.1      | 0.34     | 0.55     | 1.05      | 3.36     |
| eil51    | 0               | 0        | 0.13     | 0.17     | 0.47      | 0.7      |
| gil262   | 0.17            | 0.13     | 0.96     | 1.12     | 2.57      | 2.06     |
| kroA100  | 0               | 0        | 0.64     | 1.05     | 1.72      | 5.46     |
| pr76     | 0               | 0        | 0.54     | 0.61     | 1.32      | 1.08     |
| pr144    | 0               | 0        | 0.52     | 0.37     | 1.53      | 1.41     |
| u159     | 0               | 0        | 0.65     | 1        | 1.52      | 7.02     |

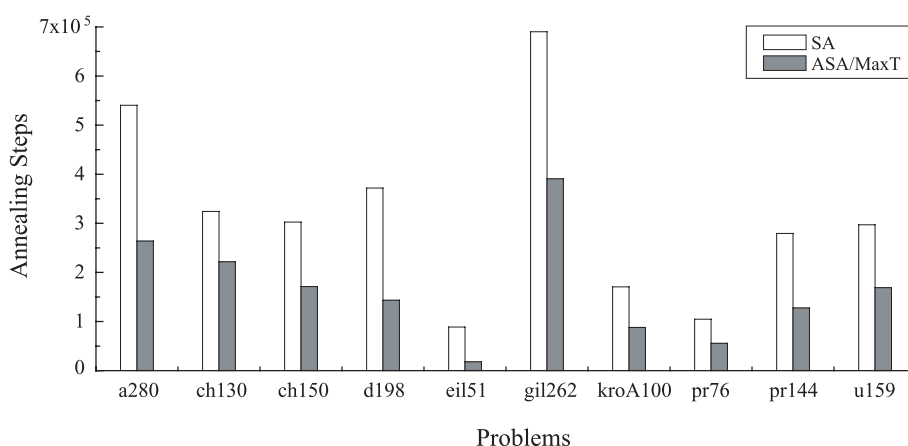


図 6 解探索数の比較

Fig. 6 Total annealing steps for various TSPs.

図 6 と表 3 より、提案手法は従来の経験的に最高温度を設定した SA に比べて、およそ半分の探索数で SA と同等の解精度を得られていることが分かる。このことから、提案手法では必要以上に高温での探索を省き、効率的に解探索を行うことができるといえる。

#### 4.2 局所解の違いによる解精度への影響

ASA/MaxT では、加熱探索中に極低温探索によって局所解を一度下回った後、解が再びその局所解を上回る温度を最高温度に設定する。したがって、極低温探索で得られる局所解の値が異なれば、設定される最高温度の値も異なり、解探索にも影響を及ぼすと考えられる。そこで、極低温探索によって得られた局所解と、設定される最高温度、そして最終的に得られる解の関係を図 7 に示す。図 7 は ch150 に対し ASA/MaxT を 30 回適用した場合に、各試行において設定された最高温度と、初期解（局所解）、そして探索終了時の解の値を示す。左軸に経路長、右軸に設定された最高温度を示し、下の軸は試行回数を示す。結果の解析を容

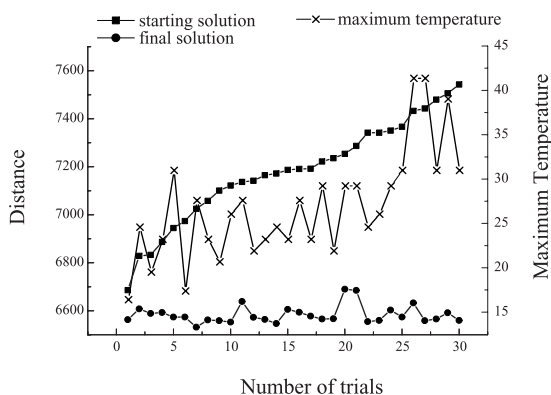


図 7 初期解（局所解）および探索終了時の解と得られた最高温度の関係（ch150）

Fig. 7 Relationships among the initial solution (local minimum), the final solution and the maximum temperature obtained (ch150).

易に行うため、得られた初期解（局所解）の値が小さいものから順に並ぶよう試行順序を入れ替えてある。

図7より、極低温探索によって得られる初期解(局所解)の値が大きくなるほど、設定される最高温度も高くなる傾向がみられる。他の対象問題によっても同様の傾向が得られた。したがって、ASA/MaxTは初期解(局所解)の値が大きな場合には高い最高温度から探索を開始し、初期解(局所解)の値が小さい場合には低い最高温度から探索を開始するため、最終的に求められる解は一定の解精度を保つことができると考えられる。

## 5. ま と め

本研究では、組合せ最適化問題の代表的な例としてTSPを取り上げ、SAにおいて一定温度の探索だけで良好な解精度が得られる温度領域(重要温度領域)を確認した。また、SAにおける最高温度は重要温度領域よりも少し高い温度に設定すれば十分であり、それ以上高い温度に設定すると無駄な探索が多くなることを確認した。そこで、探索初期において重要温度領域よりも高い最高温度を設定するメカニズムを持つ新たなアルゴリズムであるASA/MaxTを提案した。そして実験結果より、提案手法がSAの拡張アルゴリズムとして有効であることを確認した。なお今後は、提案手法がJSPなど他の組合せ最適化問題について適用可能か検証を行う必要がある。

## 参 考 文 献

- 1) Reeves, C.R. (編), 横山, 奈良ら(訳): モダンヒューリスティックス, 日刊工業新聞社 (1997).
- 2) Kirkpatrick, S.D., G.J.C. and Vecchi, P.M.: Optimization by Simulated Annealing, *Science*, Vol.220, No.4598, pp.671-680 (1983).
- 3) Kawai, H., Kikuchi, T. and Okamoto, Y.: A prediction of tertiary structures of peptide by the Monte Carlo simulated annealing method, *Protein Engineering*, Vol.3, No.2, pp.85-94 (1989).
- 4) Aarts, E. and Korst, J.: *Simulated Annealing and Boltzmann Machines*, John Wiley & Sons (1989).
- 5) Hinton, T.G.E. and Ackley, D.H.: Boltzmann Machines: constraint satisfaction networks that lean, Technical Report CMU-CS-84-119 (1984).
- 6) Szu, H. and Hartley, R.: Fast simulated annealing, *Physics Letters A*, Vol.122, No.3, pp.157-162 (1987).
- 7) Ingber, L.: Very fast simulated re-annealing, *Journal of Mathl. Comput. and Modelling*, Vol.12, No.8, pp.967-973 (1989).
- 8) Ingber, L.: Genetic algorithms and very fast simulated reannealing: a comparison, *Journal of Mathl. Comput. and Modelling*, Vol.16, No.11, pp.87-100 (1992).
- 9) Ingber, L.: Simulated Annealing: Practice versus Theory, *Journal of Mathl. Comput. and Modelling*, Vol.18, No.11, pp.29-57 (1993).
- 10) Rosen, B.: Function Optimization based on Advanced Simulated Annealing, *IEEE Workshop on Physics and Computation, PhysComp92*, pp.289-293 (1992).
- 11) Abramson, D.: Constructing School Timetables using Simulated Annealing: Sequential and Parallel Algorithms, *Management Science*, Vol.37, No.1, pp.98-113 (1991).
- 12) 木村宏一, 瀧 和男: 時間的一様な並列アニーリングアルゴリズム, 電子情報通信学会技術研究報告 NC90-1 (1990).
- 13) 小西健三, 瀧 和男, 木村宏一: 温度並列シミュレーテッドアニーリング法とその評価, 情報処理学会論文誌, Vol.36, No.4, pp.797-807 (1995).
- 14) 喜多 一: シミュレーテッドアニーリング, 日本ファジ学会誌, Vol.9, No.6, pp.875-880 (1997).
- 15) Lin F.-T., C.-Y.K. and Hsu, C.-C.: Applying the Genetic Approach to Simulated Annealing in Solving Some NP-Hard Problems, *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics*, Vol.23, No.6, pp.1752-1767 (1993).
- 16) Rose, W.J. and Wolf, J.: Temperature Measurement and Equilibrium Dynamics of Simulated Annealing Placements, *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, Vol.9, No.3, pp.253-259 (1990).
- 17) 小坪成一, 土岐 賢, 平田廣則: ニューラルネットワークによるシミュレーテッドアニーリングの初期温度推定法, 電子情報通信学会論文誌 C, Vol.199, No.4, pp.517-522 (1999).
- 18) Huang, F.M.D. and Sangiovanni-Vincentelli, A.: An Efficient General Cooling Schedule for Simulated Annealing, *Proc. IEEE International Conference on Computer-Aided Design*, pp.381-384 (1986).
- 19) Rosen, B.E., 山田武士, 中野良平: クリティカルブロックシミュレーテッドアニーリング法によるジョブショップスケジューリング問題の解法, 電子情報通信学会技術研究報告 NC93-9, pp.65-72 (1994).
- 20) Connolly, D.T.: An improved scheme for the QAP, *European Journal of Operational Research*, Vol.46, pp.93-100 (1990).
- 21) 小西健三, 屋鋪正史, 瀧 和男: 温度並列シミュレーテッドアニーリング法の巡回セールスマン問題への適用と実験的解析, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J80-D-I, No.2, pp.127-136 (1997).



- 22) <http://www.iwr.uni-heidelberg.de/iwr/comopt/soft/TSPLIB95/TSPLIB.html>
- 23) 小西健三, 瀧 和男: 温度並列シミュレーテッドアニーリング法の評価—LSI ブロック配置問題に関して, 情報処理学会 DA シンポジウム '94, pp.223–228 (1994).

(平成 15 年 2 月 3 日受付)

(平成 15 年 9 月 5 日採録)



三木 光範 (正会員)

1950 年生. 1978 年大阪市立大学大学院工学研究科博士課程修了, 工学博士. 大阪市立工業研究所研究員, 金沢工業大学助教授を経て 1987 年大阪府立大学工学部航空宇宙工学科助教授, 1994 年同志社大学工学部教授. 進化的計算手法とその並列化, および知的なシステムの設計に関する研究に従事. 著書は「工学問題を解決する適応化・知能化・最適化法」(技法堂出版)等多数. IEEE, 米国航空宇宙学会, 人工知能学会, システム制御情報学会, 日本機械学会, 計算工学会, 日本航空宇宙学会等会員. 超並列計算研究会代表. 通産省産業技術審議会委員.



廣安 知之 (正会員)

1966 年生. 1997 年早稲田大学大学院理工学研究科後期博士課程修了. 同年早稲田大学理工学部助手. 1998 年より同志社大学工学部助手. 創発的計算, 進化的計算, 最適設計, 並列処理等の研究に従事. IEEE, 電気情報通信学会, 計測自動車制御学会, 日本機械学会, 超並列計算研究会, 日本計算工学会各会員.



實田 健 (学生会員)

1979 年生. 2002 年同志社大学工学部知識工学科卒業. 同年, 同志社大学大学院工学研究科知識工学専攻入学. シミュレーテッドアニーリング等の研究に従事.