

# 測度論的確率論 2018 S1S2

## Homework 1

池上 慧 (2918009)

April 12, 2018

### 1 問1

まず  $\mathcal{A}$  が field であることを示す。そのためには以下の三つの確認をすれば良い。

1.  $X^c = \phi$  であり、空集合はの要素数は0で有限なのでこれは有限集合。よって  $X = \mathbb{N} \in \mathcal{A}$  である。
2.  $A, B \in \mathcal{A}$  を任意に取ってくる。この和集合が  $\mathcal{A}$  に入っていることを確かめる。 $A, B$  共に有限集合の時はその和集合も当然有限集合であり、 $\mathcal{A}$  に入る。片方がその補集合が有限集合である時は、一般性を失わずに  $A^c$  が有限集合であるとする、 $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$  であり、これは有限集合である  $A^c$  の部分集合であるので有限集合である。従ってこの場合も和集合が  $\mathcal{A}$  に入る。最後にどちらも補集合が有限集合である場合を考える。この時は  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$  であり、有限集合の部分集合となっているので、和集合は  $\mathcal{A}$  に入る。以上より、 $\mathcal{A}$  からどのような二つの要素を取ってきてもその和集合は  $\mathcal{A}$  に入っている。
3.  $A \in \mathcal{A}$  を任意にとる。 $A^c$  が有限集合のケースは定義より  $A^c \in \mathcal{A}$  である。 $A$  が有限集合のケースは、 $(A^c)^c = A$  なので、 $A^c$  の補集合が有限集合であるので  $A^c \in \mathcal{A}$  である。従って  $\mathcal{A}$  の要素の補集合は必ず  $\mathcal{A}$  に入っている。