

銀行理論と金融危機

4. 銀行システムと金融危機のマクロモデル

池上 慧
東京大学経済学部 4 年

October 7, 2017

発表の流れ

1 introduction

2 model

3 solve

4 implications

5 conclusion

問題意識

- 銀行はアロー証券の取引が実現できない代わりにある程度のリスクをプールし負債を発行する主体
- 銀行が存在すること自体が、現実にはアロー証券が完備された経済に比して不完備な市場であることの証左
- この事実はモデルの範疇を超えて成り立つ命題
- どう効率的でないのかを以下のモデルで見えていく

モデルの概要

- $t = 0, 1, 2$ の 3 期間
- 経済主体は家計、銀行、企業家
- 無限の家計、無限の銀行、銀行と同数の企業家が存在

$t = 0$

- 家計：初期資産 1 を全額預金する。
- 銀行：預金された初期資産を全額企業家に貸し出す。また預金のグロスのリターン D を決定する。
- 企業家：1 単位の消費財をインプット

$t = 1$

- 家計：流動性選好 θ を知る。確定している生涯所得 m に対して、金融危機の有無ごとに別の消費計画を立てる。この時同時に預金引き出し額（流動性需要関数）が決定される。
- 銀行：家計の流動性需要に応えるために、貸し出している企業家プロジェクトのうちで、次期にもたらす収益が、現段階でプロジェクトを中断して得た精算価格 X を利率 R で再運用した際の収益を下回るものを中断させ、消費財として家計に払い出す（流動性供給関数）。
- 企業家：特に何もしない。銀行から中断と判断された企業家はここで廃業する。

$t = 2$

- 家計： $t = 1$ で決めた消費プロフィールに従って消費活動を行う。
- 銀行： $t = 1$ で潰さなかった企業家が生産した資本財のうち、自身の取り分として割合 γ だけ所持する。企業家による資本財を用いた消費財生産が終了したら、所持している分の資本財を競争的な資本財市場で価格 q_2 で売払い、売却益を得る。
- 企業家： $t = 1$ で生き残った企業家のみが行動をとれる。資本財を ω だけ生産する。生産した資本財を用いて消費財の生産を行い家計の消費分を賄う。消費財生産が終わった後、自身の所持割合である $1 - \gamma$ だけ資本財を競争的な資本財市場で価格 q_2 で売払い、売却益を得る。

モデルを解く:家計の行動

- $t = 1$ における 2 期間の最適消費計画のみが決定事項
- 効用関数は $U = \theta \log(C_1) + (1 - \theta) \log(C_2)$
- この時点での生涯所得は $m = w_1 + D + \frac{w_2}{R}$
- 金融危機の時は強制的に $(C_1, C_2) = (w_1 + X, \underline{w})$
- 金融危機が起きない時の計画は、2 期間モデルを解いて $(C_1, C_2) = (\theta m, (1 - \theta)Rm)$ であり、流動性需要は $g = \theta \left(\frac{w_2}{R} + D \right) - (1 - \theta)w_1 \rightarrow \text{Appendix}$

モデルを解く: 企業家の行動

- こいつは何も決定しない
- 消費財から資本財を経てまた消費財を生み出す箱としてみる

モデルを解く: 銀行の行動 $t = 1$

- $t = 1$ における企業家の選別と $t = 0$ におけるリターン D の二つが決定事項
- モデルは $t = 1$ からバックワードに解く
- $RX = q_2 \gamma \omega^*$ を満たす資本財生産 ω^* を行う企業家に対して廃業と存続が無差別になる
- $\omega < \omega^*$ ならば廃業、 $\omega^* < \omega$ ならば存続
- ω が $[\omega_L, \omega_H]$ 上に一様に分布すると仮定し aggregate には不確実性がないとすると、流動性供給は

$$L\left(\frac{R}{q_2}\right) = \int_{\omega_L}^{\omega^*} X d\omega$$

モデルを解く: 銀行の行動 $t = 0$

- 2 節 Allen and Gale モデルの帰結より銀行は家計の期待効用を最大化するように動くのがナッシュ均衡なので、以下の問題を解けばいい。

$$\max_D \int_0^{\theta^*} \left\{ \theta \log(\tilde{C}_1) + (1 - \theta) \log(\tilde{C}_2) \right\} dF(\theta) + \int_{\theta^*}^1 \left\{ \theta \log(w_1 + X) + (1 - \theta) \log(\underline{w}) \right\} dF(\theta)$$

$$\text{where } \tilde{C}_1 = \theta m, \tilde{C}_2 = (1 - \theta) Rm, \theta^* = \frac{L\left(\frac{R^*}{q_2^*}\right) + w_1}{w_1 + D + \frac{w_2}{R^*}}$$

モデルを解く: 銀行の行動 $t = 0$

- θ^* はデフォルト限界金利において流動性市場を均衡させる流動性の値
- デフォルト限界金利は銀行のソルベンシー制約を等式で満たす金利、すなわち $A(\cdot)$ を銀行の $t = 1$ における総資産の現在価値を示す関数として、 $D = A\left(\frac{R^*}{q_2^*}\right)$ を満たす R^*
- 流動性市場の均衡条件は $g = L\left(\frac{R}{q_2}\right)$
- $(\tilde{C}_1, \tilde{C}_2)$ は家計の最適行動の帰結（バックワードに解いてるのでこの結果を織り込んで最適な D を計算する）

モデルを解く: 銀行の行動 $t = 0$

- 上記の最適化問題を解くと式 (39) を FOC として得る
- FOC を満たす D は図 5 の示す通りただ一つ存在する

モデルの帰結 1

- 以下で LF は資産財価格 q_2 を所与とした時の値を、 SP は資産財価格 q_2 の変動を認識できる主体が行動する時の値を意味する
- $\frac{dR^*}{dD}|_{LF} < 0 \rightarrow \text{Appendix}$
- $\frac{dR^*}{dD}|_{LF}$ をマージナルソルベンシーと呼ぶ
- D をあげるとより低い金利でもデフォルトするようになる

モデルの帰結 2

- $\frac{d\theta^*}{dD}|_{LF} < 0 \rightarrow \text{Appendix}$
- D をあげるとより低い流動性選好でもデフォルトするようになる

モデルの帰結 3

- (39) → Appendix
- 銀行はデフォルトのリスクと高いリターンを得ることのトレードオフを認識した上で最適な D を決定している

PE

- 以上のモデルでは $t = 2$ における資本財市場が競争的で q_2 が所与であるとした
- しかし財市場の均衡も同時に考えることのできる社会計画者が銀行業を営むと $\frac{q_2^*}{D} \neq 0$ である
- この時のマージナルソルベンシーを $\frac{dR^*}{dD}|_{SP}$ と書く
- モデルの帰結は絶対値の意味で常に $\frac{dR^*}{dD}|_{SP} > \frac{dR^*}{dD}|_{LF}$ となること（証明略）
- すなわち銀行は上記のモデル内でマージナルソルベンシーを過小評価しており、これが D 上昇の限界費用を過小評価することにつながっている
- 結果として D は過剰に大きく設定されデフォルトが頻発することになる

結語

- マクロ理論は金融危機のような頻度の低い現象を扱ってこなかったのは事実
- 主眼は景気変動や雇用、インフレだった
- 金融工学もシステミックリスクを扱ってこなかったのは事実
- 主眼は確率過程を外生的に与えた時のアセットプライシングだった
- 金融危機後、それ自体を研究対象とするムーブメントが様々な領域で生まれてるからみんな乗り遅れないようにね！