

# 卒論テーマ候補：ゆびすま 2

池上 慧

2017 年 10 月 15 日

## 1 ゲームの概要

### 1.1 ゆびすまとは

「ゆびすま」とは 2 人以上で行われるゲームである。ここでは 2 人で行われるケースを想定する。プレイヤーは「攻め」と「守り」の役目を交互に行う。プレイヤーは毎回好きな本数の親指を上げる。「攻め」のプレイヤーは今回上がる親指の本数を予想し、その予想した数をコールしながら、自分でも好きな本数だけ親指を上げる。「守り」のプレイヤーも掛け声と同時に親指を好きな本数だけあげる。「攻め」がコールした数と実際にあげられた親指の総数が等しかったなら「攻め」の勝ちであり、そうでなければ「引き分け」である。引き分けたら役割を交代してどちらかが勝つまで続けるものとする。本来であれば勝てば腕を一本減らすことができ、先に二回勝利した方の勝ちというルールであるが、ここでは最初の 2 本 vs 2 本の状況のみを想定する。

### 1.2 ゲームの構造

このゲームで勝敗を決するのは攻め手が決定する「宣言」と「指」との差である。この差で攻め手の行動を分類することができる。すなわち相手の上げる指の数が 0 本の時勝利する行動の組である  $\{(0, 0), (1, 1), (2, 2)\}$  を set1 とし、相手の指の数が 1 本の時に勝利する行動の組である  $\{(1, 0), (2, 1), (3, 2)\}$  を set2、相手の指の数が 2 本の時に勝利する行動の組である  $\{(2, 0), (3, 1), (4, 2)\}$  を set3 とする。これを用いてゲームの利得表は以下のように与えられる。2 人対称ゼ

		守り		
		0	1	2
攻め	set1	(1,-1)	(0,0)	(0,0)
	set2	(0,0)	(1,-1)	(0,0)
	set3	(0,0)	(0,0)	(1,-1)

図 1 利得表

ロサムゲームとなる。守り手が  $\{0, 1, 2\}$  をそれぞれ取る確率を  $(q, r, s)$  で表記し、攻め手が取る set に対しての混合戦略、すなわち set1, set2, set3 をとる確率を  $(x, y, z)$  で表記する。この時の混合戦略ナッシュ均衡は以下のようなものである。

case1：完全に合理的な主体を想定したナッシュ均衡

$$\begin{cases} (q, r, s) = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}) \\ (x, y, z) = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}) \end{cases} \quad (1)$$

つまり攻め手も守り手も自身の行動に等しく確率を割り振るのが最適反応を構成している。この時攻め手の本来の行動である 9 個の「宣言」と「指」のペアに対しても等しく  $\frac{1}{9}$  ずつ確率が振られている。

## 2 研究の目的意識

しかし上記のように全ての戦略に等しく確率を割り振る戦略が実際のプレイでは取られていない可能性が高い。 $[a, b]$  で宣言  $a$  ゆびの数  $b$  の攻め手の行動を表すことにすると、経験的には  $[2, 1]$  のようなある種中途半端な戦略が  $[0, 0]$  や  $[4, 2]$  のような極端な戦略よりも取られやすい傾向があるように思える。実際、地域によっては利得構造は変えずに  $[0, 0]$  と  $[4, 2]$  に対して特別な名称を与え、他の行動とは別物として扱われているようである。

限定合理性のモデル化によって上記の現象が説明できないかを考える。2 人完備情報ゲームに適用可能な限定合理性のモデルとして代表的なものには Osborn and Rubinshtein (1998) で提案された  $S(k)$  Equilibrium や McKelvey and Palfrey (1995) で提案された quantal response equilibrium などがある。しかし、先に挙げたこのゲームの利得表を見ればわかる通りゆびすまは対称なゲームである。このような単純な構造を持つゲームにおいて特定の行動が特別選ばれがちになるような限定合理性のモデルは既存のモデルには見当たらず、実際上記の二つの計算結果は先のナッシュ均衡と同じになってしまう。

ここではこの現象を説明する方向性として、ゲームの基幹とも言える行動主体とその取りうる行動に関する認識自体が完全ではない時にどのような行動がとられるかを分析する。具体的には以下の二つの軸でゲームの構造への誤認が発生している状況を考える。

1. 相手主体を分割し異なる複数主体が相手の手を構成しているかのように誤認する（擬人化）
2. 複数要素の組み合わせで表現される自身の行動を組み合わせそのものとして捉えることができず個別要素ごとに最適行動を取ろうとする（統合失敗）

ゆびすまにおいて具体的に見ていく。本来は  $\{0, 1, 2\}$  である守り手の行動について誤認が発生するのが一つ目の非合理性であり、そこでは相手のゆびがそれぞれ別の主体によって動かされているという想定の下行動することになる。すなわち本来 2 人ゲームであるゆびすまを 3 人ゲームであるかのように振舞うことになる。ゆびすまにおいてこのような誤認が発生しうるのである根拠としてはゲームの進行にしたがって指が 1 本ずつ減らされていくという点が挙げられる。今回の研究ではこの 2 本 vs 2 本の状況しか扱わないが、ゆびすまは広く知られたゲームであるためこの認識はどのプレイヤーにも浸透していると考えられる。

一方で、攻め手が「宣言」と「指」の組み合わせとして自身の行動が決まっているという認識を正しく持てない状況が二つ目の非合理性である。「宣言」を縦軸に、「指」を横軸にした表の上で攻め手の行動を考える。まず、自身の行動を

		宣言数による組み分け				
		0	1	2	3	4
指の数による 組み分け	0	[0,0]	[1,0]	[2,0]		
	1		[1,1]	[2,1]	[3,1]	
	2			[2,2]	[3,2]	[4,2]

図 2 組み分け

組み合わせとして正しく認識しているということが何を指すのかを考える。組み合わせとして正しく認識しているとは、図 1 のような利得表がこのゲームの利得表であることを正しく認識した上でゲームをプレイすることである。すなわち先に述べた set1 から set3 がそれぞれ同じ勝利条件であることを認識し、set ごとに混合戦略の確率を振ることができる状況である。図 2 の表でいうと、9 個の組み合わせに対して斜めに 3 個ずつのグループ分けをしている状況である。

しかし「宣言」と「指」の組み合わせに対してどれが無差別となるかを正しく認識してプレイするのは人間には難しすぎる（気がする）。瞬時にプレイすることを求められた時にプレイヤーができることは、「勝ちやすい宣言」と「勝ちやすい指」とを組み合わせるのがせいぜいであろうと考えられる。よって「宣言」と「指」を別々の行動と見てそれぞれで勝ちやすい行動をとった結果として何らかの組み合わせが行動としてプレイされているのとして行動を分析する。

ただし、「宣言」と「指」について別々に行動の確率を割り振ることができないことには注意が必要である。最低限頭が使えれば  $[0, 1]$  のような勝利確率が 0 となる行動を攻め手がとらないことは明らかである。すなわちそのような行動に対しては確率 0 を割り振るべきだということになる。仮に「宣言」と「指」に別々の混合戦略を与えてしまうと、図 2 において空欄となっている完全に非合理的な行動に対しても何らかの正の確率が振られることになる。また、これを回避し

ようすると、「宣言」においては  $0, 4$  を、「指」においては  $0, 2$  をとらないという戦略しか取れなくなる。これでは、確かに先に述べたような  $[2, 1]$  などの中途半端な行動は取りうるが、 $[0, 0, [4, 2]]$  といった極端な行動をとらないことになってしまう。現実にはそのような行動も取られるため、バランスよく偏った行動をプレイヤーが取るためには「宣言」と「指」に別々の確率を割り振ってはいけないということになる。

そこで、「宣言」について条件付けた「指」への条件付き混合戦略を考えることとする。すなわち