

卒論テーマ候補：複数均衡

池上 慧

2017 年 9 月 22 日

1 擬似データの作成

Seim (2006) のような不完備情報の参入モデルでの複数均衡の取り扱いを調べてみました。ソースコードはここにあります。

擬似データとして、以下のようなデータを作成するコードを書きました。

	pop	dist1	dist2	entryprob1	entryprob2	equitype	entry1	entry2	single
0	1.785304	2.490992	0.834502	0.023052	0.922701	0.0	0	1	1
1	2.147697	2.314002	0.919603	0.845843	0.131954	2.0	1	0	0
2	1.941536	2.530796	1.679463	0.032224	0.906250	1.0	0	1	0
3	1.010513	1.382964	1.607856	0.689004	0.038487	2.0	1	1	0
4	1.133806	1.769167	1.178164	0.028299	0.763185	1.0	0	1	0

データの作成に関しての notebook はこちらにあります。

ここで行はサンプルとして得られている市場を、pop は人口、dist1 が企業 1 のコストを、dist2 が企業 2 のコスト、entryprob はそれぞれの市場でモデルの均衡が与える参入確率のうち選択されたもの、equitype は 0 が一つしか均衡がないことを 1 が複数均衡が存在した時に安定的な均衡のうちの片方が選ばれたこと、2 はその逆の均衡が選ばれたことをそれぞれ示しています。single は一つしかモデルに均衡が存在しないことを示すダミー変数です。結果として各企業が参入したか否かは entry1 と entry2 でダミー変数として表示されています。

このモデルでは、 σ_{-i}^j を市場 j における i じゃない方の企業の参入確率として、市場 j における企業 i の利得関数以下のように特定している。

$$u_i^j = \alpha \text{pop}_j + \beta \text{dist}_i^j + \delta \sigma_{-i}^j + \epsilon_i^j \quad (1)$$

なのでパラメータは (α, β, δ) の 3 つである。また、pop は正の実数のみをサポートに持つ location 1 の打ち切り正規分布、dist は $(1.2, 0.8)$ を location として持つ、正の実数のみをサポート荷物打ち切り 2 変量正規分布で発生させている。

この変数に対してモデルが複数の均衡を出すこともあれば単一の均衡を出すこともあるようなパラメータとして、以下の 4 つのパラメータセットを提示する。均衡がどのように出るかを可視化した note book はこちら。

Param1 $\alpha = 1.7, \beta = -0.5, \delta = -6$

Param2 $\alpha = 1.7, \beta = -4.5, \delta = -6$

Param3 $\alpha = 1.7, \beta = -0.5, \delta = 6$

Param4 $\alpha = 1.7, \beta = -4.5, \delta = 6$

擬似データの作成は先の 4 つの代表的なパラメータセットを始め、任意のパラメータ、任意の変数の大きさに対して出力できるように作られている。また、複数の均衡があった場合には安定的な均衡はこのモデルでは通常 2 つ存在し、その選ばれる確率も一つのパラメータとして設定することができる。

2 やって見たこと

2.1 均衡の種類分類

データドリブンな手法を用いて均衡の種類を分類できないかを試してみた。note book はこちら。

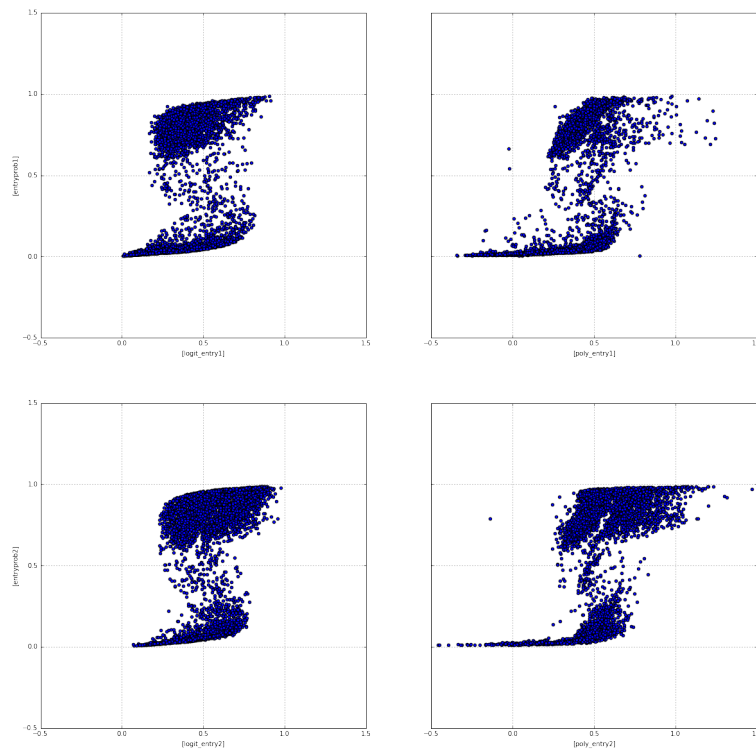
単純な k-means で分類してみると、先のパラメータセットで 1 は比較的よく分類できた。すなわち各市場でどの均衡が実現しているかをある程度分類できている。この時は、クラスター数を 2 つで分類した結果とクラスター数を 3 つで分類した結果を合わせることで各市場が単一均衡なのか、複数均衡なのかを一定の精度で見分けることができる。しかし他のパラメータセットでは分類がうまく分類できない。

このようなパラメータによる分類結果の差がどのような理由によるのかはまだ考えていない。しかしもしうまく分類できるのなら、実際に推定する際に均衡が複数存在する市場として扱わなくてはならない市場と、そうではない市場とを区別することができる。均衡を計算する市場の数を少なくできるので計算料を減らせる。

2.2 単一均衡の仮定による影響

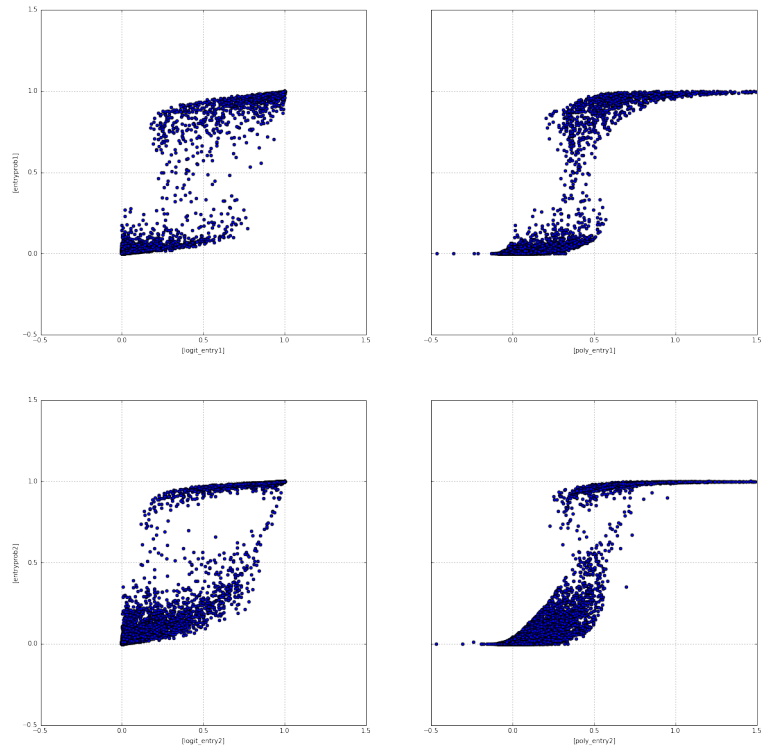
Seim (2006) などをはじめとして不完備情報の参入退出モデルの推定には、単一均衡の仮定に基づいた二段階推定がよく用いられる。ここで「単一均衡の仮定」とは、この手法で推定されたパラメータの値に対してモデルが複数の均衡を出す場合でも、実際に観測された均衡でない方の均衡が実現する確率は 0 である、という仮定である。

この過程の妥当性を評価するために、先の擬似データを用いて、パラメータセットごとに本来の参入確率とノンパラメトリックな手法によって予測される参入確率とを散布図でプロットしてみた。パラメータセット 1 とパラメータセット 4 の結果を以下に記す。



各行が企業別の結果であり、1 列目が logit での予測、2 列目が 3 次の多項式回帰による予測である。この結果からわかるように、ノンパラメトリックな手法を使った場合は本来モデルが出す均衡の参入確率に対して、参入確率が高い時は低く、低い時は高く推定する傾向が見て取れる。一段階目の推測がうまくいかないことは明らかである。

このような一段階目のバイアスを補正する手段を考えなくてはならない。どのような手段が考案されているか、また考えられるか。



3 思っていること

- 複数均衡が存在する場合は結果が混合分布から出ていると解釈でき、どの分布が選ばれるかのパラメータが均衡選択メカニズムがに対応していると言える。混合分布で各分布が選ばれる確率のパラメータは EM アルゴリズムなどで推定されることがあるが、複数均衡の文脈では用いられていないのか？
- 実現した均衡の種類をより精度の良い分類器を見つけるようなタスクを考えた場合、どのような手段があるか？
- 二段階推定法の一段階目にかかるバイアスを補正する方法はあるか？