Understanding Financial Crises
Ch3 : Intermediation and Crises 前半

Kei Ikegami

October 29, 2017

発表の流れ

なにするの？

- 3 章前半は 2 章でも用いたアイデアに基づいて銀行のモデル化をする。
- Bryant (1980), Diamond and Dybvig (1983) に依拠する。

問題の所在：流動性問題

- 覆水盆に返らず

基本モデル

- $t = 0, 1, 2$ の 3 期間
- liquid asset (short) は今の財 1 単位を次期の財 1 単位に変換
- illiquid asset (long) は今の財 1 単位を 2 期後の財 R 単位に変換（$R > 1$）
- agent は $t = 0$ で所与の財 1 単位から上記二つの asset からポートフォリオ (y, x) を構成
- agent のタイプは early($t = 1$ で消費) と late($t = 2$ で消費) の二つで、$t = 1$ に判明する
- early と late は割合 $(\lambda, 1 - \lambda)$ で、これは個人が各タイプになる確率と等しい

Autarky：覆水盆に返らない

- Ch2 で扱った状況
- $(c_1, c_2) = (y, y + R(1 - y))$, where $0 \leq y \leq 1$

Market equilibrium：覆水盆に返る

- $t=0$ で t 余分に買ってしまった long や short を売買できる市場が $t=1$ に開かれているケース
- 完全市場を想定（価格 p でいくらでも売買できる）
- $c_1 = y + px$
- $c_2 = (x + \frac{y}{p})R$
- 均衡では $p = 1$ なので $(c_1, c_2) = (1, R)$ を得る。

なんで $p = 1$?

$p > 1$ $t = 0$ で short 買うよりも long を買って $t = 1$ で売る方が儲かる。ゆえに誰も short を買わず、$t = 1$ の市場では誰も long を欲しがらないため $p = 0$ となり矛盾

$p < 1$ $t = 0$ で short 買って $t = 1$ で市場を通して long を得た方が $t = 0$ で long 買うよりもいい。なので $t = 0$ で誰も long を買わず、$t = 1$ の市場で long の供給が行われない。$p = R$ ならばグロスのリターンが 1 となり売買が起こるが $R > 1$ なので矛盾

Autarky $\prec$ Market, しかし…

- Fig 3.1. より、Market が存在する時の消費計画は Autarky の時よりも期待効用を大きくする（右上にあるので）
- しかし Market equilibrium は"inefficient"
- ここで"inefficient"は、「各人の type も含め全ての情報を持つ社会計画者によって達成される期待効用の水準以下の水準しか達成できない」ことを意味

Social planner : 覆水しそうなやつは水少なめにしといたから

- 今まではモデルの解釈が違うので注意
- こいつにとってポートフォリオ (x, y) は社会全体で購入される long と short の総量
- 1 期の消費は c_1 ずつ割合 λ 人が消費するので、消費総量は λc_1
- 2 期の消費は c_2 ずつ割合 $1-\lambda$ 人が消費するので、消費総量は $(1-\lambda)c_2$
- 各期で消費量が財の供給量を上まらわないように $\lambda c_1 \leq y, (1-\lambda)c_2 \leq Rx + (y - \lambda c_1)$

Social planner：覆水しそうなやつは水少なめにしといたから

目的関数は社会全体の期待効用の最大化（結果的に個人についての最適化と同じになる）。先の制約を合わせて社会計画者は以下の問題を解く。

社会計画者の問題

$$\max_{c_1,c_2} \lambda U(c_1) + (1-\lambda)U(c_2)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x + y = 1 \\ \lambda c_1 \leq y \\ \lambda c_1 + (1-\lambda)c_2 \leq Rx + y \end{cases}$$

Social planner：覆水しそうなやつは水少なめにしといたから

- 解は $(c_1, c_2) = (\frac{y}{\lambda}, \frac{R(1-y)}{1-\lambda})$
- お絵描きすると特殊な場合を除いて market equilibrium がこの問題の解とならないことがわかる（板書）

Social planner : 覆水しそうなやつは水少なめにしといたから

- $c_1 > 1$ となる状況を liquidity insurance と呼ぶ
- これは消費量の少ない early になるのが嫌すぎて、たとえ early になってもちょっと多めに消費を行えるように late になった時の消費量を犠牲にすることを意味
- liquidity insurance が発生する必要十分条件は $U'(1) > RU'(R)$
- 十分条件は $\eta(c) = -\frac{cU''(c)}{U'(c)} > 1 \ \forall c$

Contingent market : 器さえ持ってればあとで水注ぎ直すよ

- 社会計画者が存在する時の効率的な資源配分は、$t = 0$ で $t = 1$ で判明したタイプごとに各期の消費量を保証してくれる権利を売買する市場が存在すれば市場に任せても実現できる

Contingent market：器さえ持ってればあとで水注ぎ直すよ

- 確率 λ で 1 期に c_1 だけ欲しがる
- ということは 1 期に欲しがる期待消費は λc_1
- 1 期に 1 単位の消費を保証する権利の $t = 0$ における市場での価格は q_1
- 以上より c_1 の $t = 0$ における現在価値は $q_1 \lambda c_1$

Contingent market : 器さえ持ってればあとで水注ぎ直すよ

- 確率 $(1-\lambda)$ で 2 期に c_2 を欲しがる
- ということは 2 期に欲しがる期待消費は $(1-\lambda)c_2$
- $t=1$ の市場では long を価格 P で買える。これが 2 期には R となるので、1 期から 2 期にかけてのグロスのリターンは $\frac{R}{P}$
- よって、$t=1$ における価値は $\frac{(1-\lambda)c_2}{\frac{R}{P}} = \frac{P}{R}(1-\lambda)c_2 = s(1-\lambda)c_2$
- 2 期に 1 単位の消費を保証する権利の $t=0$ における市場での価格は q_2
- 以上より c_2 の $t=0$ における現在価値は $q_2 s(1-\lambda)c_2$

Contingent market：器さえ持ってればあとで水注ぎ直すよ

- $t=0$ においては所与の財 1 単位しか持ってない
- 以上より権利市場での買い物は $q_1\lambda c_1 + q_2 s(1-\lambda)c_2 \leq 1$ を満たす

Contingent market : 器さえ持ってればあとで水注ぎ直すよ

目的関数は個人の期待効用。先の制約の中で効用最大化を行うので、agent の問題は以下のようにかける。

Contingent market における agent の問題

$$\max_{c_1, c_2} \lambda U(c_1) + (1-\lambda)U(c_2)$$

$$\text{s.t. } q_1 \lambda c_1 + q_2 s(1-\lambda)c_2 \leq 1$$

Contingent market : 器さえ持ってればあとで水注ぎ直すよ

- FOC は $\frac{U^{'}(c_1)}{U^{'}(c_2)} = \frac{q_1}{q_2 s}$
- $t = 0$ で asset に投資したほうが儲かる、または contingent claim をしたほうが儲かるという状況が起こらないような条件を考えると、$q_1 = 1, q_2 s = \frac{1}{R}$
- したがって FOC は $U^{'}(c_1) = RU^{'}(c_2)$ と書き直せる
- これは社会計画者のいる時と同じリスクシェアリングが起こることを意味

Incentive compativility

Bank solution