

測度論的確率論 2018 S1S2

Homework 5

経済学研究科現代経済コース修士1年 / 池上 慧 (29186009) / sybaster.x@gmail.com

May 19, 2018

1 Ex 4.12

1.1 (a)

$\{A_n\} \in \mathcal{A}, n = 1, 2, \dots$ を排反にとってくる。この時、

$$\nu\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \int_{\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n} f d\mu = \int f(1_{A_1} + 1_{A_2} + \dots) d\mu = \int \lim_{N \rightarrow \infty} f \sum_{n=1}^N 1_{A_n} d\mu$$

f が可測関数であり、指示関数も可測関数であることから Corollary 4.1 より

$$\int \lim_{N \rightarrow \infty} f \sum_{n=1}^N 1_{A_n} d\mu = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N \int f 1_{A_n} d\mu = \sum_{n=1}^{\infty} \nu(A_n)$$

であるので確かに ν は測度となる。 $(\phi$ については後で書く。)

1.2 (b)

2 Ex 4.13

3 Ex 4.14

4 Ex 4.15

5 Ex 4.21

6 Ex 4.22

7 Ex 5.3

8 Ex 5.4

9 Ex 5.5

10 Ex 5.6