Pythonによる統計検定

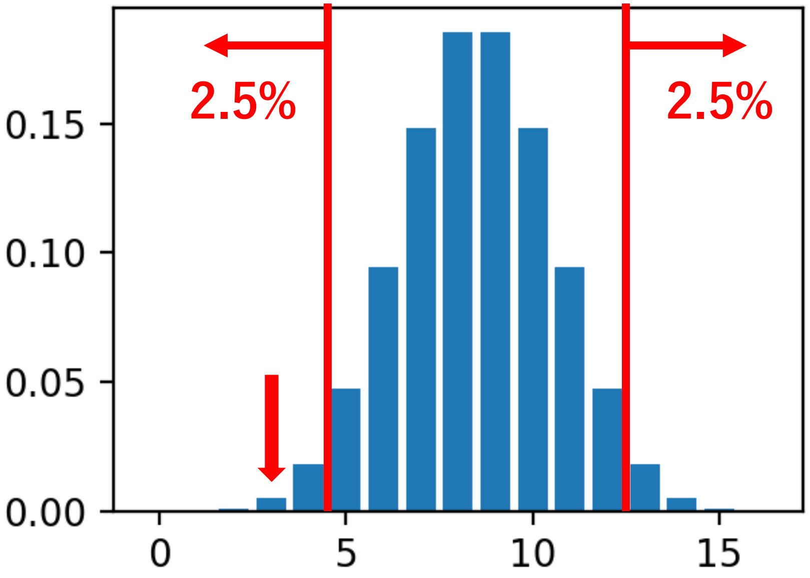
例題1：ある種Aの雄と雌の性比は等しいか?

(Sokal & Rohlf, “生物統計学”, 1983)

[データ] 野外において1腹から採取された子どもの数

雄	3
雌	14

[仮説] 性比1:1を仮定した時の二項分布

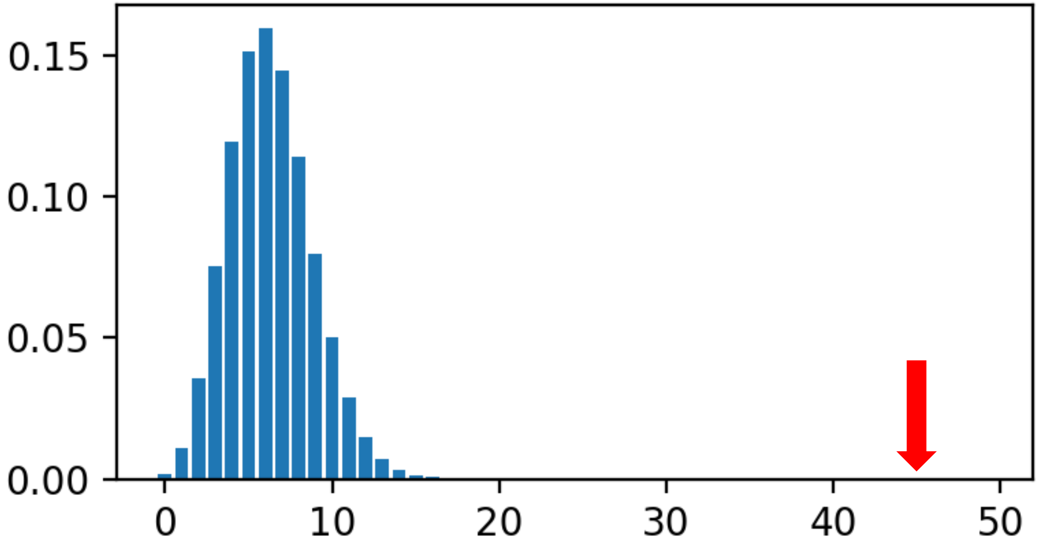



```
# 二項検定（p=0.5を仮定）
from scipy.stats import binomtest
binomtest(3, 17, 0.5).pvalue

# 結論（p値と考察）###教科書の答えではz=1.73
# p=0.0127(<0.05)なので、有意に0.5から異なっている

# 図のプロット
from scipy.stats import binom
import matplotlib.pyplot as plt
x = range(17)
y = binom(17, 0.5).pmf(x)
plt.bar(x, y)
plt.show()
```

類題1：20年以上アスベストに暴露された労働者の肺がん発症率(45/632)は、全国平均0.01と同じか?

(Selikoff, Churg, Hammond, JAMA 188:22-6, 1964)

肺がん発症	45
肺がん非発症	587




```
# 二項検定（p=0.01を仮定）
from scipy.stats import binomtest
binomtest(45, 632, 0.01).pvalue

# 結論（p値と考察）
# p=5.7*10-24 (<0.05)なので、全国平均よりも有意に高い

# 図のプロット
from scipy.stats import binom
import matplotlib.pyplot as plt
x = range(50)
y = binom(632, 0.01).pmf(x)
plt.bar(x, y)
plt.show()
```

例題2：母親のサリドマイド服用は奇形児の割合を高めるか?

(W. Lenz & K. Knapp, Arch Environ Health, 1962; 柳川堯, “観察データの多変量解析”, 2016)

	サ剤服用	非服用
Yes	90	22
No	2	186

```
# 左のテーブルの2x2データを行列の形で入力する
count = [[90, 22], [2, 186]]

# χ²検定（独立を仮定）
from scipy.stats import chi2_contingency
chi2_contingency(count).pvalue

# 結論（p値と考察）
# p=3.0*10^-46 (<0.05)なので、有意な差が見られる
```

類題2：新抗生物質ストレプトマイシンは結核に効くか?

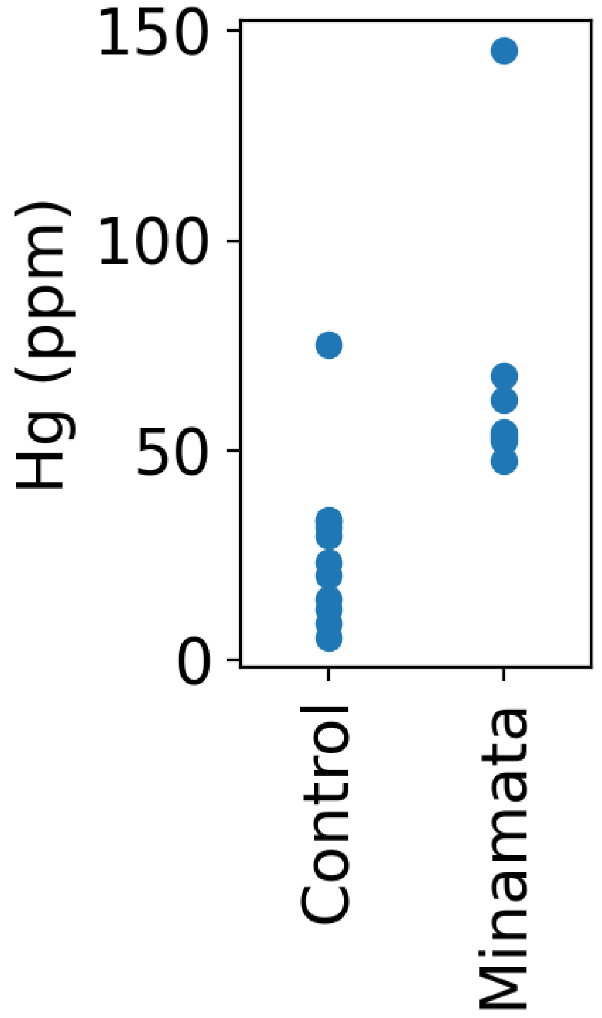
(Tuberc. Chemotherapy Trial Committee, BMRC, *Brit Med J*, **2**:769-82, 1948; 鶴田陽和, “独習統計学24講”, 2013)

	投与	安静療法
生存	51	38
死亡	4	14

```
# 左のテーブルの2x2データを行列の形で入力する
count = [[51, 38], [4, 14]]

# χ²検定（独立を仮定）
from scipy.stats import chi2_contingency
chi2_contingency(count).pvalue

# 結論（p値と考察）
# p=0.014(<0.05)なので、有意な差が見られる
```

例題3：水俣病罹患ネコと健康なネコの間で、肝臓中の総水銀量に差はありそうか?

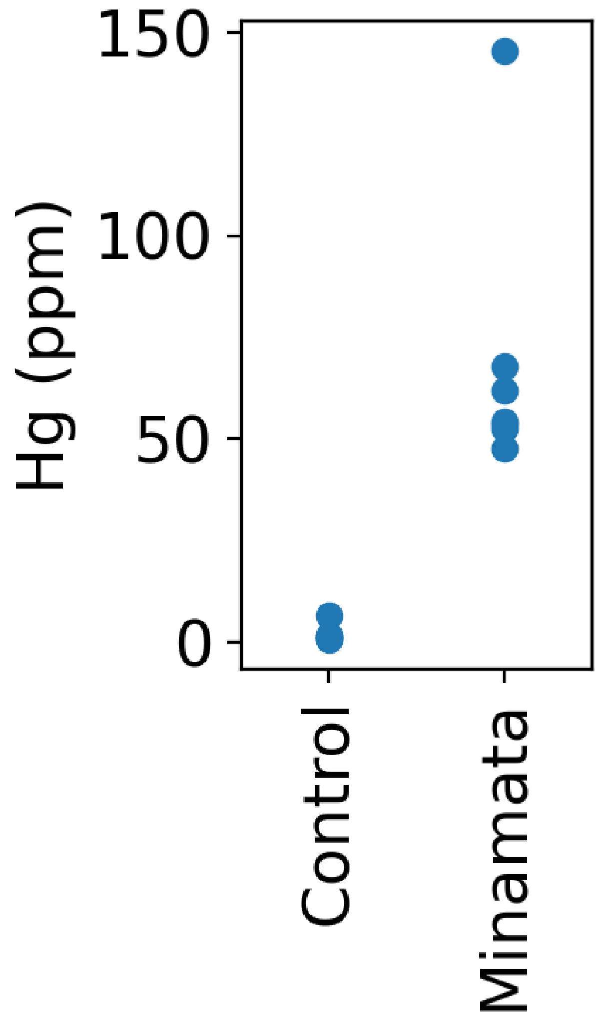
（喜田村, 1966; 土井&清水, *科学*, **43**, 436–442, 1973; 石居進, “生物統計学入門”, 1975）




```
# 水俣病、及び、不知火海沿岸の健康なネコの肝臓中の総水銀量（ppm）
Hg_M = [54.5, 68.0, 145.5, 53.5, 62.0, 47.6, 52.5]
Hg_c = [31.8, 14.5, 23.5, 33.3, 33.4, 9.0, 20.2, 75.2, 12.3, 29.7, 5.4]

# t検定（母平均に差無しを仮定）
from scipy.stats import ttest_ind
ttest_ind(Hg_c, Hg_M).pvalue

# 結論（p値と考察）
# p=0.0035(<0.05)なので有意な差が見られる

# 描画
import matplotlib.pyplot as plt
plt.figure(figsize=(2.5,4));  plt.rcParams['font.size']=16
plt.plot([1]*len(Hg_c)+[2]*len(Hg_M), Hg_c + Hg_M, 'o');
plt.xlim(0.5, 2.5);  plt.xticks([1, 2], ['Control', 'Minamata']);  plt.ylabel('Hg (ppm)')
plt.xticks(rotation=90); plt.tight_layout();  plt.show()
```

類題3：水俣病罹患ネコと対照地区の健康なネコの間で、肝臓中の総水銀量に差はありそうか?

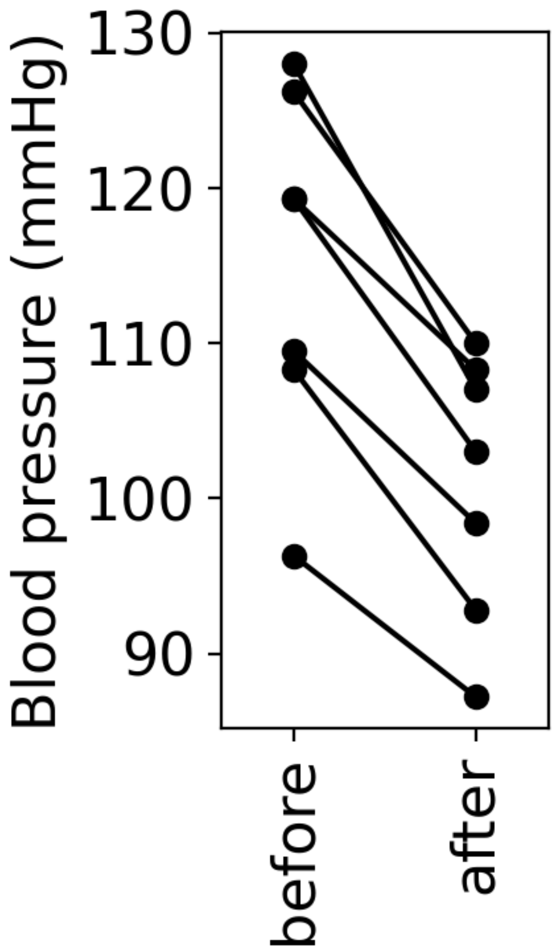
（喜田村, 1966; 土井&清水, *科学*, **43**, 436-442, 1973; 石居進, “生物統計学入門”, 1975）




```
# 水俣病、及び、不知火海沿岸以外の対照地区の健康ネコの肝臓中の総水銀量（ppm）
Hg_M = [54.5, 68.0, 145.5, 53.5, 62.0, 47.6, 52.5]
Hg_c = [1.18, 1.28, 1.56, 1.64, 0.99, 1.25, 0.64, 6.58]

# t検定（母平均に差無しを仮定）
from scipy.stats import ttest_ind
ttest_ind(Hg_c, Hg_M).pvalue

# 結論（p値と考察）
# p=9.3*10-5 (<0.05)なので有意な差が見られる

# 描画
import matplotlib.pyplot as plt
plt.figure(figsize=(2.5,4));  plt.rcParams['font.size']=16
plt.plot([1]*len(Hg_c)+[2]*len(Hg_M), Hg_c + Hg_M, 'o');
plt.xlim(0.5, 2.5);  plt.xticks([1, 2], ['Control', 'Minamata']);  plt.ylabel('Hg (ppm)')
plt.xticks(rotation=90); plt.tight_layout();  plt.show()
```

例題4：レセルピンは血圧を下げるか?

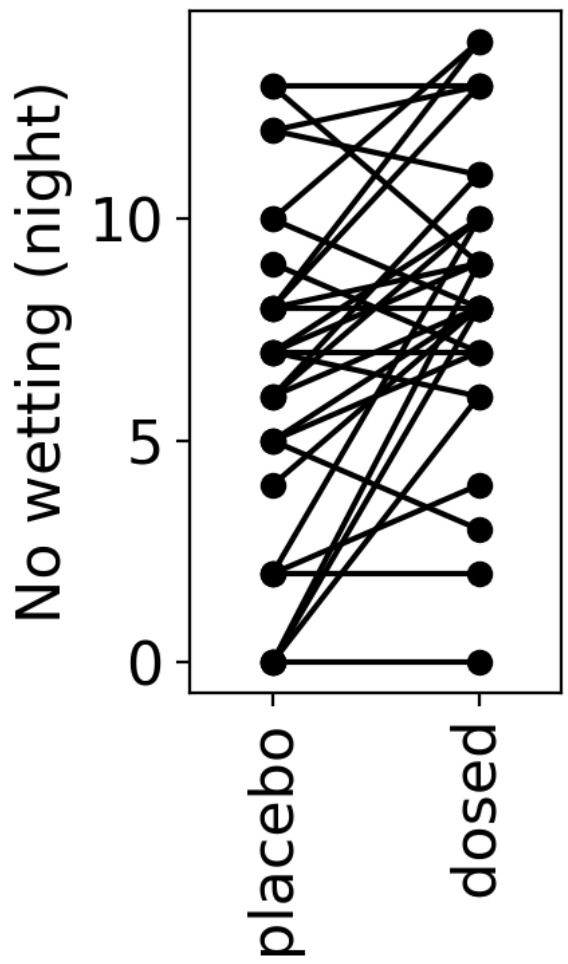
（Cooper & Cranston, *Lancet*, 1, 396, 1957; ダン, “医歯系・生物系の統計学入門”, 1986）




```
# レセルピン使用前後の最低血圧（mmHg）
before = [96.3, 119.3, 119.3, 108.3, 126.2, 128.0, 109.5]
after = [87.2, 103.0, 108.3, 92.8, 110.0, 107.0, 98.4]

# t検定（母平均に差無しを仮定）
from scipy.stats import ttest_rel
ttest_rel(before, after).pvalue

# 結論（p値と考察）
# p=9.4*10^-5(<0.05)なので有意な低下が見られる

# 描画
import matplotlib.pyplot as plt
plt.figure(figsize=(2.5,4));  plt.rcParams['font.size']=16
plt.plot([[1]*len(before), [2]*len(after)], [before, after], marker="o", color="k");
plt.xlim(0.6, 2.4); plt.ylabel('Blood pressure (mmHg)')
plt.xticks([1, 2], ['before', 'after']); plt.xticks(rotation=90); plt.tight_layout(); plt.show()
```

類題4：夜尿の新薬は夜尿回数を減らすか?

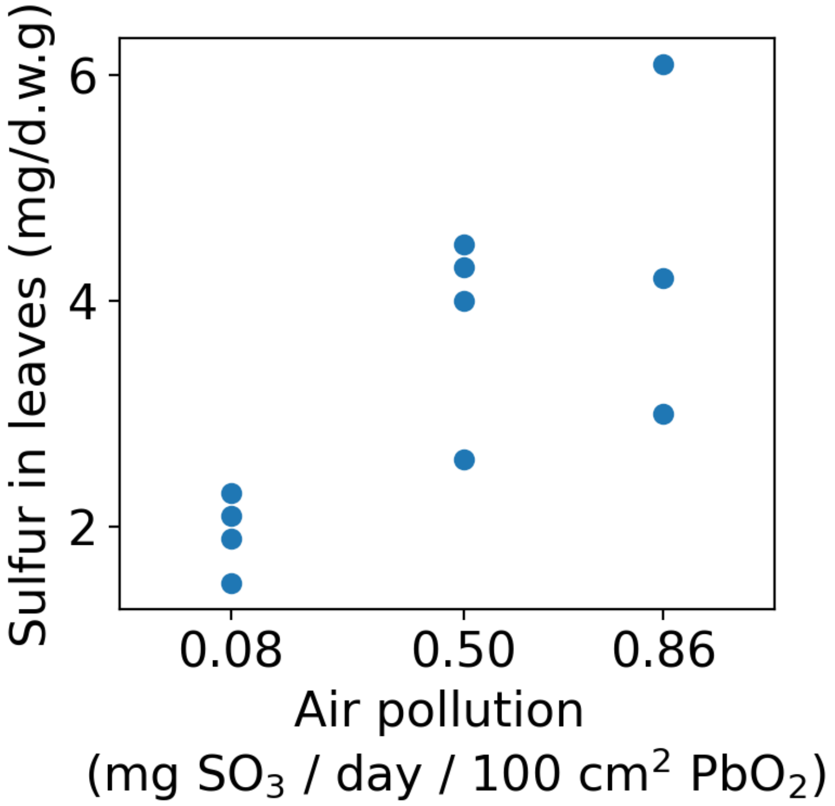
（Armitage & Berry, “医学研究のための統計的方法”, 2001）




```
# 新薬(プラセボ)14日内の夜尿の無かった日数（14日→休薬→14日とクロスオーバー）
placebo = [5, 10, 0, 7, 6, 5, 0, 0, 12, 2, 5, 13, 10, 7, 0, 6, 2] + [12, 6, 13, 8, 8, 4, 8, 2,
8, 9, 7, 7]
dosed = [8, 14, 8, 9, 11, 3, 6, 0, 13, 10, 7, 13, 8, 7, 9, 10, 2] + [11, 8, 9, 8, 9, 8, 14, 4,
13, 7, 10, 6]

# t検定（母平均に差無しを仮定）
from scipy.stats import ttest_rel
ttest_rel(placebo, dosed).pvalue

# 結論（p値と考察）
# p=0.0015(<0.05)なので有意な改善が見られる

# 描画
import matplotlib.pyplot as plt
plt.figure(figsize=(2.5,4));  plt.rcParams['font.size']=16
plt.plot([[1]*len(placebo), [2]*len(dosed)], [placebo, dosed], marker="o", color="k");
plt.xlim(0.6, 2.4); plt.ylabel('No wetting (night)'); plt.xticks(rotation=90);
plt.xticks([1, 2], ['placebo', ' dosed']); plt.tight_layout(); plt.show()
```

例題5：大気汚染の被害を受けたケヤキの葉の中のイオウ含有量と、大気のSO_2汚染度とは、関係があるか？

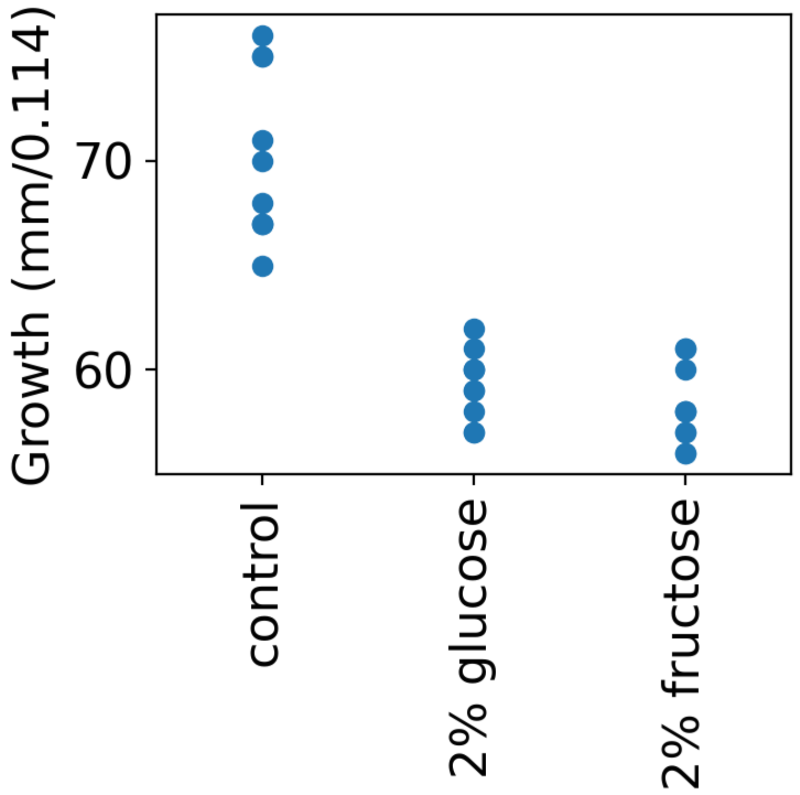
（埣田宏, *日本生態学会誌*, **23(2)**, 81–89, 1973; 石居進, “生物統計学入門”, 1975）




```
# 東京都内の1971年度大気汚染度別にした、ケヤキ葉中のイオウ含有量(mg/d.w.g)
S08 = [1.5, 1.9, 2.1, 2.3]
S50 = [2.6, 4.0, 4.3, 4.5]
S86 = [3.0, 4.2, 6.1]

# F検定（1元分散分析、母平均に差無しを仮定）
from scipy.stats import f_oneway
f_oneway(S08, S50, S86).pvalue

# 結論（p値と考察）
# p=0.02(<0.05)なので大気汚染度による有意な差が見られる

# 描画
import matplotlib.pyplot as plt
plt.figure(figsize=(4, 4));  plt.rcParams['font.size']=16;
plt.plot([0.08]*len(S08)+[0.5]*len(S50)+[0.86]*len(S86), S08 + S50 + S86, 'o');
plt.xticks([0.08, 0.50, 0.86], ['0.08', '0.50', '0.86']);  plt.xlim(-0.12, 1.06);
plt.xlabel('Air pollution \n (mg SO$_3$ / day / 100 cm$^2$ PbO$_2$)')
plt.ylabel('Sulfur in leaves (mg/d.w.g)');  plt.tight_layout();  plt.show()
```

類題5: エンドウ豆の成長に色々な糖は影響を及ぼすか?

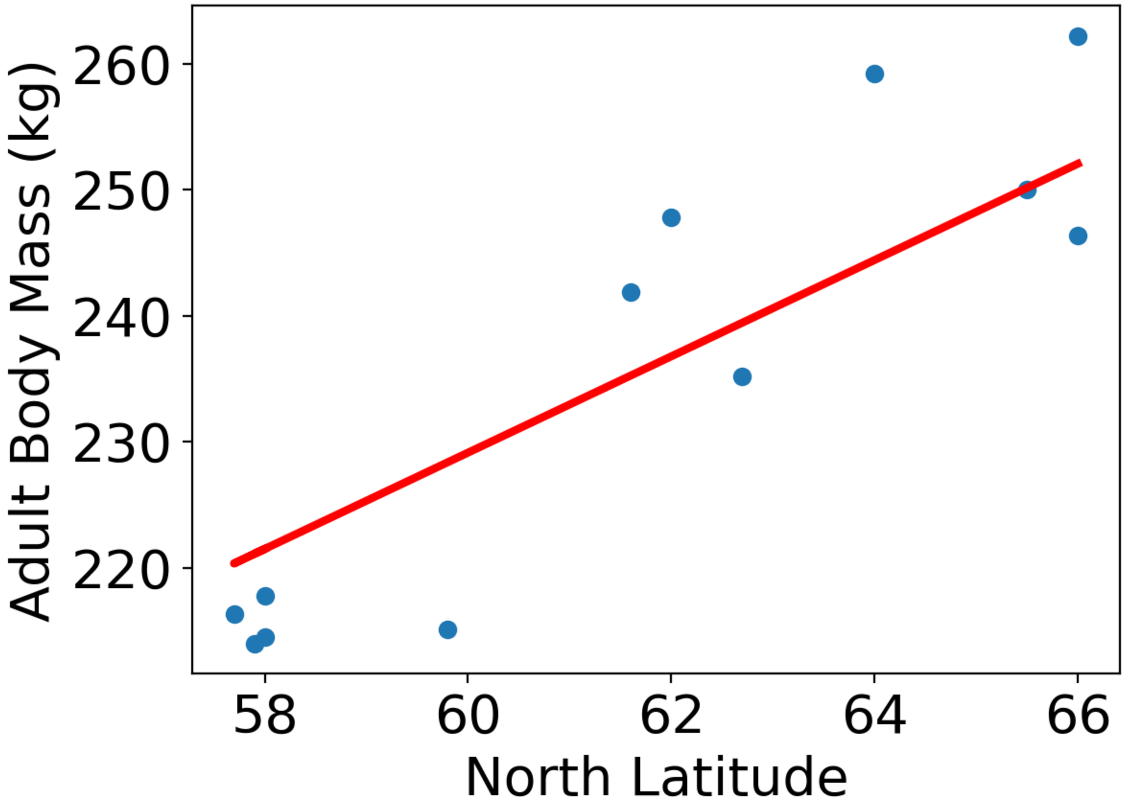
(Sokal & Rohlf, “生物統計学”, 1983)




```
# オーキシン存在下の組織培養におけるエンドウ豆の切片の成長の長さ(x0.114=mm)
L = [75, 67, 70, 75, 65, 71, 67, 67, 76, 68] # コントロール
L_glu = [57, 58, 60, 59, 62, 60, 60, 57, 59, 61] # 2%ブドウ糖追加
L_fru = [58, 61, 56, 58, 57, 56, 61, 60, 57, 58] # 2%果糖追加

# F検定(1元分散分析、母平均に差無しを仮定)
from scipy.stats import f_oneway
f_oneway(L, L_glu, L_fru).pvalue

# 結論(p値と考察)
# p=1.5*10-10(<0.05)なので追加された糖による有意な差が見られる

# 描画
import matplotlib.pyplot as plt
plt.figure(figsize=(4, 4));  plt.rcParams['font.size']=16;
plt.plot([1]*len(L)+[2]*len(L_glu)+[3]*len(L_fru), L + L_glu + L_fru, 'o');
plt.xticks([1, 2, 3], ['control', '2% glucose', '2% fructose']);  plt.xticks(rotation=90);
plt.xlim(0.5, 3.5);  plt.ylabel('Growth (mm/0.114)');
plt.tight_layout();  plt.show()
```

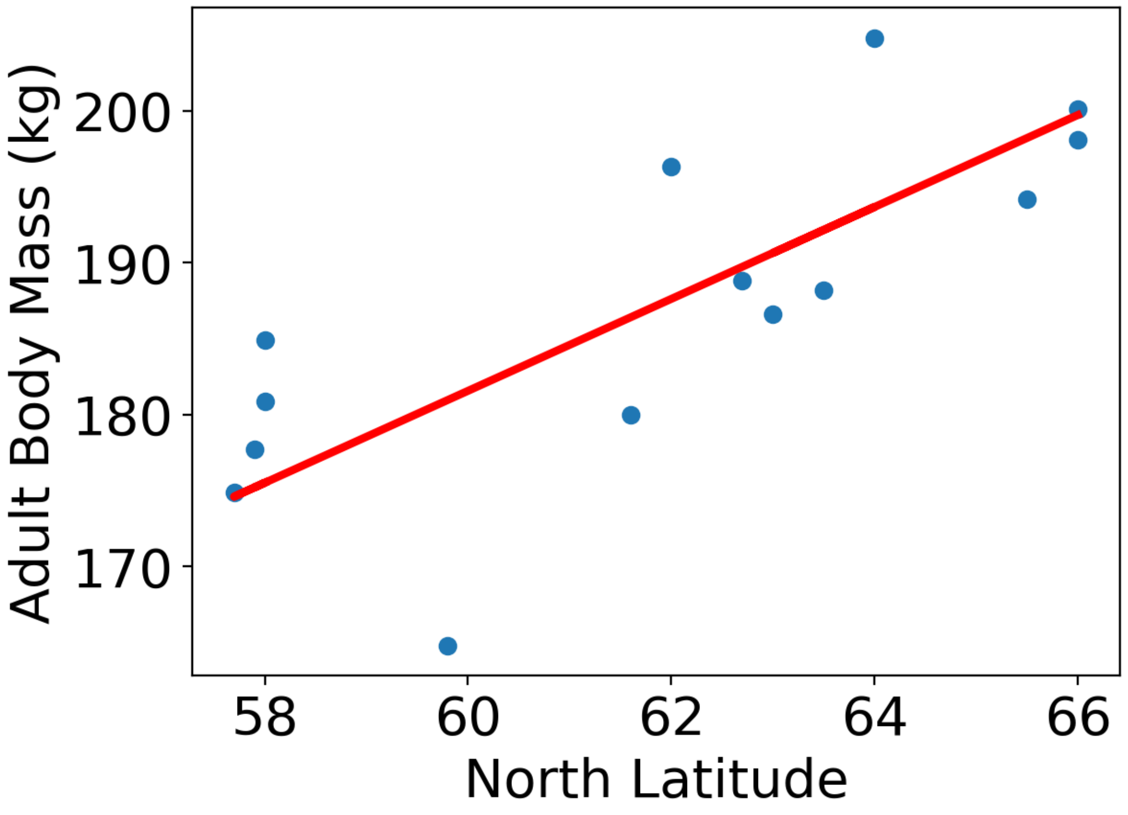
例題6：緯度が高いほどスウェーデンの成体の雄ヘラジカは大きくなるか？（ベルクマンの法則は正しいか？）

（Sand, Cederlund, Danell, 1995; 尾畑・荒木, “Pythonで学ぶ確率統計”, 2023）




```
# 緯度、及び、スウェーデンの成体の雄ヘラジカの体重(kg)のデータ
latitude = [58, 57.7, 58, 57.9, 59.8, 61.6, 62, 62.7, 64, 65.5, 66, 66]
BM_male = [214.5, 216.3, 217.8, 214.0, 215.1, 241.9, 247.8,
235.2, 259.2, 250.0, 246.4, 262.2]

# t検定（傾き0を仮説とする）
import statsmodels.api as sm
model = sm.OLS(BM_male, latitude).fit()
model.pvalues[0]

# 結論（p値と考察）
# p=2.7*10^-17(<0.05)なので傾きは有意に0から異なる

# 描画
import matplotlib.pyplot as plt
plt.rcParams['font.size']=20
plt.plot(latitude, BM_male, 'o');
plt.plot(latitude, model.predict(latitude), color='red', lw=3);
plt.xlabel('North Latitude'); plt.ylabel('Adult Body Mass (kg)')
plt.tight_layout();  plt.show()
```

類題6：緯度が高いほどスウェーデンの成体の雌ヘラジカは大きくなるか？（ベルクマンの法則は正しいか？）




```
# 緯度、及び、スウェーデンの成体の雌ヘラジカの体重(kg)のデータ
latitude = [58, 57.7, 58, 57.9, 59.8, 61.6, 62, 62.7, 64, 63.0, 63.5,
65.5, 66, 66]
BM_female = [180.9, 174.9, 184.9, 177.7, 164.8, 180.0, 196.3,
188.8, 204.8, 186.6, 188.2, 194.2, 198.1, 200.1]

# t検定（傾き0を仮説とする）
import statsmodels.api as sm
model = sm.OLS(BM_female, latitude).fit()
model.pvalues[0]
# 結論（p値と考察）
```

 # p=5.4*10^{-20}(<0.05)なので傾きは有意に0から異なる

```
# 描画
import matplotlib.pyplot as plt
plt.rcParams['font.size']=20
plt.plot(latitude, BM_female, 'o');
plt.plot(latitude, model.predict(latitude), color='red', lw=3);
plt.xlabel('North Latitude'); plt.ylabel('Adult Body Mass (kg)')
plt.tight_layout();  plt.show()
```

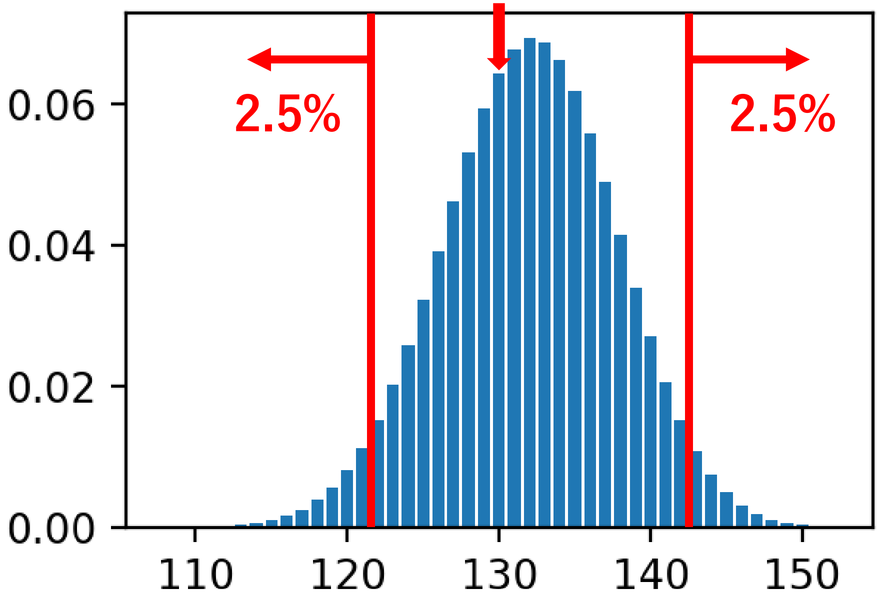
演習問題：Drosophilaの野生型と黒色型(ebony)は、メンデルの法則の通りに、3:1の比率で生じたか?

(Sokal & Rohlf, “生物統計学”, 1983)

[データ] F_1世代の交雑実験で得られた子どもの数
（黒色型が常染色体上の劣性遺伝子なら3:1のハズ）

野生型	130
黒色型	46

[仮説] 3:1を仮定した時の二項分布




```
# 二項検定（p=0.75を仮定）
[redacted]

# 結論（p値と考察）
#

# 図のプロット
from scipy.stats import binom
import matplotlib.pyplot as plt
x = range(108, 153)
y = binom(176, 0.75).pmf(x)
plt.bar(x, y)
plt.show()
```

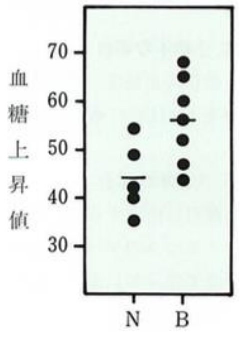
試験問題例：次のA～Fのデータの分析に必要なのはどの統計検定(コマンド)か？解答群から選ぶこと。

t検定（差の検定, ttest_ind），χ²検定（独立性の検定, chi2_contin），F検定（回帰分析, OLS ），分散分析(f_oneway), 2 項検定(binomtest), 対応のあるt検定（差の検定, ttest_rel）

(A) 独立２群

「健常人５名（N群），バセドウ病患者７名（B群）に糖負荷検査を行い，負荷後30分の血糖上昇値を求めた．両群間に差があると考えてよいか．」

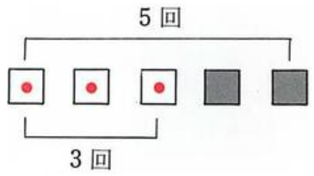
▶ [使うべき検定は] **t検定（差の検定）**



(B) 比率の検定

「さいころを５回投げたところ，１の目が３回でた．このさいころは偏っていると考えてよいか．」

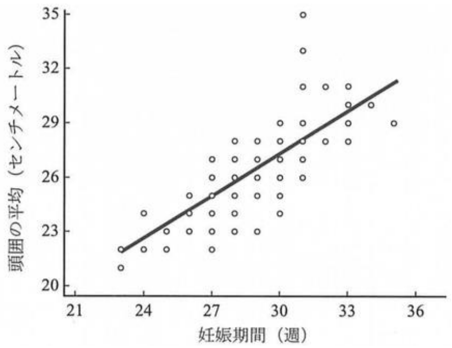
▶ **２項検定**



(C) ２変量データ

「妊娠期間と頭囲のデータを最小二乗法でフィットした直線の傾きは，有意に０から異なると言えるか?」

▶ **F検定（回帰分析）**



(D) 2x2分割表

「白血病の患者140名をランダムに２群に分け、A，Ｂ２種の方法で治療した．一定期間後，両群の生存・死亡数を比較したところ次のようになった．治療法により生存率が異なるといえるか．

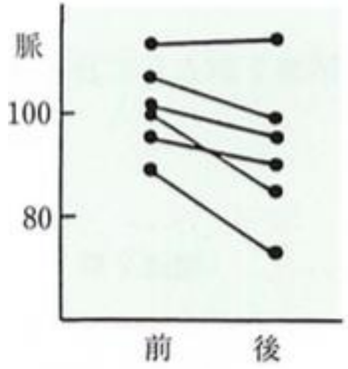
▶ **χ^2検定（独立性の検定）**

	A	B	
生存	48	24	72
死亡	32	36	68
	80	60	140

(E) 関連２群

「6人のバセドウ病患者に自律神経遮断剤（A剤）を投与し、前後の脈拍数を計測した．A剤には効果があるといってよいか．」

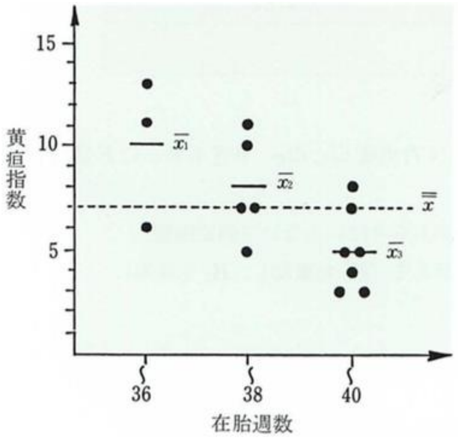
▶ **対応のあるt検定（差の検定）**



(F) 独立3群

「出産までの週数（在胎週数）によって新生児を３群に分け，新生児期黄疸の強さを調べたところ次のようなデータを得た．在胎週数によって黄疸の強さに差があると考えてよいか？」

▶ **F検定（分散分析）**



試験問題例：次の分析(1)から(4)をそれぞれ行うのに最も適した統計解析の方法を，選択肢(a)から(f)より選べ．

(a) 二項検定，(b) 独立性の検定（χ^2検定），(c) 回帰分析，(d) 対応のないt検定，(e) 分散分析，(f) 対応のあるt検定

(1) 「栄養指導を受けた対象者100名の栄養指導前後の血糖値の平均値に統計的有意差があるかを調べる．ただし，血糖値データは正規分布に従うとする．」

▶ [使うべき検定は] **対応のあるt検定**

(2) 「喫煙習慣歴の有る対象者と無い対象者の肺がん発症率を調査することで，喫煙習慣歴と肺がん発症との間に統計的有意な関連性があるかを調べる．」

▶ **独立性の検定（χ^2検定）**

(3) 「健常者80名と糖尿病患者の90名のある尿中バイオマーカー濃度の間に統計的有意差があるかを知りたい．ただし，その尿中バイオマーカー濃度データは正規分布に従うとする．」

▶ **対応のないt検定**

(4) 「ある作物を砂・粘土・ロームの3通りの栽培土壌条件で各10個体ずつ栽培して得られた収量の間には，有意な差があるかを知りたい．」

▶ **分散分析**