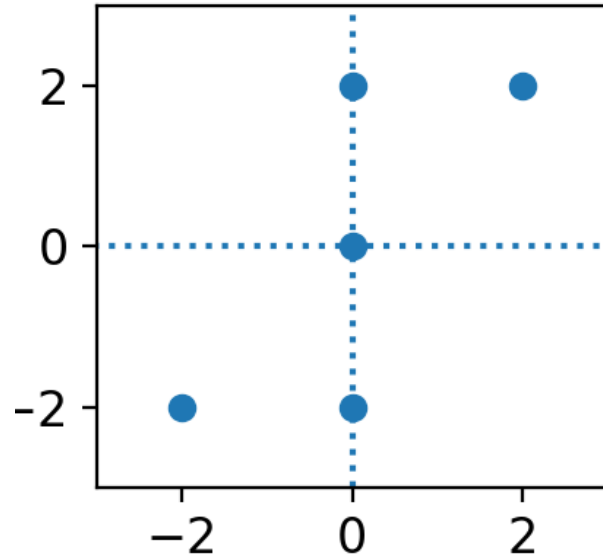


問題：5点 $(-2, -2)$, $(0, -2)$, $(0, 0)$, $(0, 2)$, $(2, 2)$ に対する相関係数を求めよ。 **正の相関**



```
import matplotlib.pyplot as plt; import numpy as np

# 人工データ 5 点をプロット
x = [-2, 0, 0, 0, 2]
y = [-2, -2, 0, 2, 2]
plt.scatter(x, y); plt.xlim(-3,3); plt.ylim(-3,3)
plt.hlines(0, -4, 4, linestyle='dotted')
plt.vlines(0, -4, 4, linestyle='dotted')
plt.xticks(fontsize=12); plt.yticks(fontsize=12); plt.show()

#相関係数を計算
np.corrcoef(x, y)
0.7071068
```

[解答]

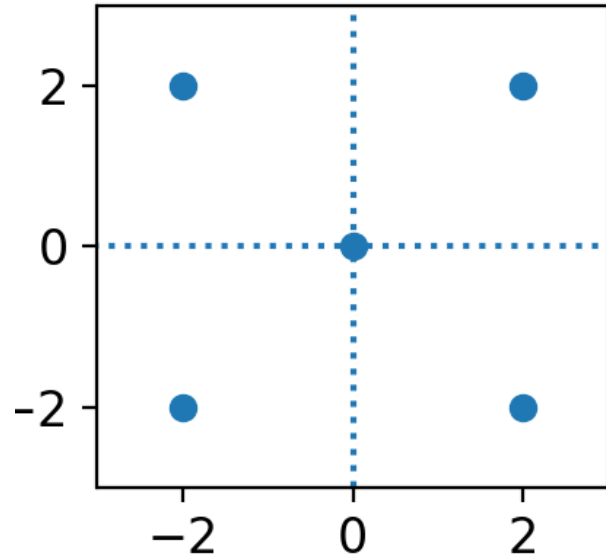
$$\begin{cases} \text{Var}(x) = 2 \\ \text{Var}(y) = 4 \\ \text{Cov}(x, y) = 2 \end{cases}$$

より、
$$\rho(x, y) = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\sqrt{\text{Var}(x)}\sqrt{\text{Var}(y)}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

ちなみに
$$\text{Cov}(x, y) := \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$



類題1：5点 $(-2, -2)$, $(2, -2)$, $(0, 0)$, $(-2, 2)$, $(2, 2)$ に対する相関係数を求めよ。 **無相関**



```
# 人工データ 5 点をプロット
x = [-2, 2, 0, -2, 2]
y = [-2, -2, 0, 2, 2]
plt.scatter(x, y); plt.xlim(-3,3); plt.ylim(-3,3)
plt.hlines(0, -4, 4, linestyle='dotted')
plt.vlines(0, -4, 4, linestyle='dotted')
plt.xticks(fontsize=12); plt.yticks(fontsize=12); plt.show()

# 相関係数を計算
np.corrcoef(x, y)
0
```

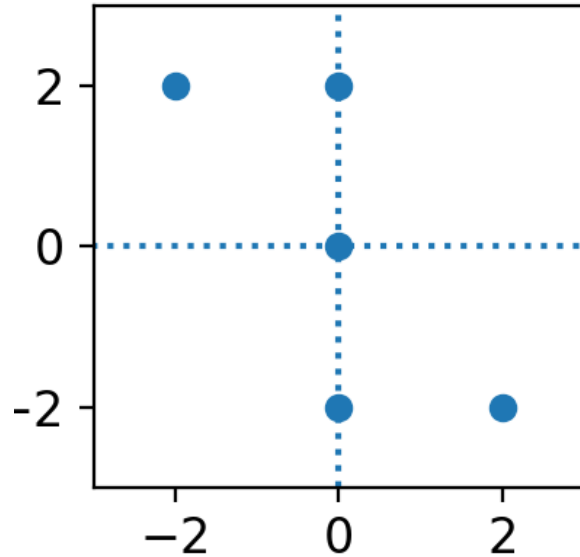
[解答]

$$\begin{cases} \text{Var}(x) = 4 \\ \text{Var}(y) = 4 \\ \text{Cov}(x, y) = 0 \end{cases} \quad \text{より、} \quad \rho(x, y) = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\sqrt{\text{Var}(x)}\sqrt{\text{Var}(y)}} = 0$$

ちなみに $\text{Cov}(x, y) := \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$



類題2：5点 $(-2, 2)$, $(0, 2)$, $(0, 0)$, $(0, -2)$, $(2, -2)$ に対する相関係数を求めよ。 負の相関



```
# 人工データ 5 点をプロット
x = [-2, 0, 0, 0, 2]
y = [ 2, 2, 0, -2, -2]
plt.scatter(x, y); plt.xlim(-3,3); plt.ylim(-3,3)
plt.hlines(0, -4, 4, linestyle='dotted')
plt.vlines(0, -4, 4, linestyle='dotted')
plt.xticks(fontsize=12); plt.yticks(fontsize=12); plt.show()

#相関係数を計算
np.corrcoef(x, y)
-0.7071068
```

[解答]

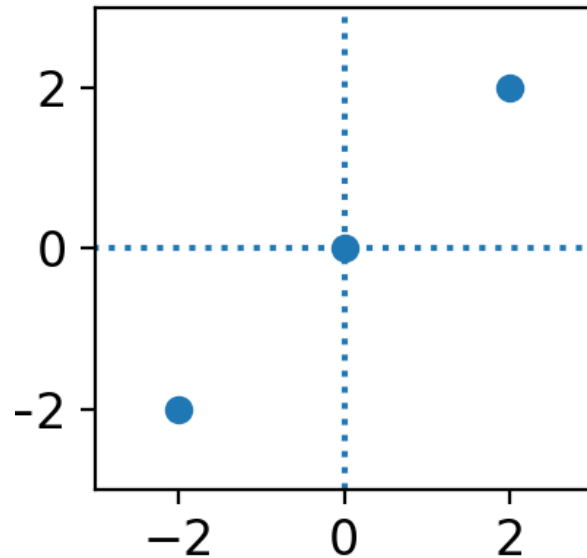
$$\begin{cases} \text{Var}(x) = 2 \\ \text{Var}(y) = 4 \\ \text{Cov}(x, y) = -2 \end{cases} \quad \text{より、} \quad \rho(x, y) = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\sqrt{\text{Var}(x)}\sqrt{\text{Var}(y)}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

ちなみに $\text{Cov}(x, y) := \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$



類題3：3点 $(-2, -2)$, $(0, 0)$, $(2, 2)$ に対する相関係数を求めよ。

相関係数の最大値



```
# 人工データ 5 点をプロット
x = [-2, 0, 2]
y = [-2, 0, 2]
plt.scatter(x, y); plt.xlim(-3,3); plt.ylim(-3,3)
plt.hlines(0, -4, 4, linestyle='dotted')
plt.vlines(0, -4, 4, linestyle='dotted')
plt.xticks(fontsize=12); plt.yticks(fontsize=12); plt.show()

#相関係数を計算
np.corrcoef(x, y)
1
```

$(x - \bar{x}) / (y - \bar{y})$ に注目！

[解答]

$$\begin{cases} \text{Var}(x) = 4 \\ \text{Var}(y) = 4 \\ \text{Cov}(x, y) = 4 \end{cases}$$

より、
$$\rho(x, y) = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\sqrt{\text{Var}(x)}\sqrt{\text{Var}(y)}} = 1$$

ちなみに $\text{Cov}(x, y) = (x - \bar{x}) \cdot (y - \bar{y}) = |x - \bar{x}| |y - \bar{y}| \cos \theta = \sqrt{\text{Var}(x)} \sqrt{\text{Var}(y)} \cos \theta$

