

大学入試試験における数式処理システムの性能評価

プロジェクトマネジメントコース

ソフトウェア開発管理グループ

矢吹研究室

1242116

森谷慧士

謝辞

本研究を進めるにあたり，矢吹研究室矢吹太郎准教授には，多くの時間をご指導にさいて頂きました．また矢吹研究室の皆様には，多くの知識や示唆を頂きました．協力していただいた皆様に感謝の気持ちと御礼を申し上げます．

目次

第 1 章	序論	7
1.1	研究背景	7
第 2 章	本研究の目的	9
2.1	研究目的	9
第 3 章	研究方法	11
3.1	研究手法	11
第 4 章	数式処理システム	13
4.1	Mathematica とは	13
第 5 章	Wolfram 言語	15
5.1	Wolfram 言語とは	15
5.2	Wolfram 言語の使用例	16
第 6 章	Mathematica で使用するコード	17
6.1	本研究で Mathematica で使用するコード	17
6.2	Mathematica の使用例	20
第 7 章	大学入試センター試験	23
7.1	大学入試センター試験とは	23
第 8 章	調査方法	25
8.1	調査方法	25
8.2	第一工程	25
8.3	第二工程	25
8.4	問題処理の例	25
第 9 章	結果	27
第 10 章	考察	29
第 11 章	結論	31
	参考文献	33

第 1 章

序論

1.1 研究背景

2014 年 11 月にはみずほ銀行がコールセンターに IBM の人工知能である Watson を導入したことで話題となった [1]。人工知能を利用することで、膨大な解答例データの中から最適な回答案を優先的に表示させ、コールセンターの対応時間の短縮につなげることができる。このように、ビジネス内での様々なシステムに人工知能が導入され始めている。

2014 年 11 月に「ロボットは東大に入れるか」という研究が取り上げられて話題となった [2]。これは、人工知能を利用して東大入試を突破できる計算機プログラムを開発することにより、「思考するプロセス」を研究しようというものである。この研究により、人工知能が思考して学習するというプロセスを得ることになり、SF に登場するような思考し自己学習をする人工知能を搭載したシステムやロボットが登場してくると推測される。

政府が進めているプロジェクトもある。「第 4 の産業革命」というロボットや、人工知能を活用した革新的なものづくりを目指す取り組みが始まった。この取り組みは、ドイツで「インダストリー 4.0」と呼ばれる動きから始まり、日本政府も経済産業省を中心に組み込まれ始めている [3]。

2015 年 2 月には、ソフトバンクが人工知能を搭載したヒト型ロボットの「Pepper」を発売した。Pepper は、感情認識と自立感情を持つロボットである。本体に搭載された各種センサーで状況を判断し、独自のアルゴリズムでロボットの機能を制御するアプリを自律的に制御する。また、カメラや音声認識技術によって人の表情と声からその人の感情を推定する感情認識機能も搭載している。これにより、Pepper は人とコミュニケーションを通じて和ませ、喜ばすことが可能となる。今後は、ネットワークと接続し、更に進化することが望まれる [4]。

第 2 章

本研究の目的

2.1 研究目的

人工知能を使用する際に、我々がプロジェクトマネージャとして必要となる知識が存在する．そこで本研究では、人間が問題を数学的表現に変換する際に必要となる知識を調査する．本研究では、Mathematica を使用する．Mathematica とは数式処理を行うツールである．今回は、数式処理を実行させるために Mathematica に与える命令は何かを研究する．

第 3 章

研究方法

3.1 研究手法

今回は、数学の問題を解く過程を二つにする．一つ目は、数学の問題を理解し、数学的知識を利用して計算式などの数学的表現に変換する過程である．二つ目は、数学的表現に変換した式を数式処理して、値を求める過程である．今回は後者を人工知能に処理させ、前者を人間が処理するように分ける．その際に、人間がいかに簡潔に問題文を処理できるかを研究する．

今回は大学入試センター試験の数学を Mathematica に処理させる．そして、使用したコードの数と、利用した数学的知識を集計する．

第 4 章

数式処理システム

4.1 Mathematica とは

Mathematica とは、あらゆる分野の計算に対応する豊富な関数と高度なグラフィック機能を備えた数式処理システムである。Mathematica を提供しているウルフラム・リサーチ社を創業したスティーブン・ウルフラム氏が考案し広く使われている数式処理システムである。

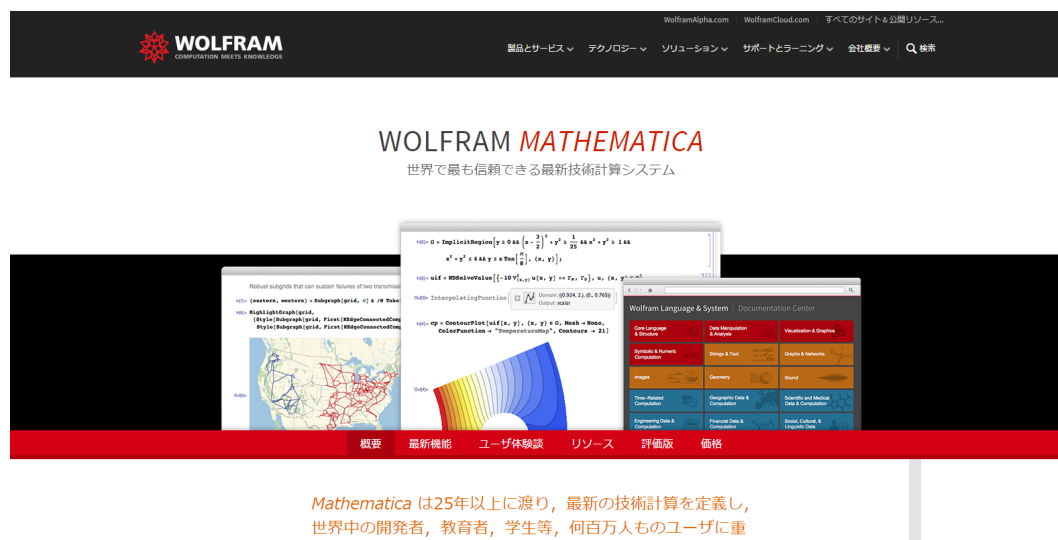


図 4.1 WolframMathematica のホームページ

第 5 章

Wolfram 言語

5.1 Wolfram 言語とは

Mathematica は、Wolfram 言語を利用する。Wolfram 言語とは、ウルフラム・リサーチ社が開発した、非常に汎用性の高いマルチパラダイムプログラミング言語である。

Wolfram 言語は、Mathematica 独自のノートブックインターフェイス上で利用することで、インタラクティブなデータ処理を行うスクリプトとして利用できる。さらに、アプリケーションの開発言語として利用すれば、GUI から高度な計算エンジンまで、一貫して一つの環境下で開発を行うことができる。

Wolfram 言語は、汎用的なデータベースやインターネット上のデータを直接取り組むことができ、5000 もの組み込み関数を内蔵しているため、わずか数行でも高度なアプリケーションも開発できる。また、Wolfram 言語は Mathematica だけでなく Wolfram 社が無償で提供している Wolfram Alpha でも利用できる [5]。



図 5.1 Wolfram 言語のホームページ

5.2 Wolfram 言語の使用例

Wolfram 言語は、本研究で利用する数式の処理だけでなく、プログラミング言語としても利用されている。新生代のプログラマーのために設計された Wolfram 言語は、広範で奥深いアルゴリズムと知識を備えている。言語のすべてが、統合された記号言語を介して自動的にアクセスすることができる。Wolfram 言語は、小さいプログラムから大きいプログラムまで広く対応でき、ローカルでもクラウド上でもすぐに利用可能である。

Wolfram 言語は、「Hello World」を表示するような基本的なプログラミングや、手書きの数字の識別、グラフの作成、画像認識、写真から顔の検出、地図の色分け、ある国の人口など様々なことがたった数行のコードで利用可能である。

ここで、「Hello World」を表示する例を紹介する。

```
CloudDeploy[ExportForm[Style[Framed["HelloWorld", ImageMargins -> 40], 80, Orange, FontFamily -> "Verdana"], "GIF"]
```

```
CloudObject[https://www.wolframcloud.com/objects/100253fc-4759-4f7c-844e-ddb53a046b09]
```

コードが処理され、URL が表示される。これをクリックすることで「Hello world」が表示される。

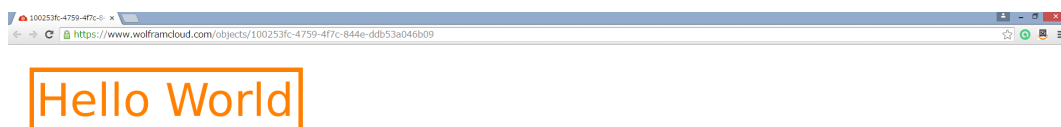


図 5.2 HelloWorld をページで表示

さらに Wolfram 言語は、現実のデータを使った計算が可能である。単位や、地理情報、日付、画像、その他何千もの分野で直接計算が可能となる。

このように、Wolfram 言語は汎用性が高く少ないコードで利用ができるので、世界中で利用され教育の場でも利用されている。

第 6 章

Mathematica で使用するコード

6.1 本研究で Mathematica で使用するコード

ここでは，本研究で使用するコードについて記述する．[6]

6.1.1 Solve

`Solve[expr, vars]`

方程式あるいは不等式の系 `expr` の解を変数 `vars` について求めようとする．

$$\text{Solve}[-a^2 - 8a - 13 == -22, a]$$

$$a \rightarrow -9, a \rightarrow -1$$

6.1.2 Simplify

`Simplify[expr]`

`expr` に対していくつかの代数的，およびその他の変数を実行し，最も簡単な形式を返す．

$$\text{Simplify}[a^2 + 4a + (-13 - 8a - a^2) + 4]$$

$$-9 - 4a$$

6.1.3 Expand

`Expand[expr]`

式 `expr` における積と正の整数べきを展開する．

$$\text{Expand}[(x + 1)^3]$$

$$1 + 3x + 3x^2 + x^3$$

6.1.4 Clear

`Clear[symbol]`

`Symbol` に与えられている値や定義をクリアする．

$$\text{Clear}[a]$$

6.1.5 Reduce

`Reduce[expr, vars]`

`vars` について方程式あるいは不等式を解き，限定子を除去することで，命題 `expr` を簡約する．

$$\text{Reduce}[a^2 + 8a + 13 < 0, a]$$

$$-4 - \sqrt{3} < a < -4 + \sqrt{3}$$

6.1.6 Sqrt

`Sqrt[z]`

または `sqrtez`，`z` の平方根を与える．

$$\text{Sqrt}[1 - (7/8)^2]$$

$$\frac{\sqrt{15}}{8}$$

6.1.7 Maximize

`Maximize[f, x]`

`x` について `f` を最大にする．

$$\text{Maximize}[-x^2 + 2x + 2, 2 \leq x \leq 4, x]$$

$$2, x \quad 2$$

6.1.8 Cos

`Cos[z]`

`z` の余弦を与える．

$$\text{Cos}[120\text{Degree}]$$

$$-\frac{1}{2}$$

6.1.9 Sin

`Sin[z]`

`z` の正弦を与える．

$$\text{Sin}[60\text{Degree}]$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

6.1.10 Tan

`Tan[z]`

`z` の正接を与える．

$$\text{Tan}[30\text{Degree}]$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$

6.1.11 FactorInteger

FactorInteger[n]

整数 n の素因数をこれらの指数とともにリストとして返す .

FactorInteger[456]

2, 2, 3, 1, 19, 1

6.1.12 Divisors

Divisors[n]

n の約数となる整数をリスト形式で返す .

Divisors[567]

1, 3, 7, 9, 21, 27, 63, 81, 189, 567

6.1.13 Length

Length[expr]

式 expr における要素の数を返す .

Length[1, 2, 3, 4, 5, 6]

6

6.2 Mathematica の使用例

今回は、Wolfram 社が提供する Mathematica Online を利用する．ここでは Mathematica を実際に動かす例を見せる．

まずは環境設定をする．

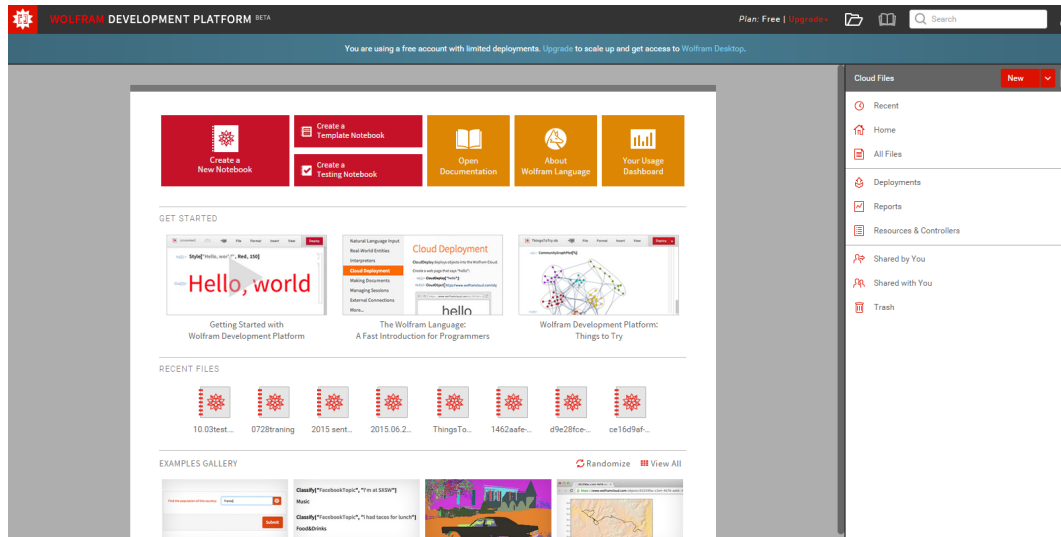


図 6.1 MathematicaOnline のホームページ

Wolfram のアカウントを作成し、「Create a New Notebook」を押して新しいノートを作成する．

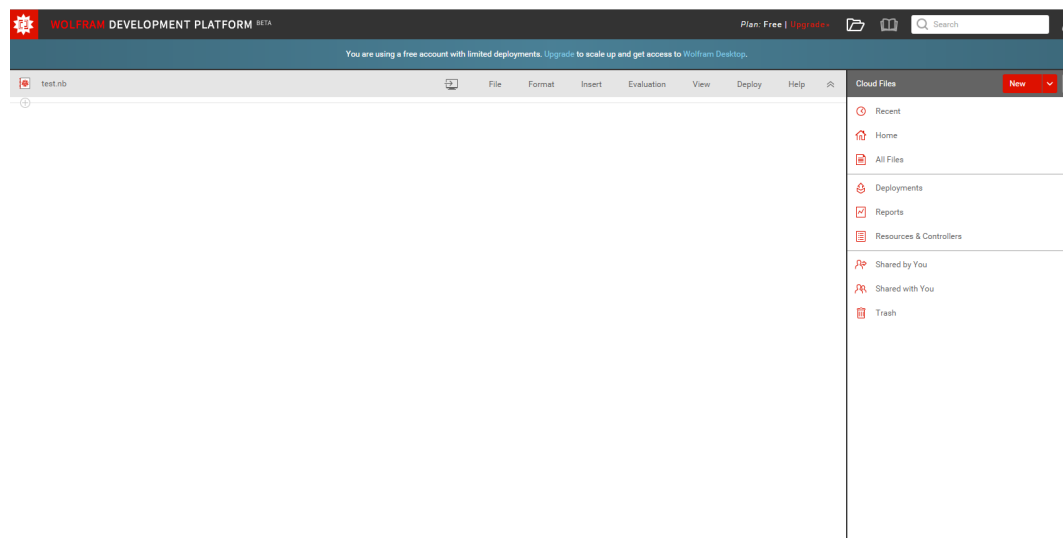


図 6.2 MathematicaOnline のノート

これが、Mathematica Online のノートである．ここに，コードと数式を書き込むと，処理をする．

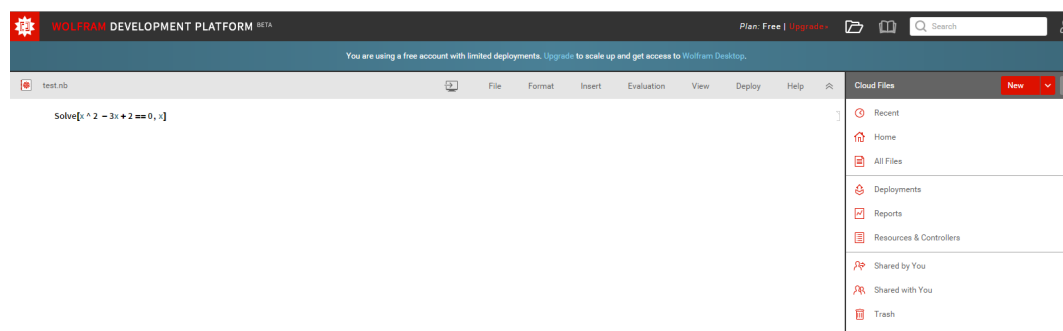


図 6.3 数式の例

このように，コードと数式を打ちこむ．ここでは， $x^2 - 3x + 2 == 0$ を処理させ，解を求める．

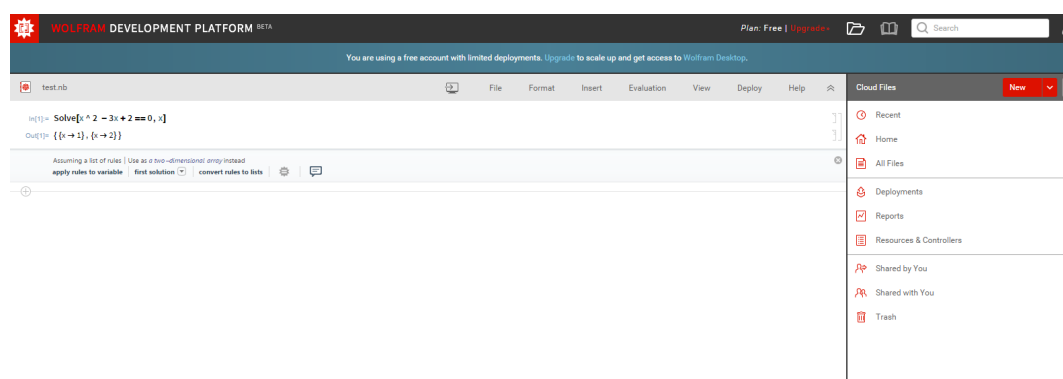


図 6.4 数式の解

このように，処理した値が表示される．

第 7 章

大学入試センター試験

7.1 大学入試センター試験とは

大学入試センター試験とは、独立行政法人大学入試センターが 2 日間にわたって実施する日本の大学の共通入試試験のことである。

このことより本研究では、大学入試センター試験が日本の多くの大学で採用していることから、知名度が高いことを利用する。ほとんどの受験生が受験する大学入試センター試験を調査の対象とすることで、大学生にもわかりやすくする。



図 7.1 河合塾センター試験過去問レビュー数学 I・A, II・B

今回は、河合出版が発刊している「河合塾 2016 大学入試 センター試験過去問レビュー 数学 I・A, II・B」を使用する。本書は、1997 年～2015 年までの 14 年分の問題を収録しているため、本研究で利用する。

第 8 章

調査方法

8.1 調査方法

ここでは、調査方法を具体的に説明する。今回は、前述のとおり数学の問題を解く過程を二つにする。

8.2 第一工程

第一工程では、大学入試センター試験の数学の問題をできるだけ人間が頭を使わずに、素直に数学的表現に翻訳する。

大学入試センター試験の問題は、受験生が紙と鉛筆だけで解けるように作られているため、出来る限り Mathematica が問題を処理できるように式に変換する。この際に、使用した数学的知識を集計し、統計を取る。

8.3 第二工程

第二工程では、第一工程で数学的表現に翻訳した式を Mathematica に与えて数式処理を行う。

この工程では、Mathematica が式を最適に処理できるコードを与えて、最適解を得る。この際に、使用したコードの種類を集計し、統計を取る。

8.4 問題処理の例

ここでは、例として大学入試センター試験から以下の問題を処理する。

以下では、 $a = 756$ とする。

a を素因数分解すると

$$a = 2^{\text{ア}} \cdot 3^{\text{イ}} \cdot \text{ウ}$$

である。

a の正の約数の個数はエオ個である。

という問題を処理する。この問題では、第一工程として、Mathematica に打ち込む値を設定する。

次に、第二工程として今回利用するコードを設定する。

ここでは、FactorInteger と Divisors と Length のコードを利用する。

まずは、問題を素因数分解し空欄の「ア・イ・ウ」に答えを埋める。

$$a = 756$$

これで、問題と同じ 756 という整数を a と置く。

`FactorInteger[a]`

`(2, 2), (3, 3), (7, 1)`

と処理される．この (2,2) は 2^2 ということなので， $a = 2$ ， $i = 3$ ， $u = 7$ となる．
次に，正の約数の個数「エオ」を求める．

$$b = \text{Divisors}[a]$$

1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 12, 14, 18, 21, 27, 28, 36, 42, 54, 63, 84, 108, 126, 189, 252, 378, 756

これで，756 の約数すべてが表示される．表示されたリストを「b」として次に

$$\text{Length}[b]$$

24

を打ち込むことで，24 と表示される．

出力された解を，紙で解いた回答と合わせ正解ならば，ここでこの問題の処理は終了する．このように，問題ごとに各工程の作業を行い調査する．

第 9 章

結果

第 10 章

考察

第 11 章

結論

参考文献は文献ファイル（この文書では biblio.bib）に記述し、\cite で参照する。例：データベースのための問い合わせ言語 SQL で数独を解く方法が提案されている [?]。このように参照すると、参考文献リストに自動的に登録される。文献の種類には、雑誌論文 [?] や会議録論文 [?]、卒業論文 [?]、書籍 [?]、ウェブサイト [?] などがある。文献の種類によって必要な項目が異なるため、biblio.bib を見て確認すること。

参考文献

- [1] ITmedia エンタープライズ. みずほ銀行のコールセンターが IBM の人工知能を導入する理由. <http://www.itmedia.co.jp/enterprise/articles/1411/14/news042.html> (2014.11.18 閲覧).
- [2] Todai Robot Project. ロボットは東大に入れるか. <http://21robot.org/> (2015.08.18 閲覧).
- [3] 経済産業省. 我が国ものづくり産業の競争力向上への課題と対応に関する調査. http://www.meti.go.jp/meti_lib/report/2014fy/E004105.pdf (2015.08.10 閲覧).
- [4] ソフトバンク. 製品情報 pepper. <http://www.softbank.jp/robot/consumer/products/>(2015.09.30 閲覧).
- [5] 三菱ケミカルホールディングスグループ. 概要 mathematica 製品情報. <http://www.rsi.co.jp/kagaku/cs/mathematica/index.html>(2015.10.01 閲覧).
- [6] Wolfram. Wolfram 言語 & システム ドキュメントセンター. <http://reference.wolfram.com/language/> (2014.11.25 閲覧).