

Keio University



# Business Cycles

Quant Macro (Keio - Mita)

# 景気循環：Business Cycles

Quant Macro (Keio - Mita)

# 目標

- I. 景気循環を定義する。
- II. データから景気循環部分を抽出する（トレンドを除去）。
  - A. 手で計算。
  - B. Matlabでコードを書く（データの取得も）。
  - C. Rでコードを書く（ライブラリーを使用）。
- III. ディスカッション（景気循環に関する統計を国家間比較）

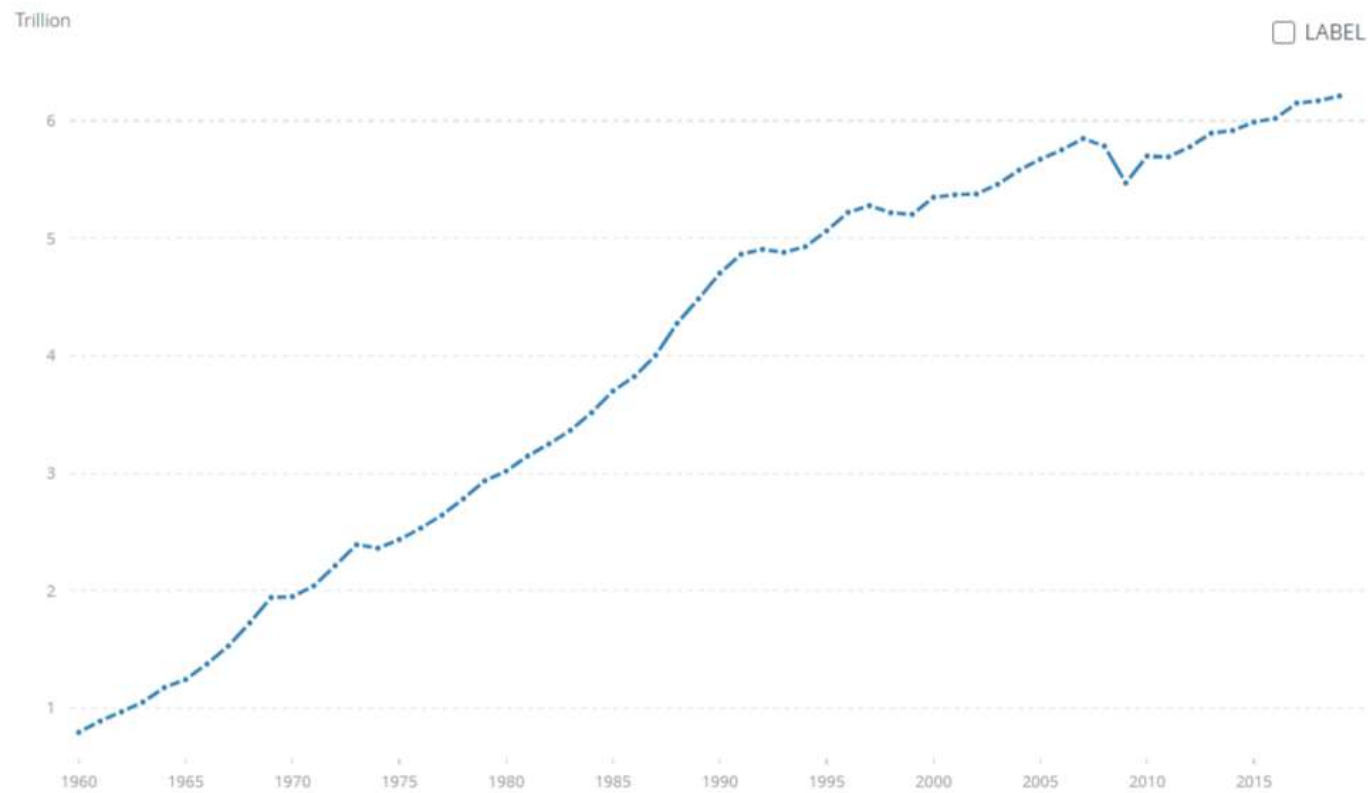
# 景気循環：Business Cycles

1. 2004年ノーベル経済学賞受賞のFinn KydlandとEdward Prescottが分析手法を開発

ノーベルレクチャーで、ビジネスサイクルとは  
Fluctuations in output and employment about trendと定義

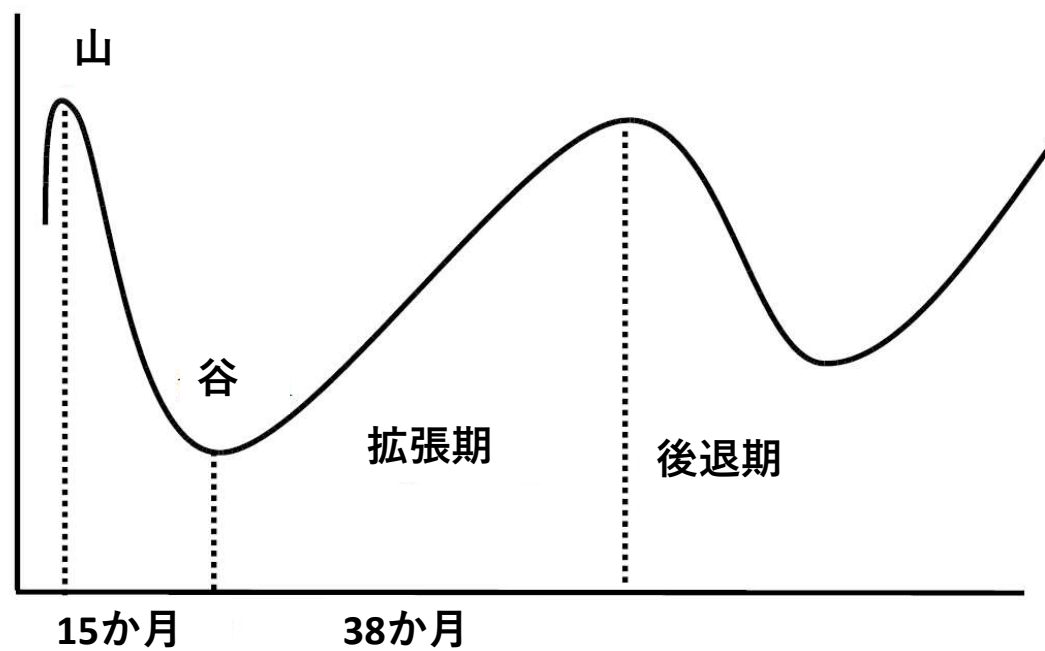
2. もう一つ重要なポイントは、Co-movement。  
生産、消費、投資、雇用が同方向に動く

# GDPのトレンドとそこから乖離



# 景気循環

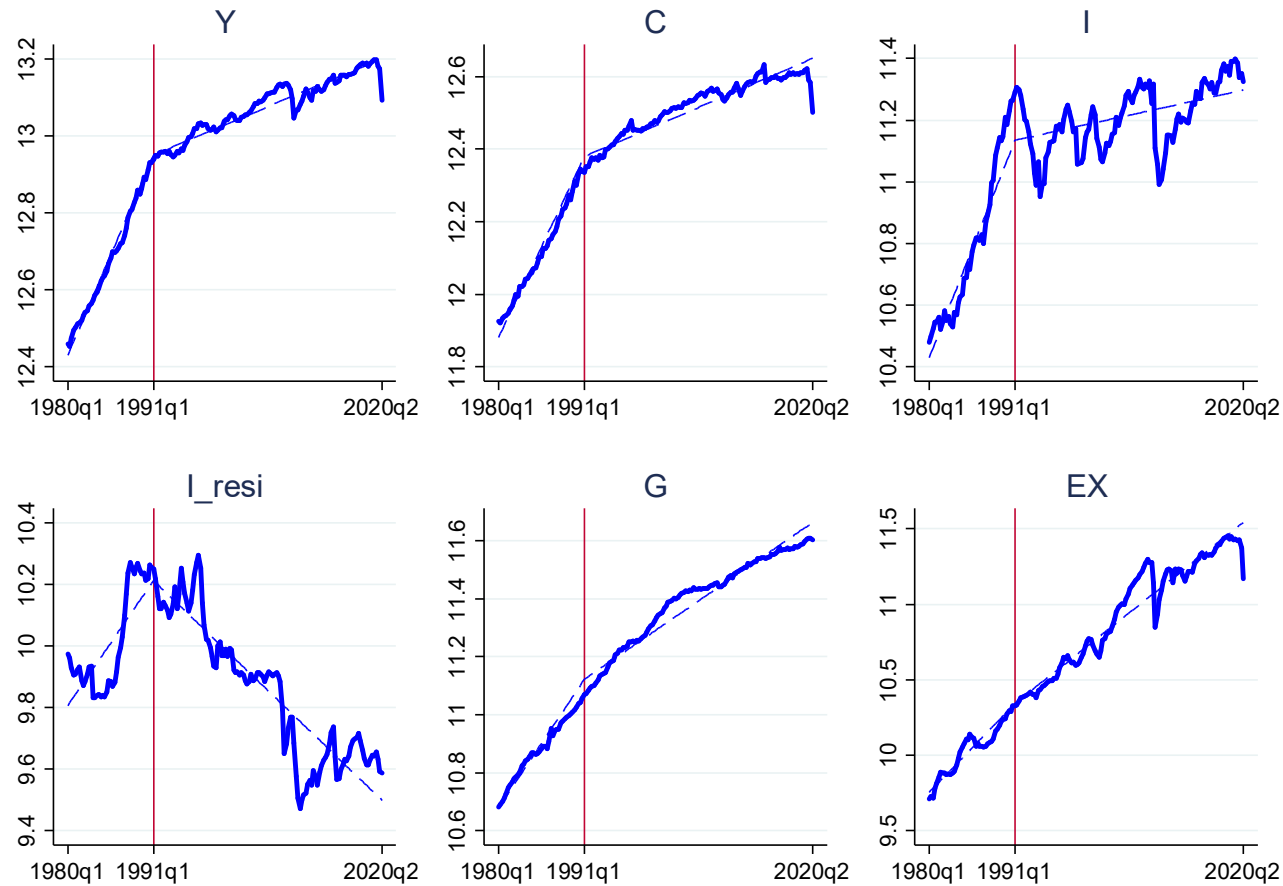
Business cycles: terminology



## 景気基準日付

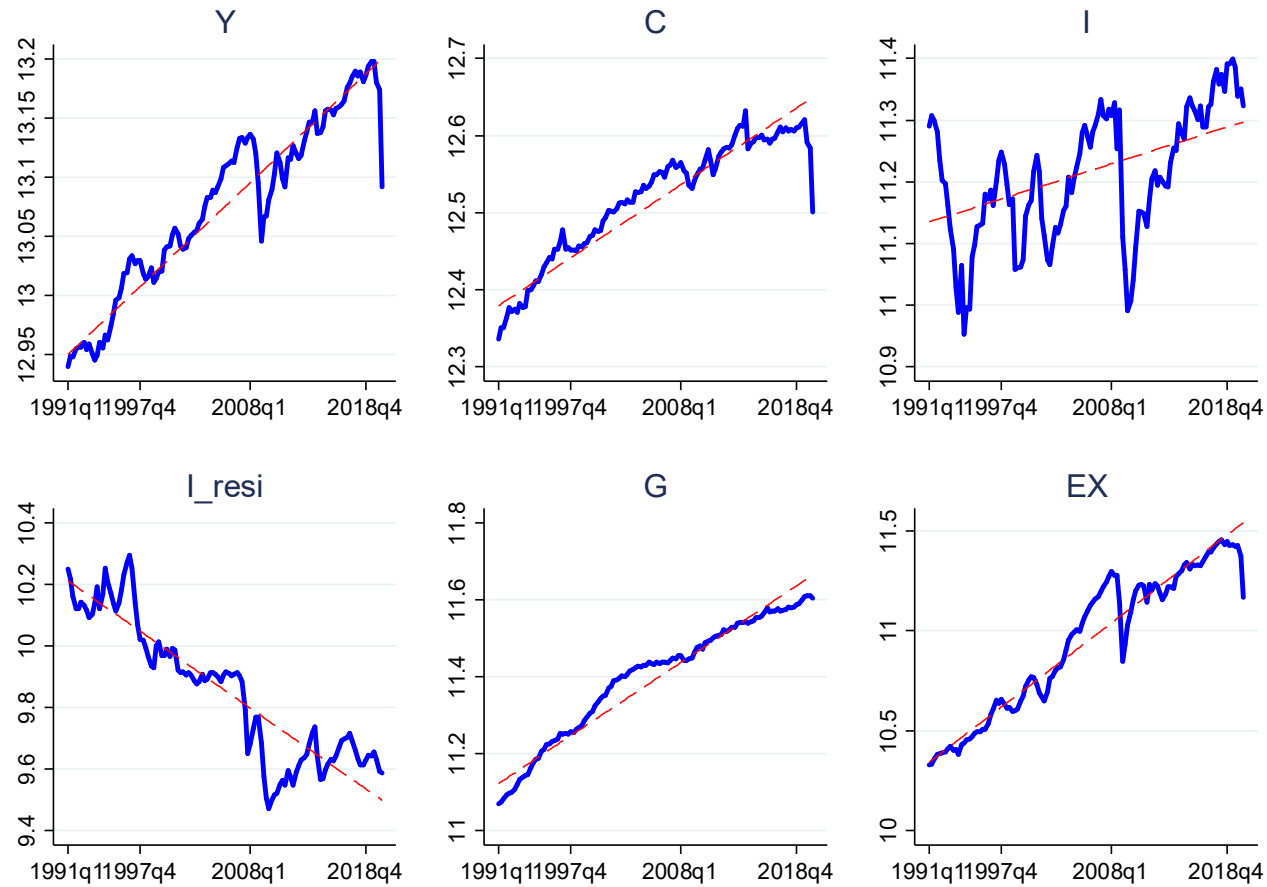
循環	谷	山	谷	期間		
				拡張	後退	全循環
第1循環		1951年6月	1951年10月		4か月	
第2循環	1951年10月	1954年1月	1954年11月	27か月	10か月	37か月
第3循環	1954年11月	1957年6月	1958年6月	31か月	12か月	43か月
第4循環	1958年6月	1961年12月	1962年10月	42か月	10か月	52か月
第5循環	1962年10月	1964年10月	1965年10月	24か月	12か月	36か月
第6循環	1965年10月	1970年7月	1971年12月	57か月	17か月	74か月
第7循環	1971年12月	1973年11月	1975年3月	23か月	16か月	39か月
第8循環	1975年3月	1977年1月	1977年10月	22か月	9か月	31か月
第9循環	1977年10月	1980年2月	1983年2月	28か月	36か月	64か月
第10循環	1983年2月	1985年6月	1986年11月	28か月	17か月	45か月
第11循環	1986年11月	1991年2月	1993年10月	51か月	32か月	83か月
第12循環	1993年10月	1997年5月	1999年1月	43か月	20か月	63か月
第13循環	1999年1月	2000年11月	2002年1月	22か月	14か月	36か月
第14循環	2002年1月	2008年2月	2009年3月	73か月	13か月	86か月
第15循環	2009年3月	2012年3月	2012年11月	36か月	8か月	44か月
第16循環	2012年11月	2018年10月	2020年5月	71か月	19か月	90か月

# バブル崩壊でトレンドが変化

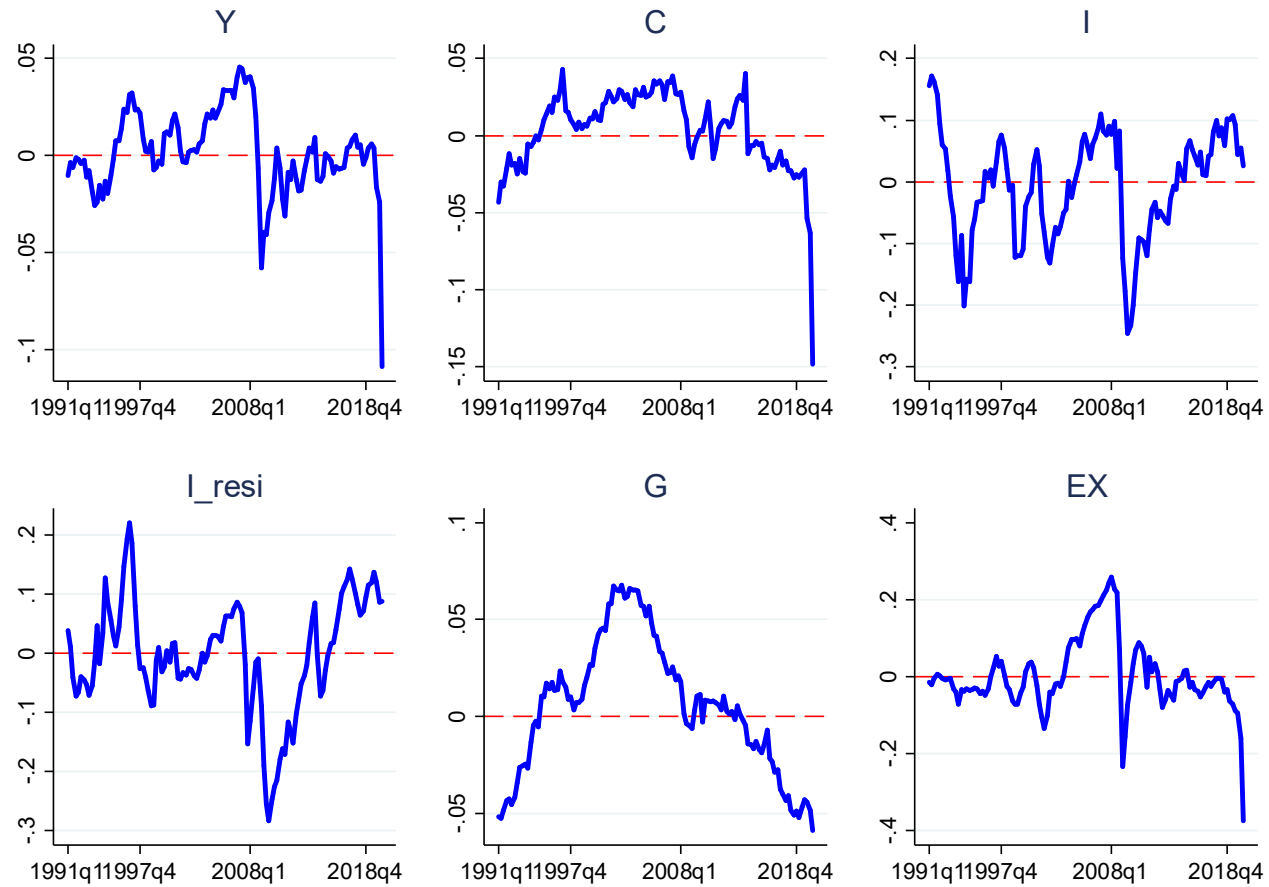




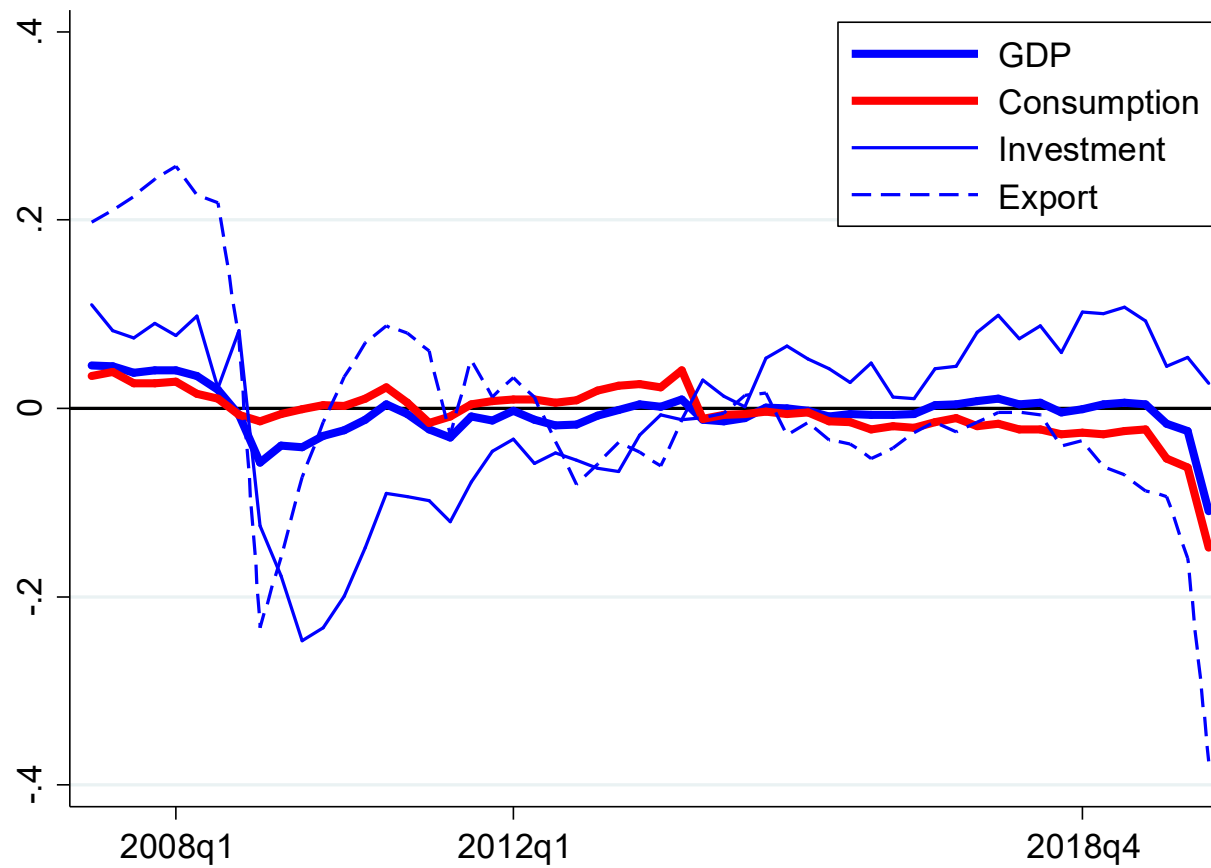
# バブル後の景気循環



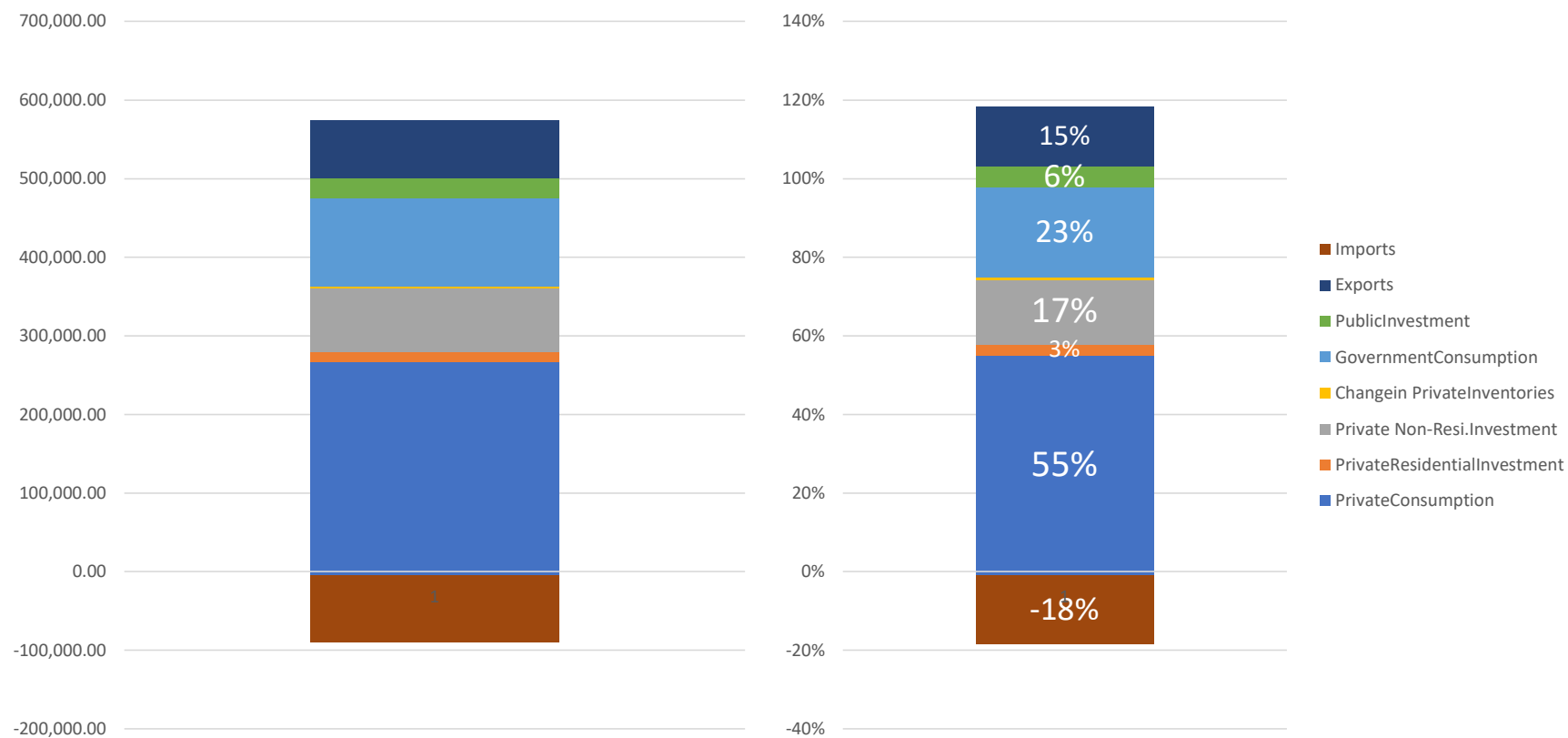
# トレンドを除去



# リーマンショック後の推移



# G D P の需要項目



# バブル崩壊後の景気循環について

1. バブル崩壊（1991年）でトレンドが下方に屈曲した。
2. バブル崩壊後、景気下降局面は6回あった。
3. 住宅投資は一貫して下落。政府支出は逆U字型。
4. GDPに占める消費の割合は55%で最大需要項目、もっとも変動は小さい。
5. 設備投資、輸出の変動が大きい（high volatility）。

# Business cycles and filtering

We define trends and fluctuation more formally.

Output is equal to the trend and cyclical components:

$$\underbrace{Y_t}_{\text{Output}} = \underbrace{\bar{Y}_t}_{\text{trend}} + \underbrace{\tilde{Y}_t}_{\text{cyclical components}}$$

How to derive  $\bar{Y}_t$ ...?

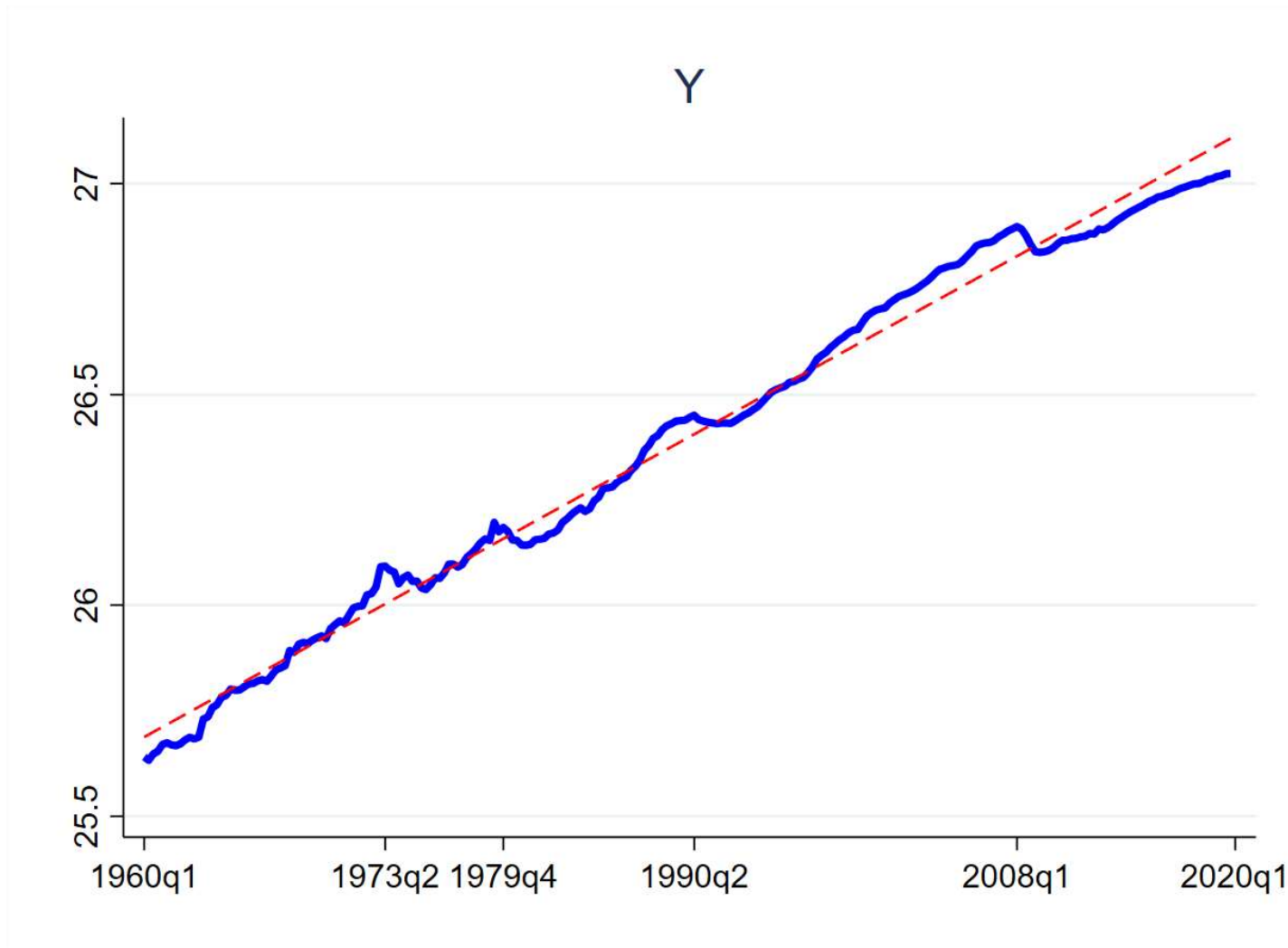
- We saw a linear trend, which creates long cycles (too long)
- We study the HP filter (Hodrick and Prescott filter) that fits the trend in a flexible way.

## Hodrick-Prescott filter

$$\min_{\{\bar{Y}_t\}_{t=0}^T} \left\{ \sum_{t=0}^T (Y_t - \bar{Y}_t)^2 + \lambda \sum_{t=1}^{T-1} ((\bar{Y}_{t+1} - \bar{Y}_t) - (\bar{Y}_t - \bar{Y}_{t-1}))^2 \right\}$$

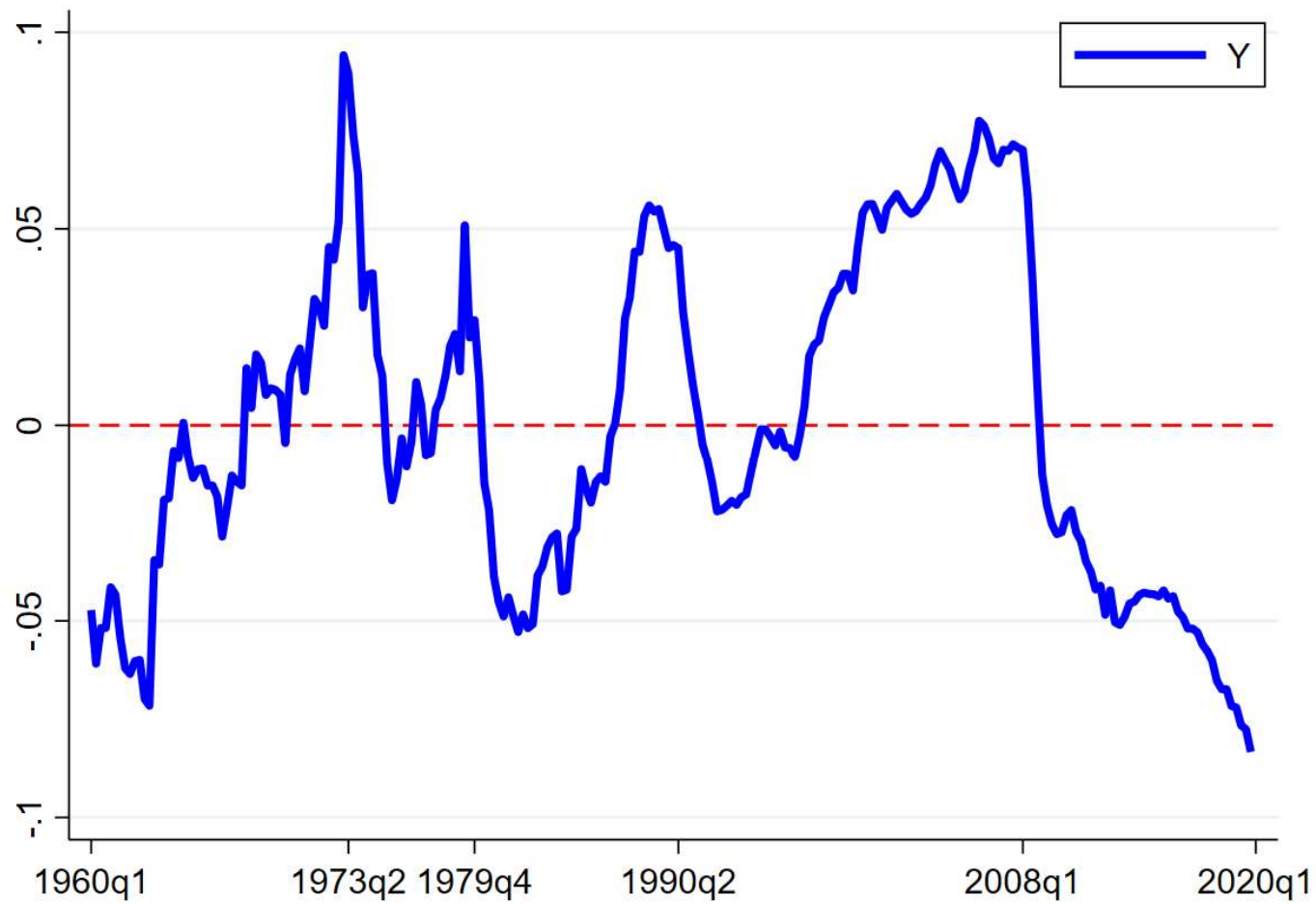
1. The first term penalizes the cyclical component (tracking the series closely).
2. The second term penalizes variation of the growth rate of the trend (smoothing out the trend).

## Business cycles (linear trend)?

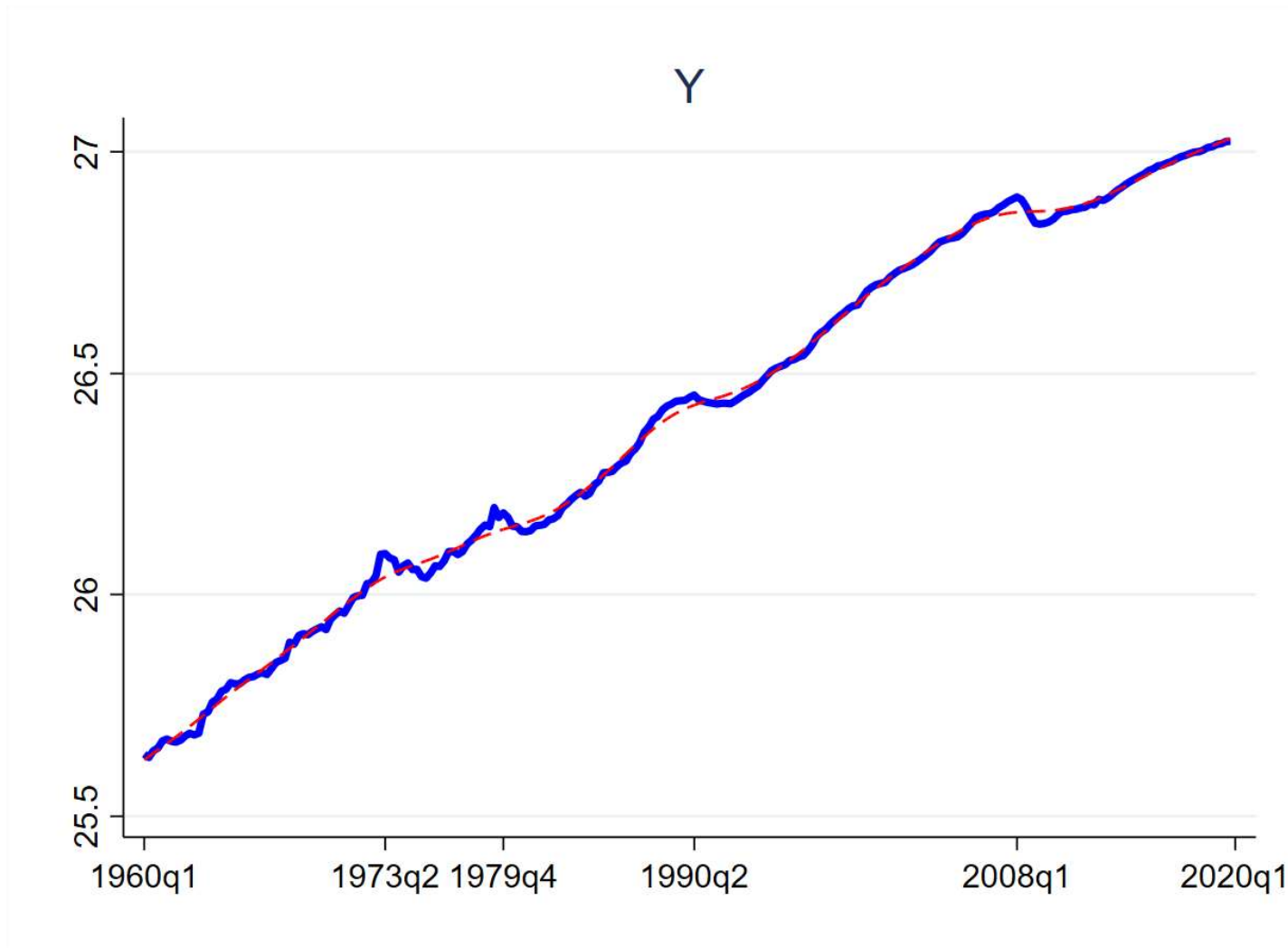




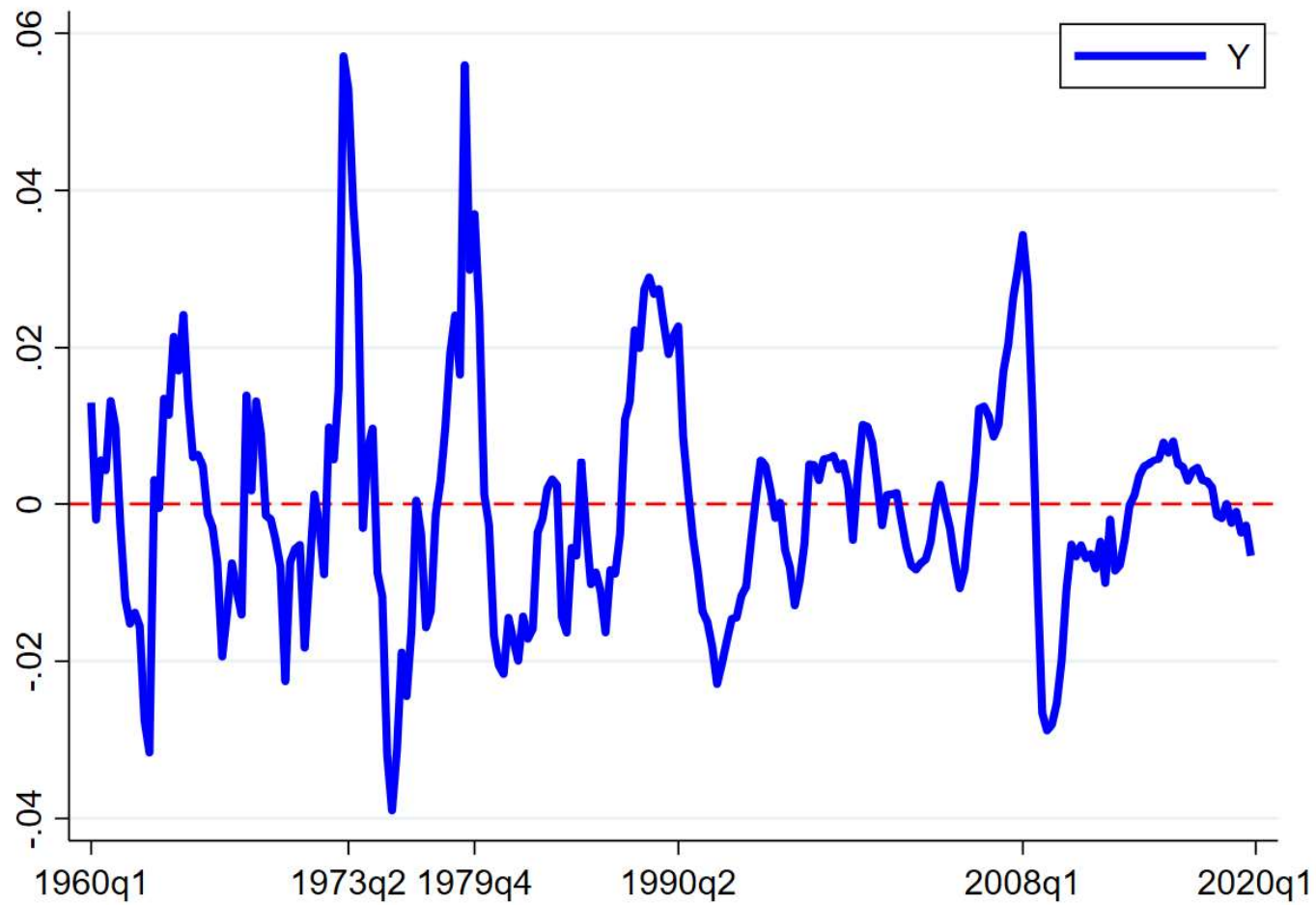
## Business cycles (linear trend)?



## Business cycles: Hodrick-Prescott filter



## Business cycles: Hodrick-Prescott filter



## Implementation: Hodrick-Prescott filter

$$\min_{\{\bar{Y}_t\}_{t=0}^T} \left\{ \sum_{t=0}^T (Y_t - \bar{Y}_t)^2 + \lambda \sum_{t=1}^{T-1} ((\bar{Y}_{t+1} - \bar{Y}_t) - (\bar{Y}_t - \bar{Y}_{t-1}))^2 \right\}$$

## Solving the problem

$$\min_{\{\bar{Y}_t\}_{t=0}^T} \left\{ \sum_{t=0}^T (Y_t - \bar{Y}_t)^2 + \lambda \sum_{t=1}^{T-1} ((\bar{Y}_{t+1} - \bar{Y}_t) - (\bar{Y}_t - \bar{Y}_{t-1}))^2 \right\}$$

The first order condition for  $\bar{Y}_t$ , for  $2 < t < T - 1$ :

$$-2(Y_t - \bar{Y}_t) + 2\lambda \left[ 2[(\bar{Y}_{t+1} - \bar{Y}_t) - (\bar{Y}_t - \bar{Y}_{t-1})] + (\bar{Y}_{t+2} - \bar{Y}_{t+1}) - (\bar{Y}_{t+1} - \bar{Y}_t) \right] = 0$$

$$t = 1: -2(Y_1 - \bar{Y}_1) + 2\lambda[(\bar{Y}_3 - \bar{Y}_2) - (\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1)] = 0$$

$$t = 2: -2(Y_2 - \bar{Y}_2) + 2\lambda[-2(\bar{Y}_3 - \bar{Y}_2) - (\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1) + (\bar{Y}_4 - \bar{Y}_3) - (\bar{Y}_3 - \bar{Y}_2)] = 0$$

$$t = T - 1: -2(Y_{T-1} - \bar{Y}_{T-1}) + 2\lambda[(\bar{Y}_{T-1} - \bar{Y}_{T-2}) - (\bar{Y}_{T-2} - \bar{Y}_{T-3}) - 2[(\bar{Y}_T - \bar{Y}_{T-1}) - (\bar{Y}_{T-1} - \bar{Y}_{T-2})]] = 0$$

$$t = T: -2(Y_T - \bar{Y}_T) + 2\lambda[(\bar{Y}_T - \bar{Y}_{T-1}) - (\bar{Y}_{T-1} - \bar{Y}_{T-2})] = 0$$

## Solving the problem

For  $2 < t < T - 1$ :

$$Y_t = \lambda \bar{Y}_{t-2} - 4\lambda \bar{Y}_{t-1} + (6\lambda + 1)\bar{Y}_t - 4\lambda \bar{Y}_{t+1} + \lambda \bar{Y}_{t+2}$$

$t = 1$ :

$$Y_1 = (\lambda + 1)\bar{Y}_1 - 2\lambda \bar{Y}_2 + \lambda \bar{Y}_3$$

$t = 2$ :

$$Y_2 = -2\lambda \bar{Y}_1 + (5\lambda + 1)\bar{Y}_2 - 4\lambda \bar{Y}_3 + \lambda \bar{Y}_4$$

$t = T - 1$ :

$$Y_{T-1} = \lambda \bar{Y}_{T-3} - 4\lambda \bar{Y}_{T-2} + (5\lambda + 1)\bar{Y}_{T-1} - 2\lambda \bar{Y}_T$$

$t = T$ :

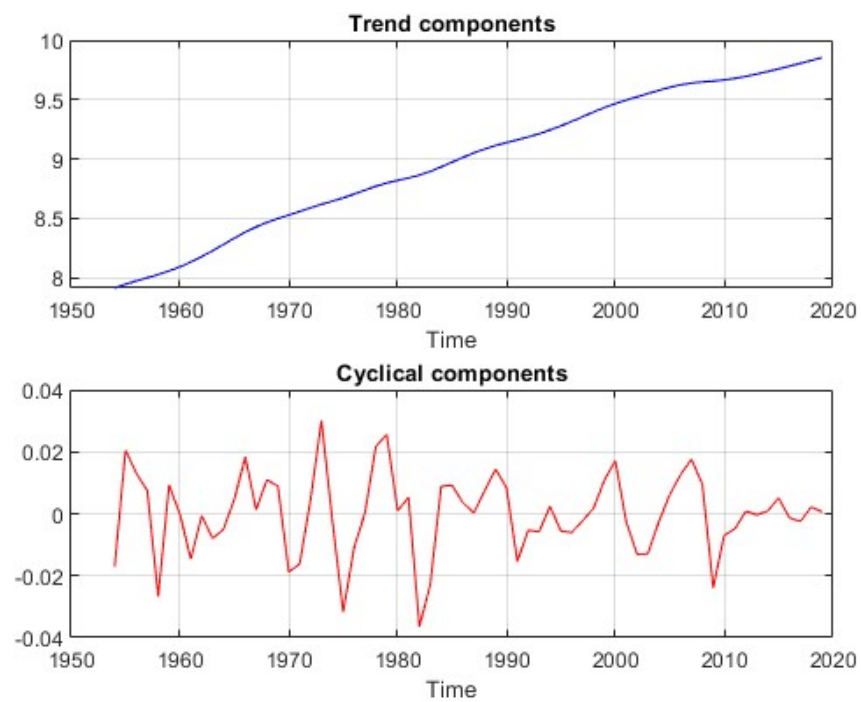
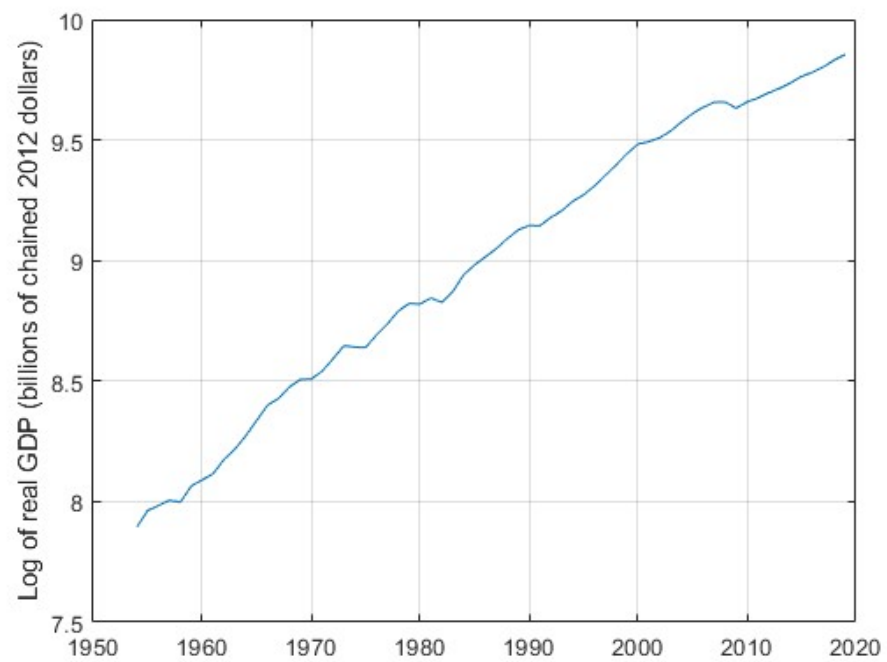
$$Y_T = \lambda \bar{Y}_{T-2} - 2\lambda \bar{Y}_{T-1} + (\lambda + 1)\bar{Y}_T$$

## Putting into a system of linear equation

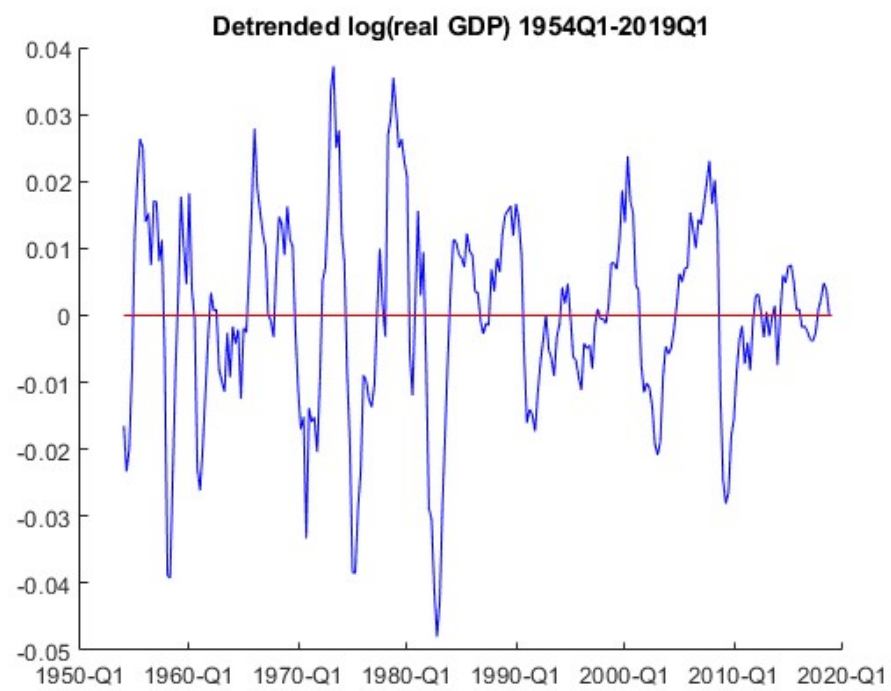
$\mathbf{y} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{Y}}$ : with  $\mathbf{y} = [y_1 \dots y_T]'$  and  $\bar{\mathbf{Y}} = [\bar{Y}_1 \dots \bar{Y}_t]'$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \lambda+1 & -2\lambda & \lambda & 0 & 0 & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ -2\lambda & 5\lambda+1 & -4\lambda & \lambda & 0 & \dots & & & & & \cdot \\ \lambda & -4\lambda & 6\lambda+1 & -4\lambda & \lambda & \dots & & & & & \cdot \\ & & & & & \vdots & & & & & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \lambda & -4\lambda & 6\lambda+1 & -4\lambda & \lambda \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & 0 & \lambda & -4\lambda & 5\lambda+1 & -2\lambda \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & 0 & 0 & \lambda & -2\lambda & \lambda+1 \end{bmatrix}$$

The trend can be obtained as  $\bar{\mathbf{Y}} = \mathbf{A}/\mathbf{y}$ .







## Business cycle stats in the U.S. economy (Table1.1. Cooley , 1995)

変数	標準偏差 (%)	X(-3)	X(-2)	X(-1)	X	X(+1)	X(+2)	X(+3)
GDP	1.72	0.38	0.63	0.85	1.0	0.85	0.63	0.38
消費	1.27	0.57	0.72	0.82	0.83	0.67	0.46	0.22
投資	8.24	0.38	0.59	0.79	0.91	0.76	0.50	0.22
政府支出	2.04	-0.03	-0.01	-0.01	-0.04	0.08	0.11	0.16
輸出	5.53	-0.29	-0.10	0.15	0.37	0.50	0.54	0.54
輸入	4.88	0.31	0.45	0.62	0.72	0.71	0.52	0.28
労働時間	1.69	0.38	0.54	0.78	0.92	0.90	0.78	0.63

## **Business cycle stats in the U.S. economy (Table1.1. Cooley , 1995)**

変動の大きさ、GDPとの相関、リード・ラグについて

1. 労働時間
2. 消費
3. 投資
4. 生産性
5. 政府支出
6. 輸入と輸出

# 使っていきたいツールについて

1. FRED (Federal Reserve Economic Data)
2. Penn World Table
3. Github (<https://github.com/tsenga2/keio-quant-macro>)
4. Git
  - a) (Mac or Windows) <https://git-scm.com>
  - b) (Windows) Windows Subsystem for Linux - WSL
5. Google Colaboratory (R and Python)
6. Matlab (university license)



Keio University