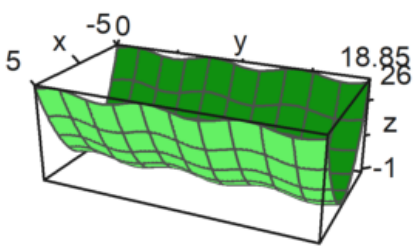
Nama = Keisha Kayana Aptadhea
NIM = 22305141014

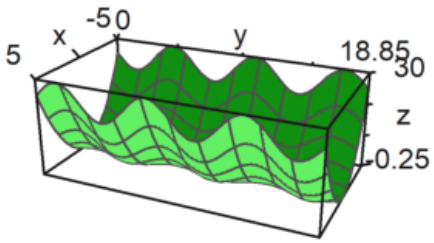
Ini adalah pengenalan plot 3D di Euler. Kita memerlukan plot 3D untuk memvisualisasikan fungsi dari dua variabel.
Euler menggambar fungsi-fungsi tersebut dengan menggunakan algoritme pengurutan untuk menyembunyikan bagian-bagian di latar belakang. Secara umum, Euler menggunakan proyeksi pusat. Standarnya adalah dari kuadran x-y positif ke arah asal x=y=z=0, tetapi sudut=0° terlihat dari arah sumbu-y.
Sudut pandang dan ketinggian dapat diubah.
Euler dapat merencanakan
- permukaan dengan bayangan dan garis level atau rentang level,
- awan titik-titik,
- kurva parametrik,
- permukaan implisit.

Plot 3D dari sebuah fungsi menggunakan plot3d. Cara termudah adalah dengan memplot ekspresi dalam x dan y. Parameter r mengatur rentang plot di sekitar (0,0)

```
>aspect(1.5); plot3d("x^2+sin(y)",-5,5,0,6*pi):
```

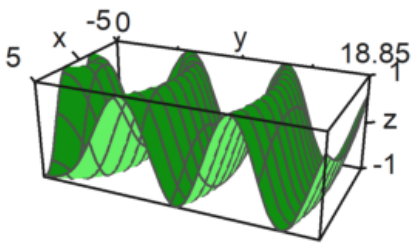



```
>plot3d("x^2+x*sin(y)",-5,5,0,6*pi):
```



Silakan lakukan modifikasi agar gambar "talang bergelombang" tersebut tidak lurus melainkan melengkung/melingkar, baik melingkar secara mendatar maupun melingkar turun/naik (seperti papan peluncur pada kolam renang. Temukan rumusnya.

```
>plot3d(("sin(sqrt(x^2 + y^2))"),-5, 5,0, 6*pi):
```



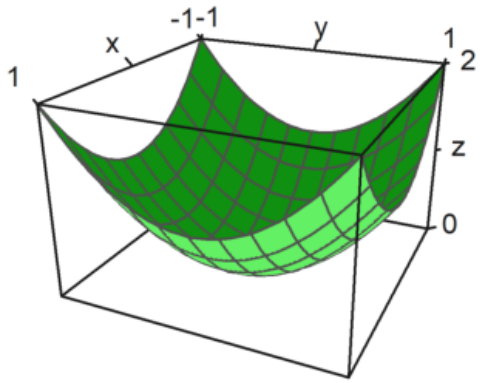
Fungsi dari dua Variabel

Untuk grafik fungsi, gunakan
- ekspresi sederhana dalam x dan y,
- nama fungsi dari dua variabell
- atau matriks data.

Standarnya adalah kisi-kisi kawat yang terisi dengan warna yang berbeda pada kedua sisinya. Perhatikan, bahwa jumlah interval kisi-kisi default adalah 10, tetapi plot menggunakan jumlah default 40x40 persegi panjang untuk membangun permukaan. Hal ini dapat diubah.
- n = 40, n = [40,40]: jumlah garis kisi di setiap arah
- grid=10, grid=[10,10]: jumlah garis kisi di setiap arah.

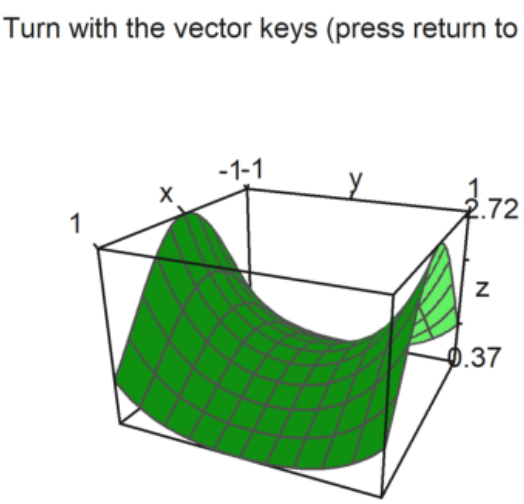
Kami menggunakan default n=40 dan grid=10.
- permukaan implisit.
Plot 3D dari sebuah fungsi menggunakan plot3d. Cara termudah adalah dengan memplot ekspresi dalam x dan y. Parameter r mengatur rentang plot di sekitar (0,0)

```
>plot3d("x^2+y^2"):
```



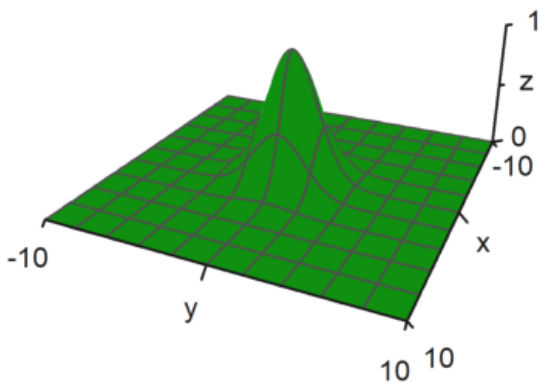
Interaksi pengguna dapat dilakukan dengan parameter >user. Pengguna dapat menekan tombol berikut ini.
- kiri, kanan, atas, bawah: putar sudut pandang
- +,-: memperbesar atau memperkecil
- a: menghasilkan anaglyph (lihat di bawah)
- l: sakelar untuk memutar sumber cahaya (lihat di bawah)
- spasi: setel ulang ke default
- kembali: mengakhiri interaksi

```
>plot3d("exp(-x^2+y^2)",>user, ...
>  title="Turn with the vector keys (press return to finish)"):
```



Rentang plot untuk fungsi dapat ditentukan dengan
- a, b: rentang x
- c, d: rentang y
- r: bujur sangkar simetris di sekitar (0,0).
- n: jumlah subinterval untuk plot.
Ada beberapa parameter untuk menskalakan fungsi atau mengubah tampilan grafik. fscale: skala ke nilai fungsi (defaultnya adalah <fscale).
skala: angka atau vektor 1x2 untuk menskalakan ke arah x dan y.
frame: jenis bingkai (default 1).

```
>plot3d("exp(-(x^2+y^2)/5)",r=10,n=80,fscale=4,scale=1.2,frame=3,>user):
```



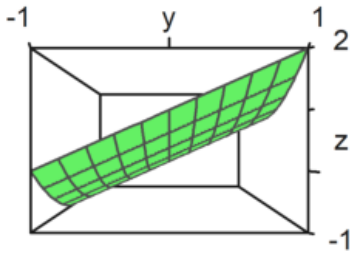
Tampilan dapat diubah dengan berbagai cara.
- jarak: jarak pandang ke plot.
- zoom: nilai zoom.
- sudut: sudut ke sumbu y negatif dalam radian.
- height: ketinggian tampilan dalam radian.
Nilai default dapat diperiksa atau diubah dengan fungsi view(). Fungsi ini mengembalikan parameter sesuai urutan di atas.

```
>view
```

```
  [5,  2.6,  2,  0.4]
```

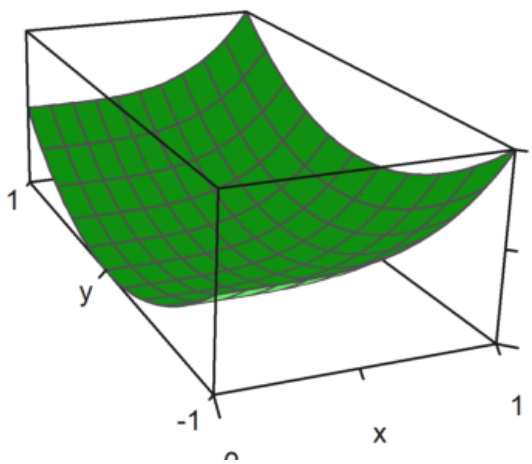
Jarak yang lebih dekat membutuhkan zoom yang lebih sedikit. Efeknya lebih seperti lensa sudut lebar.
Pada contoh berikut ini, sudut = 0 dan tinggi = 0 terlihat dari sumbu y negatif. Label sumbu untuk y disembunyikan dalam kasus ini.

```
>plot3d("x^2+y",distance=3,zoom=1,angle=pi/2,height=0):
```



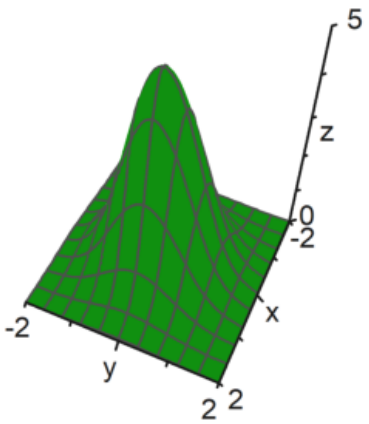
Plot terlihat selalu ke bagian tengah kubus plot. Anda dapat memindahkan bagian tengah dengan parameter center.

```
>plot3d("x^4+y^2",a=0,b=1,c=-1,d=1,angle=-20°,height=20°, ...
>  center=[0.4,0,0],zoom=5):
```



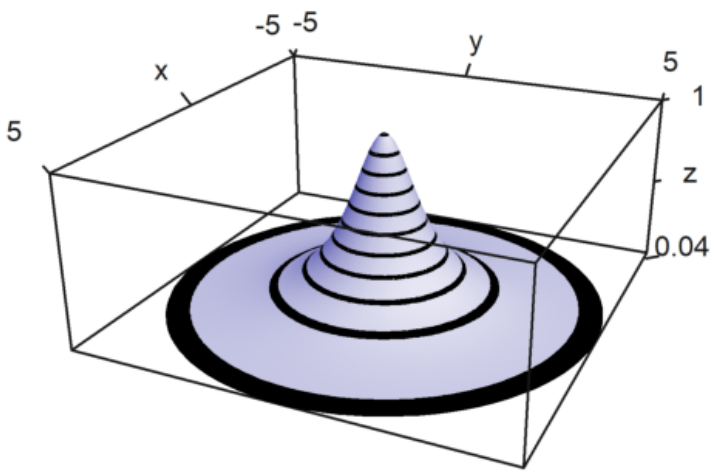
Plot diskalakan agar sesuai dengan kubus satuan untuk dilihat. Jadi, tidak perlu mengubah jarak atau melakukan zoom, tergantung pada ukuran plot. Namun demikian, label mengacu ke ukuran yang sesungguhnya.
Jika Anda menonaktifkannya dengan scale=false, Anda harus berhati-hati, agar plot tetap muat ke dalam jendela plotting, dengan mengubah jarak pandang atau zoom, dan memindahkan bagian tengahnya.

```
>plot3d("5*exp(-x^2-y^2)",r=2,<fscale,<scale,distance=13,height=50°, ...
>  center=[0,0,-2],frame=3):
```

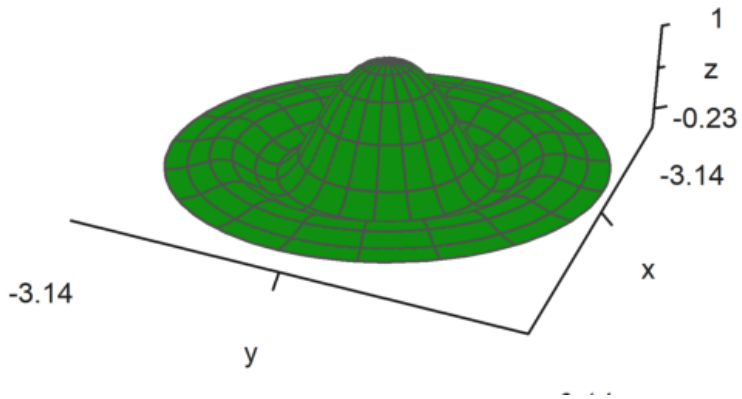


Plot polar juga tersedia. Parameter polar=true menggambar plot polar. Fungsi harus tetap merupakan fungsi dari x dan y. Parameter "fscale" menskalakan fungsi dengan skala sendiri. Jika tidak, fungsi akan diskalakan agar sesuai dengan kubus.

```
>plot3d("1/(x^2+y^2+1)",r=5,>polar, ...
>fscale=2,>hue,n=100,zoom=4,>contour,color=blue):
```

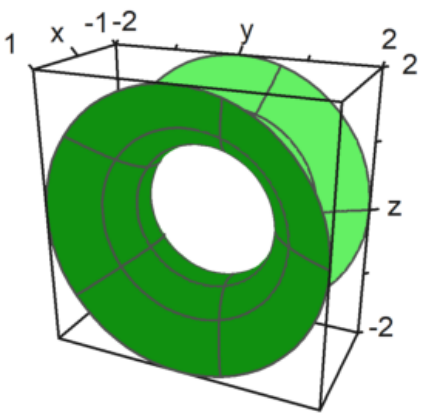



```
>function f(r) := exp(-r/2)*cos(r); ...
>plot3d("f(x^2+y^2)",>polar,scale=[1,1,0.4],r=pi,frame=3,zoom=4):
```

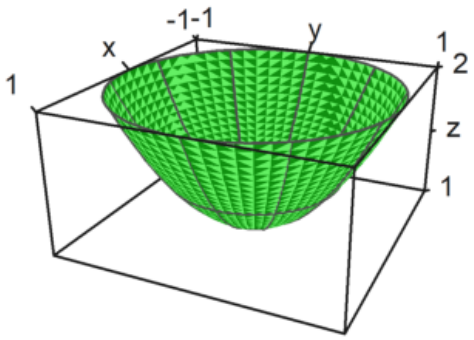


Parameter rotate memutar fungsi dalam x di sekitar sumbu x.
- rotate = 1: Menggunakan sumbu x
- rotate = 2: Menggunakan sumbu z

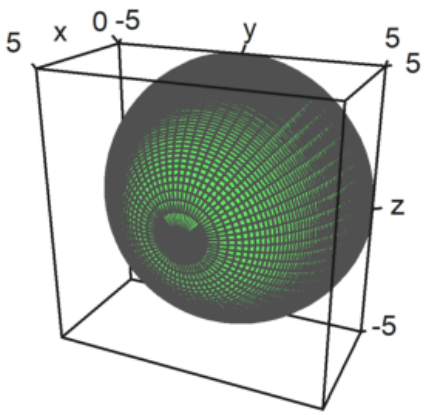
```
>plot3d("x^2+1",a=-1,b=1,rotate=true,grid=5):
```



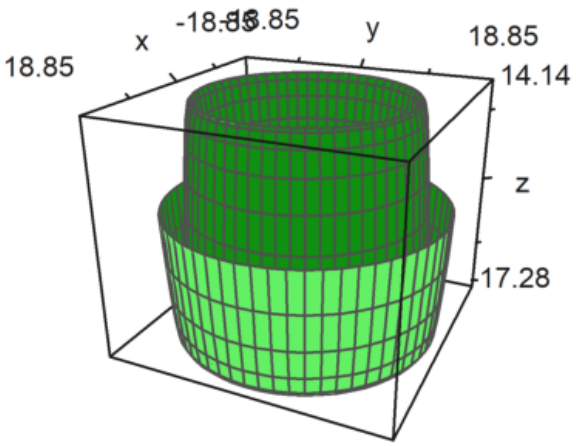

```
>plot3d("x^2+1",a=-1,b=1,rotate=2,grid=5):
```




```
>plot3d("sqrt(25-x^2)",a=0,b=5,rotate=1):
```

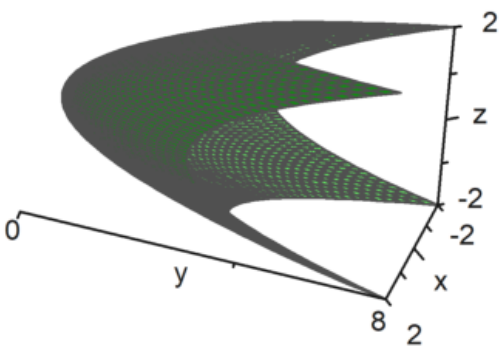



```
>plot3d("x*sin(x)",a=0,b=6pi,rotate=2):
```



Berikut ini adalah plot dengan tiga fungsi.

```
>plot3d("x","x^2+y^2","y",r=2,zoom=3.5,frame=3):
```



Plot Kontur

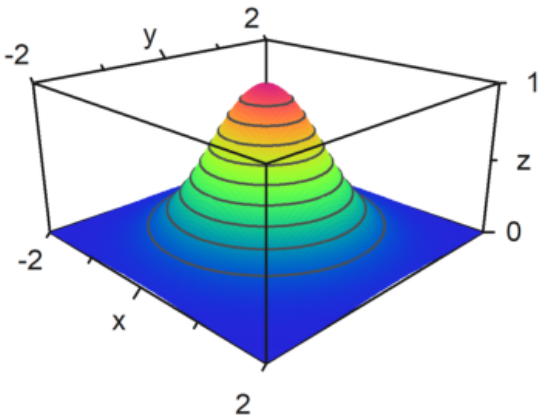
Untuk plot, Euler menambahkan garis kisi-kisi. Sebagai gantinya, dimungkinkan untuk menggunakan garis level dan rona satu warna atau rona berwarna spektral. Euler dapat menggambar ketinggian fungsi pada plot dengan bayangan. Di semua plot 3D, Euler dapat menghasilkan anaglyph merah / cyan.

- > Rona: Mengaktifkan bayangan cahaya, bukan kabel.
- >kontur: Memplot garis kontur otomatis pada plot.
- level=... (atau level): Vektor nilai untuk garis kontur.

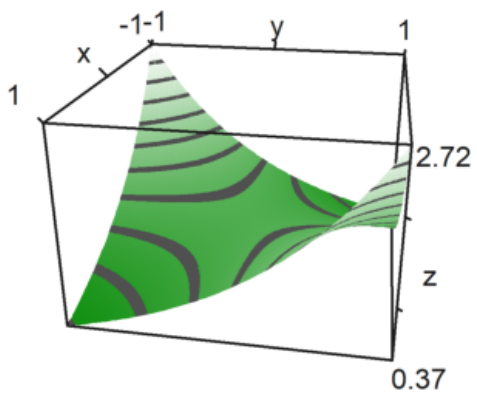
Standarnya adalah level = "auto", yang menghitung beberapa garis level secara otomatis. Seperti yang Anda lihat dalam plot, level sebenarnya adalah kisaran level.

Gaya default dapat diubah. Untuk plot kontur berikut ini, kami menggunakan grid yang lebih halus untuk titik-titik 100x100, skala fungsi dan plot, dan menggunakan sudut pandang yang berbeda.

```
>plot3d("exp(-x^2-y^2)",r=2,n=100,level="thin", ...
> >contour,>spectral,fscale=1,scale=1.1,angle=45°,height=20°):
```

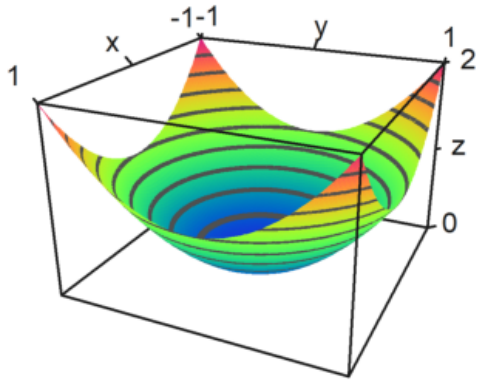



```
>plot3d("exp(x*y)",angle=100°,>contour,color=green):
```



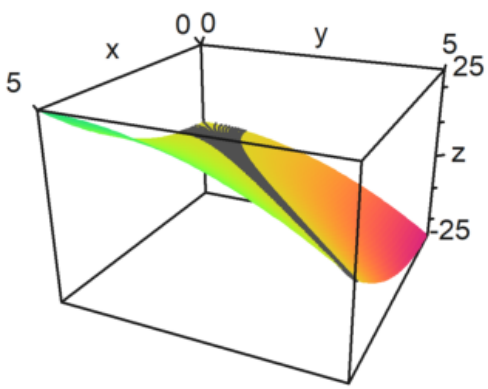
Bayangan default menggunakan warna abu-abu. Tetapi, kisaran warna spektral juga tersedia.
- >spektral: Menggunakan skema spektral default
- color =...: Menggunakan warna khusus atau skema spektral
Untuk plot berikut ini, kami menggunakan skema spektral default dan menambah jumlah titik untuk mendapatkan tampilan yang sangat mulus.

```
>plot3d("x^2+y^2",>spectral,>contour,n=100):
```

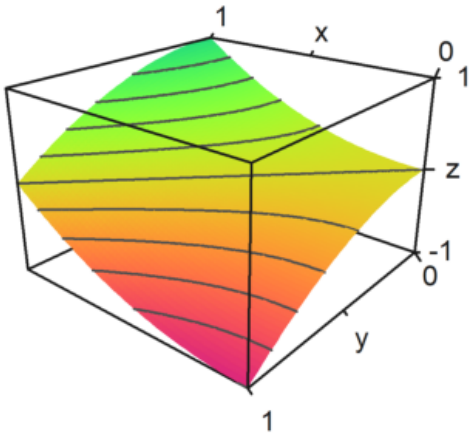


Alih-alih garis level otomatis, kita juga dapat menetapkan nilai garis level. Hal ini akan menghasilkan garis level yang tipis, alih-alih rentang level.

```
>plot3d("x^2-y^2",0,5,0,5,level=-1:0.1:1,color=redgreen):
```

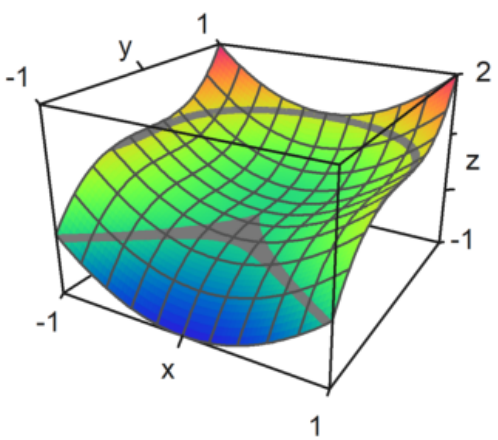



```
>plot3d("x^2-y^2",0,1,0,1,angle=220°,level=-1:0.2:1,color=redgreen):
```



Pada plot berikut, kami menggunakan dua pita level yang sangat luas dari -0,1 hingga 1, dan dari 0,9 hingga 1. Ini dimasukkan sebagai matriks dengan batas-batas level sebagai kolom.
Selain itu, kita menghamparkan kisi-kisi dengan 10 interval di setiap arah.

```
>plot3d("x^2+y^3",level=[-0.1,0.9;0,1], ...
>  >spectral,angle=30°,grid=10,contourcolor=gray):
```

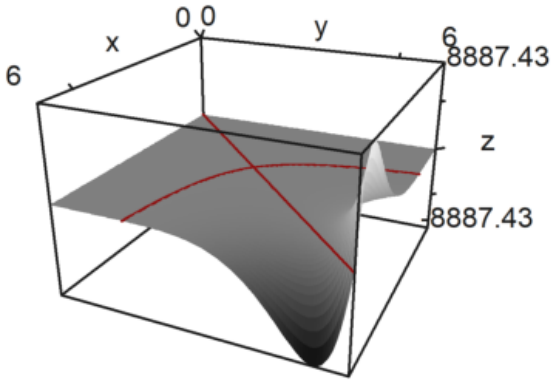


Dalam contoh berikut, kami memplot himpunan, di mana

$$f(x,y) = x^y - y^x = 0$$

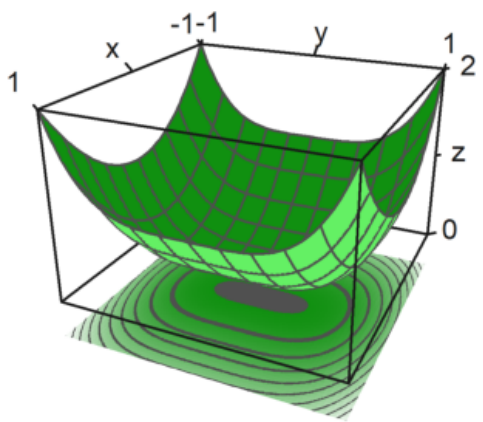
Kami menggunakan satu garis tipis untuk garis level.

```
>plot3d("x^y-y^x",level=0,a=0,b=6,c=0,d=6,contourcolor=red,n=100):
```



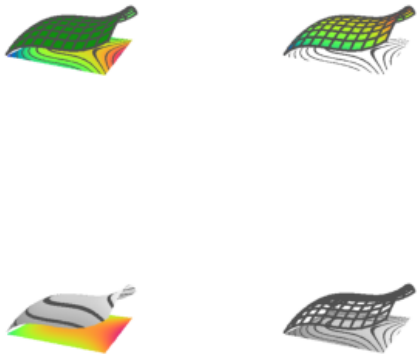
Dimungkinkan untuk menampilkan bidang kontur di bawah plot. Warna dan jarak ke plot dapat ditentukan.

```
>plot3d("x^2+y^4",>cp,cpcolor=green,cpdelta=0.2):
```



Berikut ini beberapa gaya lainnya. Kami selalu mematikan bingkai, dan menggunakan berbagai skema warna untuk plot dan kisi-kisi.

```
>figure(2,2); ...
>expr="y^3-x^2"; ...
>figure(1);  ...
>  plot3d(expr,<frame,>cp,cpcolor=spectral); ...
>figure(2);  ...
>  plot3d(expr,<frame,>spectral,grid=10,cp=2); ...
>figure(3);  ...
>  plot3d(expr,<frame,>contour,color=gray,nc=5,cp=3,cpcolor=greenred); ...
>figure(4);  ...
>  plot3d(expr,<frame,>hue,grid=10,>transparent,>cp,cpcolor=gray); ...
>figure(0):
```

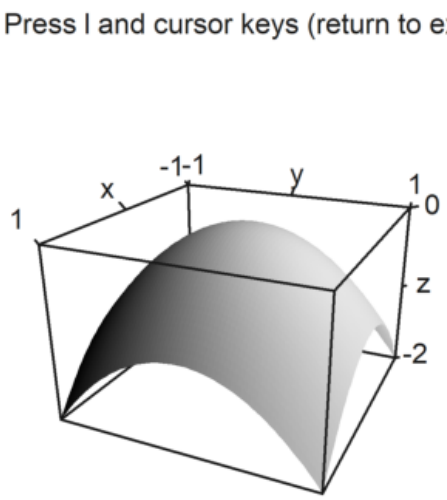


Ada beberapa skema spektral lainnya, yang diberi nomor dari 1 hingga 9. Tetapi Anda juga dapat menggunakan color=value, di mana value
- spektral: untuk rentang dari biru ke merah
- putih: untuk rentang yang lebih redup
- kuning biru, ungu hijau, biru kuning, hijau merah
- biru-kuning, hijau-ungu, kuning-biru, merah-hijau

```
>figure(3,3); ...
>for i=1:9;  ...
>  figure(i); plot3d("x^2+y^2",spectral=i,>contour,>cp,<frame,zoom=4);  ...
>end; ...
>figure(0):
```

Sumber cahaya dapat diubah dengan l dan tombol kursor selama interaksi pengguna. Ini juga dapat ditetapkan dengan parameter.
- cahaya: arah untuk cahaya
- amb: cahaya sekitar antara 0 dan 1
Perhatikan, bahwa program ini tidak membuat perbedaan di antara sisi-sisi plot. Tidak ada bayangan. Untuk ini, Anda memerlukan Povray.

```
>plot3d("-x^2-y^2", ...
>  hue=true,light=[0,1,1],amb=0,user=true, ...
>  title="Press l and cursor keys (return to exit)"):
```

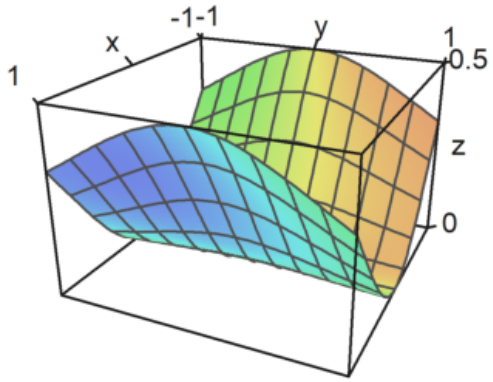


Parameter warna mengubah warna permukaan. Warna garis level juga dapat diubah

```
>plot3d("-x^2-y^2",color=rgb(0.2,0.2,0),hue=true,frame=false, ...
>  zoom=3,contourcolor=red,level=-2:0.1:1,dl=0.01):
```

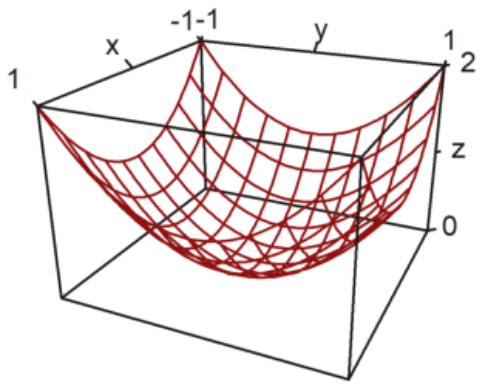
Warna 0 memberikan efek pelangi yang istimewa.

```
>plot3d("x^2/(x^2+y^2+1)",color=0,hue=true,grid=10):
```



Permukaannya juga bisa transparan.

```
>plot3d("x^2+y^2",>transparent,grid=10,wirecolor=red):
```



Plot Implisit

Ada juga plot implisit dalam tiga dimensi. Euler menghasilkan potongan melalui objek. Fitur plot3d termasuk plot implisit. Plot-plot ini menunjukkan himpunan nol dari sebuah fungsi dalam tiga variabel.
Solusi dari

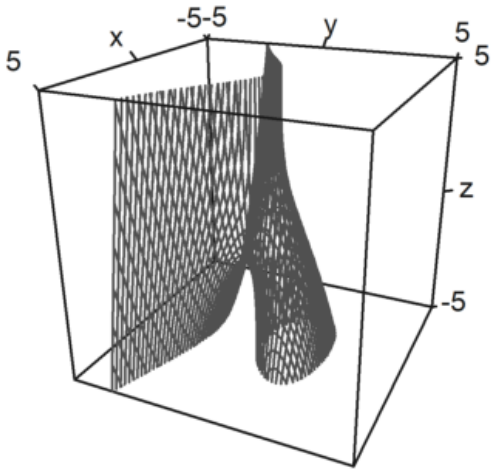
$$f(x,y,z)=0$$

dapat divisualisasikan dalam potongan yang sejajar dengan bidang x-y, bidang x-z dan bidang y-z.
- implisit = 1: potong sejajar dengan bidang y-z
- implicit=2: potong sejajar dengan bidang x-z
- implicit = 4: potong sejajar dengan bidang x-y

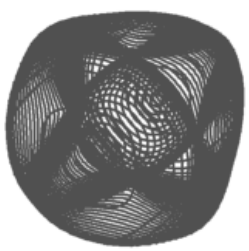
Tambahkan nilai-nilai ini, jika Anda mau. Dalam contoh, kita memplot

$$M=\{(x,y,z):x^2+y^3+zy=1\}$$

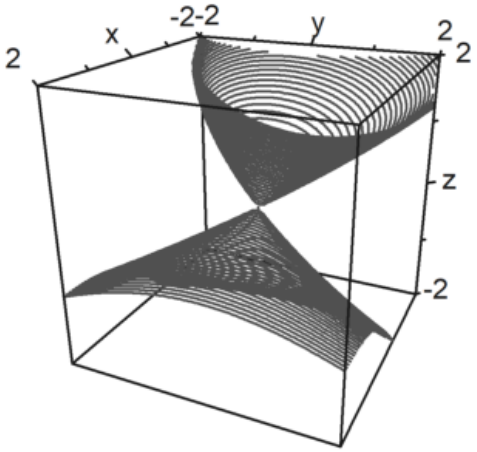
```
>plot3d("x^2+y^3+z*y-1",r=5,implicit=3):
```




```
>c=1; d=1;
>plot3d("((x^2+y^2-c^2)^2+(z^2-1)^2)*((y^2+z^2-c^2)^2+(x^2-1)^2)*((z^2+x^2-c^2)^2+(y^2-1)^
```



```
>plot3d("x^2+y^2+4*x*z+z^3",>implicit,r=2,zoom=2.5):
```



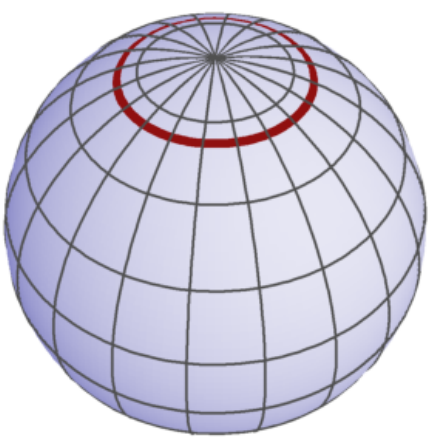
Memplot Data 3D Sama seperti plot2d, plot3d menerima data. Untuk

objek 3D, Anda perlu menyediakan matriks nilai x, y, dan
z, atau tiga fungsi atau ekspresi fx(x,y), fy(x,y), fz(x,y).

$$\gamma(t,s) = (x(t,s), y(t,s), z(t,s))$$

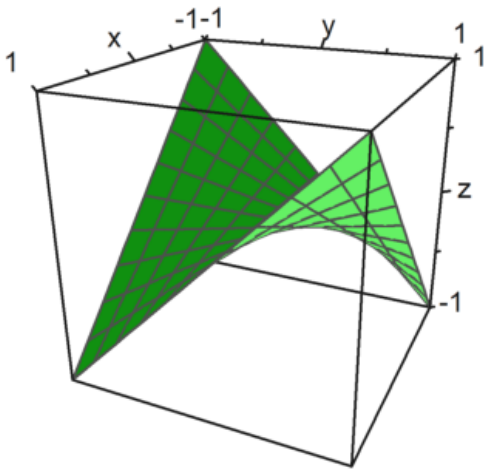
Karena x, y, z adalah matriks, kita asumsikan bahwa (t, s) berjalan melalui kisi-kisi persegi. Hasilnya, Anda dapat memplot gambar persegi panjang dalam ruang.
Anda dapat menggunakan bahasa matriks Euler untuk menghasilkan koordinat secara efektif.
Pada contoh berikut, kita menggunakan vektor nilai t dan vektor kolom nilai s untuk memparameterkan permukaan bola. Pada gambar kita dapat menandai daerah, dalam kasus kita daerah kutub.

```
>t=linspace(0,2pi,180); s=linspace(-pi/2,pi/2,90)'; ...
>x=cos(s)*cos(t); y=cos(s)*sin(t); z=sin(s); ...
>plot3d(x,y,z,>hue, ...
>color=blue,<frame,grid=[10,20], ...
>values=s,contourcolor=red,level=[90°-24°;90°-22°], ...
>scale=1.4,height=50°):
```



Berikut ini adalah contoh, yang merupakan grafik suatu fungsi.

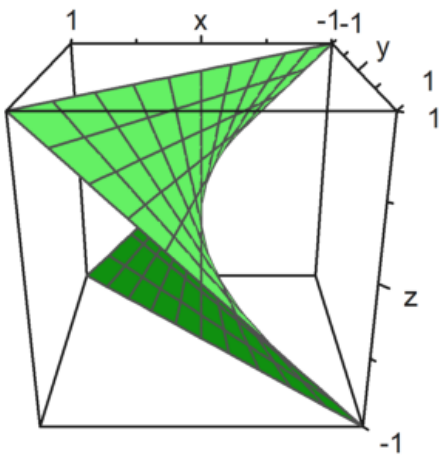
```
>t=-1:0.1:1; s=(-1:0.1:1)'; plot3d(t,s,t*s,grid=10):
```



Namun demikian, kita bisa membuat segala macam permukaan. Berikut ini adalah permukaan yang sama dengan suatu fungsi

$$x = y\,z$$

```
>plot3d(t*s,t,s,angle=180°,grid=10):
```



Dengan lebih banyak upaya, kita bisa menghasilkan banyak permukaan.
Dalam contoh berikut ini, kita membuat tampilan berbayang dari bola yang terdistorsi. Koordinat biasa untuk bola adalah

$$\gamma(t,s) = (\cos(t)\cos(s), \sin(t)\sin(s), \cos(s))$$

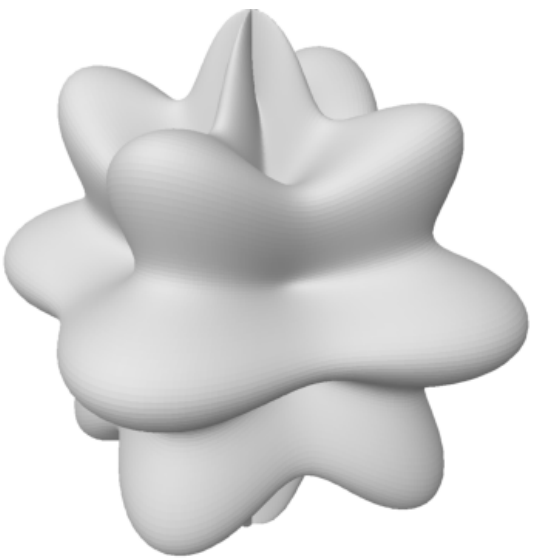
dengan

$$0 \le t \le 2\pi, \quad \frac{-\pi}{2} \le s \le \frac{\pi}{2}.$$

Kurangi dengan faktor

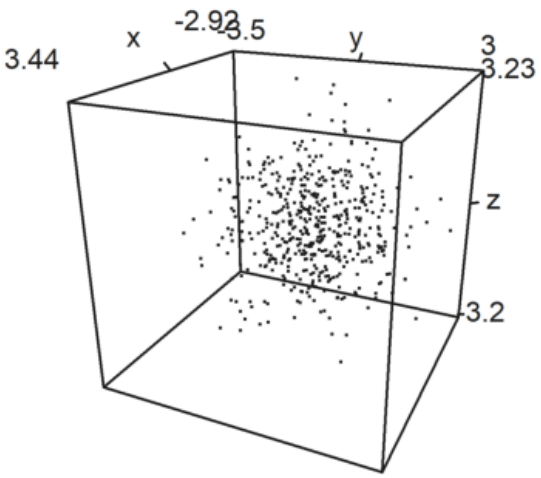
$$d(t,s) = \frac{\cos(4t) + \cos(8s)}{4}.$$

```
>t=linspace(0,2pi,320); s=linspace(-pi/2,pi/2,160)'; ...
>d=1+0.2*(cos(4*t)+cos(8*s)); ...
>plot3d(cos(t)*cos(s)*d,sin(t)*cos(s)*d,sin(s)*d,hue=1, ...
>  light=[1,0,1],frame=0,zoom=5):
```



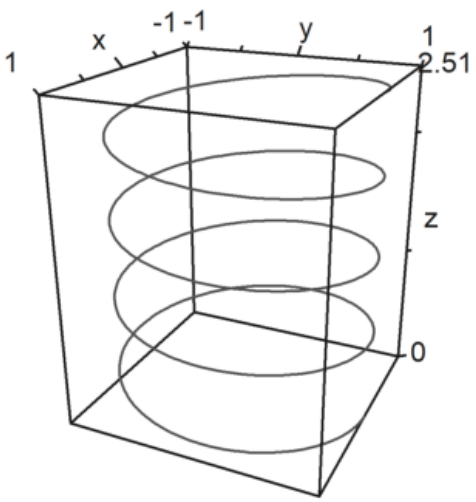
Tentu saja, sebuah point cloud juga dimungkinkan. Untuk memplot data titik dalam ruang, kita memerlukan tiga vektor untuk koordinat titik.
Gaya sama seperti di plot2d dengan poin=true;

```
>n=500;  ...
>  plot3d(normal(1,n),normal(1,n),normal(1,n),points=true,style="."):
```

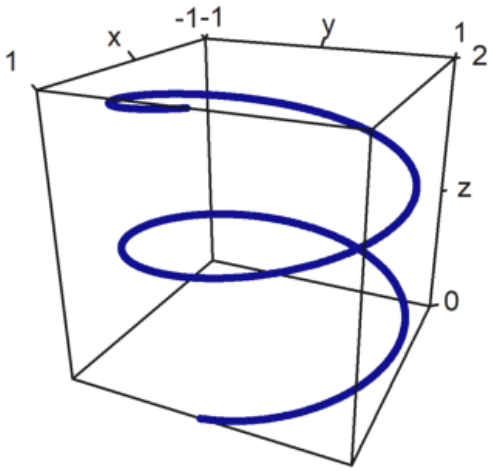


Anda juga dapat memplot kurva dalam bentuk 3D. Dalam hal ini, akan lebih mudah untuk menghitung titik-titik kurva. Untuk kurva pada bidang, kita menggunakan urutan koordinat dan parameter wire = true.

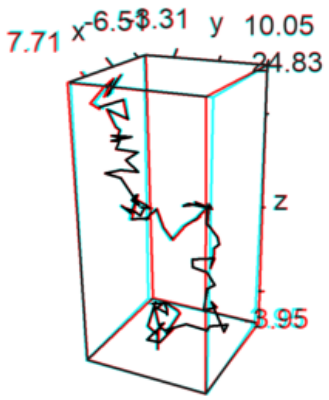
```
>t=linspace(0,8pi,500); ...
>plot3d(sin(t),cos(t),t/10,>wire,zoom=3):
```




```
>t=linspace(0,4pi,1000); plot3d(cos(t),sin(t),t/2pi,>wire, ...
>linewidth=3,wirecolor=blue):
```

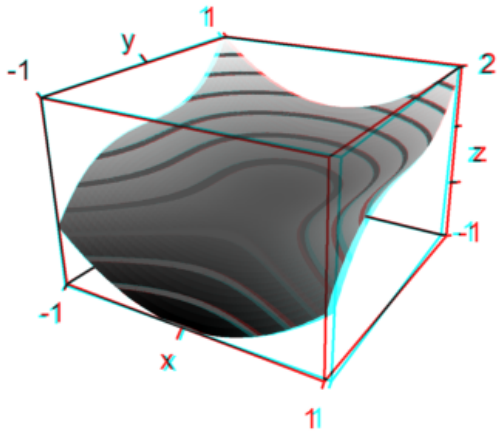



```
>X=cumsum(normal(3,100)); ...
> plot3d(X[1],X[2],X[3],>anaglyph,>wire):
```



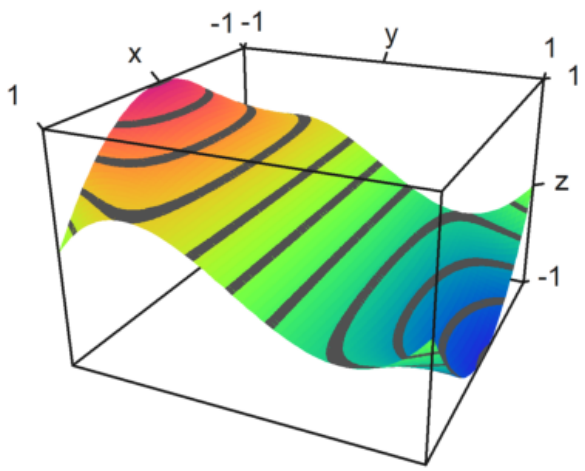
EMT juga dapat membuat plot dalam mode anaglyph. Untuk melihat plot semacam itu, Anda memerlukan kacamata merah/cyan.

```
> plot3d("x^2+y^3",>anaglyph,>contour,angle=30°):
```



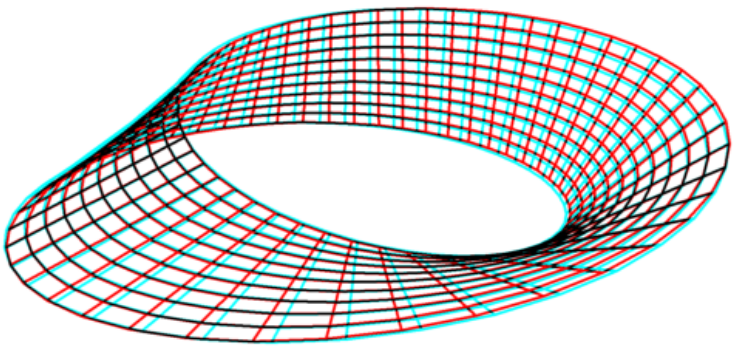
Sering kali, skema warna spektral digunakan untuk plot. Hal ini menekankan ketinggian fungsi.

```
>plot3d("x^2*y^3-y",>spectral,>contour,zoom=3.2):
```



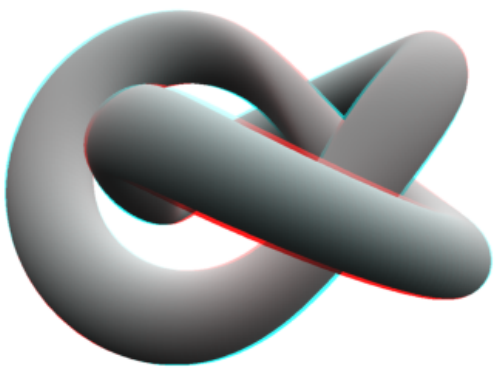
Euler juga dapat memplot permukaan yang diparameterkan, apabila parameternya adalah nilai x, y, dan z dari gambar kisi-kisi persegi panjang di dalam ruang.
Untuk demo berikut ini, kita akan menyiapkan parameter u dan v, dan menghasilkan koordinat ruang dari parameter ini

```
>u=linspace(-1,1,10); v=linspace(0,2*pi,50)'; ...
>X=(3+u*cos(v/2))*cos(v); Y=(3+u*cos(v/2))*sin(v); Z=u*sin(v/2); ...
>plot3d(X,Y,Z,>anaglyph,<frame,>wire,scale=2.3):
```



Berikut ini contoh yang lebih rumit, yang tampak megah dengan kacamata merah/cyan.

```
>u:=linspace(-pi,pi,160); v:=linspace(-pi,pi,400)';  ...
>x:=(4*(1+.25*sin(3*v))+cos(u))*cos(2*v); ...
>y:=(4*(1+.25*sin(3*v))+cos(u))*sin(2*v); ...
> z=sin(u)+2*cos(3*v); ...
>plot3d(x,y,z,frame=0,scale=1.5,hue=1,light=[1,0,-1],zoom=2.8,>anaglyph):
```

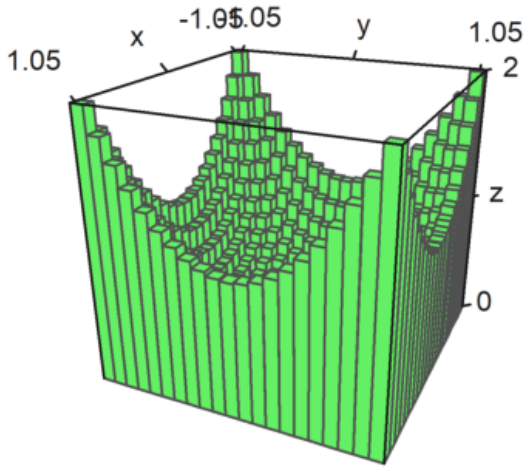


Plot Statistik

Petak batang juga dimungkinkan. Untuk ini, kita harus menyediakan
- x: vektor baris dengan n+1 elemen
- y: vektor kolom dengan n+1 elemen
- z: matriks nilai nxn.

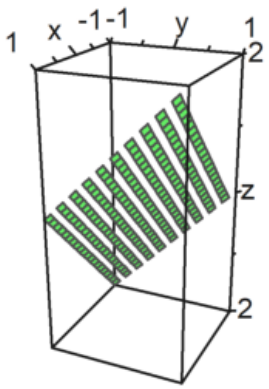
z dapat lebih besar, tetapi hanya nilai nxn yang akan digunakan.
Dalam contoh, pertama-tama kita menghitung nilainya. Kemudian kita menyesuaikan x dan y, sehingga vektor berpusat pada nilai yang digunakan

```
>x=-1:0.1:1; y=x'; z=x^2+y^2; ...
>xa=(x|1.1)-0.05; ya=(y_1.1)-0.05; ...
>plot3d(xa,ya,z,bar=true):
```



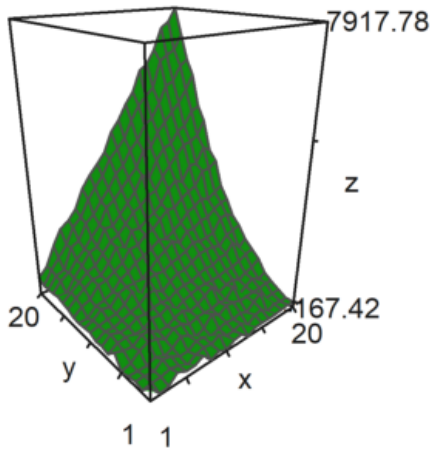
Hal ini memungkinkan untuk membagi plot permukaan menjadi dua bagian atau lebih.

```
>x=-1:0.1:1; y=x'; z=x+y; d=zeros(size(x)); ...
>plot3d(x,y,z,disconnect=2:2:20):
```

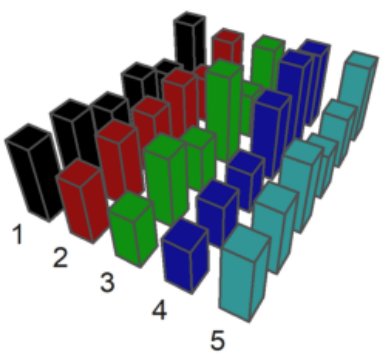


Jika memuat atau menghasilkan matriks data M dari file dan perlu memplotnya dalam 3D, Anda dapat menskalakan matriks ke [-1,1] dengan scale(M), atau menskalakan matriks dengan >zscale. Hal ini dapat dikombinasikan dengan faktor penskalaan individual yang diterapkan sebagai tambahan.

```
>i=1:20; j=i'; ...
>plot3d(i*j^2+100*normal(20,20),>zscale,scale=[1,1,1.5],angle=-40°,zoom=1.8):
```

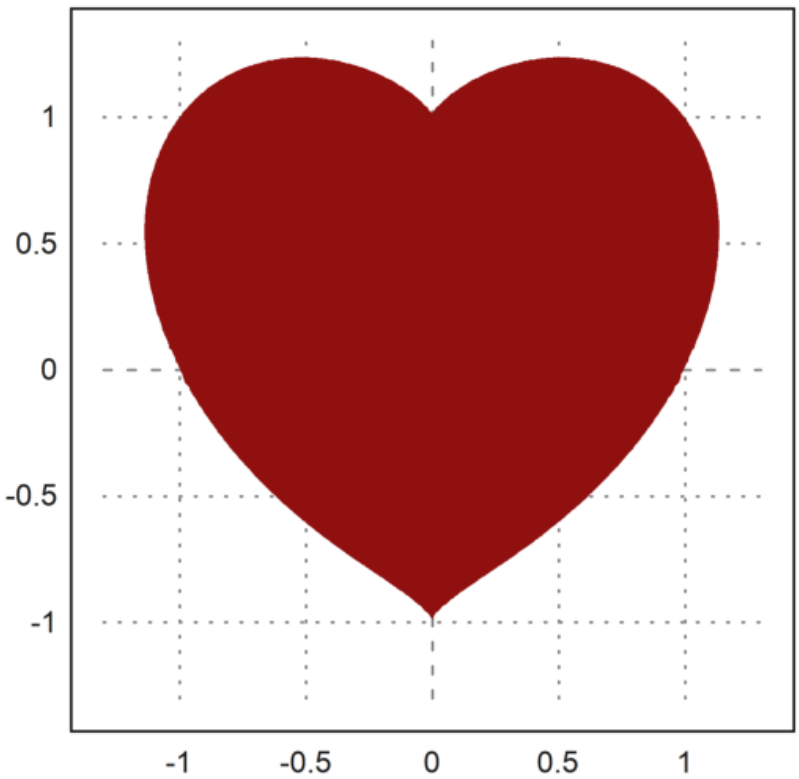



```
>Z=intrandom(5,100,6); v=zeros(5,6); ...
>loop 1 to 5; v[#]=getmultiplicities(1:6,Z[#]); end; ...
>columnsplot3d(v',scols=1:5,ccols=[1:5]):
```



Permukaan Benda Putar

```
>plot2d("(x^2+y^2-1)^3-x^2*y^3",r=1.3, ...
>style="#",color=red,<outline, ...
>level=[-2;0],n=100):
```




```
>ekspresi &= (x^2+y^2-1)^3-x^2*y^3; $ekspresi
```

$$\left(y^2+x^2-1\right)^3-x^2\,y^3$$

Kita ingin memutar kurva hati di sekitar sumbu y. Inilah ekspresi yang mendefinisikan hati:

$$f(x,y)=(x^2+y^2-1)^3-x^2.y^3.$$

Selanjutnya

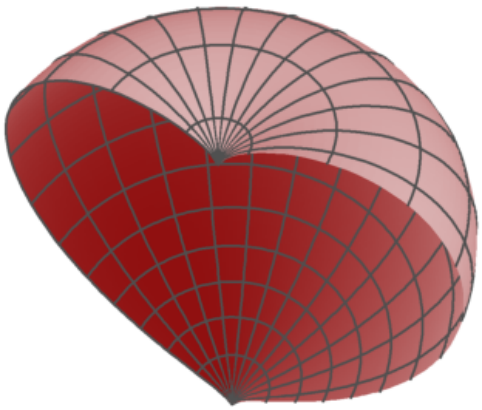
$$x=r.cos(a),\quad y=r.sin(a).$$

```
>function fr(r,a) &= ekspresi with [x=r*cos(a),y=r*sin(a)] | trigreduce; $fr(r,a)
```

$$\left(r^2-1\right)^3+\frac{\left(\sin\left(5\,a\right)-\sin\left(3\,a\right)-2\,\sin a\right)\,r^5}{16}$$

Hal ini memungkinkan untuk mendefinisikan fungsi numerik, yang menyelesaikan untuk r, jika a diberikan. Dengan fungsi tersebut kita dapat memplotkan hati yang diputar sebagai permukaan parametrik.

```
>function map f(a) := bisect("fr",0,2;a); ...
>t=linspace(-pi/2,pi/2,100); r=f(t);  ...
>s=linspace(pi,2pi,100)'; ...
>plot3d(r*cos(t)*sin(s),r*cos(t)*cos(s),r*sin(t), ...
>>hue,<frame,color=red,zoom=4,amb=0,max=0.7,grid=12,height=50°):
```

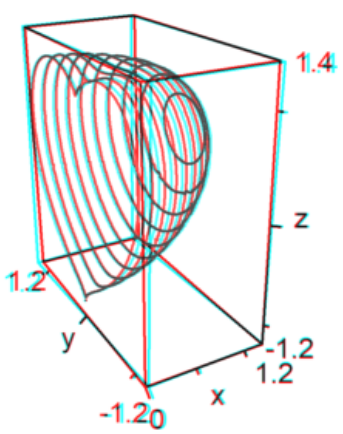


Berikut ini adalah plot 3D dari gambar di atas yang diputar mengelilingi sumbu-z. Kita mendefinisikan fungsi, yang menggambarkan objek.

```
>function f(x,y,z) ...
```

```
  r=x^2+y^2;
  return (r+z^2-1)^3-r*z^3;
   endfunction
```

```
>plot3d("f(x,y,z)", ...
>xmin=0,xmax=1.2,ymin=-1.2,ymax=1.2,zmin=-1.2,zmax=1.4, ...
>implicit=1,angle=-30°,zoom=2.5,n=[10,100,60],>anaglyph):
```



Plot 3D Khusus

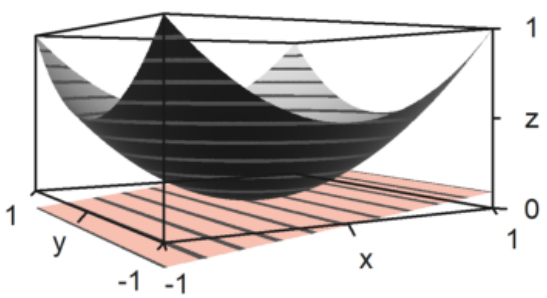
Fungsi plot3d memang bagus untuk dimiliki, tetapi tidak memenuhi semua kebutuhan. Di samping rutinitas yang lebih mendasar, Anda bisa mendapatkan plot berbingkai dari objek apa pun yang Anda sukai. Meskipun Euler bukan program 3D, namun dapat menggabungkan beberapa objek dasar. Kita mencoba memvisualisasikan parabola dan garis singgungnya.

```
>function myplot ...
```

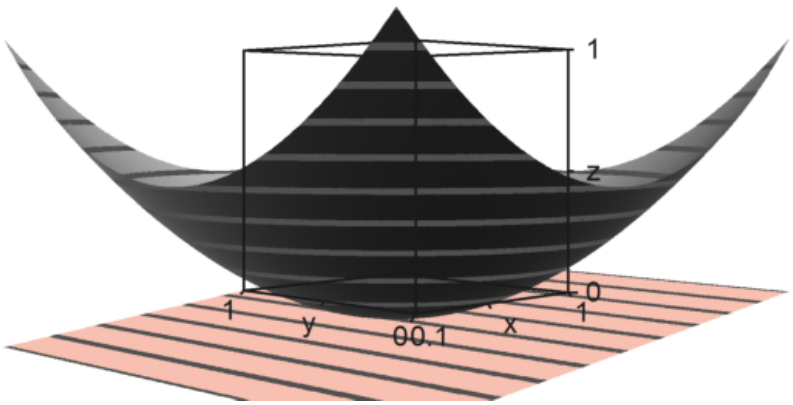
```
    y=-1:0.01:1; x=(-1:0.01:1)';
    plot3d(x,y,0.2*(x-0.1)/2,<scale,<frame,>hue, ..
      hues=0.5,>contour,color=orange);
    h=holding(1);
    plot3d(x,y,(x^2+y^2)/2,<scale,<frame,>contour,>hue);
    holding(h);
  endfunction
```

Sekarang framedplot() menyediakan frame, dan mengatur tampilan.

```
>framedplot("myplot",[-1,1,-1,1,0,1],height=0,angle=-30°, ...
>  center=[0,0,-0.7],zoom=3):
```




```
>framedplot("myplot",[0.1,1,0,1,0,1],height=0,angle=-45°, ...
>center=[0,0,-0.7],zoom=5):
```

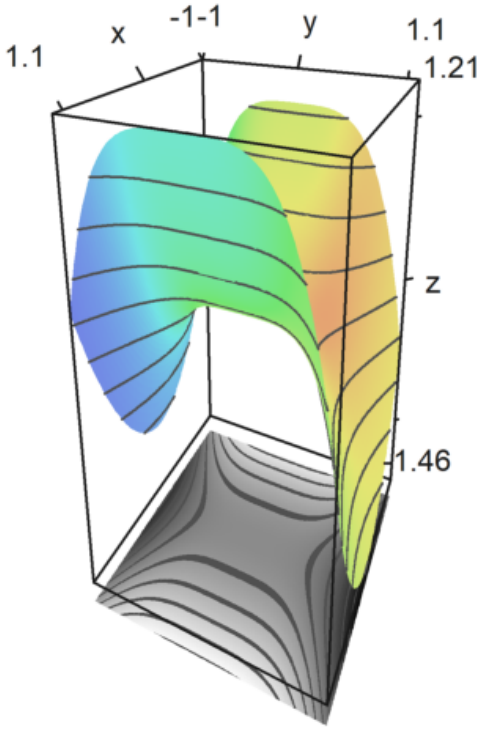


Dengan cara yang sama, Anda dapat memplot bidang kontur secara manual. Perhatikan bahwa plot3d() mengatur jendela ke fullwindow() secara default, namun plotcontourplane() mengasumsikannya

```
>x=-1:0.02:1.1; y=x'; z=x^2-y^4;
>function myplot (x,y,z) ...
```

```
    zoom(2);
    wi=fullwindow();
    plotcontourplane(x,y,z,level="auto",<scale);
    plot3d(x,y,z,>hue,<scale,>add,color=white,level="thin");
    window(wi);
    reset();
  endfunction
```

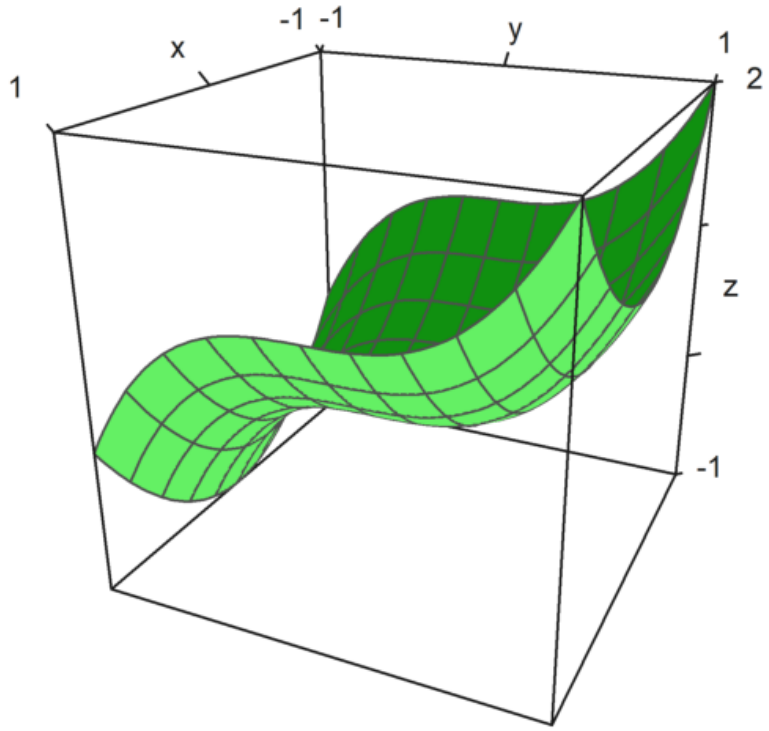
```
>myplot(x,y,z):
```



Animasi

Euler dapat menggunakan frame untuk melakukan pra-komputasi animasi.
Salah satu fungsi yang memanfaatkan teknik ini adalah rotate. Fungsi ini dapat mengubah sudut pandang dan menggambar ulang plot 3D. Fungsi ini memanggil addpage() untuk setiap plot baru. Terakhir, fungsi ini menganimasikan plot-plot tersebut.
Silakan pelajari sumber rotasi untuk mengetahui detail selengkapnya.

```
>function testplot () := plot3d("x^2+y^3"); ...
>rotate("testplot"); testplot():
```



Menggambar Povray

Dengan bantuan file Euler povray.e, Euler dapat menghasilkan file Povray. Hasilnya sangat bagus untuk dilihat.

Anda perlu menginstal Povray (32bit atau 64bit) dari http://www.povray.org/, dan meletakkan subdirektori "bin" dari Povray ke dalam jalur lingkungan, atau mengatur variabel "defaultpovray" dengan jalur lengkap yang mengarah ke "pvengine.exe".

Antarmuka Povray dari Euler menghasilkan file Povray di direktori home pengguna, dan memanggil Povray untuk mengurai file-file ini.

Nama file default adalah current.pov, dan direktori defaultnya adalah eulerhome(), biasanya c:\Users\Username\Euler. Povray menghasilkan sebuah file PNG, yang dapat dimuat oleh Euler ke dalam notebook.

Untuk membersihkan berkas-berkas ini, gunakan povclear().

Fungsi pov3d memiliki semangat yang sama dengan plot3d. Fungsi ini dapat menghasilkan grafik fungsi f(x,y), atau permukaan dengan koordinat X,Y,Z dalam matriks, termasuk garis level opsional.

Fungsi ini memulai raytracer secara otomatis, dan memuat adegan ke dalam notebook Euler. Selain pov3d(), ada banyak fungsi yang menghasilkan objek Povray. Fungsi-fungsi ini mengembalikan string, yang berisi kode Povray untuk objek. Untuk menggunakan fungsi-fungsi ini, mulai file Povray dengan povstart(). Kemudian gunakan writeln(...) untuk menulis objek ke file scene. Terakhir, akhiri file dengan povend().

Secara default, raytracer akan dimulai, dan PNG akan dimasukkan ke dalam notebook Euler.

Fungsi objek memiliki parameter yang disebut "look", yang membutuhkan string dengan kode Povray untuk tekstur dan hasil akhir objek. Fungsi povlook() dapat digunakan untuk menghasilkan string ini. Fungsi ini memiliki parameter untuk warna, transparansi, Phong Shading, dll.

Perhatikan bahwa alam semesta Povray memiliki sistem koordinat lain. Antarmuka ini menerjemahkan semua koordinat ke sistem Povray. Jadi, Anda dapat terus berpikir dalam sistem koordinat Euler dengan z menunjuk vertikal ke atas, dan sumbu x, y, z di tangan kanan.

Anda perlu memuat file povray

```
>load povray;
```

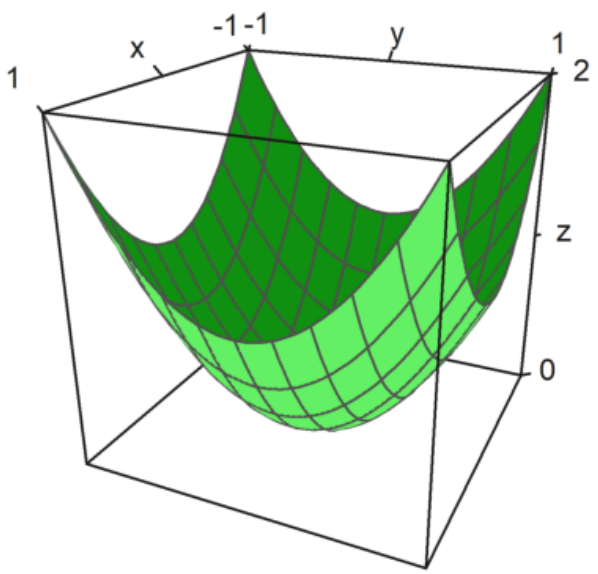
Pastikan direktori bin povray berada di dalam path. Jika tidak, edit variabel berikut sehingga berisi jalur ke povray yang dapat dieksekusi.

```
>defaultpovray="C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe"
```

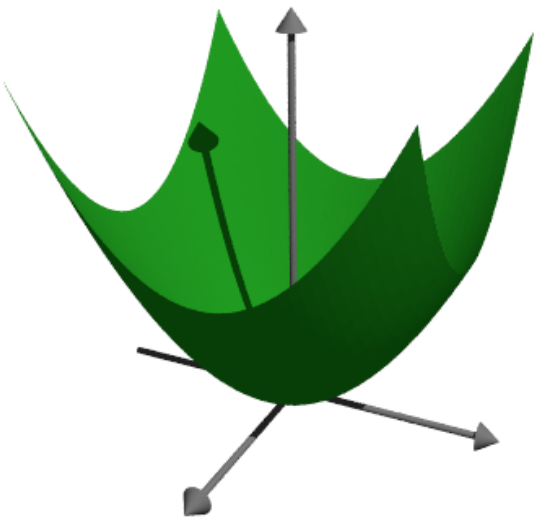
```
  C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe
```

Untuk kesan pertama, kita plot sebuah fungsi sederhana. Perintah berikut ini menghasilkan file povray di direktori pengguna Anda, dan menjalankan Povray untuk melacak sinar pada file ini.
Jika Anda menjalankan perintah berikut, GUI Povray akan membuka, menjalankan file, dan menutup secara otomatis. Karena alasan keamanan, Anda akan ditanya apakah Anda ingin mengizinkan file exe untuk dijalankan. Anda dapat menekan cancel untuk menghentikan pertanyaan lebih lanjut. Anda mungkin harus menekan OK pada jendela Povray untuk mengetahui dialog awal Povray.

```
>plot3d("x^2+y^2",zoom=2):
```

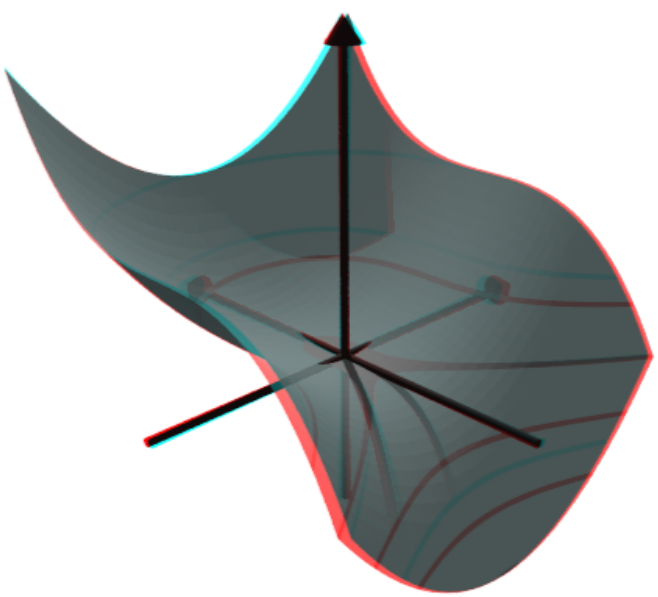



```
>pov3d("x^2+y^2",zoom=3);
```



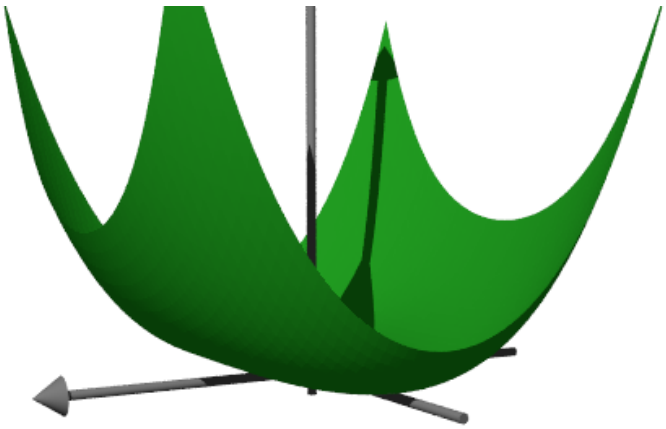
Kadang-kadang perlu untuk mencegah penskalaan fungsi, dan menskalakan fungsi dengan tangan.
Kita memplot kumpulan titik pada bidang kompleks, di mana hasil kali jarak ke 1 dan -1 sama dengan 1.

```
>pov3d("x^2+y^3",axiscolor=red,angle=-45°,>anaglyph, ...
>  look=povlook(cyan,0.2),level=-1:0.5:1,zoom=3.8);
```



Sometimes it is necessary to prevent the scaling of the function, and scale the function by hand.
We plot the set of points in the complex plane, where the product of the distances to 1 and -1 is equal to 1.

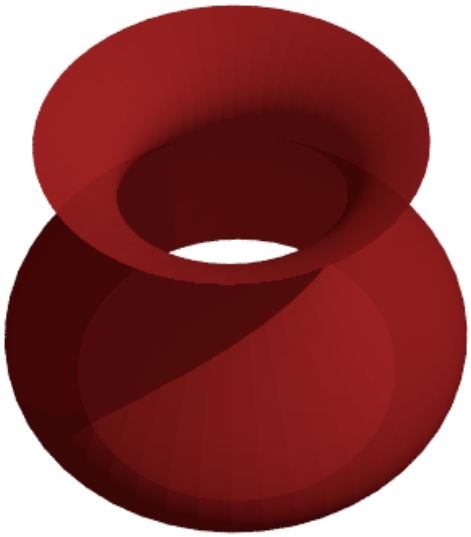
```
>pov3d("((x-1)^2+y^2)*((x+1)^2+y^2)/40",r=2, ...
>  angle=-120°,level=1/40,dlevel=0.005,light=[-1,1,1],height=10°,n=50, ...
>  <fscale,zoom=3.8);
```



Merencanakan dengan Koordinat

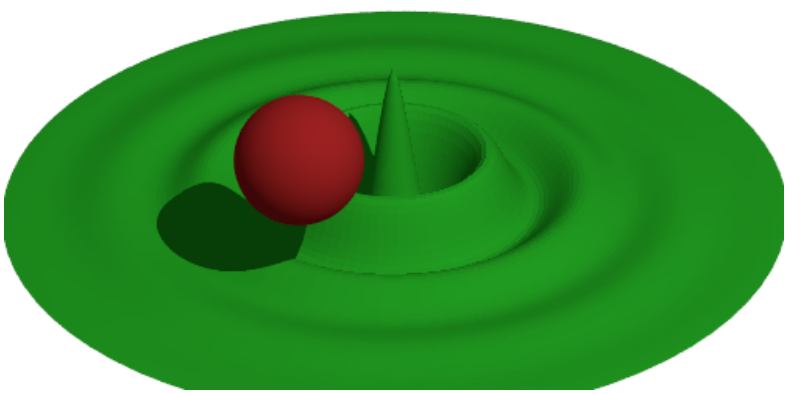
Alih-alih menggunakan fungsi, kita dapat memplot dengan koordinat. Seperti pada plot3d, kita membutuhkan tiga matriks untuk mendefinisikan objek.
Pada contoh, kita memutar sebuah fungsi pada sumbu z

```
>function f(x) := x^3-x+1; ...
>x=-1:0.01:1; t=linspace(0,2pi,50)'; ...
>Z=x; X=cos(t)*f(x); Y=sin(t)*f(x); ...
>pov3d(X,Y,Z,angle=40°,look=povlook(red,0.1),height=50°,axis=0,zoom=4,light=[10,5,15]);
```



Pada contoh berikut, kami memplot gelombang teredam. Kami menghasilkan gelombang dengan bahasa matriks Euler. Kami juga menunjukkan, bagaimana objek tambahan dapat ditambahkan ke adegan pov3d. Untuk pembuatan objek, lihat contoh berikut. Perhatikan bahwa plot3d menskalakan plot, sehingga sesuai dengan kubus satuan.

```
>r=linspace(0,1,80); phi=linspace(0,2pi,80)'; ...
>x=r*cos(phi); y=r*sin(phi); z=exp(-5*r)*cos(8*pi*r)/3;  ...
>pov3d(x,y,z,zoom=6,axis=0,height=30°,add=povsphere([0.5,0,0.25],0.15,povlook(red)), ...
>  w=500,h=300);
```



Dengan metode bayangan canggih Povray, hanya sedikit titik yang bisa menghasilkan permukaan yang sangat halus. Hanya pada batas-batas dan bayangan, trik ini bisa terlihat jelas.
Untuk itu, kita perlu menambahkan vektor normal di setiap titik matriks

```
>Z &= x^2*y^3
```

$$x^2 y^3$$

Persamaan permukaannya adalah [x,y,Z]. Kita dapat menghitung dua turunan terhadap x dan y dari persamaan ini dan mengambil h a sil perkalian silang sebagai normal

```
>dx &= diff([x,y,Z],x); dy &= diff([x,y,Z],y);
```

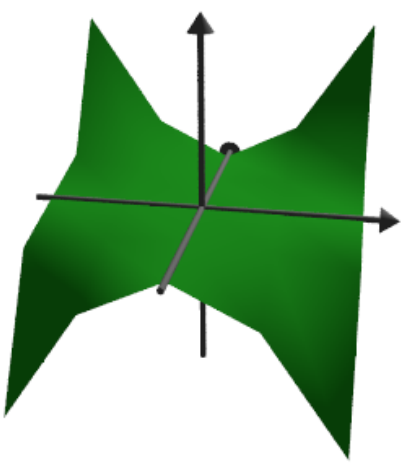
Kami mendefinisikan normal sebagai hasil kali silang dari turunan ini, dan mendefinisikan fungsi koordinat.

```
>N &= crossproduct(dx,dy); NX &= N[1]; NY &= N[2]; NZ &= N[3]; N,
```

$$\left[-2 x y^3, -3 x^2 y^2, 1\right]$$

Kita hanya menggunakan 25 poin.

```
>x=-1:0.5:1; y=x';
>pov3d(x,y,Z(x,y),angle=10°, ...
>  xv=NX(x,y),yv=NY(x,y),zv=NZ(x,y),<shadow);
```



Berikut ini adalah simpul Trefoil yang dibuat oleh A. Busser di Povray. Ada versi yang lebih baik dari ini dalam contoh.
See: Examples\Trefoil Knot | Trefoil Knot
Untuk tampilan yang bagus dengan tidak terlalu banyak titik, kami menambahkan vektor normal di sini. Kita menggunakan Maxima untuk menghitung normal. Pertama, tiga fungsi untuk koordinat sebagai ekspresi simbolis

```
>X &= ((4+sin(3*y))+cos(x))*cos(2*y); ...
>Y &= ((4+sin(3*y))+cos(x))*sin(2*y); ...
>Z &= sin(x)+2*cos(3*y);
```

Kemudian kedua vektor turunan ke x dan y.

```
>dx &= diff([X,Y,Z],x); dy &= diff([X,Y,Z],y);
```

Sekarang normalnya, yaitu perkalian silang kedua turunannya.

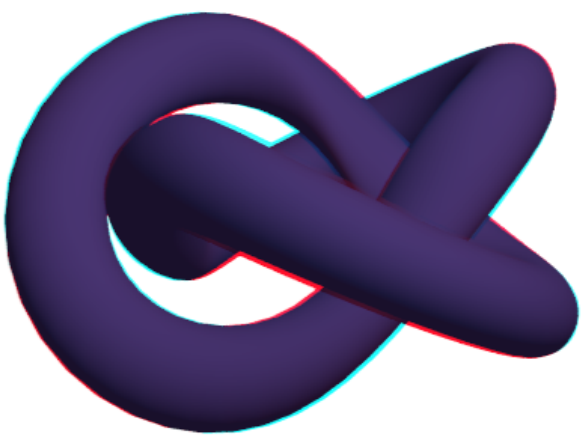
```
>dn &= crossproduct(dx,dy);
```

Sekarang evaluasi semua numerasinya.

```
>x:=linspace(-%pi,%pi,40); y:=linspace(-%pi,%pi,100)';
```

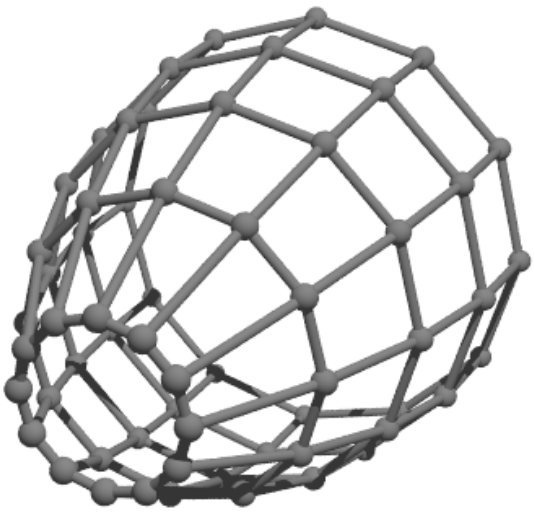
Vektor normal adalah evaluasi ekspresi simbolik dn[i] untuk i=1,2,3. Sintaksnya adalah &"ekspresi"(parameter). Ini adalah alternatif dari metode pada contoh sebelumnya, di mana kita mendefinisikan ekspresi simbolik NX, NY, NZ terlebih dahulu.

```
>pov3d(X(x,y),Y(x,y),Z(x,y),>anaglyph,axis=0,zoom=5,w=450,h=350, ...
>  <shadow,look=povlook(blue), ...
>  xv=&"dn[1]"(x,y), yv=&"dn[2]"(x,y), zv=&"dn[3]"(x,y));
```



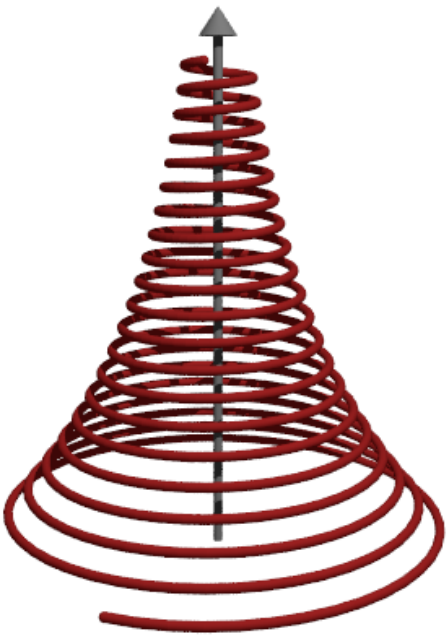
We can also generate a grid in 3D.

```
>povstart(zoom=4); ...
>x=-1:0.5:1; r=1-(x+1)^2/6; ...
>t=(0°:30°:360°)'; y=r*cos(t); z=r*sin(t); ...
>writeln(povgrid(x,y,z,d=0.02,dballs=0.05)); ...
>povend();
```



With povgrid(), curves are possible.

```
>povstart(center=[0,0,1],zoom=3.6); ...
>t=linspace(0,2,1000); r=exp(-t); ...
>x=cos(2*pi*10*t)*r; y=sin(2*pi*10*t)*r; z=t; ...
>writeln(povgrid(x,y,z,povlook(red))); ...
>writeAxis(0,2,axis=3); ...
>povend();
```



Objek Povray

Di atas, kami menggunakan pov3d untuk memplot permukaan. Antarmuka povray di Euler juga dapat menghasilkan objek Povray. Objek ini disimpan sebagai string di Euler, dan perlu ditulis ke file Povray.
Kami memulai output dengan povstart().

```
>povstart(zoom=4);
```

Pertama kita mendefinisikan tiga silinder, dan menyimpannya dalam string di Euler.
Fungsi povx() dll. hanya mengembalikan vektor [1,0,0], yang dapat digunakan sebagai gantinya.

```
>c1=povcylinder(-povx,povx,1,povlook(red)); ...
>c2=povcylinder(-povy,povy,1,povlook(yellow)); ...
>c3=povcylinder(-povz,povz,1,povlook(blue)); ...
```

String tersebut berisi kode Povray, yang tidak perlu kita pahami pada saat itu.

```
>c2
```

```
cylinder { <0,0,-1>, <0,0,1>, 1
 texture { pigment { color rgb <0.941176,0.941176,0.392157> }  }
 finish { ambient 0.2 }
 }
```

Seperti yang Anda lihat, kami menambahkan tekstur pada objek dalam tiga warna berbeda.
Hal ini dilakukan oleh povlook(), yang mengembalikan string dengan kode Povray yang relevan. Kita dapat menggunakan warna default Euler, atau menentukan warna kita sendiri. Kita juga dapat menambahkan transparansi, atau mengubah cahaya sekitar.

```
>povlook(rgb(0.1,0.2,0.3),0.1,0.5)
```

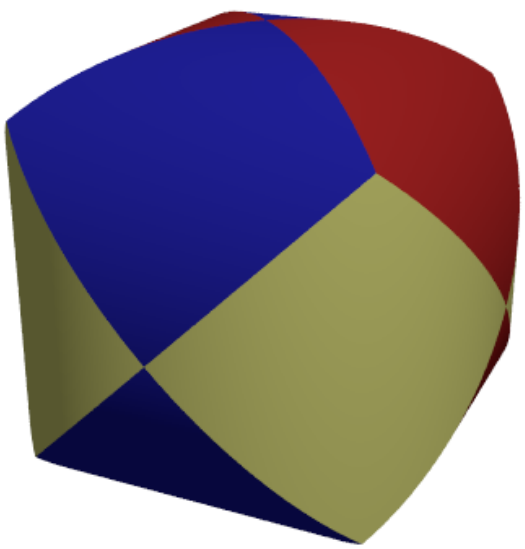
```
   texture { pigment { color rgbf <0.101961,0.2,0.301961,0.1> }  }
   finish { ambient 0.5 }
```

Sekarang kita mendefinisikan objek persimpangan, dan menulis hasilnya ke file.

```
>writeln(povintersection([c1,c2,c3]));
```

Persimpangan tiga silinder sulit untuk divisualisasikan jika Anda belum pernah melihatnya sebelumnya.

```
>povend;
```



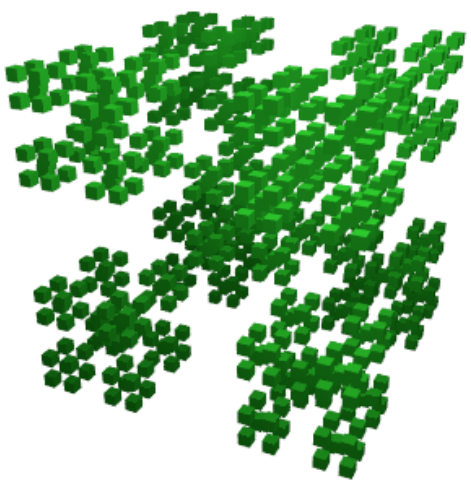
Fungsi berikut menghasilkan fraktal secara rekursif.
Fungsi pertama menunjukkan bagaimana Euler menangani objek Povray sederhana. Fungsi povbox() mengembalikan string, yang berisi koordinat kotak, tekstur, dan hasil akhir.

```
>function onebox(x,y,z,d) := povbox([x,y,z],[x+d,y+d,z+d],povlook());
>function fractal (x,y,z,h,n) ...
```

```
   if n==1 then writeln(onebox(x,y,z,h));
   else
     h=h/3;
     fractal(x,y,z,h,n-1);
     fractal(x+2*h,y,z,h,n-1);
     fractal(x,y+2*h,z,h,n-1);
```

```
    fractal(x,y,z+2*h,h,n-1);
    fractal(x+2*h,y+2*h,z,h,n-1);
    fractal(x+2*h,y,z+2*h,h,n-1);
    fractal(x,y+2*h,z+2*h,h,n-1);
    fractal(x+2*h,y+2*h,z+2*h,h,n-1);
    fractal(x+h,y+h,z+h,h,n-1);
  endif;
endfunction
```

```
>povstart(fade=10,<shadow);
>fractal(-1,-1,-1,2,4);
>povend();
```



Perbedaan memungkinkan pemisahan satu objek dari objek lainnya. Seperti persimpangan, ada bagian dari objek CSG di Povray.

```
>povstart(light=[5,-5,5],fade=10);
```

Untuk demonstrasi ini, kami mendefinisikan objek di Povray, alih-alih menggunakan string di Euler. Definisi segera ditulis ke file.
Koordinat kotak -1 berarti [-1,-1,-1].

```
>povdefine("mycube",povbox(-1,1));
```

We can use this object in povobject(), which returns a string as usual.

```
>c1=povobject("mycube",povlook(red));
```

We generate a second cube, and rotate and scale it a bit.

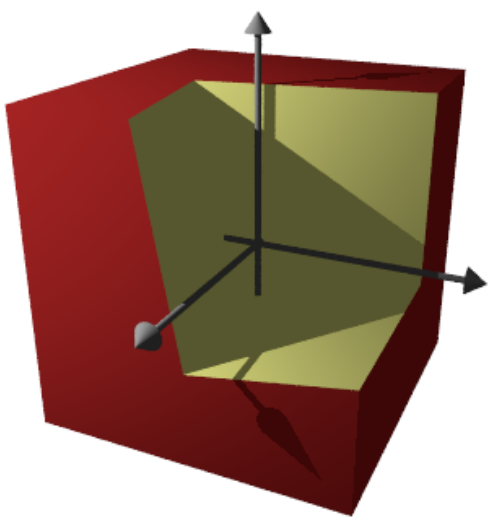
```
>c2=povobject("mycube",povlook(yellow),translate=[1,1,1], ...
>  rotate=xrotate(10°)+yrotate(10°), scale=1.2);
```

Then we take the difference of the two objects.

```
>writeln(povdifference(c1,c2));
```

Now add three axes.

```
>writeAxis(-1.2,1.2,axis=1); ...
>writeAxis(-1.2,1.2,axis=2); ...
>writeAxis(-1.2,1.2,axis=4); ...
>povend();
```



Fungsi Implisit

Povray dapat memplot himpunan di mana f(x,y,z)=0, seperti parameter implisit di plot3d. Namun hasilnya terlihat jauh lebih baik.
Sintaks untuk fungsinya sedikit berbeda. Anda tidak dapat menggunakan keluaran ekspresi Maxima atau Euler.

$$((x^2+y^2-c^2)^2+(z^2-1)^2)*((y^2+z^2-c^2)^2+(x^2-1)^2)*((z^2+x^2-c^2)^2+(y^2-1)^2)=d$$

```
>povstart(angle=70°,height=50°,zoom=4);
>c=0.1; d=0.1; ...
>writeln(povsurface("(pow(pow(x,2)+pow(y,2)-pow(c,2),2)+pow(pow(z,2)-1,2))*(pow(pow(y,2)+p
>povend();
```

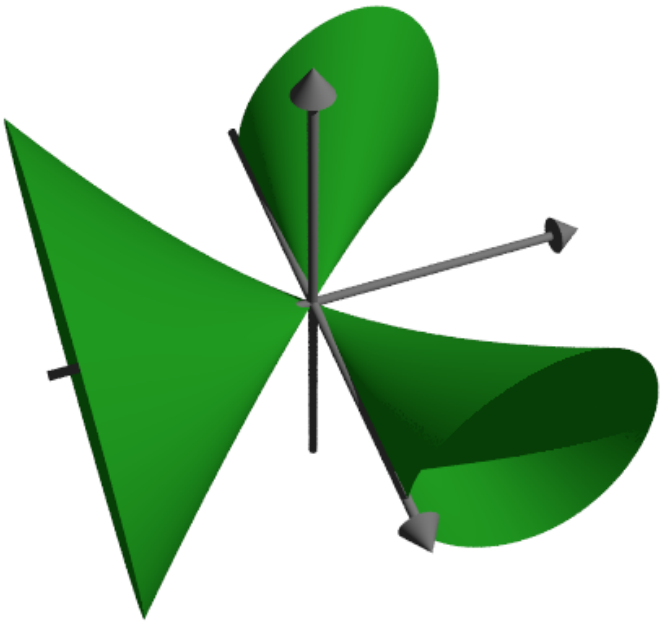
```
  Error : Povray error!

  Error generated by error() command

  povray:
      error("Povray error!");
  Try "trace errors" to inspect local variables after errors.
  povend:
      povray(file,w,h,aspect,exit);
```

```
>povstart(angle=25°,height=10°);
>writeln(povsurface("pow(x,2)+pow(y,2)*pow(z,2)-1",povlook(blue),povbox(-2,2,"")));
>povend();
```

```
>povstart(angle=70°,height=50°,zoom=4);
```

Create the implicit surface. Note the different syntax in the expression.

```
>writeln(povsurface("pow(x,2)*y-pow(y,3)-pow(z,2)",povlook(green))); ...
>writeAxes(); ...
>povend();
```



Objek Jaring

Dalam contoh ini, kami menunjukkan cara membuat objek mesh, dan menggambarnya dengan informasi tambahan.
Kita ingin memaksimalkan xy pada kondisi x+y=1 dan mendemonstrasikan sentuhan tangensial garis datar.

```
>povstart(angle=-10°,center=[0.5,0.5,0.5],zoom=7);
```

Kita tidak dapat menyimpan objek dalam string seperti sebelumnya, karena terlalu besar. Jadi kita mendefinisikan objek dalam file Povray menggunakan declare. Fungsi povtriangle() melakukan ini secara otomatis. Ia dapat menerima vektor normal seperti pov3d().
Berikut ini definisi objek mesh, dan segera menuliskannya ke dalam file.

```
>x=0:0.02:1; y=x'; z=x*y; vx=-y; vy=-x; vz=1;
>mesh=povtriangles(x,y,z,"",vx,vy,vz);
```

Sekarang kita mendefinisikan dua cakram, yang akan berpotongan dengan permukaan.

```
>cl=povdisc([0.5,0.5,0],[1,1,0],2); ...
>ll=povdisc([0,0,1/4],[0,0,1],2);
```

Tulis permukaannya dikurangi kedua cakram.

```
>writeln(povdifference(mesh,povunion([cl,ll]),povlook(green)));
```

Write the two intersections.

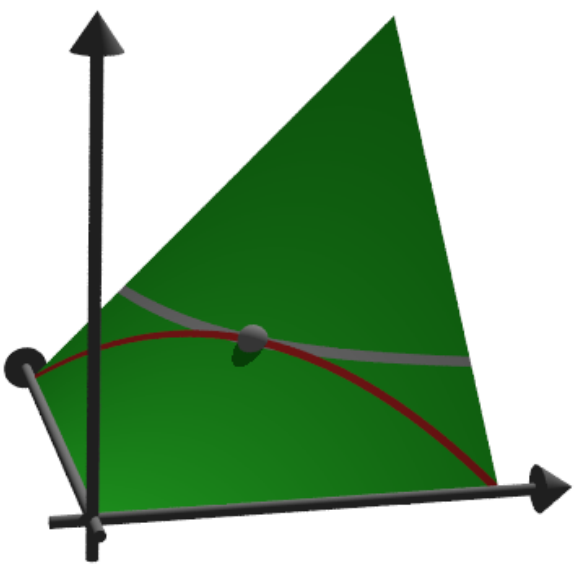
```
>writeln(povintersection([mesh,cl],povlook(red))); ...
>writeln(povintersection([mesh,ll],povlook(gray)));
```

Write a point at the maximum.

```
>writeln(povpoint([1/2,1/2,1/4],povlook(gray),size=2*defaultpointsize));
```

Add axes and finish.

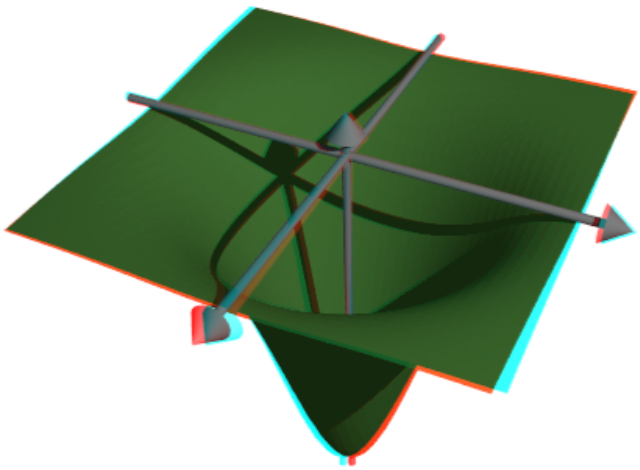
```
>writeAxes(0,1,0,1,0,1,d=0.015); ...
>povend();
```



Anaglyph di Povray

Untuk menghasilkan anaglyph untuk kacamata merah/cyan, Povray harus dijalankan dua kali dari posisi kamera berbeda. Ini menghasilkan dua file Povray dan dua file PNG, yang dimuat dengan fungsi loadanaglyph().
Tentu saja, Anda memerlukan kacamata berwarna merah/cyan untuk melihat contoh berikut dengan benar.
Fungsi pov3d() memiliki saklar sederhana untuk menghasilkan anaglyph.

```
>pov3d("-exp(-x^2-y^2)/2",r=2,height=45°,>anaglyph, ...
>  center=[0,0,0.5],zoom=3.5);
```



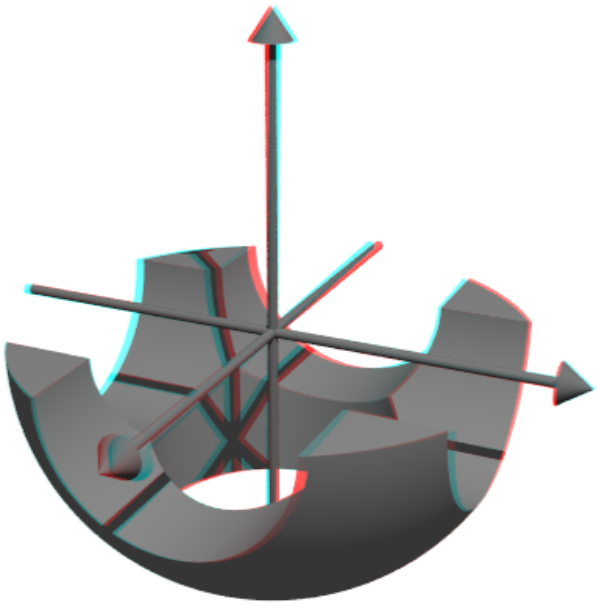
Jika Anda membuat adegan dengan objek, Anda perlu memasukkan pembuatan adegan ke dalam fungsi, dan menjalankannya dua kali dengan nilai berbeda untuk parameter anaglyph.

```
>function myscene ...
```

```
    s=povsphere(povc,1);
    cl=povcylinder(-povz,povz,0.5);
    clx=povobject(cl,rotate=xrotate(90°));
    cly=povobject(cl,rotate=yrotate(90°));
    c=povbox([-1,-1,0],1);
    un=povunion([cl,clx,cly,c]);
    obj=povdifference(s,un,povlook(red));
    writeln(obj);
    writeAxes();
  endfunction
```

Fungsi povanaglyph() melakukan semua ini. Parameternya seperti gabungan povstart() dan povend().

```
>povanaglyph("myscene",zoom=4.5);
```



Mendefinisikan Objek sendiri

Antarmuka povray Euler berisi banyak objek. Namun Anda tidak dibatasi pada hal ini. Anda dapat membuat objek sendiri, yang menggabungkan objek lain, atau merupakan objek yang benar-benar baru.
Kami mendemonstrasikan torus. Perintah Povray untuk ini adalah "torus". Jadi kami mengembalikan string dengan perintah ini dan parameternya. Perhatikan bahwa torus selalu berpusat pada titik asal.

```
>function povdonat (r1,r2,look="") ...
```

```
    return "torus {"+r1+","+r2+look+"}";
  endfunction
```

Here is our first torus.

```
>t1=povdonat(0.8,0.2)
```

```
  torus {0.8,0.2}
```

Mari kita gunakan objek ini untuk membuat torus kedua, diterjemahkan dan diputar.

```
>t2=povobject(t1,rotate=xrotate(90°),translate=[0.8,0,0])
```

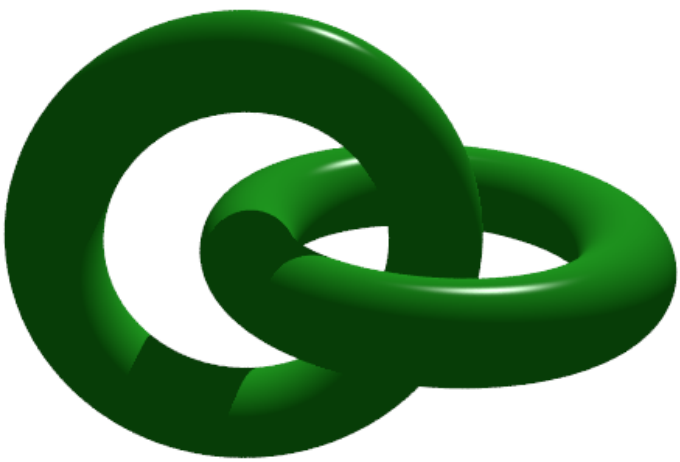
```
  object { torus {0.8,0.2}
   rotate 90 *x
   translate <0.8,0,0>
   }
```

Sekarang kita tempatkan objek-objek tersebut ke dalam sebuah adegan. Untuk tampilannya kami menggunakan Phong Shading.

```
>povstart(center=[0.4,0,0],angle=0°,zoom=3.8,aspect=1.5); ...
>writeln(povobject(t1,povlook(green,phong=1))); ...
>writeln(povobject(t2,povlook(green,phong=1))); ...
```

>povend();
memanggil program Povray. Namun, jika terjadi kesalahan, kesalahan tersebut tidak ditampilkan. Oleh karena itu Anda harus menggunakan
>povend(<exit);
jika ada yang tidak berhasil. Ini akan membiarkan jendela Povray terbuka.

```
>povend(h=320,w=480);
```



Berikut adalah contoh yang lebih rumit. Kami memecahkannya

$$Ax \le b, \quad x \ge 0, \quad c.x \to \text{Maks.}$$

dan menunjukkan titik-titik yang layak dan optimal dalam plot 3D.

```
>A=[10,8,4;5,6,8;6,3,2;9,5,6];
>b=[10,10,10,10]';
>c=[1,1,1];
```

First, let us check, if this example has a solution at all.

```
>x=simplex(A,b,c,>max,>check)'
```

```
  [0,  1,  0.5]
```

Ya, sudah.
Selanjutnya kita mendefinisikan dua objek. Yang pertama adalah pesawat

$$a \cdot x \le b$$

```
>function oneplane (a,b,look="") ...
```

```
    return povplane(a,b,look)
  endfunction
```

Kemudian kita mendefinisikan perpotongan semua setengah ruang dan sebuah kubus.

```
>function adm (A, b, r, look="") ...
```

```
    ol=[];
    loop 1 to rows(A); ol=ol|oneplane(A[#],b[#]); end;
    ol=ol|povbox([0,0,0],[r,r,r]);
    return povintersection(ol,look);
  endfunction
```

We can now plot the scene.

```
>povstart(angle=120°,center=[0.5,0.5,0.5],zoom=3.5); ...
>writeln(adm(A,b,2,povlook(green,0.4))); ...
>writeAxes(0,1.3,0,1.6,0,1.5); ...
```

The following is a circle around the optimum.

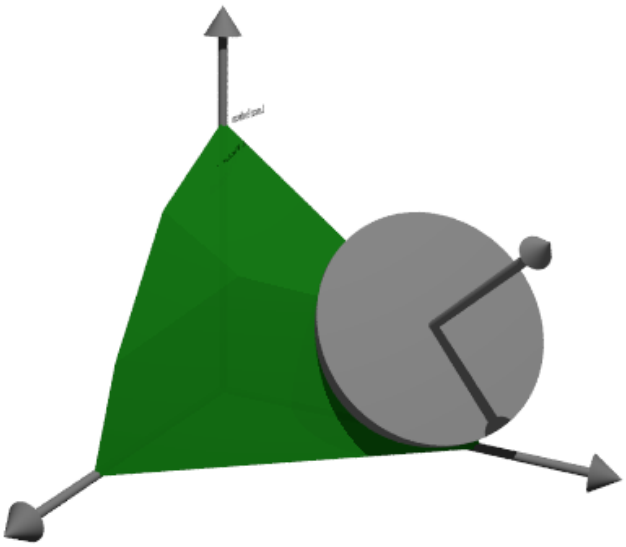
```
>writeln(povintersection([povsphere(x,0.5),povplane(c,c.x')], ...
>  povlook(red,0.9)));
```

And an error in the direction of the optimum.

```
>writeln(povarrow(x,c*0.5,povlook(red)));
```

Kami menambahkan teks ke layar. Teks hanyalah objek 3D. Kita perlu menempatkan dan memutarnya sesuai dengan pandangan kita.

```
>writeln(povtext("Linear Problem",[0,0.2,1.3],size=0.05,rotate=5°)); ...
>povend();
```



Lebih Banyak Contoh

Anda dapat menemukan beberapa contoh Povray di Euler di file berikut.
See: Examples/Dandelin Spheres
See: Examples/Donat Math
See: Examples/Trefoil Knot
See: Examples/Optimization by Affine Scaling