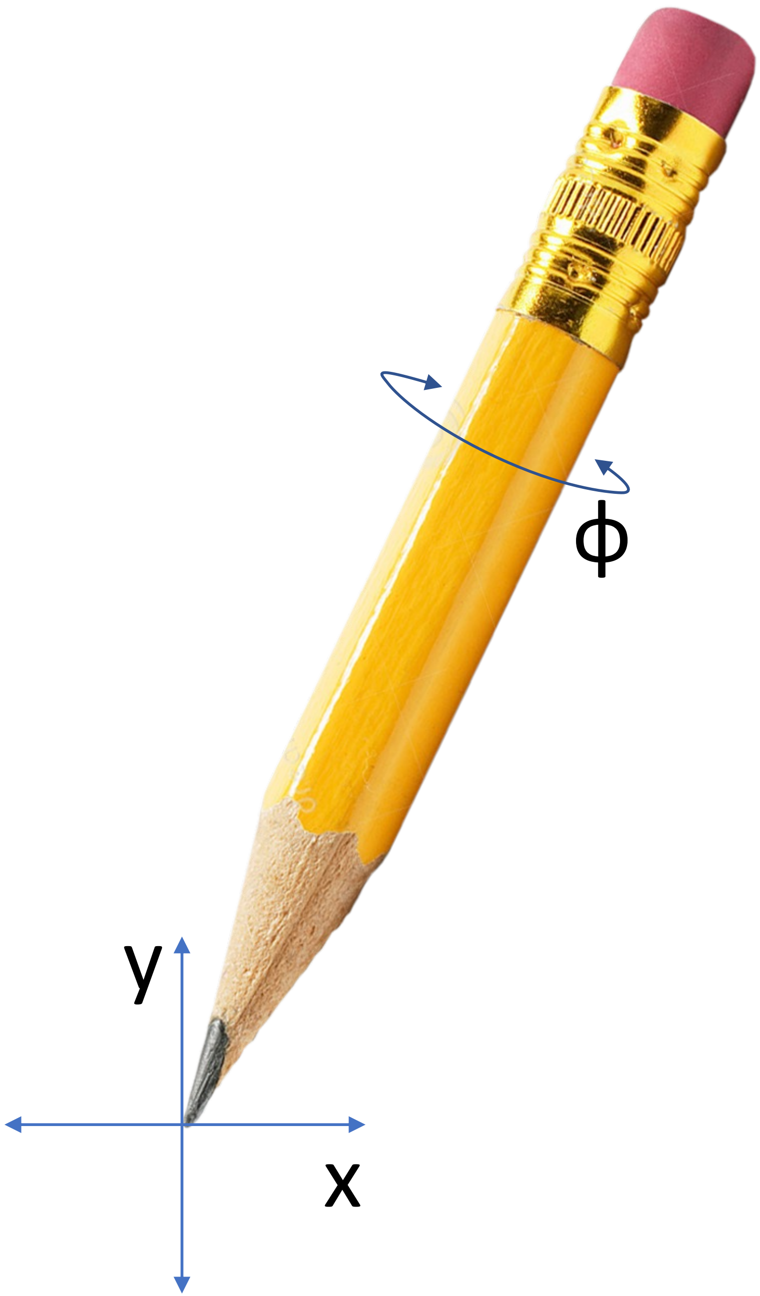
第12週
移動ロボットの運動学

ロボティクス

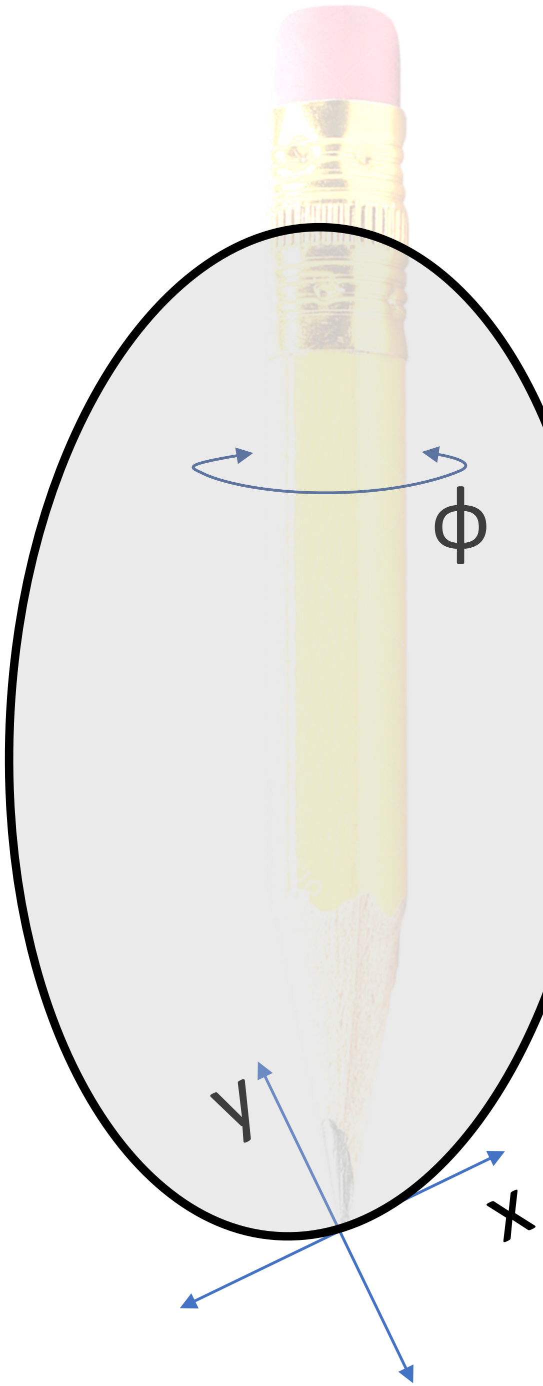
1輪の運動学



例えば，鉛筆の芯の先が鋭く尖っている鉛筆があるとする.

鉛筆の芯の先が平らな地面に付いているとすると，鉛筆の可能な動きは，x方向への移動，ｙ方向への移動，ϕ方向への回転である．（便宜上，鉛筆の傾きは考えない）

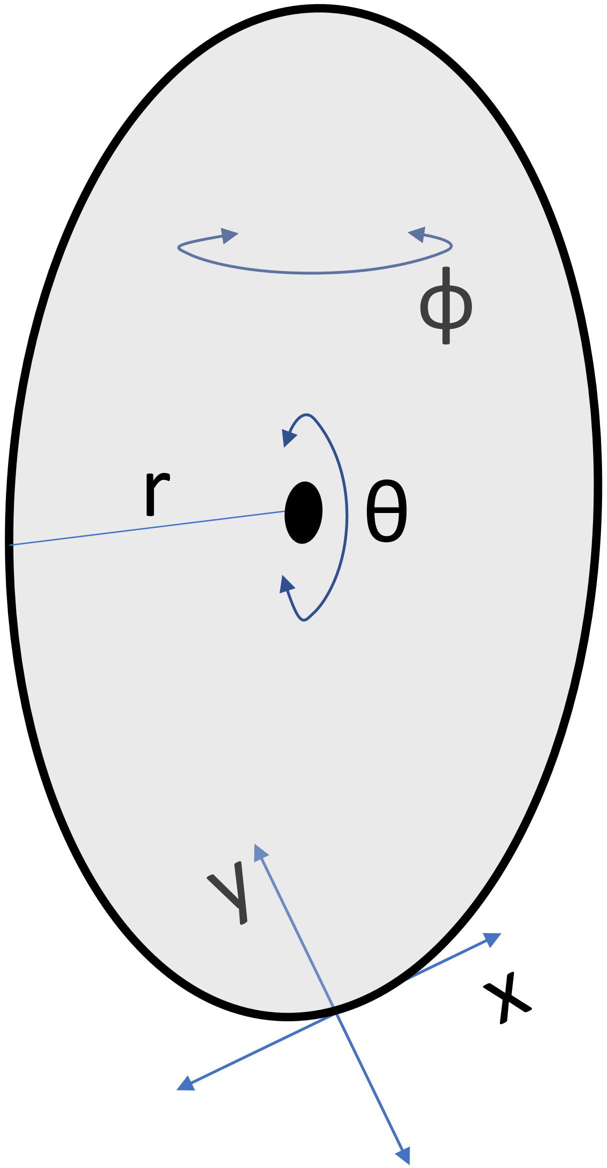
もし，地面と鉛筆の芯の間の摩擦が無限であれば可能な動きはどうなる？



もし，鉛筆の場所に幅が限りなく0に近い真円の円盤があったらその接地面は？

摩擦が無限大ならこの円盤の可能な動きは？

x方向またはy方向へ移動するには？

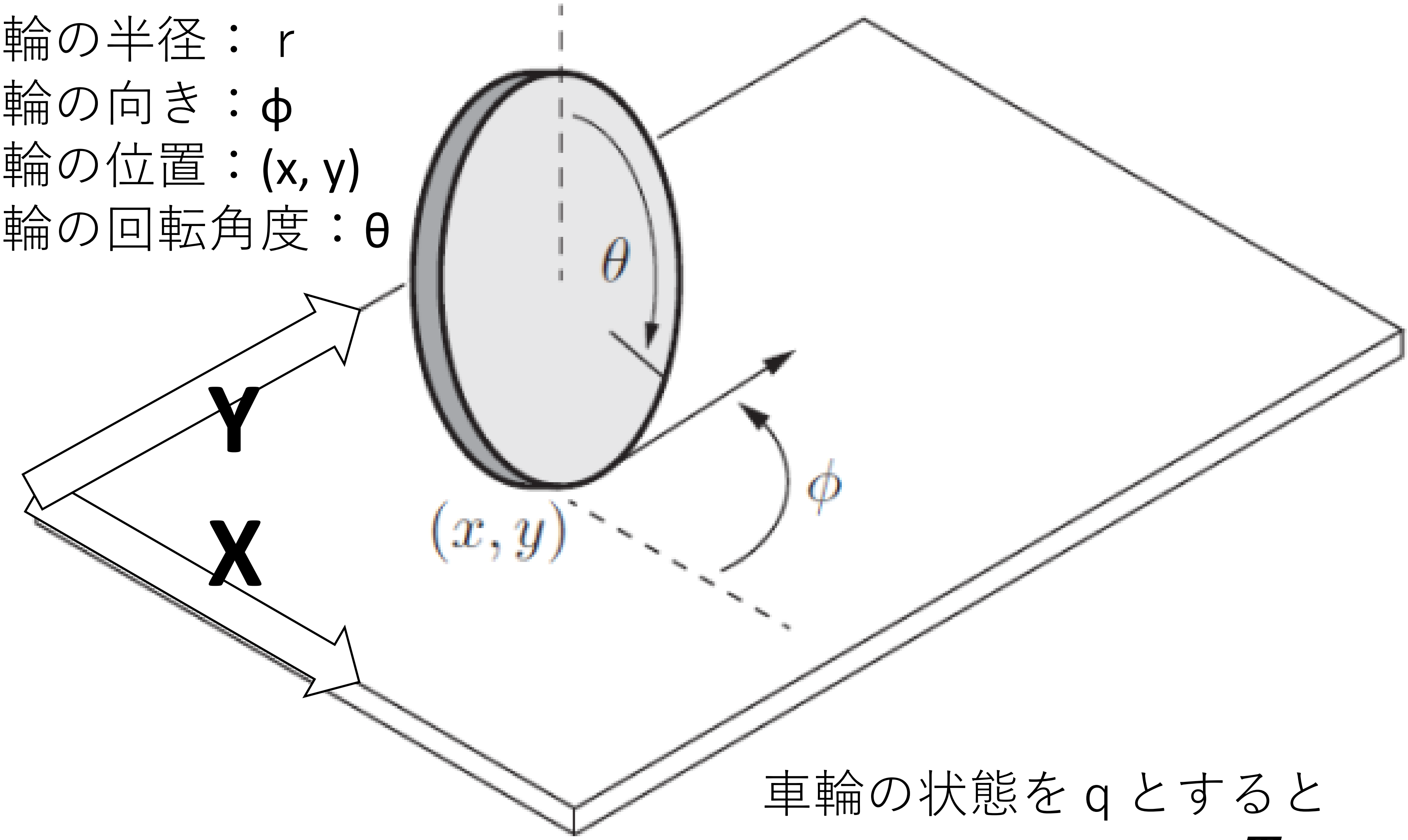


もし，円盤の中心に穴があって，その穴を中心に円盤が回ったら？

もし，円盤の半径をｒとし，円盤の中心を基準にθだけ回転したら？

Y方向に移動するにはどうすれば良い？

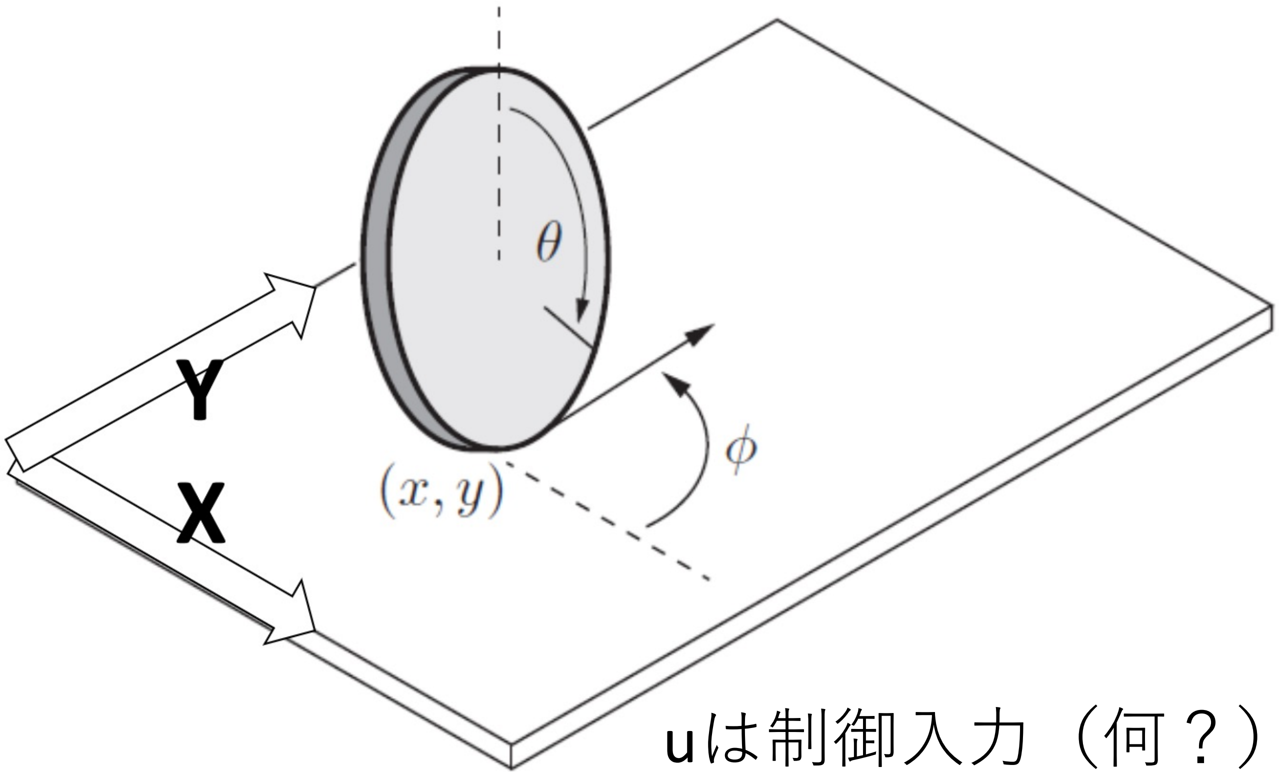
車輪の半径： r
車輪の向き：ϕ
車輪の位置：(x, y)
車輪の回転角度：θ



車輪の状態を q とすると

$$q = [\emptyset \; x \; y \; \theta]^T$$

一輪の運動学（kinematics）



uは制御入力（何？）

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ r\cos\phi & 0 \\ r\sin\phi & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

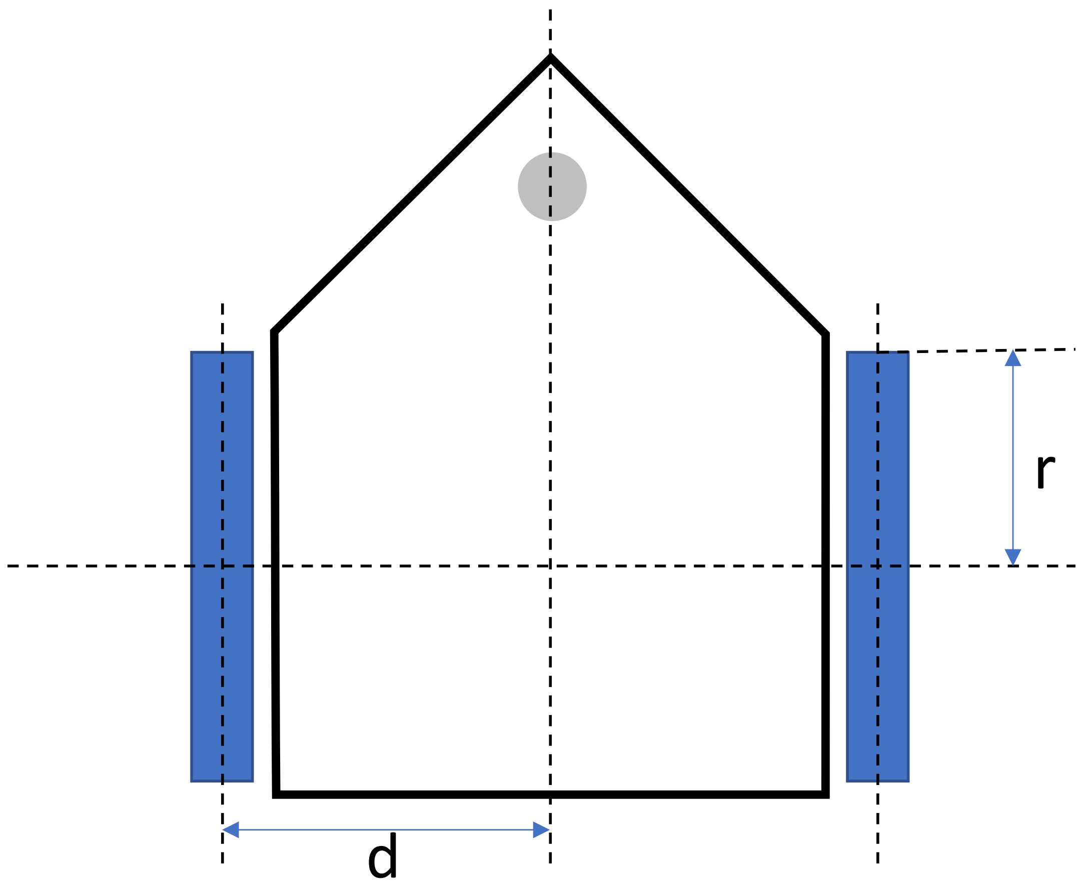
回転角度は姿勢として
考えないので

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ r\cos\phi & 0 \\ r\sin\phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

差動2輪ロボットの運動学

差動二輪型移動ロボット（対向二輪型移動ロボット）

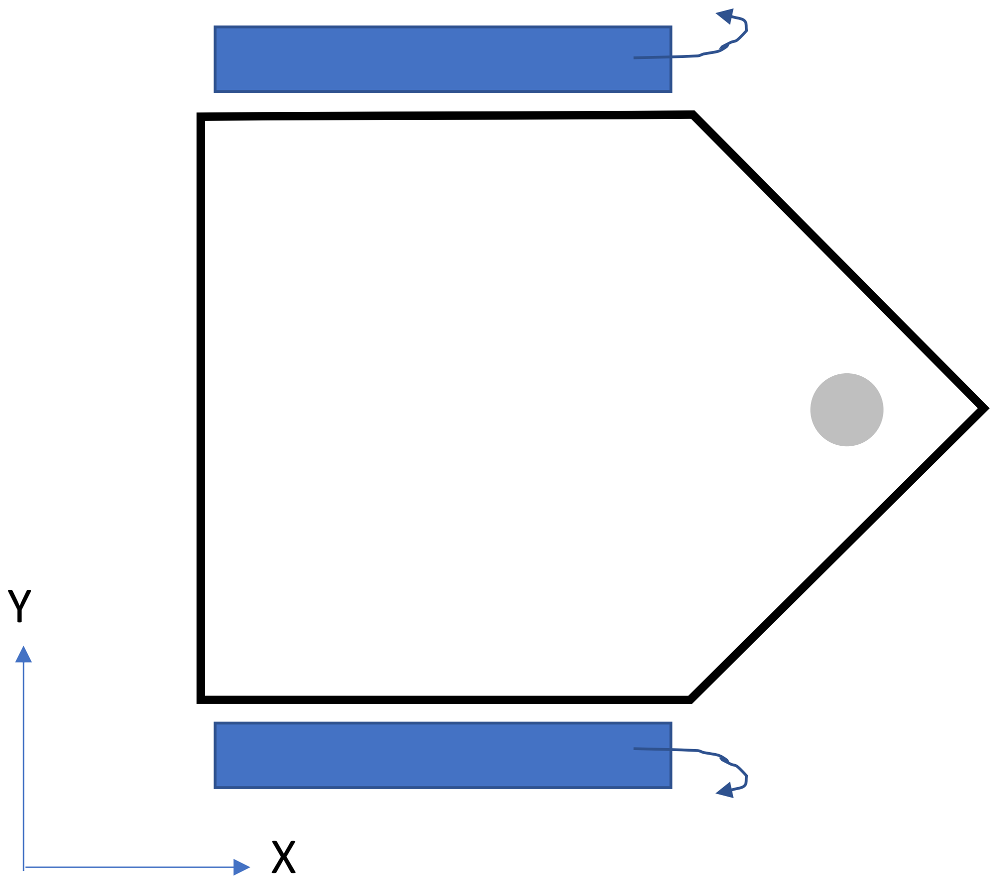
- 英語ではDifferential Drive Mobile Robotという.
- 移動ロボットの中で最もシンプルな構造.



一輪の運動学を思い出したら．．．

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ r\cos\phi & 0 \\ r\sin\phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$u_1 = \dot{\theta}, u_2 = \dot{\emptyset}$$

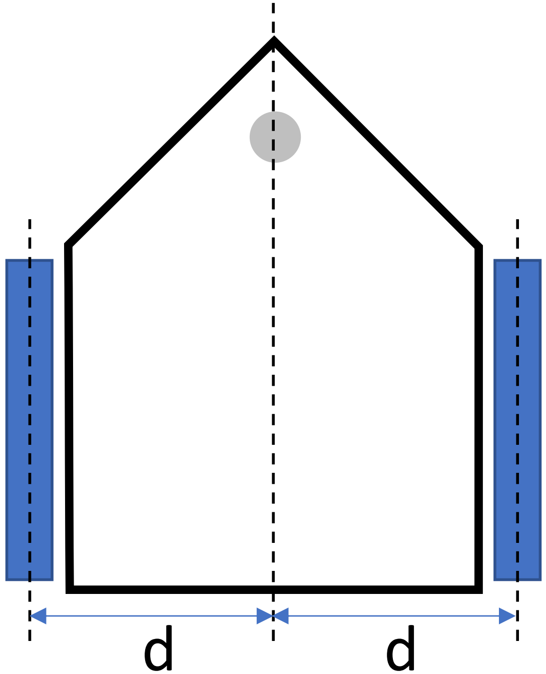


この場合$u_2 = 0$のため

$$\begin{bmatrix} \dot{\emptyset} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}$$

この式の意味は？

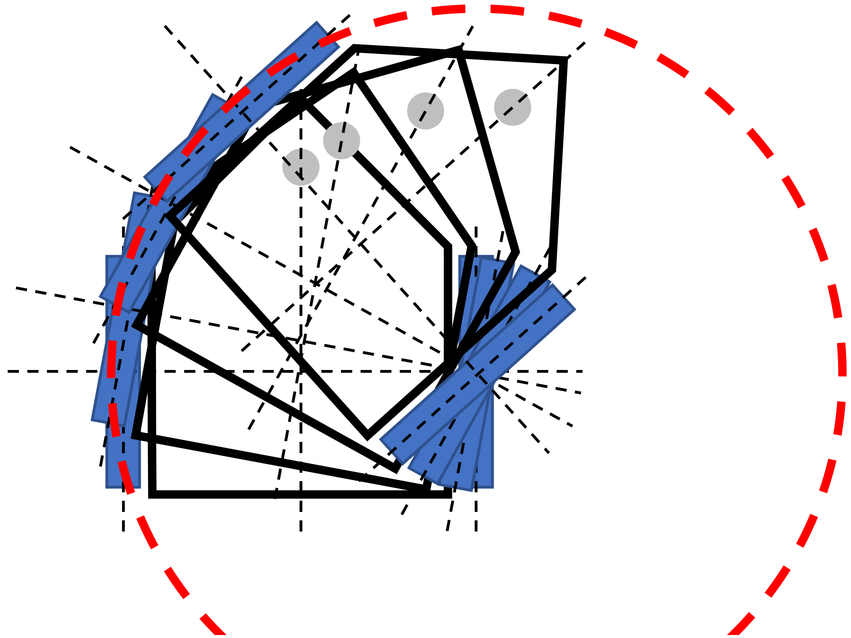
しかし，実は更なる拘束条件がある.



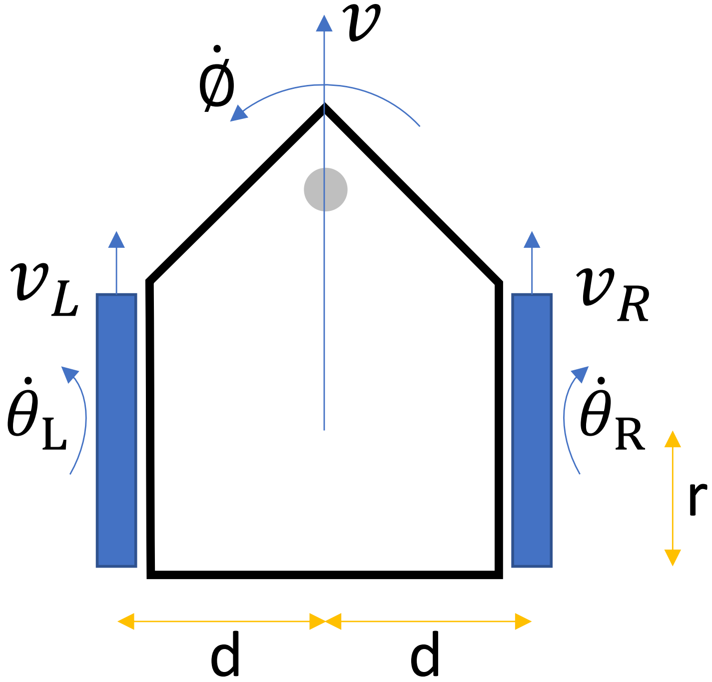
車輪間の距離が常に一定（2d）
であるという拘束条件.

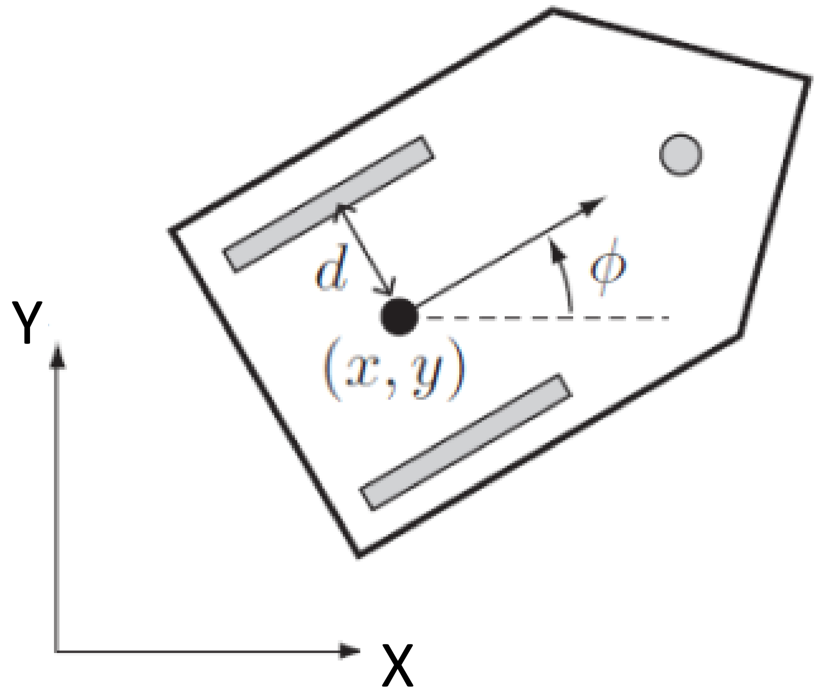
この拘束条件により横滑りができない車輪はφが変化することになる.

例えば，右の車輪が静止状態で左車輪だけが回転し前に進むと．．．



両輪が同時に動いていることを十分微小な時間で考えると．．．



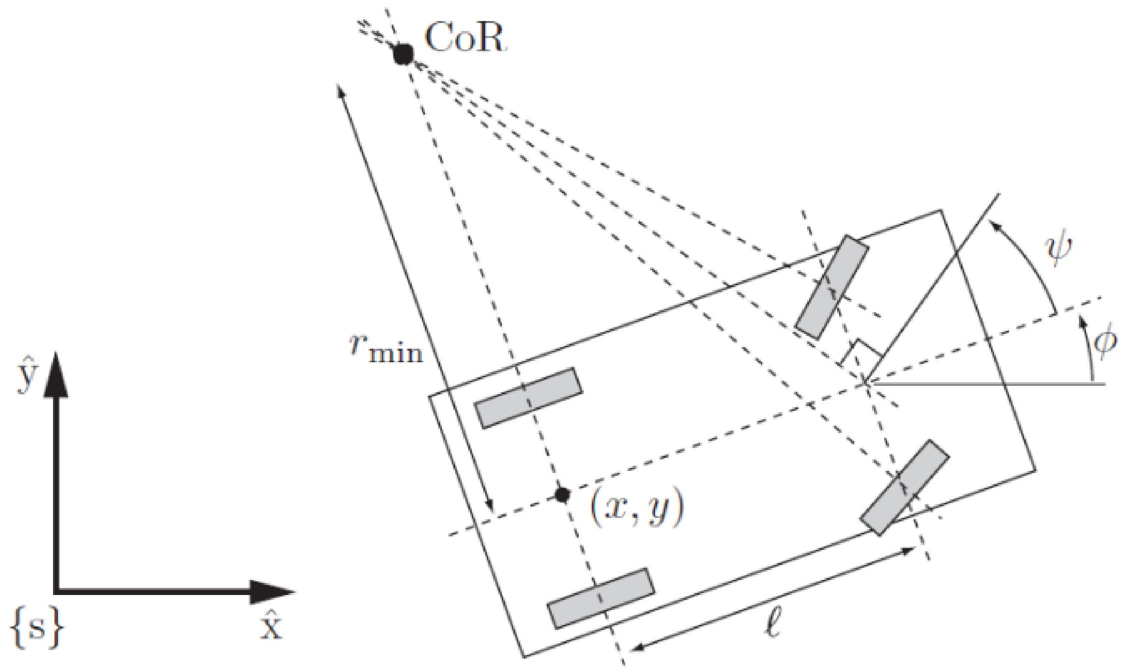


$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta}_L \\ \dot{\theta}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r/2d & r/2d \\ \frac{r}{2}\cos\phi & \frac{r}{2}\cos\phi \\ \frac{r}{2}\sin\phi & \frac{r}{2}\sin\phi \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_L \\ \dot{\theta}_R \end{bmatrix}$$

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/2d & 1/2d \\ \frac{1}{2}\cos\phi & \frac{1}{2}\cos\phi \\ \frac{1}{2}\sin\phi & \frac{1}{2}\sin\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_L \\ v_R \end{bmatrix}$$

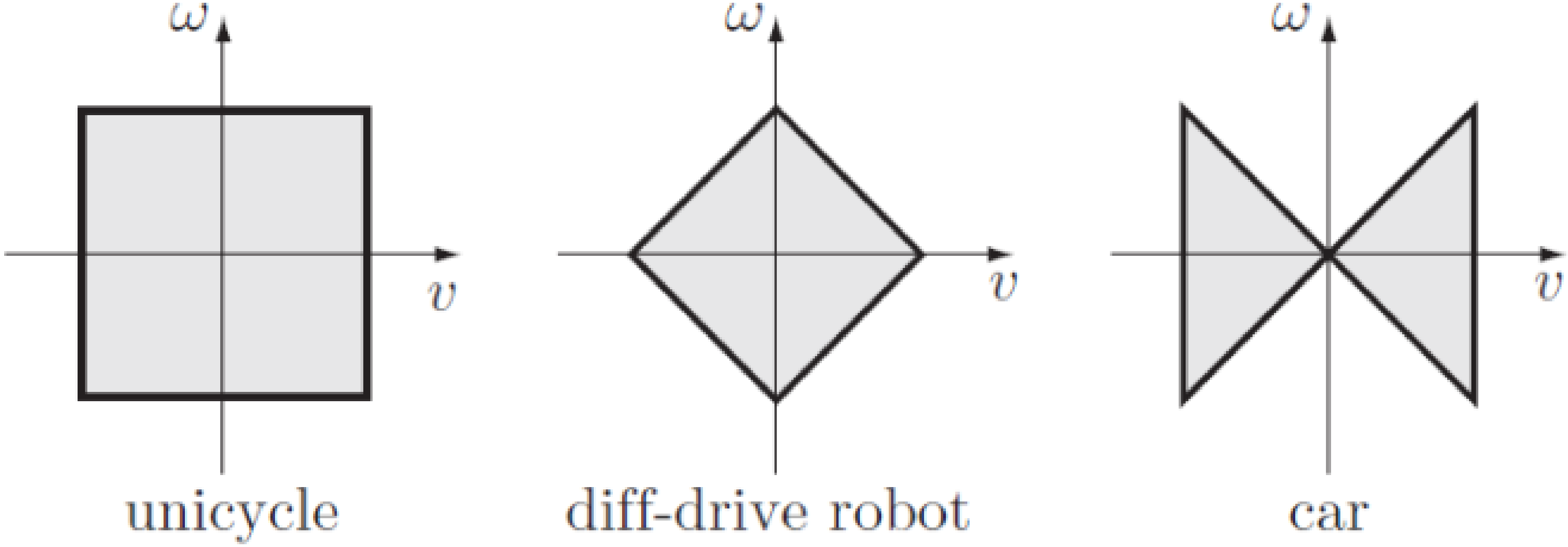
その他の車輪型移動ロボットの運動学

ステアリング型移動ロボット（car-like mobile robot）

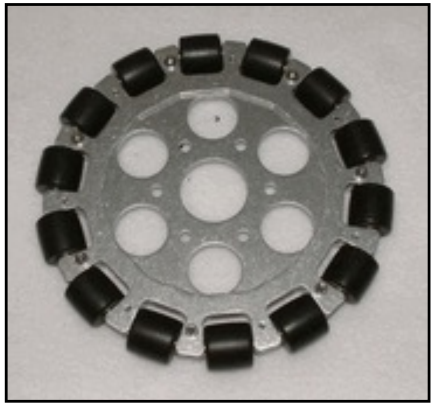


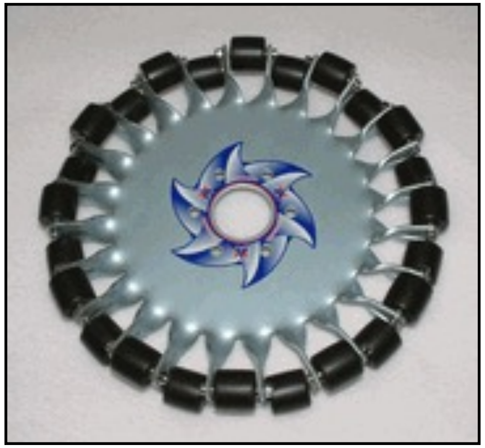
$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\tan\psi)/\ell & 0 \\ \cos\phi & 0 \\ \sin\phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}$$

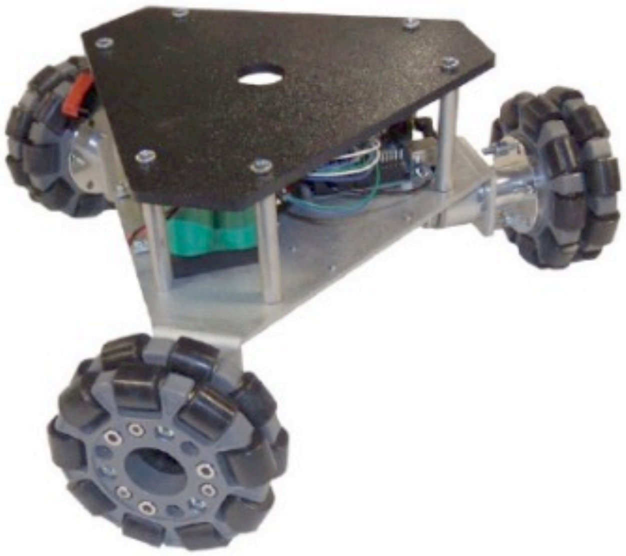
標準nonholonomic
移動ロボットの制御制約

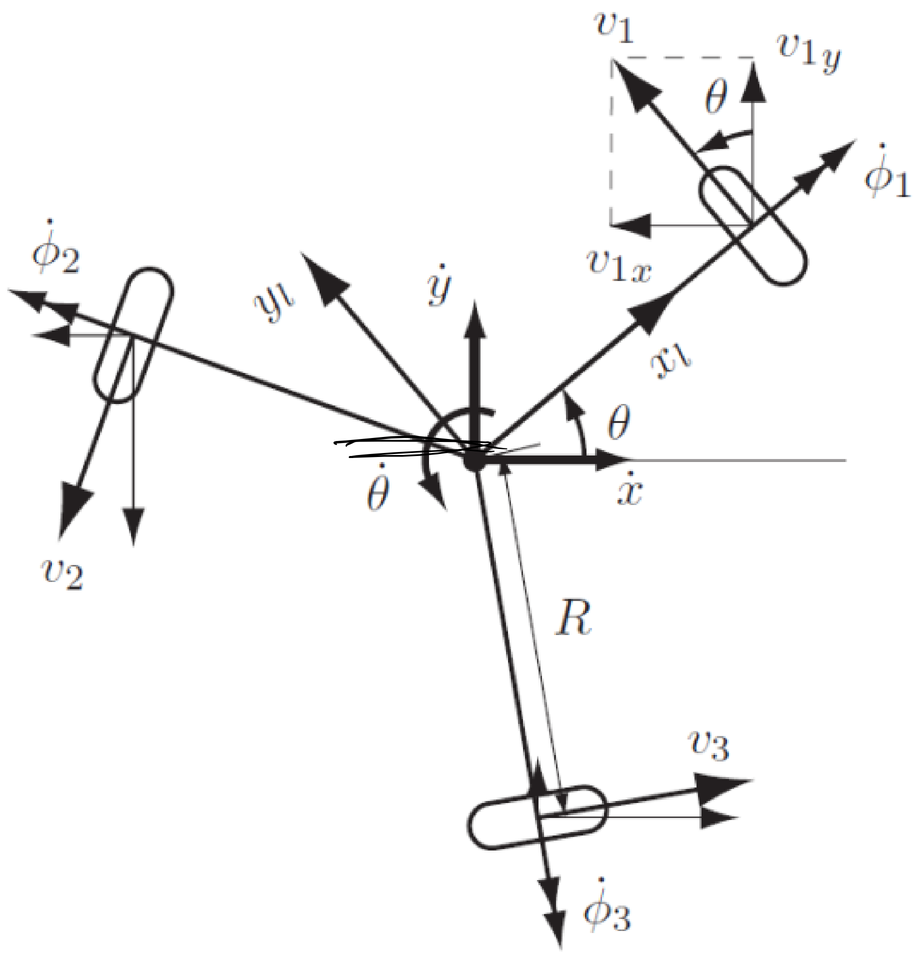


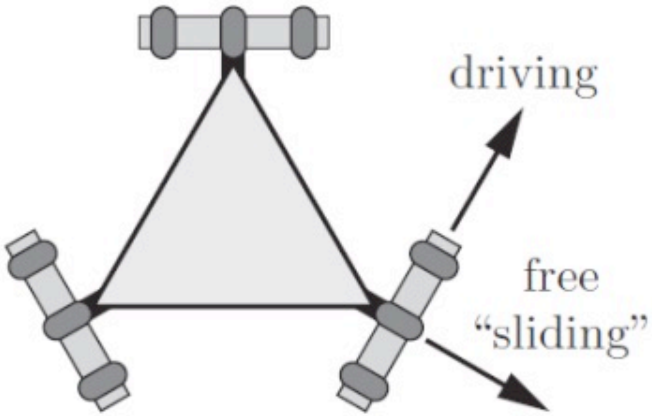
Omni wheels







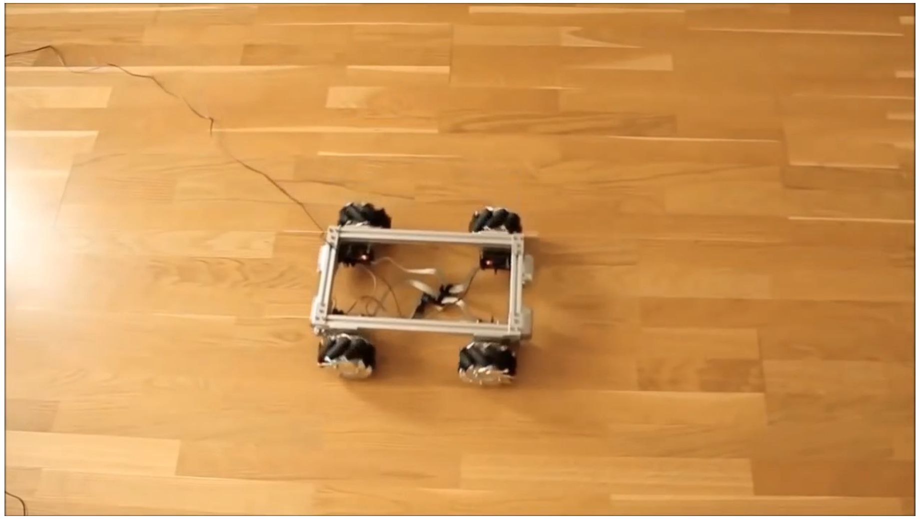


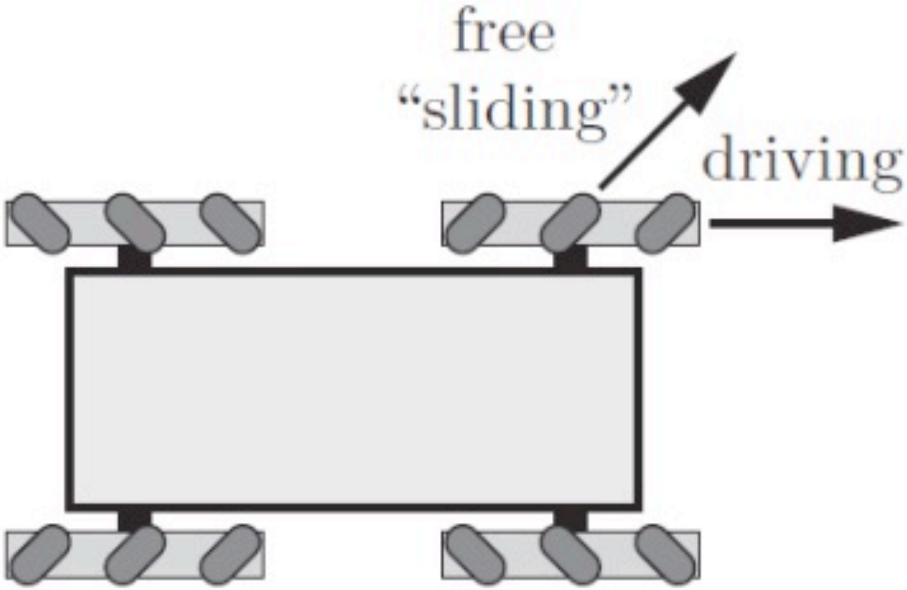


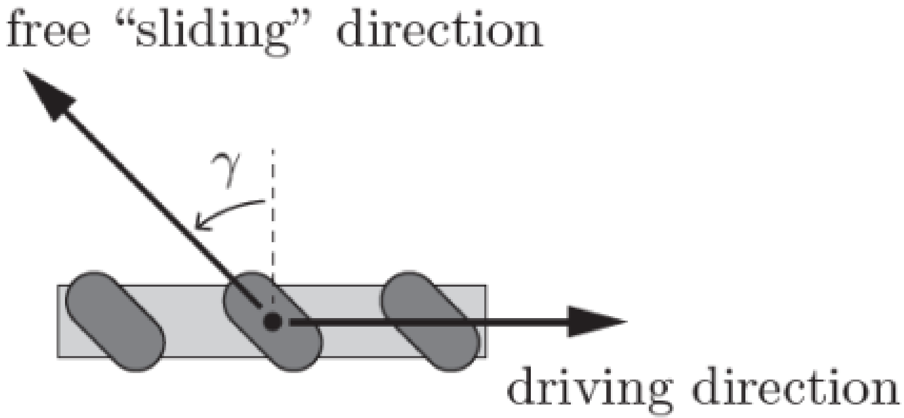
$$v_i = -\sin(\theta + \alpha_i)\dot{x} + \cos(\theta + \alpha_i)\dot{y} + R\dot{\theta}$$

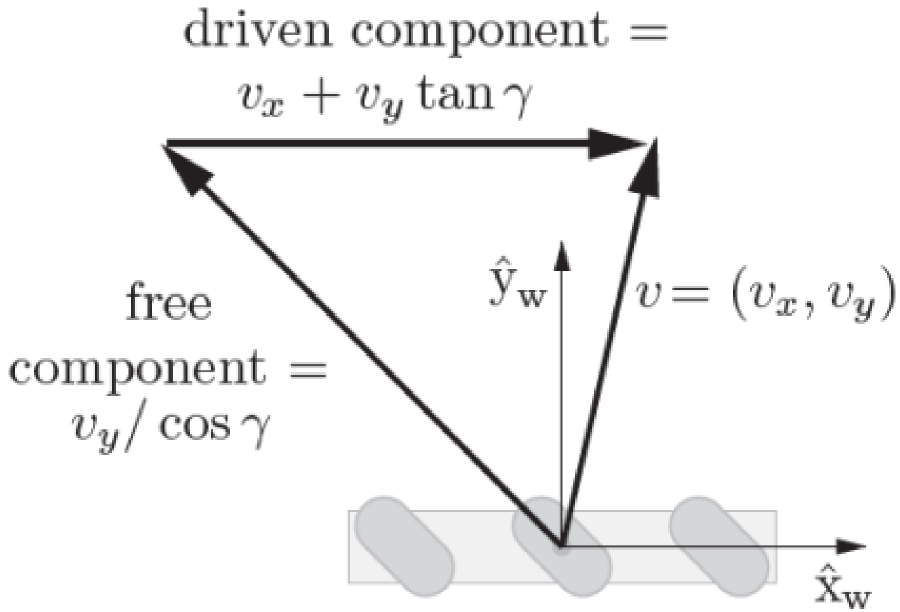
$$\begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & \cos(\theta) & R \\ -\sin(\theta + \alpha_2) & \cos(\theta + \alpha_2) & R \\ -\sin(\theta + \alpha_3) & \cos(\theta + \alpha_3) & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

Mecanum wheels




free
“sliding”
driving


free “sliding” direction
γ
driving direction


driven component =
$v_x + v_y \tan\gamma$
free
component =
$v_y / \cos\gamma$
$\hat{\mathrm{y}}_{\mathrm{w}}$
$v = (v_x, v_y)$
$\hat{\mathrm{x}}_{\mathrm{w}}$