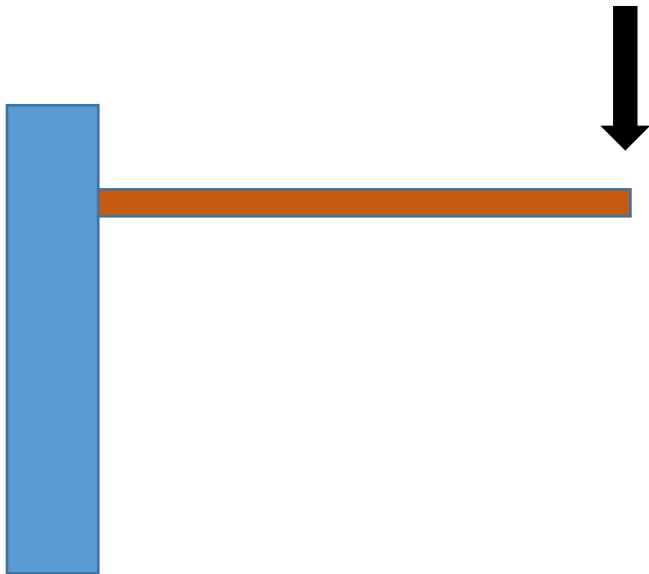


材料力学 3 : せん断力、曲げモーメント

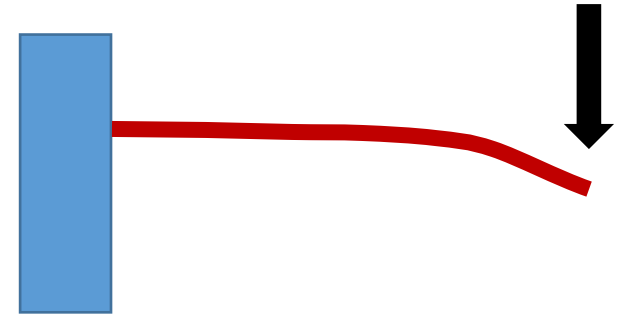
機械工学概論 第5回

クイズ：曲げ変形

下図のように力を加えると、どのように変形するでしょう？



①



②

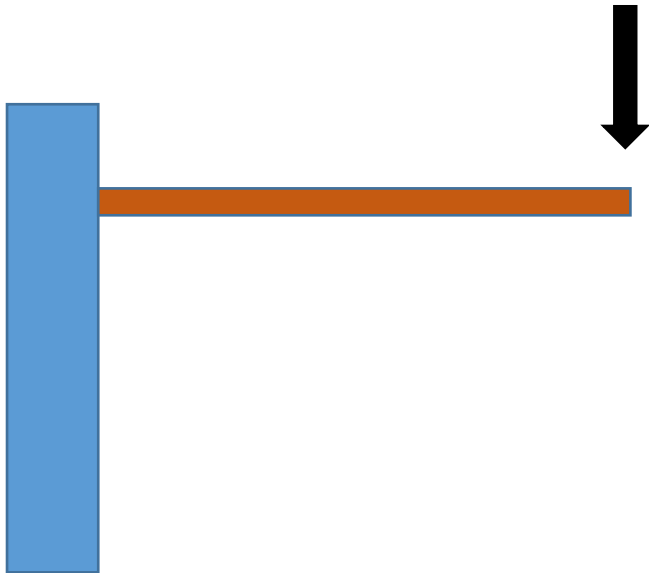


③



クイズ：曲げ変形 正解

下図のように力を加えると、どのように変形するでしょう？



①



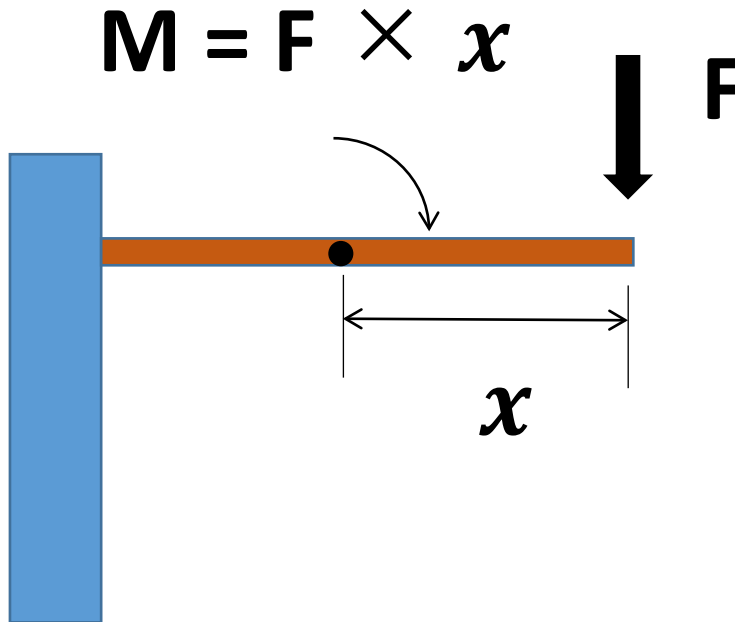
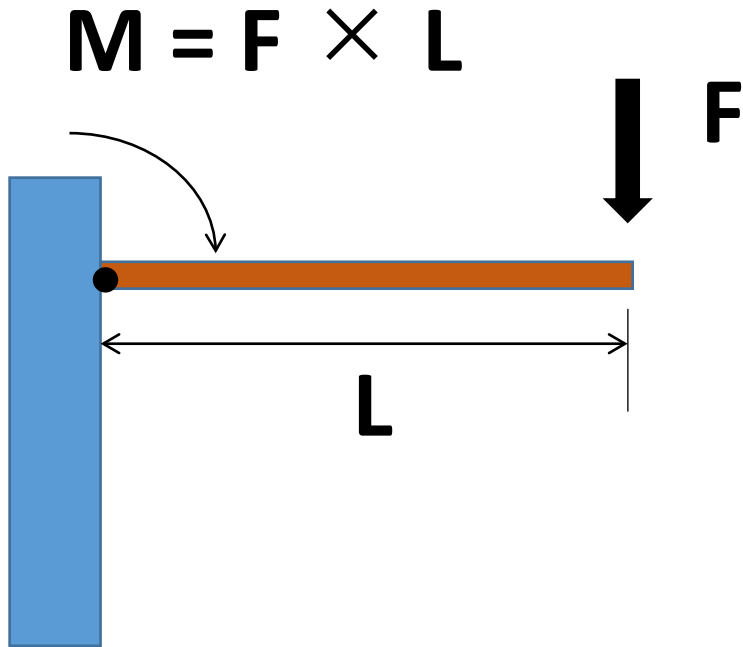
②



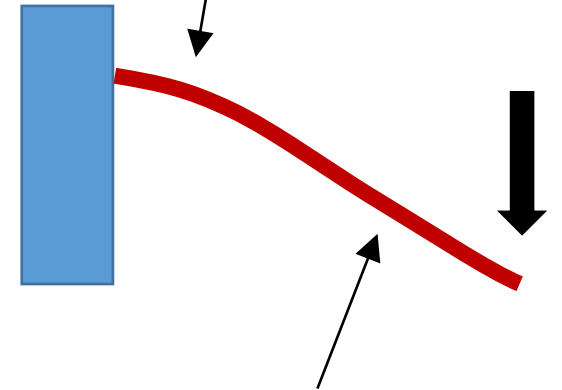
③



曲げモーメント = 作用力 × モーメントアーム



大きな曲げモーメント
⇒大きく曲がる



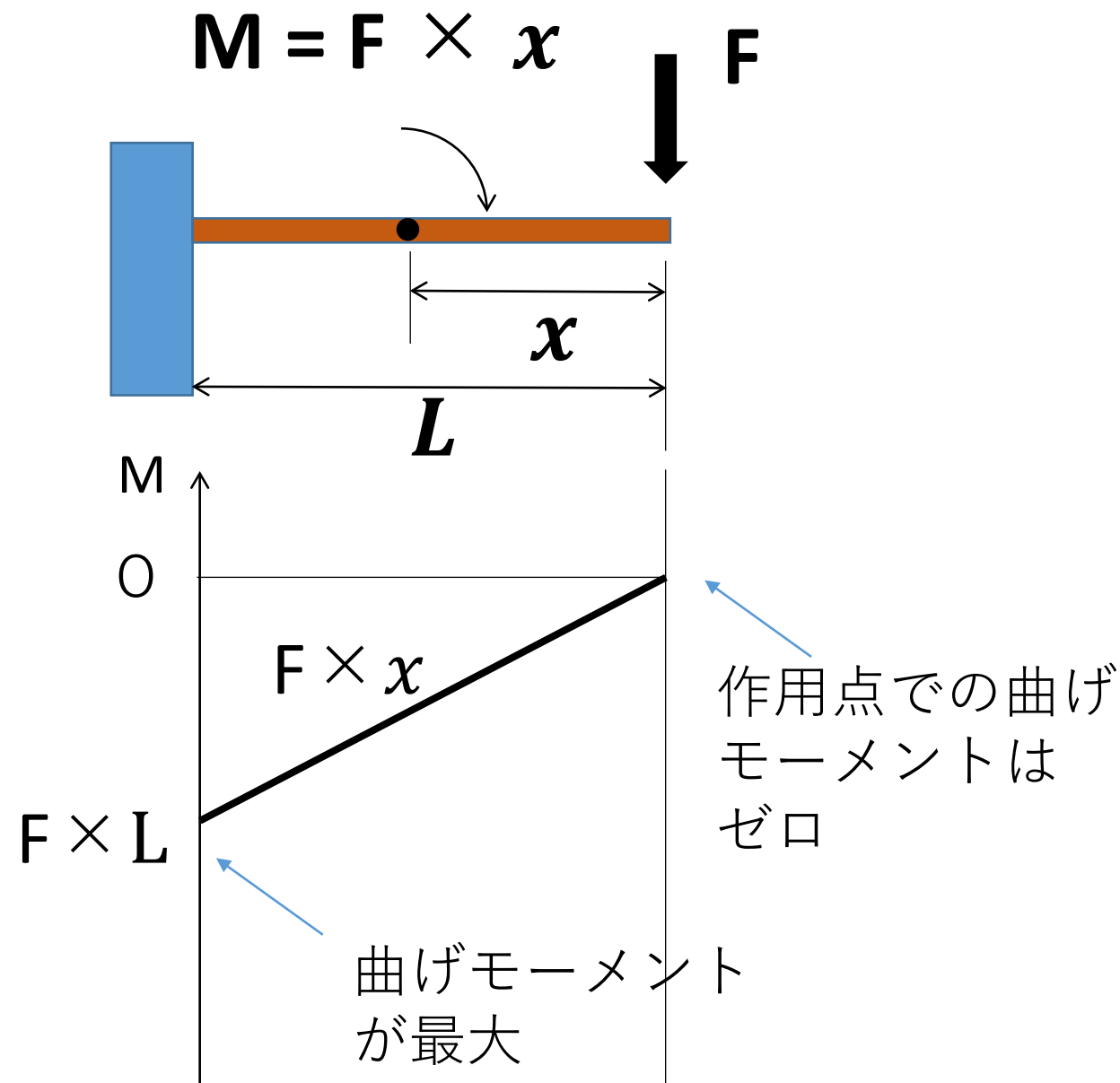
小さな曲げモーメント
⇒小さく曲がる

曲げモーメント図

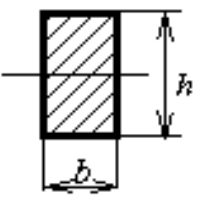
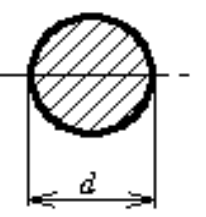
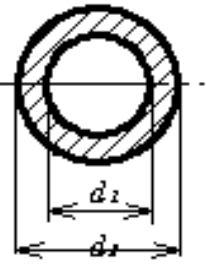
曲げモーメントの符号（正と負）



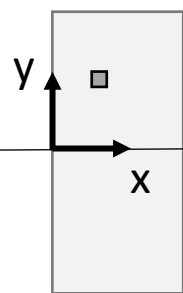
※ 書籍により定義は異なる。



復習：断面2次モーメントと断面係数

断面形状	断面2次モーメント $I [\text{m}^4]$	断面係数 $Z [\text{m}^3]$
	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^2}{6}$
	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^3}{32}$
	$\frac{\pi(d_2^4 - d_1^4)}{64}$	$\frac{\pi(d_2^4 - d_1^4)}{32d_2}$

断面2次モーメント I

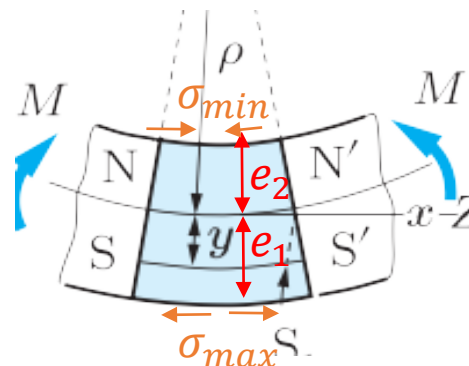


幅 dx , 高さ dy の微小な矩形について
断面全体で積分する。

中立面 $I = \int_A y^2 dA$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad \rho: \text{曲率半径}, \frac{1}{\rho}: \text{曲率}$$

断面係数 Z



中立面から最も遠い
距離を e_1 (凸側), e_2 (凹側) とすると、

$$Z_1 = \frac{I}{e_1}, Z_2 = \frac{I}{e_2}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M}{I} e_1, \sigma_{min} = \frac{M}{I} e_2 \text{ となる。}$$

固定端と自由端

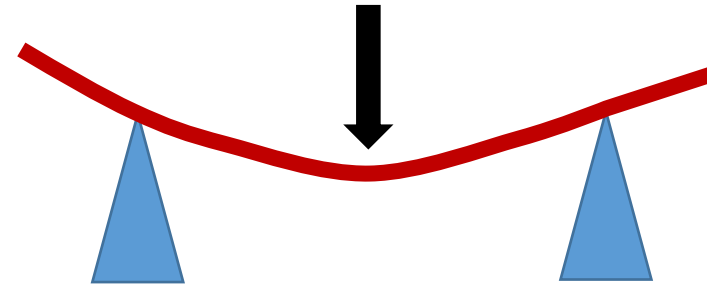
片持ち梁



固定端

壁に埋め込まれている

両端支持梁
(単純支持梁)



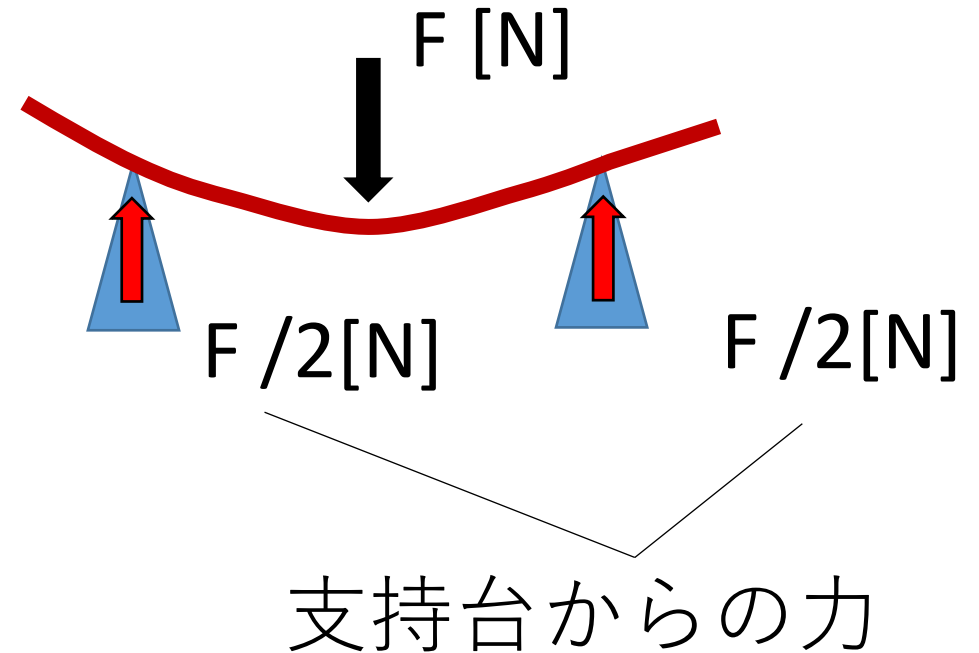
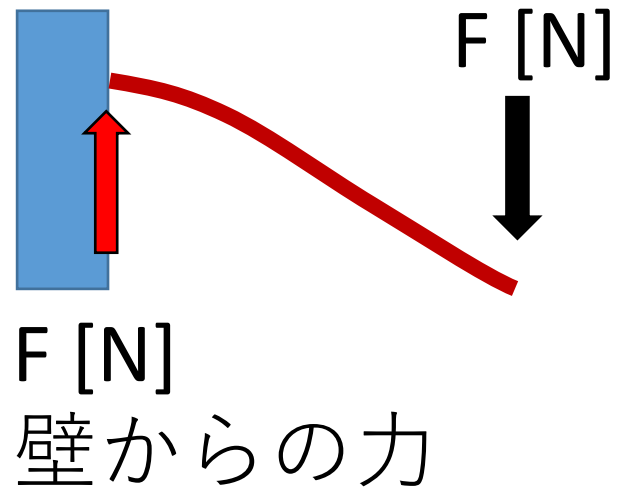
自由端

支持台に乗った状態で
自由に回転する

※ 梁：建物の水平方向に架けられる材のこと。

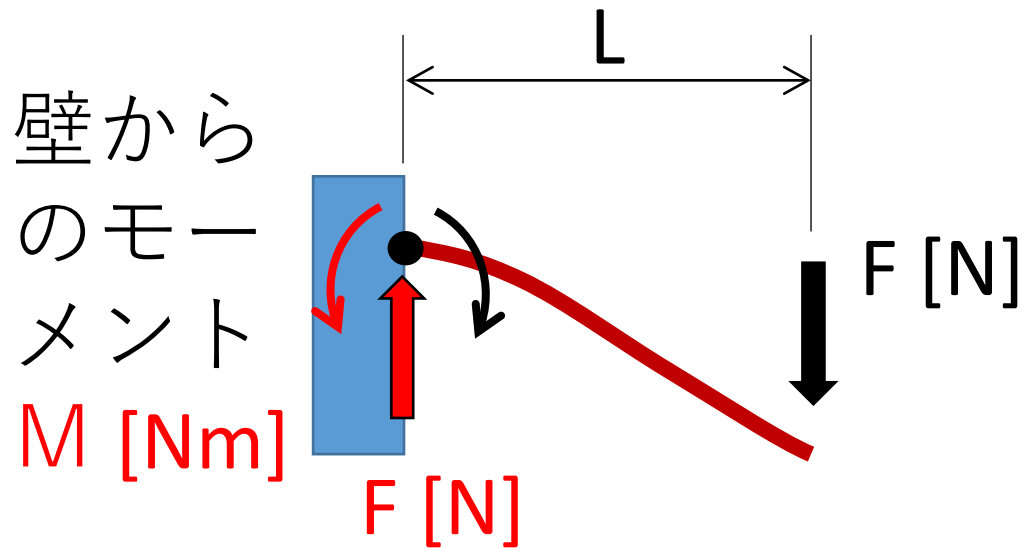
力の釣り合い

静止物体に加わる力は釣り合っている。

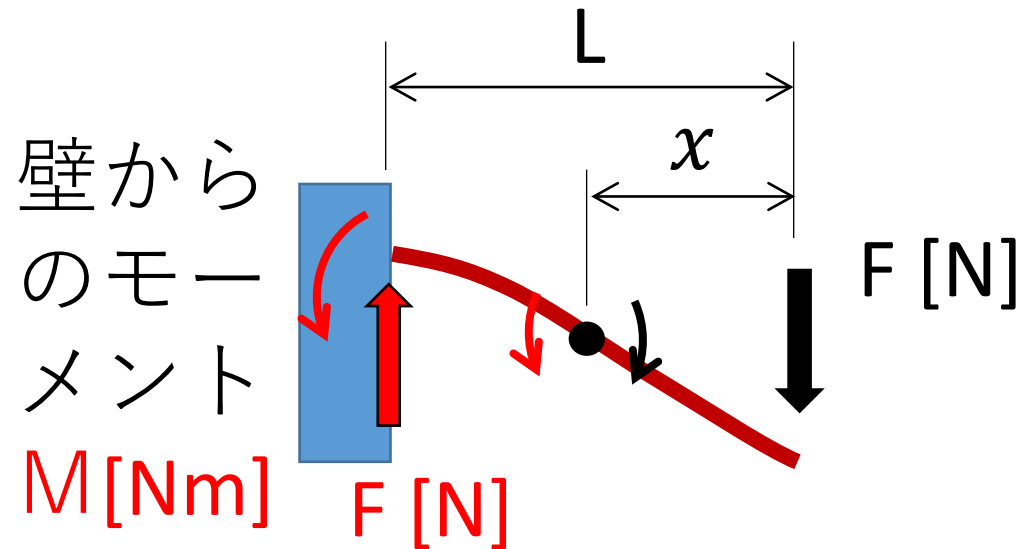


モーメントの釣り合い

静止物体に加わるモーメントは、各場所で釣り合っている。



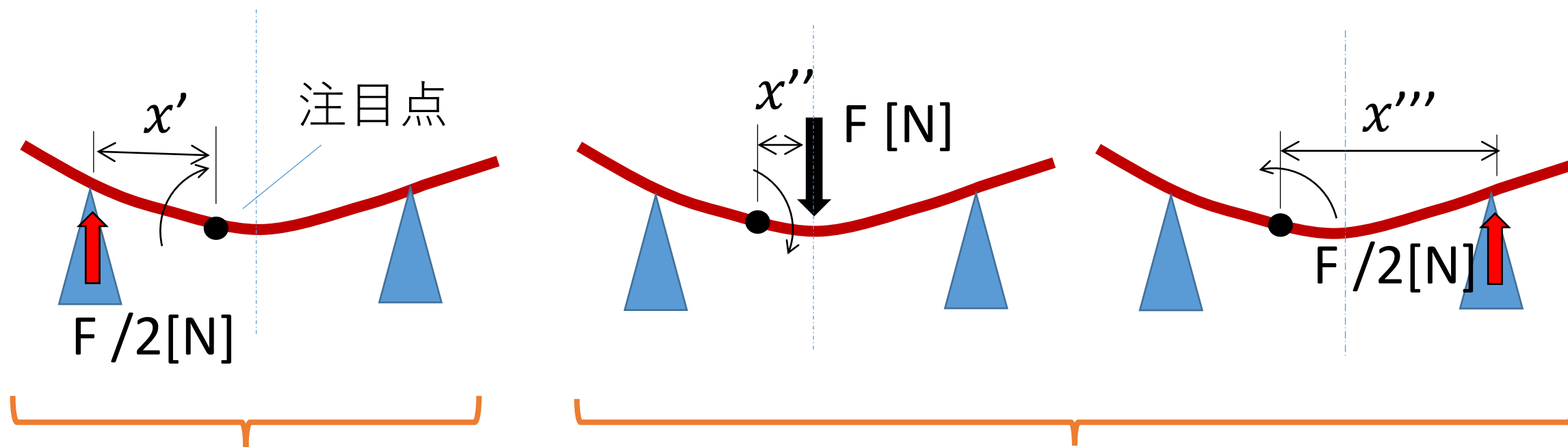
黒点位置での曲げ
モーメント $M = -F \times L$



黒点位置での曲げモーメント
 $M + F \times (L - x) = -F \times x$

両端支持梁における曲げモーメント

3つの力それぞれがモーメントを発生する。



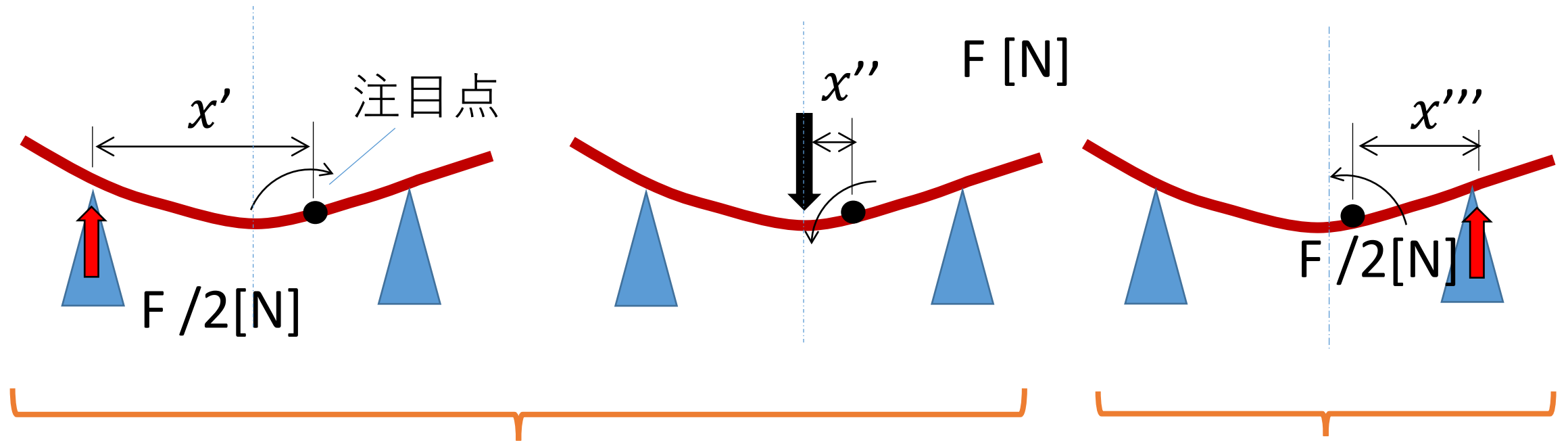
左側から作用する
モーメント

右側から作用する

$$F/2 \times x' = -F \times x'' + F/2 \times x''' \quad \text{モーメント}$$

両端支持梁における曲げモーメント

3つの力それぞれが曲げモーメントを発生する。

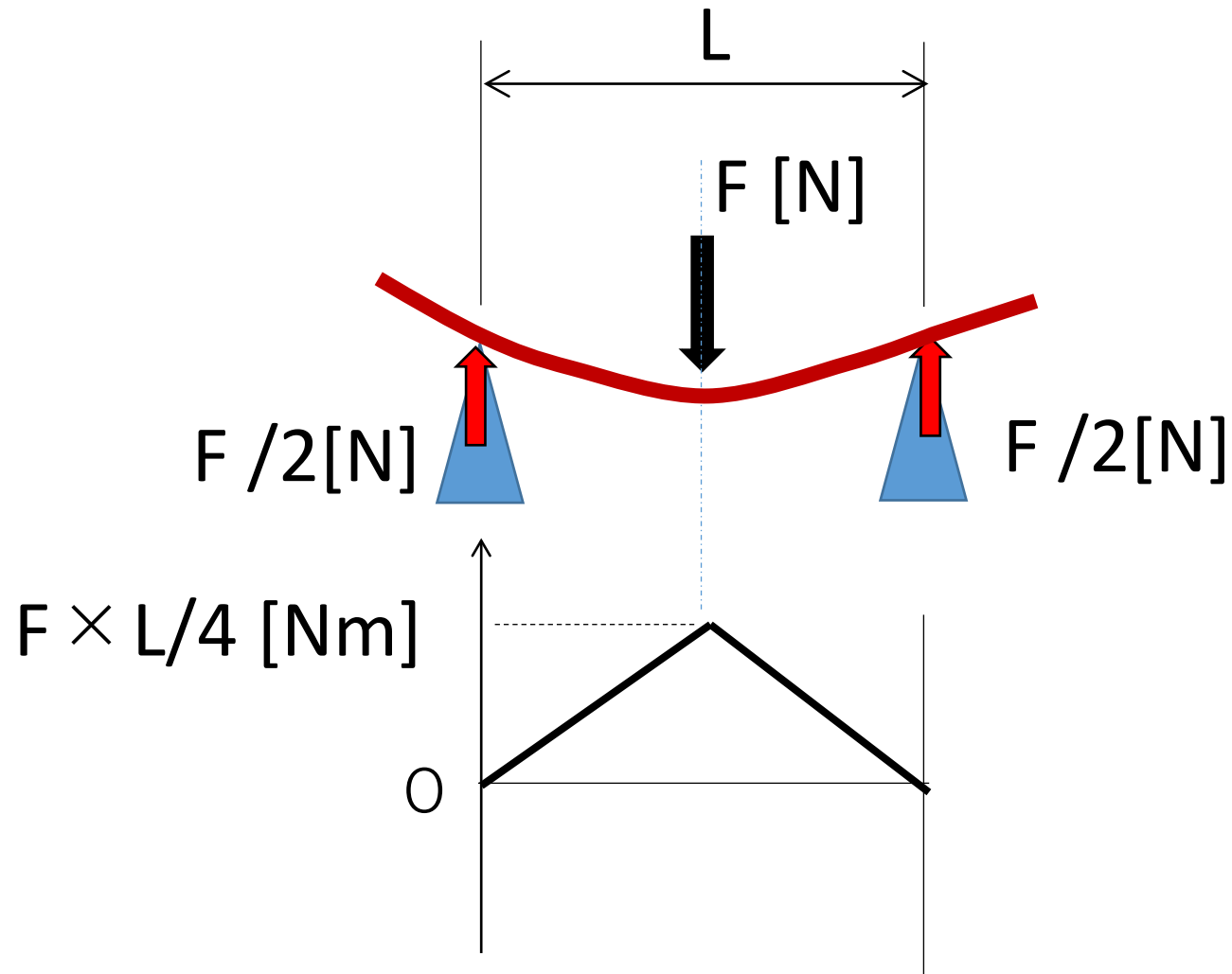


左側から作用する
モーメント

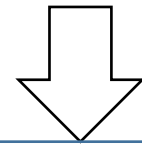
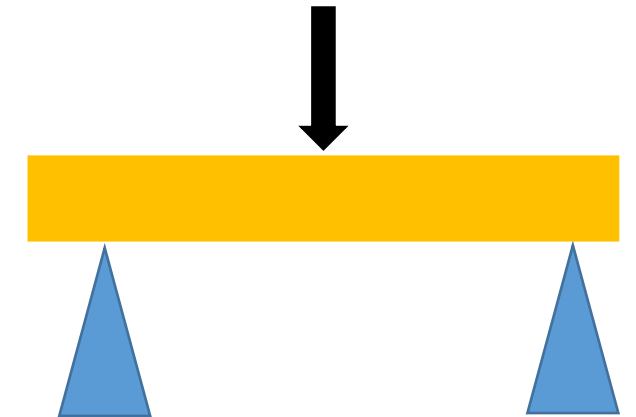
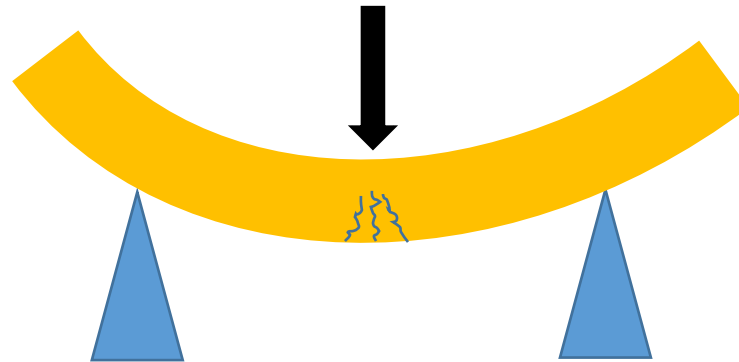
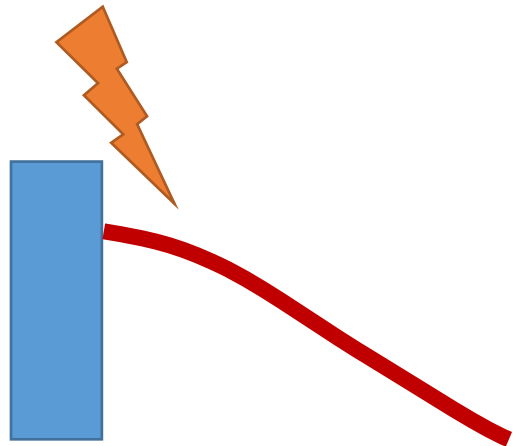
$$F/2 \times x' - F \times x'' = F/2 \times x'''$$

右側から作用する
モーメント

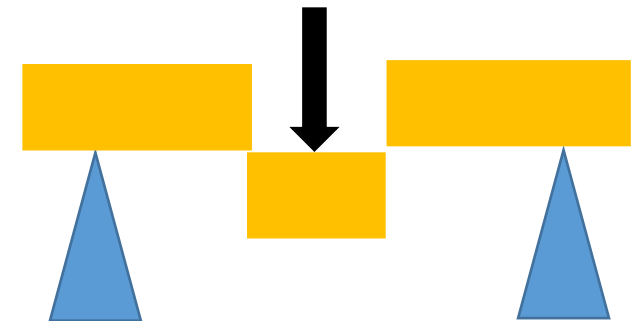
両端支持梁の曲げモーメント図



曲げによる破壊

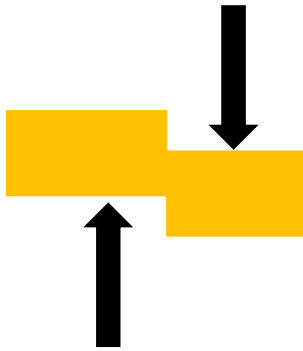


他の破壊例

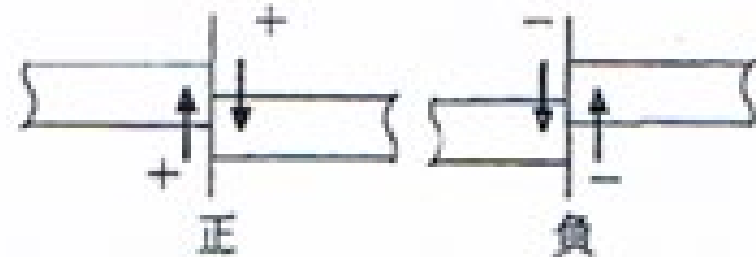


せん断

物体のある断面に平行に、互いに反対向き的一对の力がかかることで、断面がすべる作用

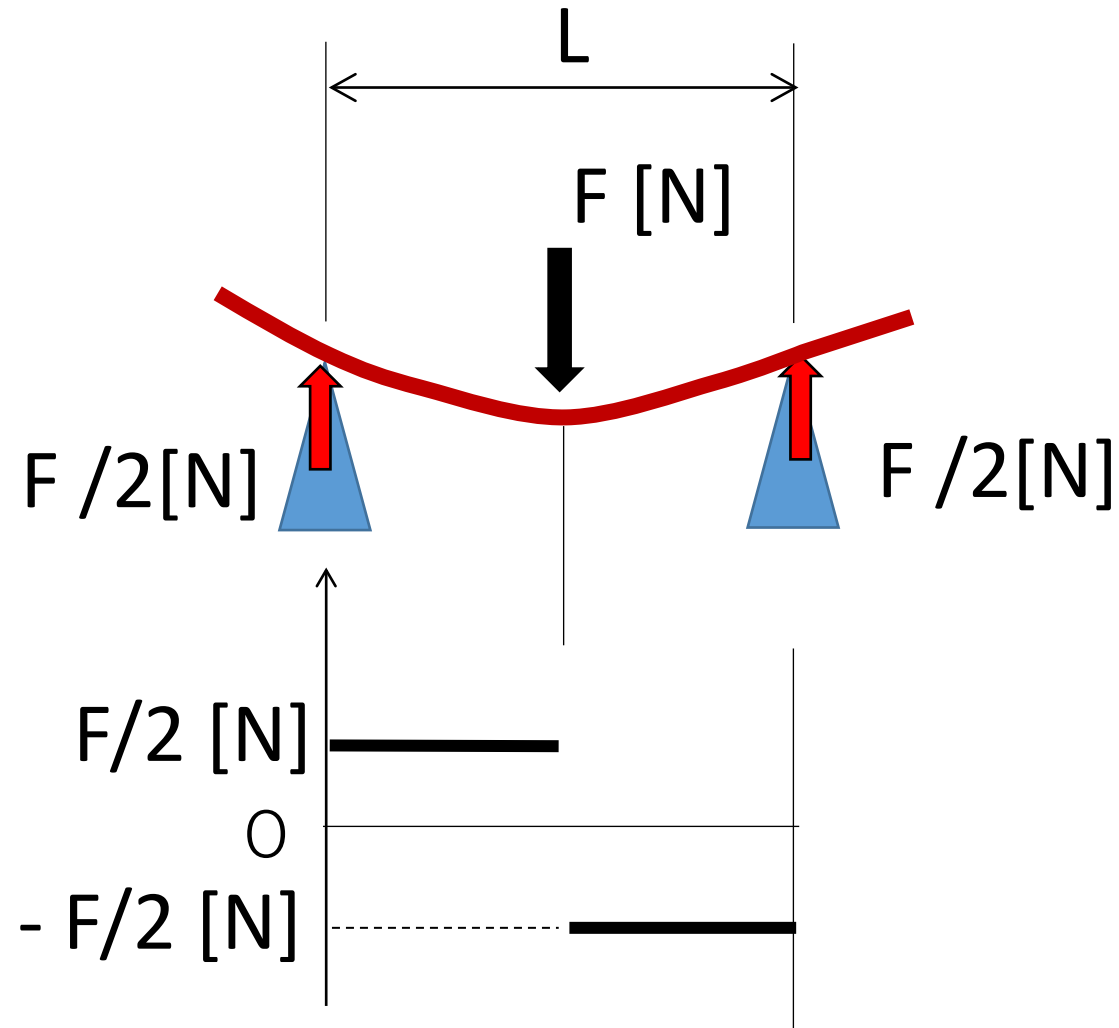


せん断力の符号（正と負）

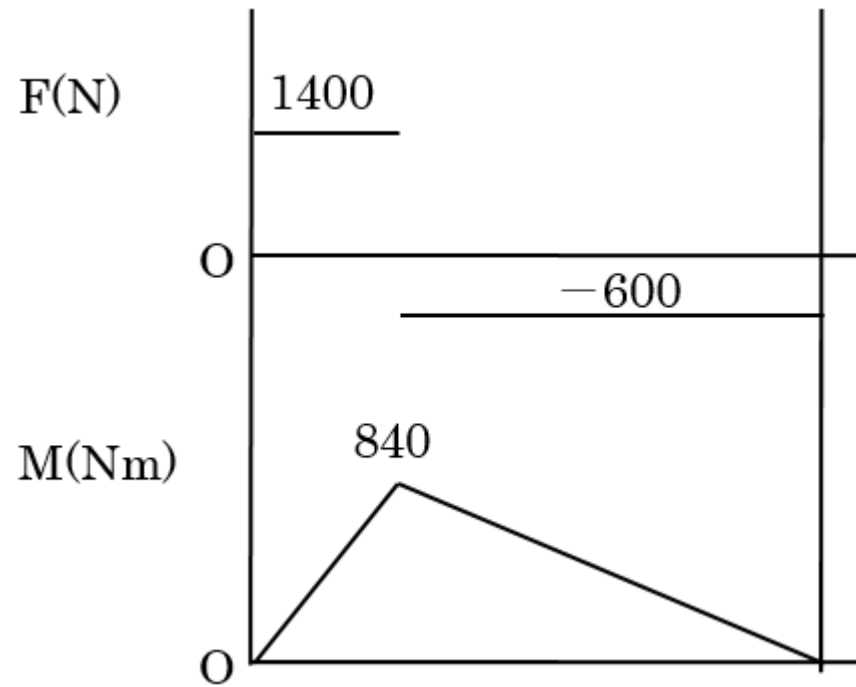
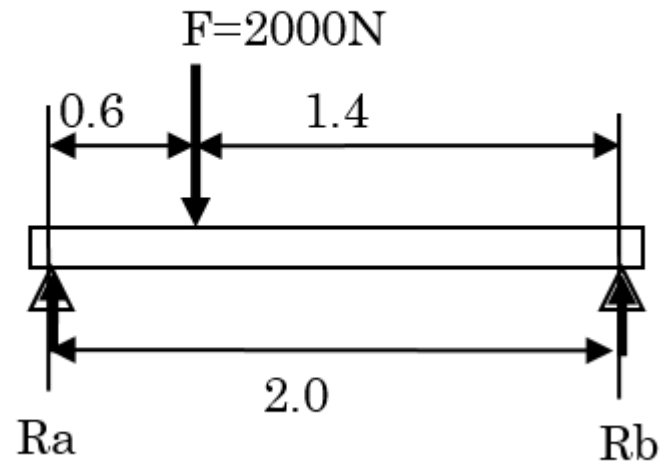


※ 書籍により定義は異なる。

両端支持梁のせん断力図



(例題 1)



手順

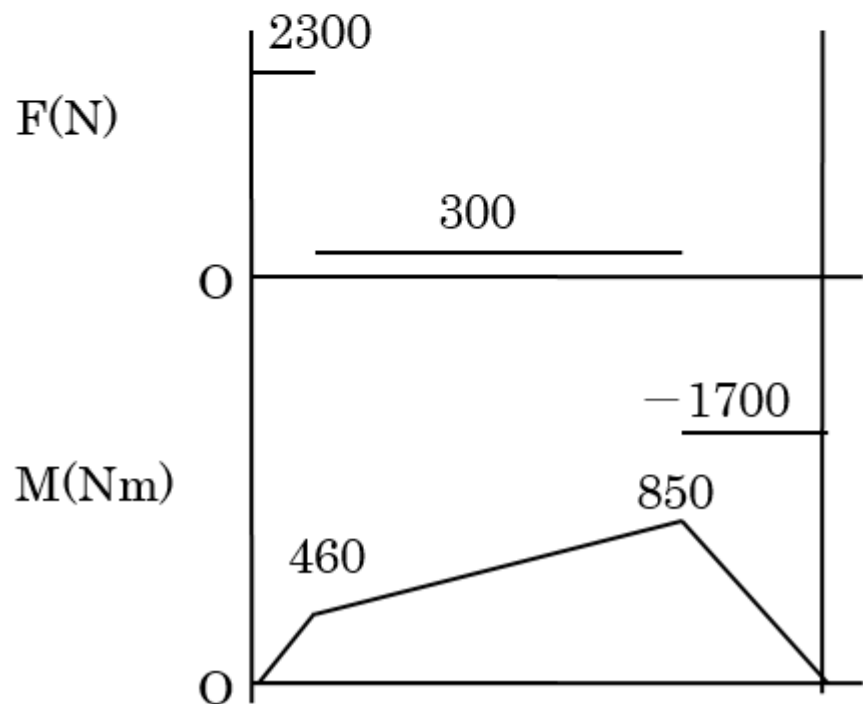
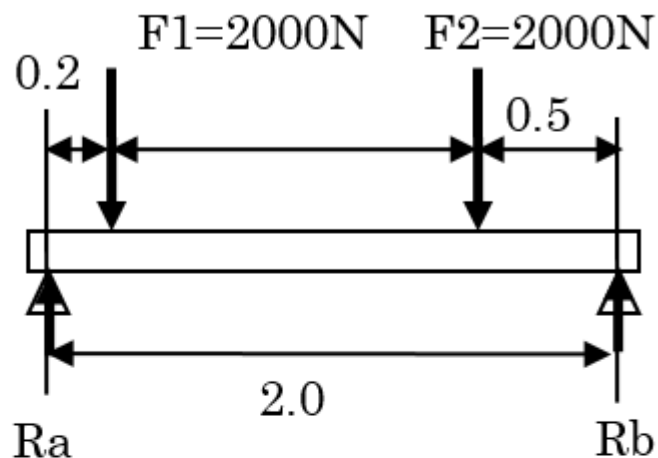
1. 支持台からの力(R_a , R_b)を求める。
 - 1.1 力のつり合いの式
 - 1.2 モーメントのつり合いの式二つを連立する。
2. 支持台の力から、せん断力と曲げモーメントを求める。

$$R_a + R_b = 2000$$

$$R_a = 1400$$

$$2000 \times 0.6 = R_b \times 2.0 \Rightarrow R_b = 600$$

(例題 2)



手順

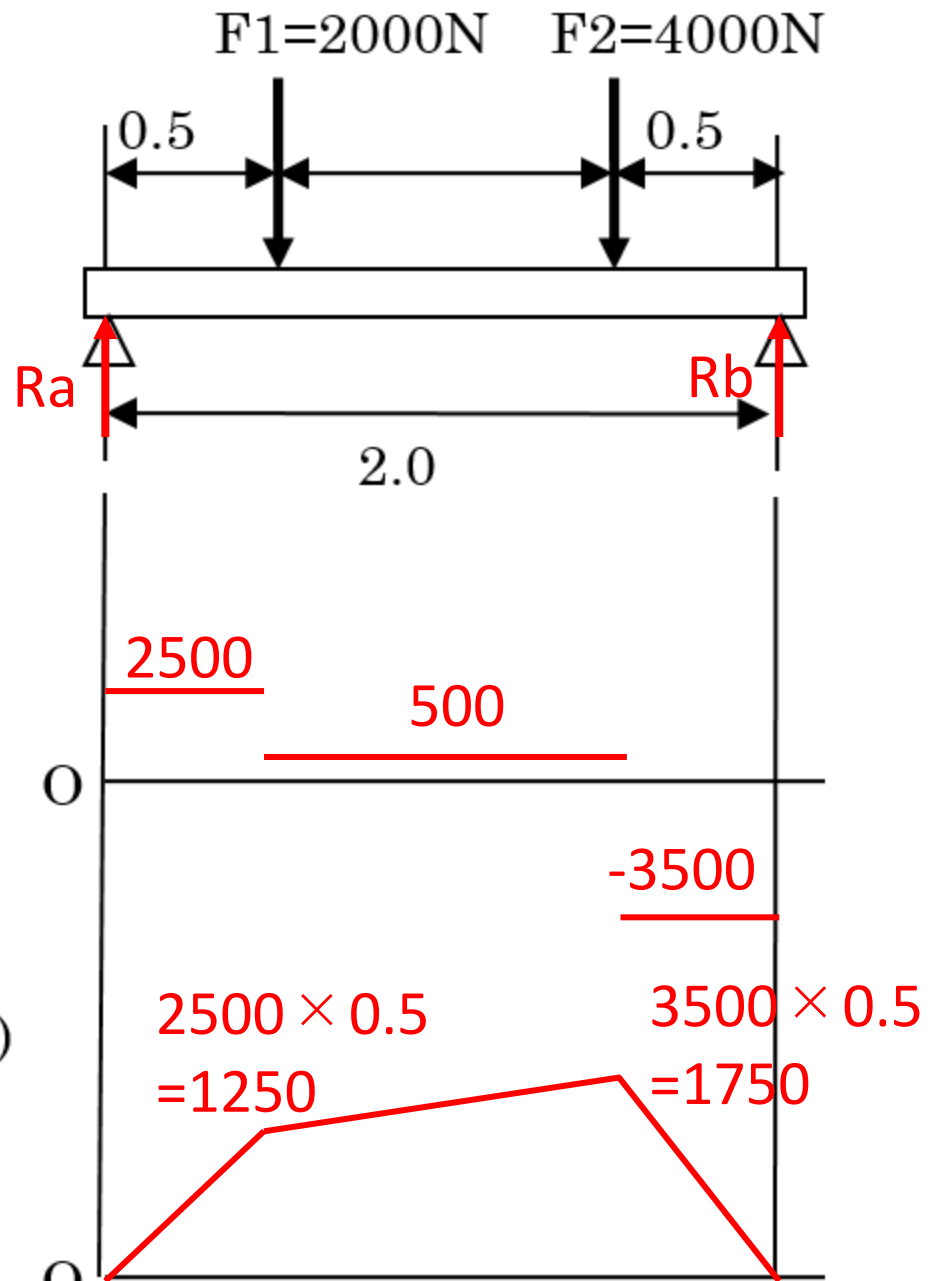
1. 支持台からの力(R_a , R_b)を求める。
 - 1.1 力のつり合いの式
 - 1.2 モーメントのつり合いの式二つを連立する。
2. 支持台の力から、せん断力と曲げモーメントを求める。

$$R_a + R_b = 2000 + 2000$$

$$R_a = 2300$$

$$2000 \times 0.2 + 2000 \times 1.5 = R_b \times 2.0 \Rightarrow R_b = 1700$$

(5)



$$R_a + R_b = 2000 + 4000$$

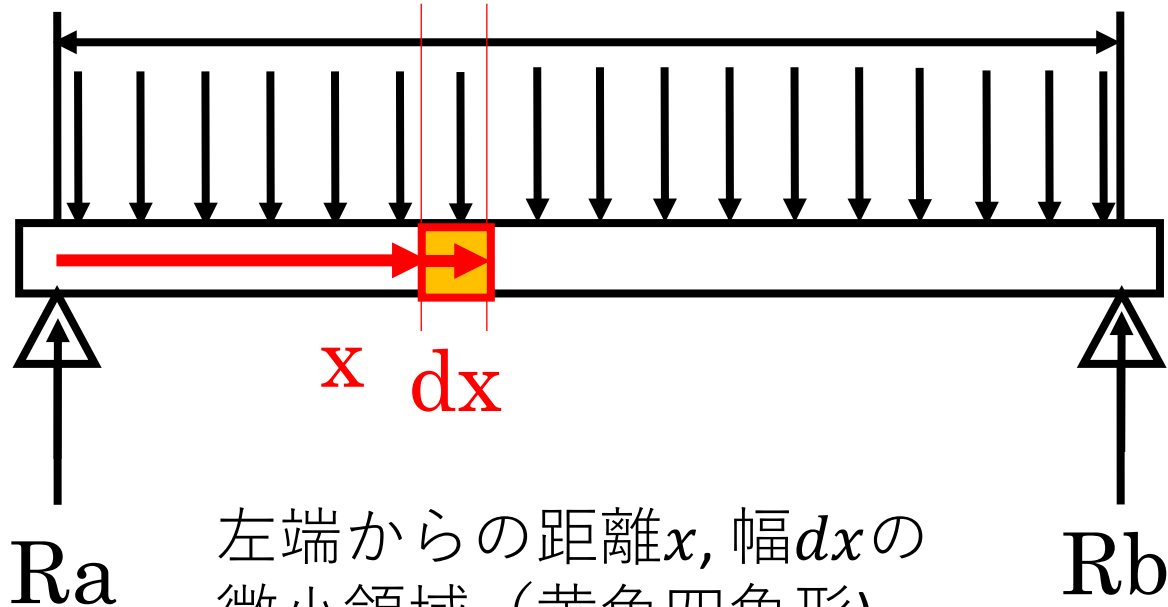
$$2000 \times 0.5 + 4000 \times 1.5 = R_b \times 2$$

$$R_a = 2500$$

$$R_b = 3500$$

等分布荷重
200 N/m

1.0 m



左端からの距離 x , 幅 dx の
微小領域 (黄色四角形)
にかかる荷重は $200dx$

この荷重による左端における曲げモーメントは、 $200xdx$

$$R_a + R_b = 200$$

$$R_b \times 1.0$$

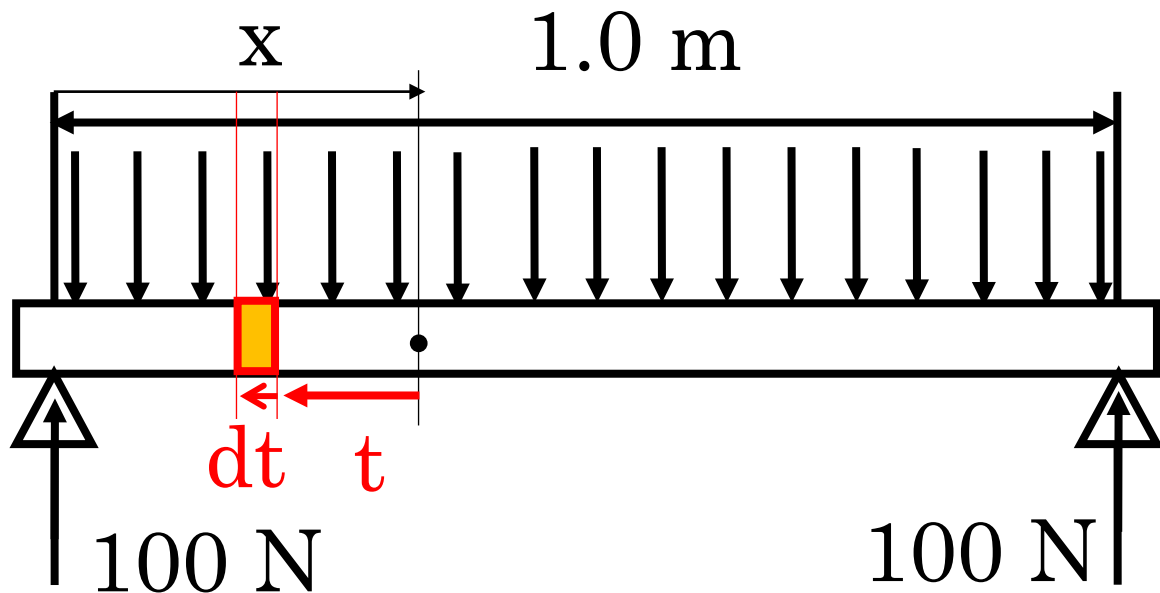
$$= \int_0^{1.0} 200x dx = [100x^2]_0^{1.0} = 100$$

上 2 式を連立して、

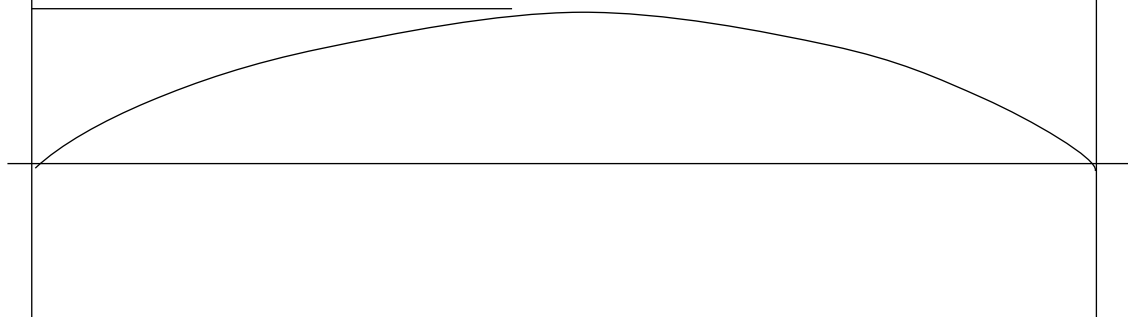
$$R_a = 100 \text{ (N)}, R_b = 100 \text{ (N)}$$

等分布荷重

200 N/m



25 Nm



左端からの距離 x の点における
曲げモーメント $M(x)$ は、

$M(x)$

$$= 100x - \int_0^x 200t dt$$

$$= 100x - [100t^2]_0^x$$

$$= 100x - 100x^2$$

$$= -100(x - 0.5)^2 + 25$$

左端からの距離 $x - t$, 幅 dt の
微小領域 (黄色四角形)
にかかる荷重は $200dt$

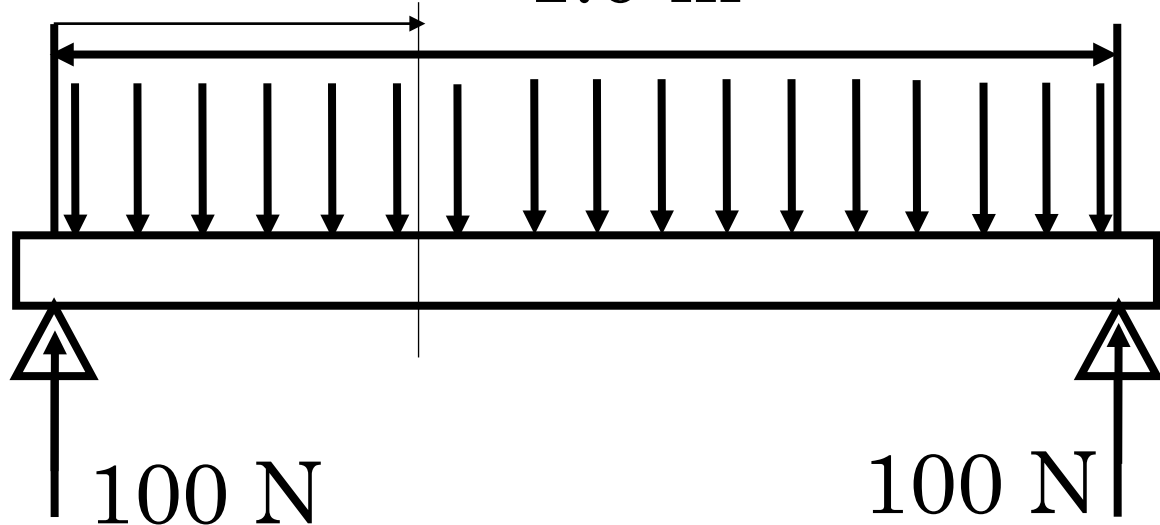
左端からの距離 x の点における
この荷重により生じる曲げモーメントは
 $200tdt$

等分布荷重

200N/m

1.0 m

x



左端よりxの点における
せん断力Fは、

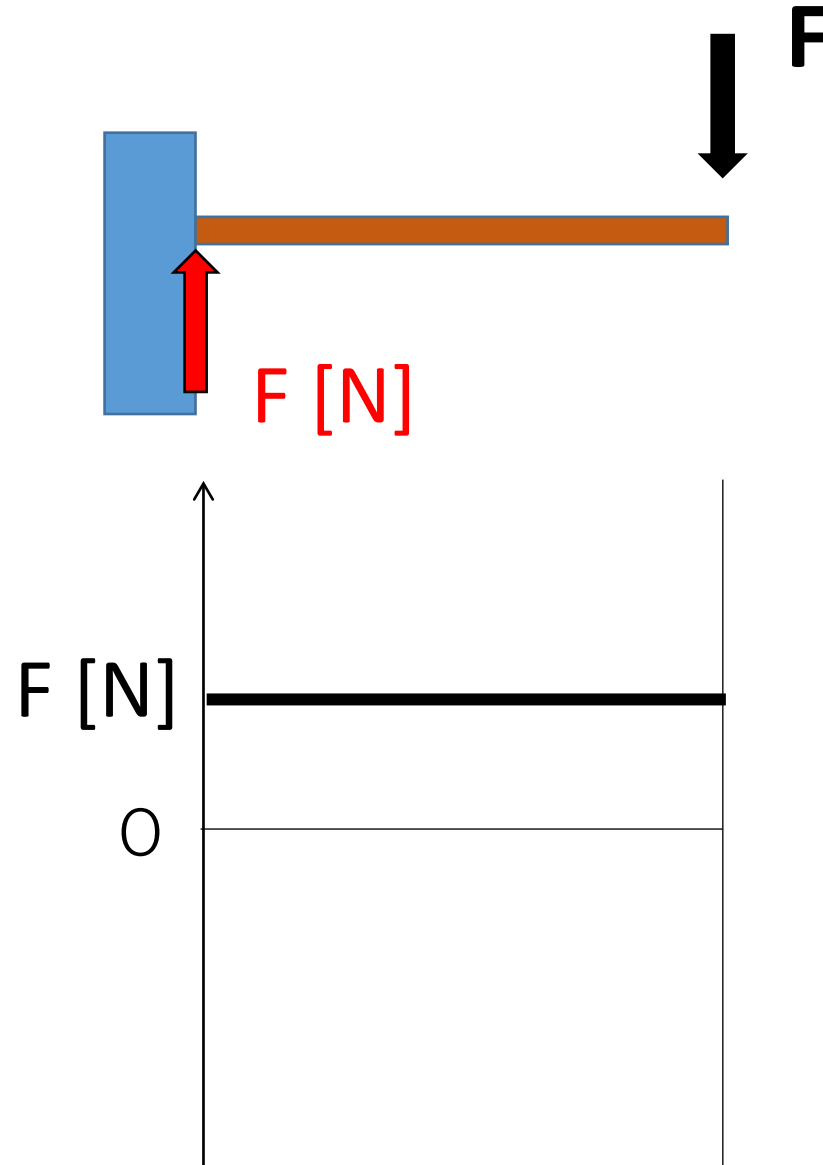
$F(x)$

$$= 100 - 200x$$

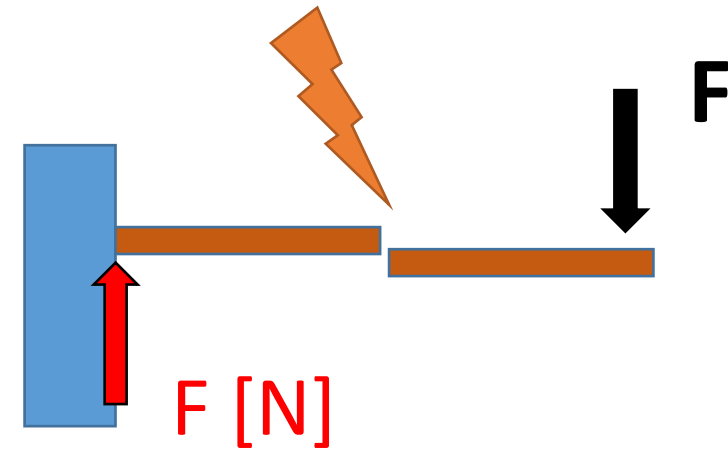
100 N

- 100 N

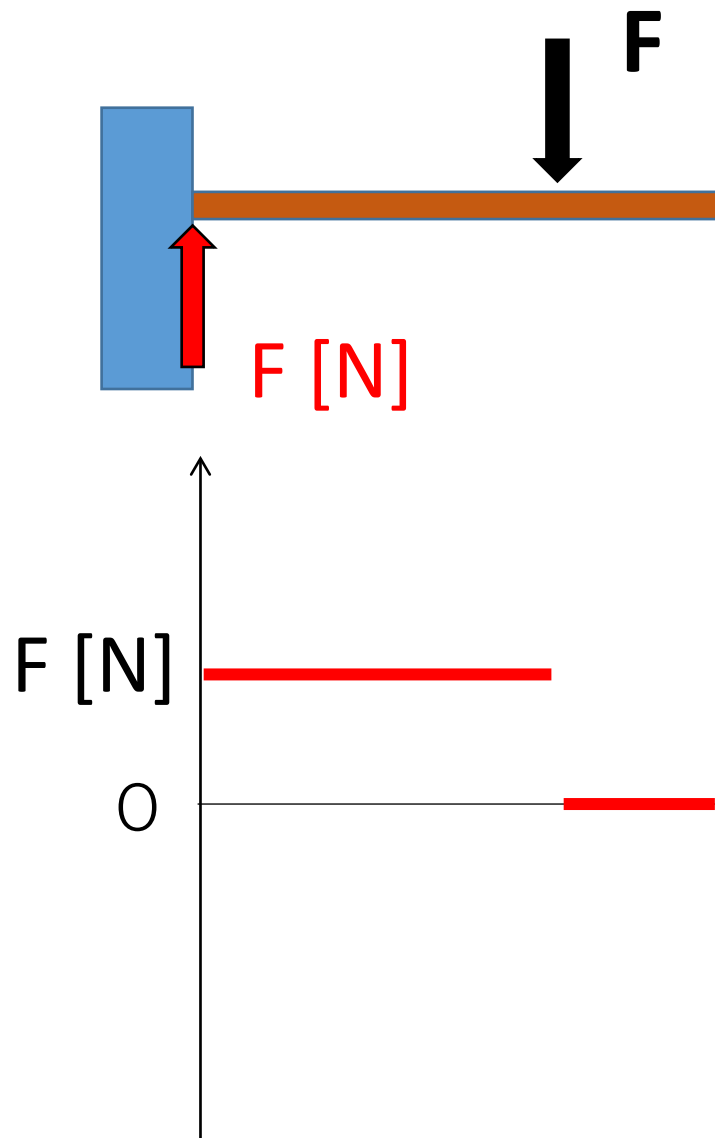
片持ち梁の せん断力図



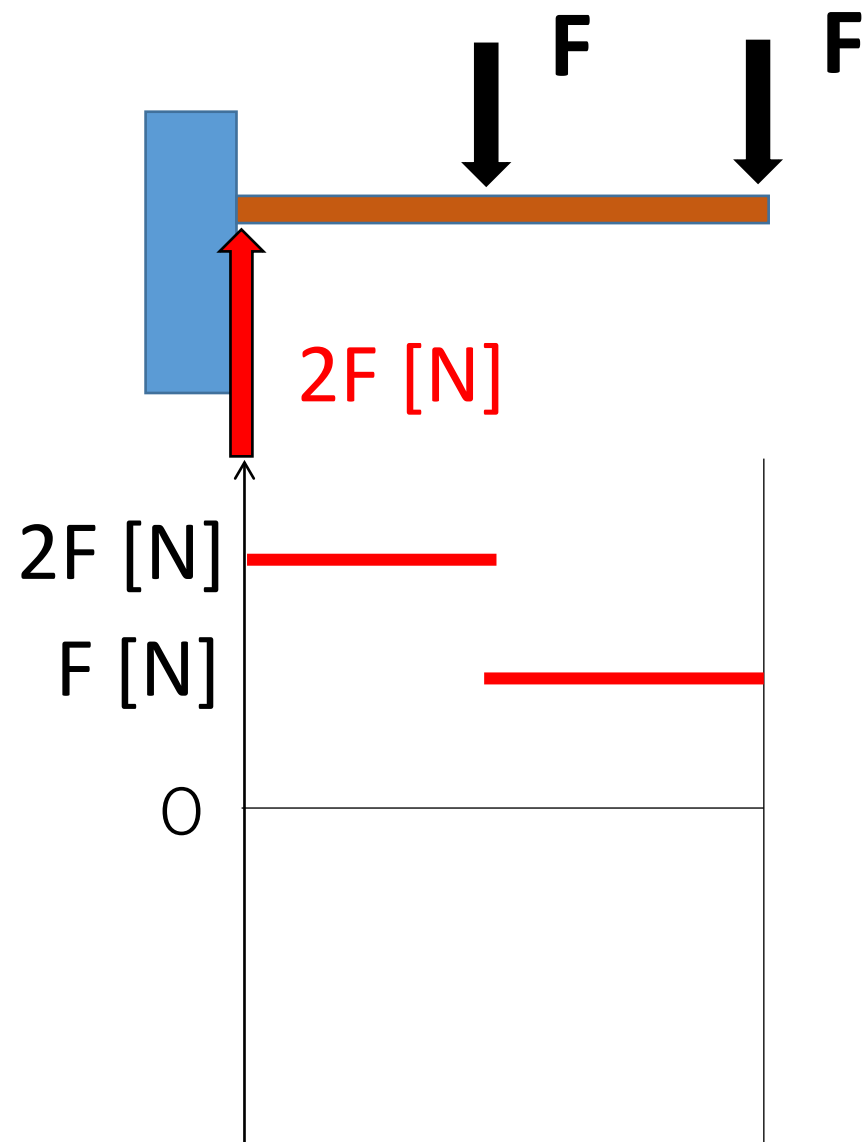
せん断に弱い材質
である場合



問題 右図のように
力を加えたときは？



問題 右図のように
力を加えたときは？



曲げモーメント図

壁からの
モーメント

M [Nm]

$$M = F \times x$$

F

x

曲げモーメントの符号（正と負）



※ 書籍により定義は異なる。

M

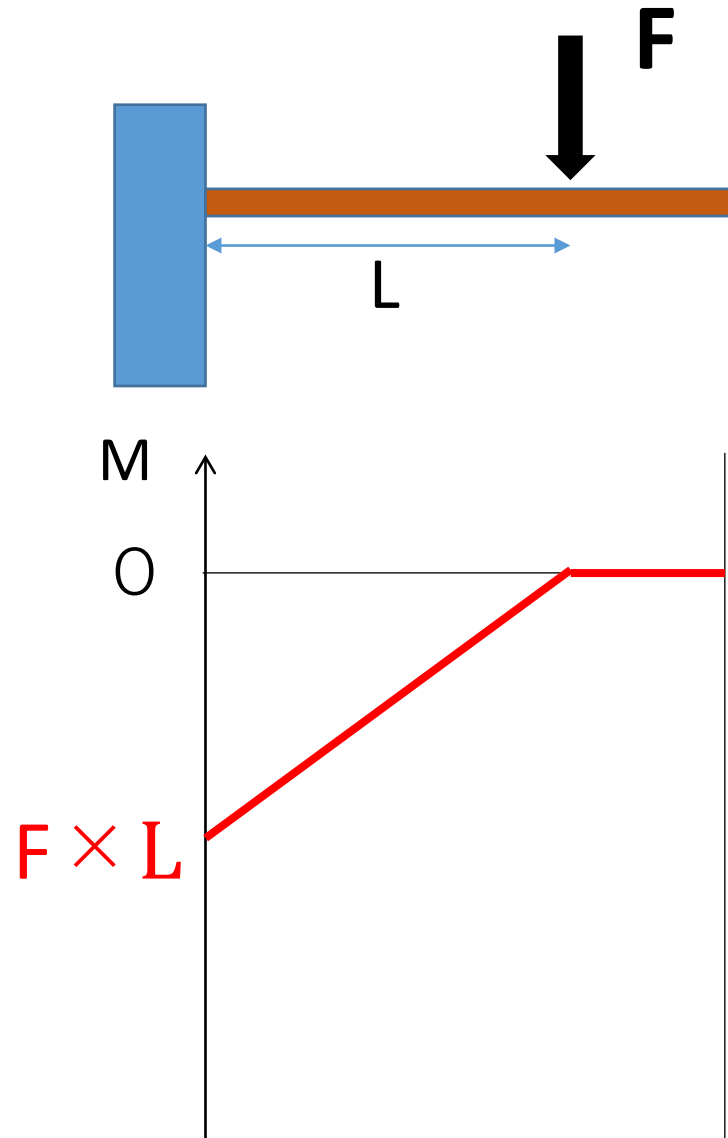
0

$$F \times x$$

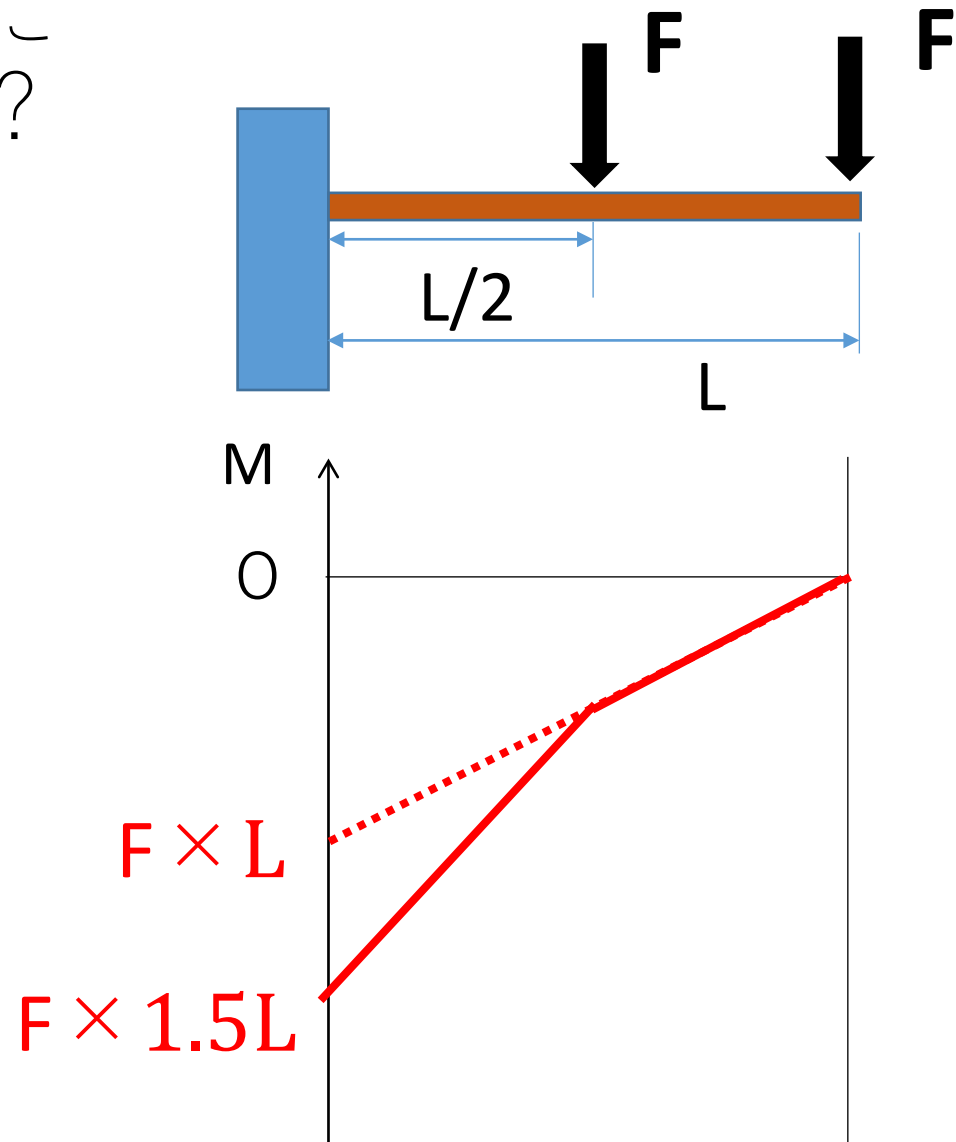
作用点での曲げ
モーメントは
ゼロ

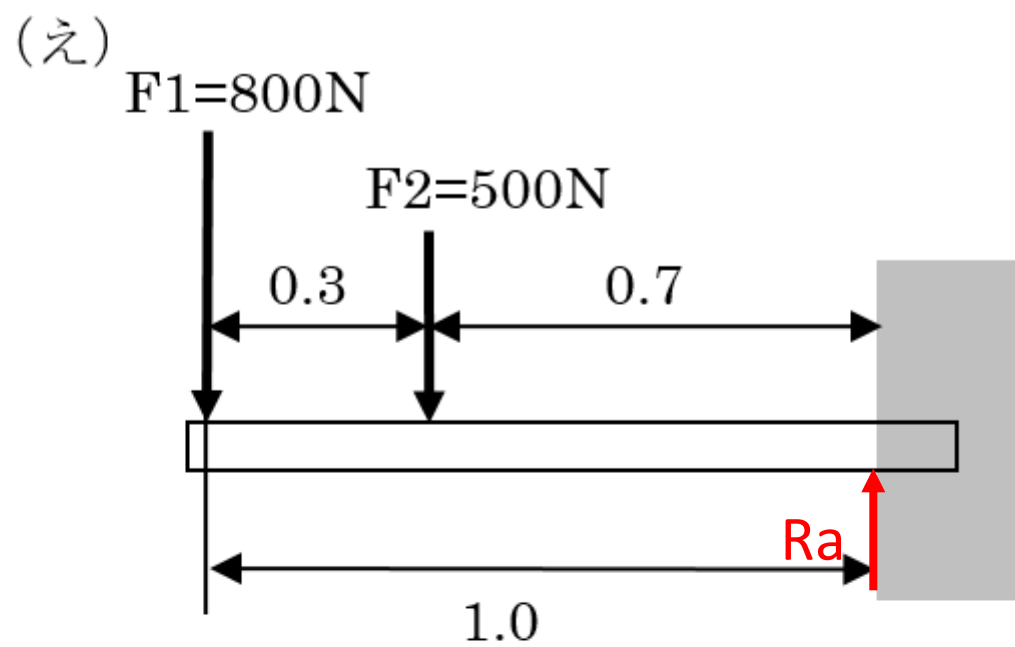
曲げモーメント
が最大

問題 右図のように
力を加えたときは？

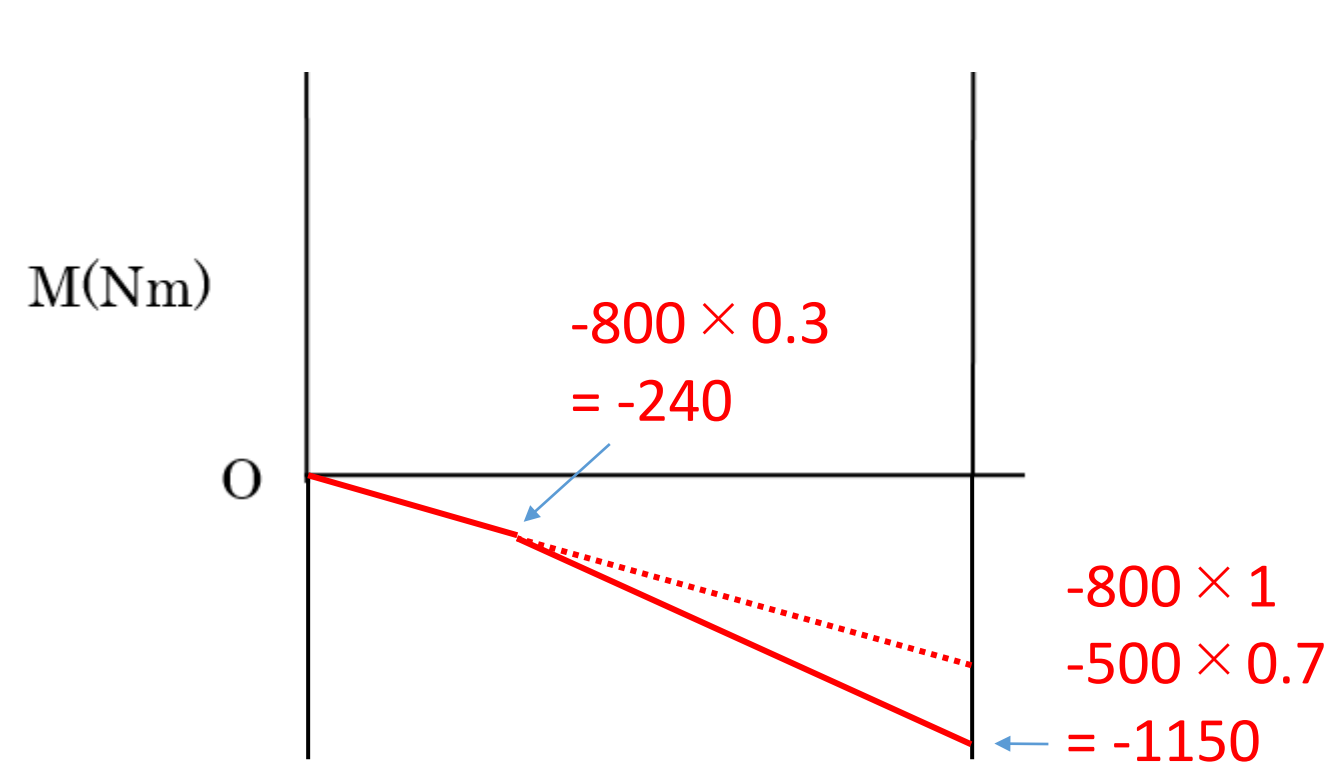
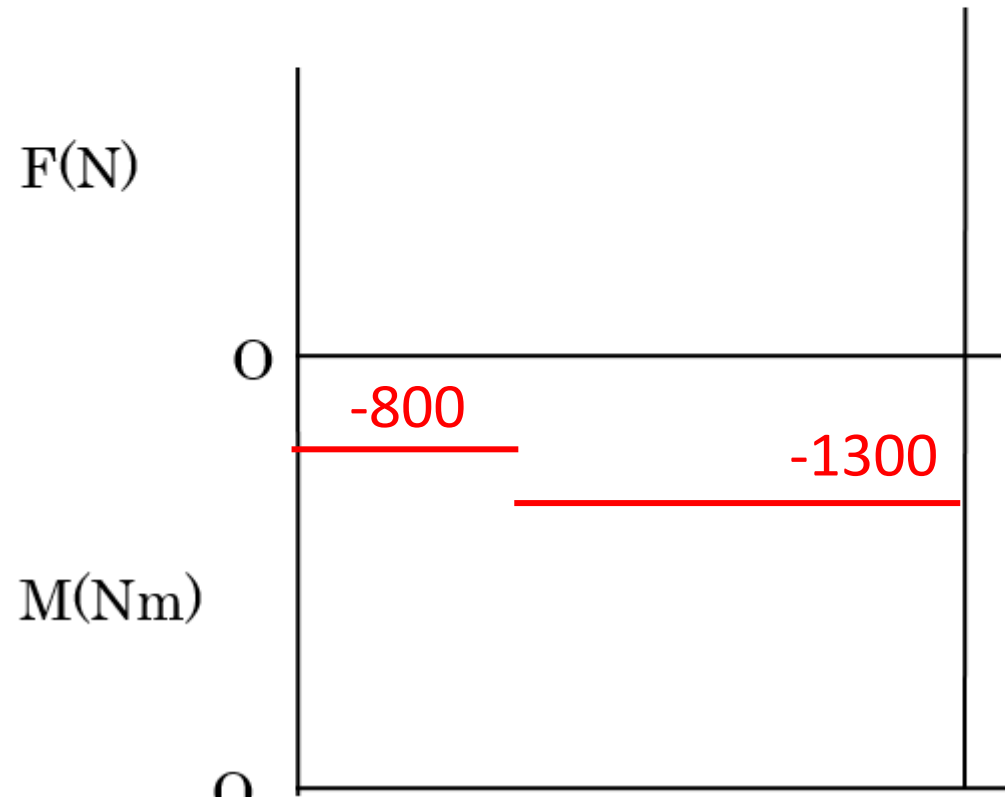


問題 右図のように
力を加えたときは？





$$R_a = 800 + 500 = 1300$$



疲労

- 物体が力学的応力を継続的に、あるいは繰り返し受けた場合にその物体の機械材料としての強度が低下する現象。
- 振動が疲労破壊の原因となりうることに注意が必要。

自転車のフレーム
の破損例



座屈

大きな力で圧縮すると、



?



応力集中

物体内部の応力分布は一様ではなく、孔や溝といった形状が変化する部分では応力分布が乱れて、局所的に応力が増大する。

円孔の応力集中

