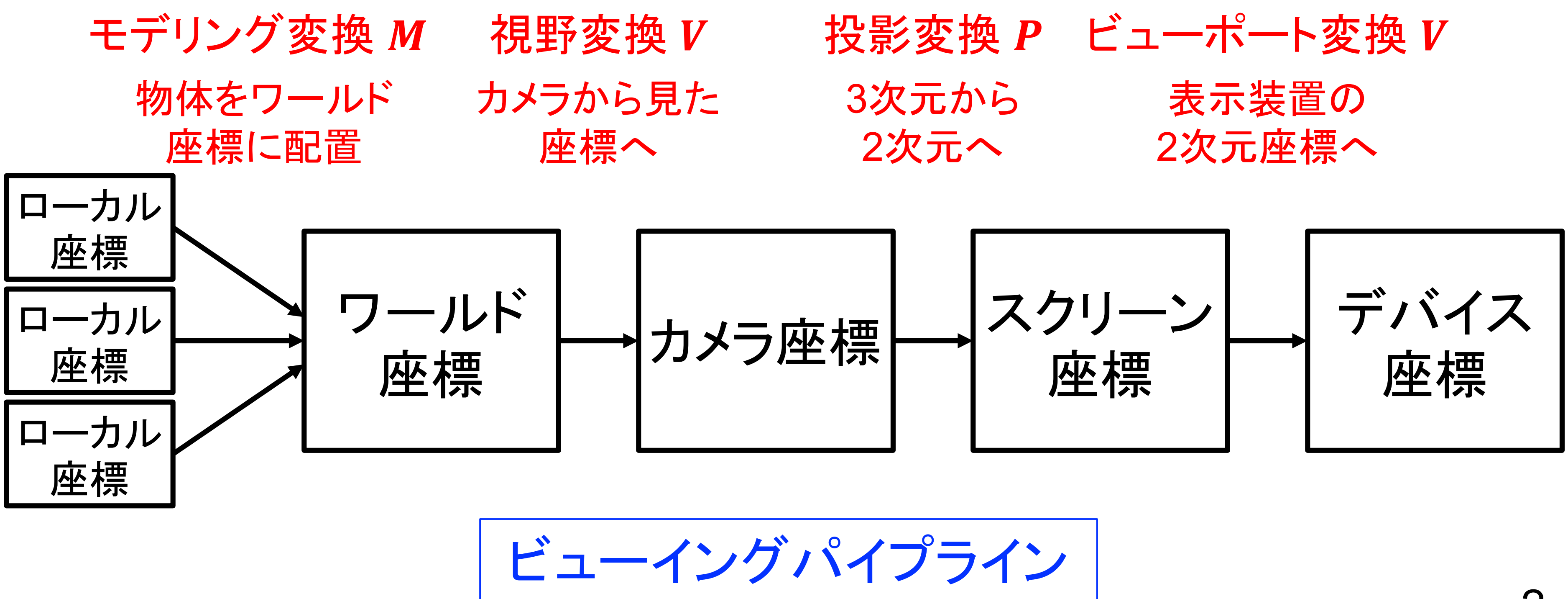
コンピュータグラフィックス(R)

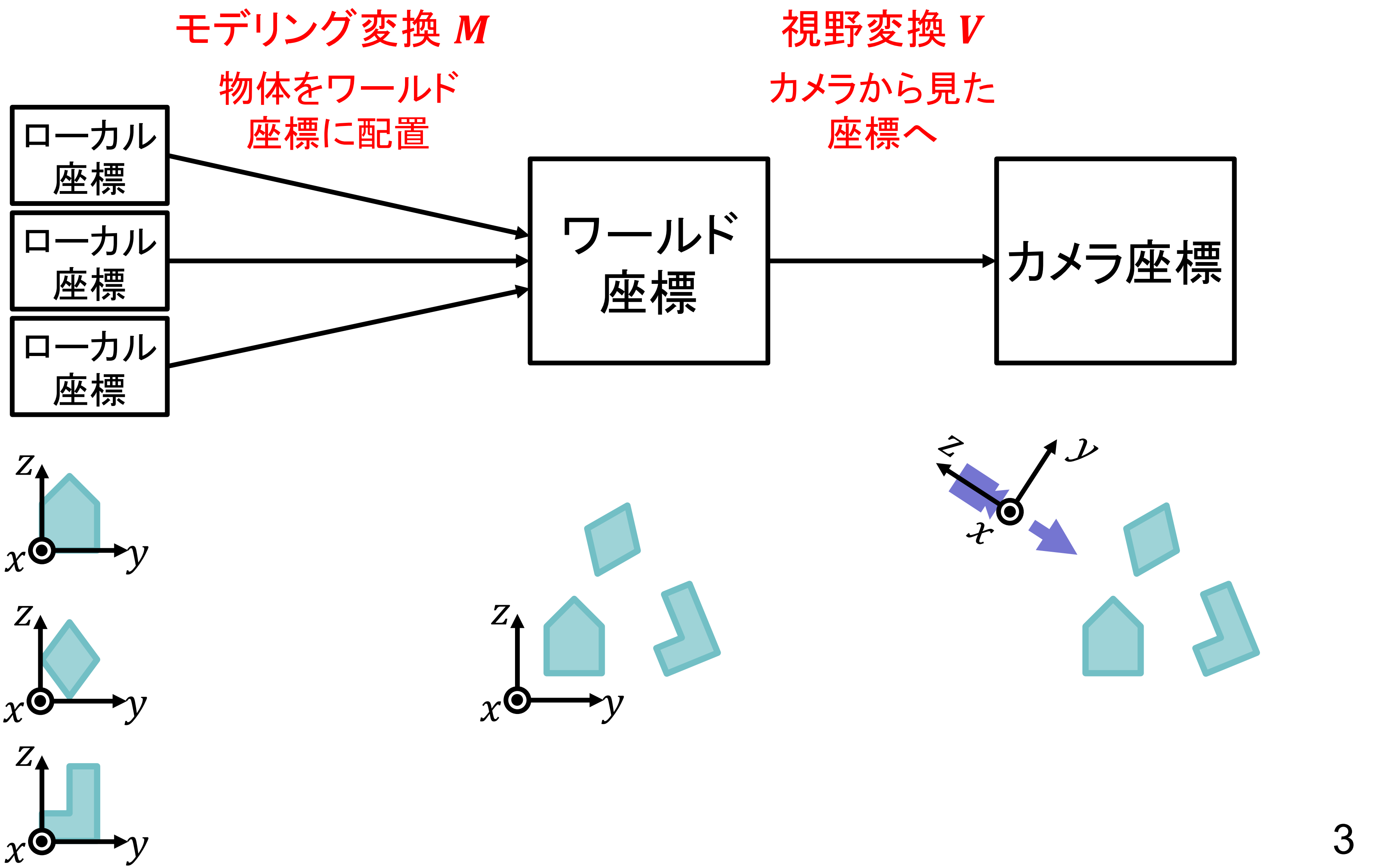
第3回：カメラ視点でシーンを見る

3次元CGにおける画像生成の流れ (p.49)

- 物体の形状を定義し，ワールド座標に配置する.
- カメラを設置し，カメラから見た座標に変換する.
- 3次元座標を，スクリーンから見た2次元座標に変換する.
- 表示装置(デバイス)の座標に変換し，表示する

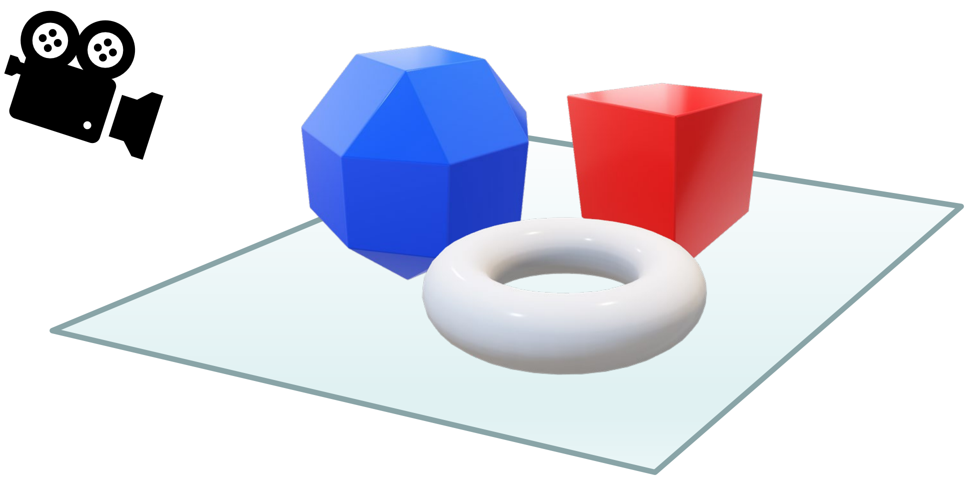


3次元CGにおける画像生成の流れ (p.49)



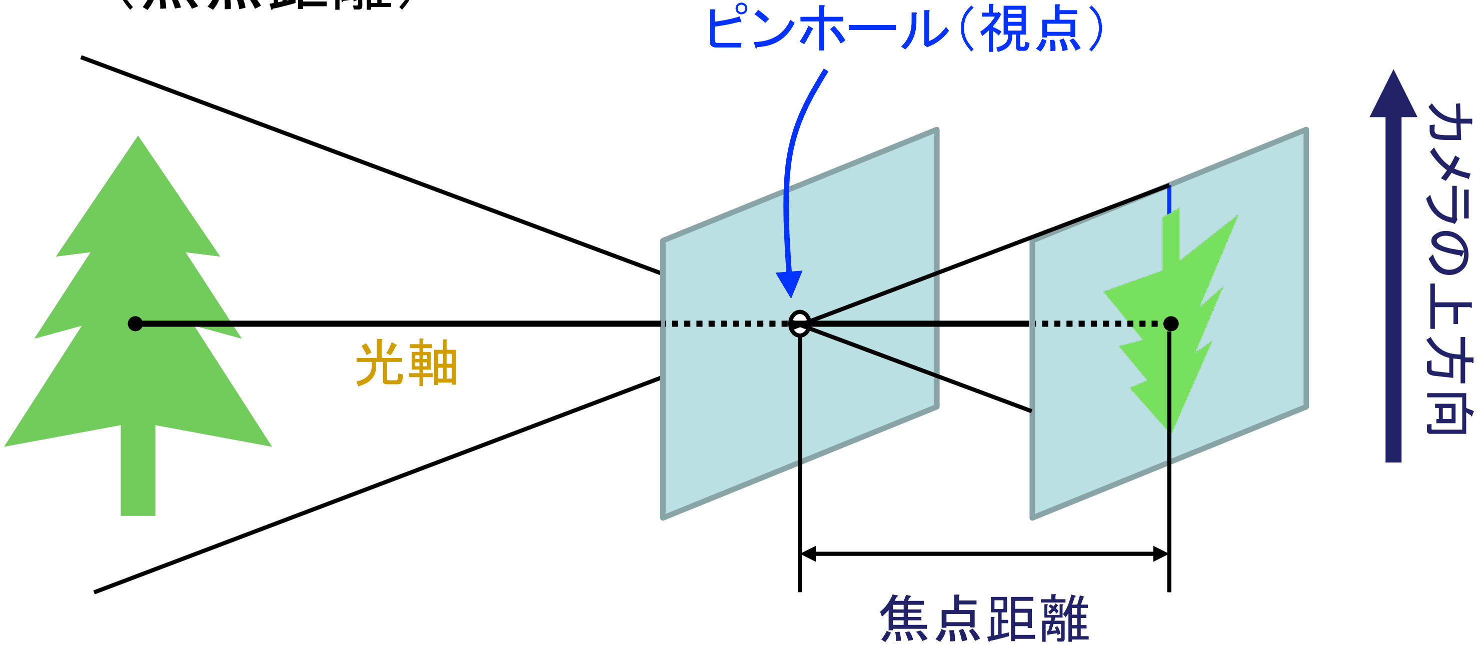
カメラとCG (p.38)

- 現実世界をカメラで撮影して2次元画像を作成することを，計算で再現するのが3次元CGである.
- そこで，現実世界で「カメラをセット」するときに，何を定めているか，考えてみよう.



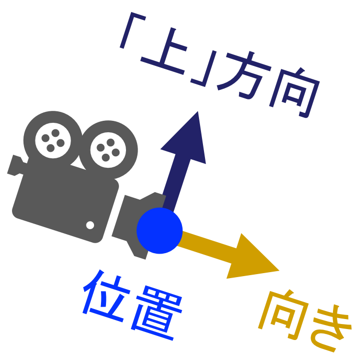
ピンホールカメラ (p.38)

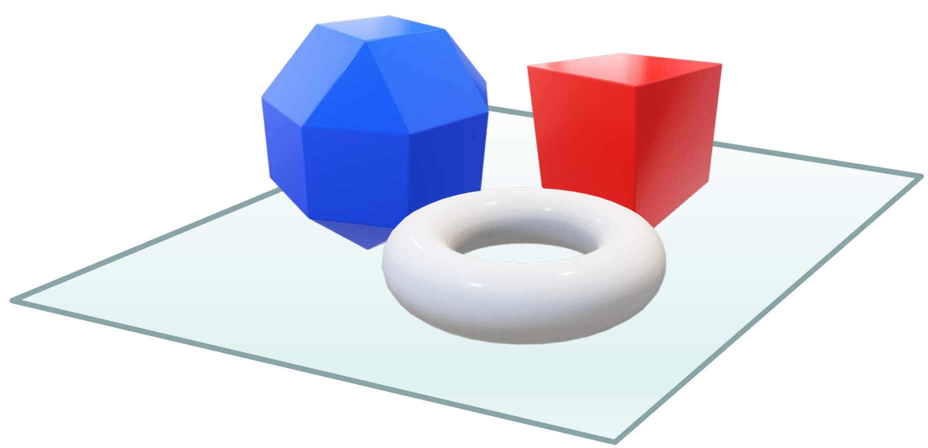
- カメラの基本はピンホールカメラ
- ピンホールカメラの設定で決めるべきものは？
  - ピンホール（視点）の位置
  - 光軸（カメラの正面方向）
  - カメラの「上」方向
  - （焦点距離）



カメラの姿勢

- カメラの姿勢を決める要素は3つ
  - 視点の位置
  - カメラの向き
  - カメラの「上」方向





出席

https://ctat.ritsumei.ac.jp

受付番号は授業中にアナウンスします．

座標変換の復習（平行移動）

同次座標による平行移動の表現

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

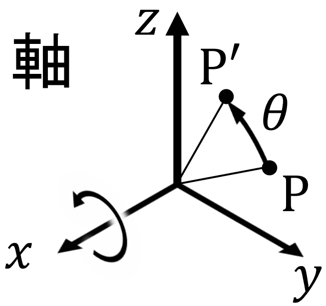
$$= T(\Delta x, \Delta y, \Delta z) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x + \Delta x \\ y + \Delta y \\ z + \Delta z \\ 1 \end{bmatrix}$$

座標変換（各軸まわりの回転）

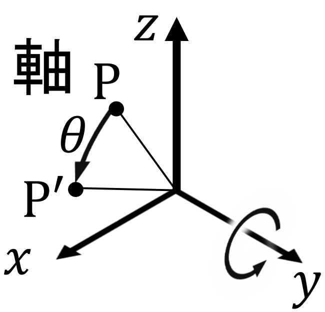
同次座標による回転の表現

x 軸



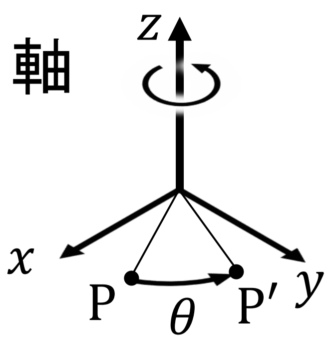
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = R_x(\theta) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

y 軸



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = R_y(\theta) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

z 軸



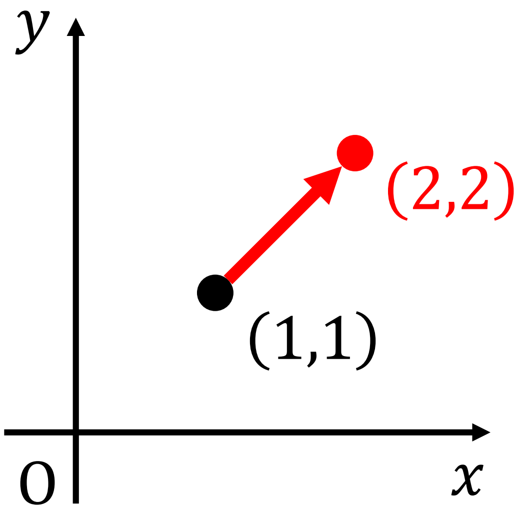
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = R_z(\theta) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

点の変換 vs 座標系の変換

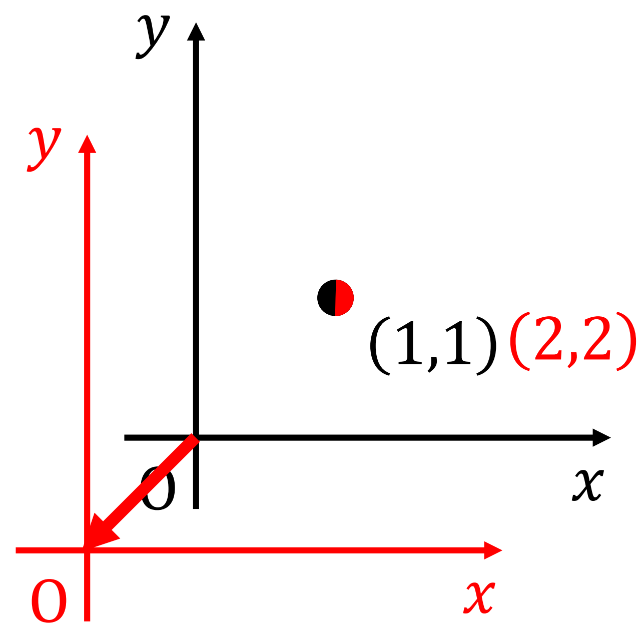
- 点の変換
  - 座標系は固定し，シーン内の点の位置を回転･平行移動などで変える処理
- 座標系の変換
  - 同じ点を，異なる座標系から見る処理

数学的には互いに逆変換の関係にある

点の変換 vs 座標系の変換



点の変換
点を$(+1,+1)$だけ平行移動



座標系の変換
座標系を$(-1,-1)$だけ平行移動

点の変換 vs 座標系の変換

点を $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ だけ平行移動 ⟷ 座標系を $(-\Delta x, -\Delta y, -\Delta z)$ だけ平行移動

逆変換の関係にある！

どちらも

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = T(\Delta x, \Delta y, \Delta z) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

である.

点の変換 vs 座標系の変換

問　点を $(2,\quad -3,\quad 5)$ だけ平行移動する変換行列を求めよ(同次座標系).

点の変換 vs 座標系の変換

問　点を $(2,\quad -3,\quad 5)$だけ平行移動する変換行列を求めよ(同次座標系).

答

$$T(2,\quad -3,\quad 5)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 0 & -3\\ 0 & 0 & 1 & 5\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

注:「座標系を $(-2,\quad 3,\quad -5)$だけ平行移動する」と同じ意味である.

点の変換 vs 座標系の変換

問　座標系を $(2,\quad 1,\quad -3)$ だけ平行移動する変換行列を求めよ(同次座標系).

点の変換 vs 座標系の変換

問　座標系を $(2,\quad 1,\quad -3)$ だけ平行移動する変換行列を求めよ（同次座標系）.

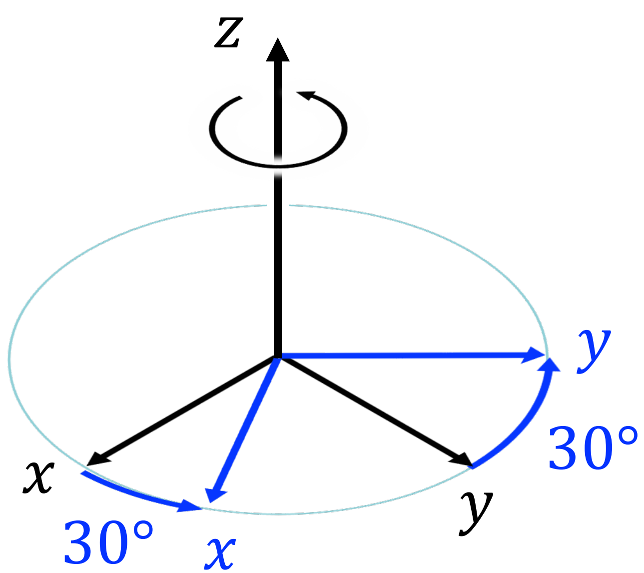
答

$$T(-2,\quad -1,\quad 3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

注 :「点を $(-2, -1, 3)$ だけ平行移動する」と同じ意味である.

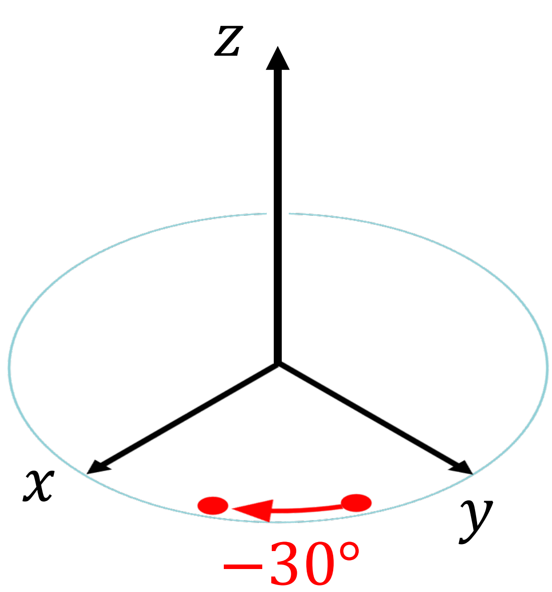
点の変換 vs 座標系の変換

問　座標系を z 軸の周りに $30°$ だけ回転する変換行列を求めよ(同次座標系).



点の変換 vs 座標系の変換

問　座標系を z 軸の周りに 30° だけ回転する変換行列を求めよ（同次座標系）.



答「点を z 軸の周りに $-30°$ だけ回転する」と解釈する.

$$R_z(-30°) = \begin{bmatrix} \cos(-30°) & -\sin(-30°) & 0 & 0 \\ \sin(-30°) & \cos(-30°) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

視野変換（ビューイング変換） (p.50)

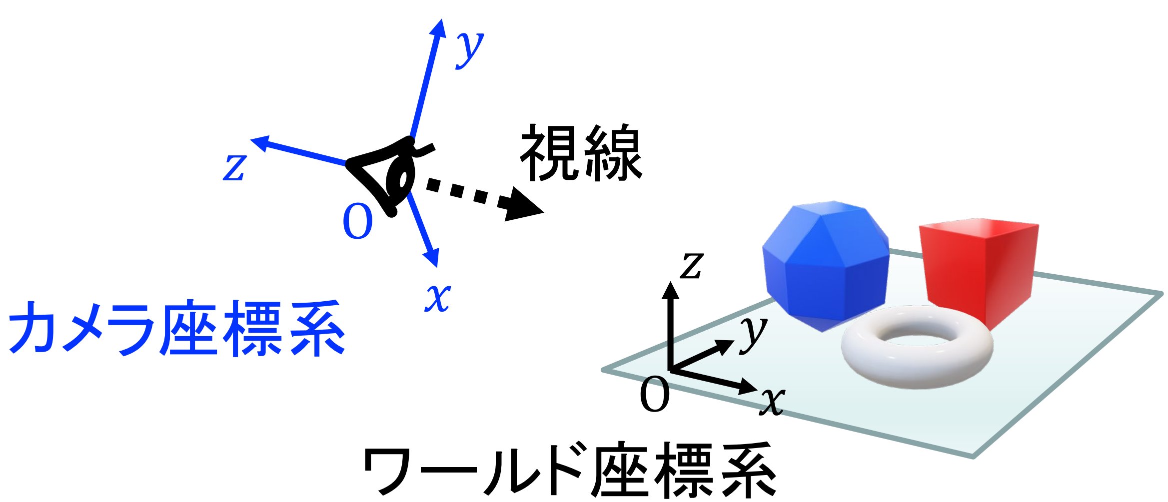
- 「ワールド座標系」→「カメラ座標系」の座標変換
- カメラ座標系とは

  原点 ＝ 視点（カメラの位置）

  x 軸 ＝ 最終的な画像の水平方向

  y 軸 ＝ 最終的な画像の垂直方向

  z 軸 ＝ 視線の方向（前方が負）



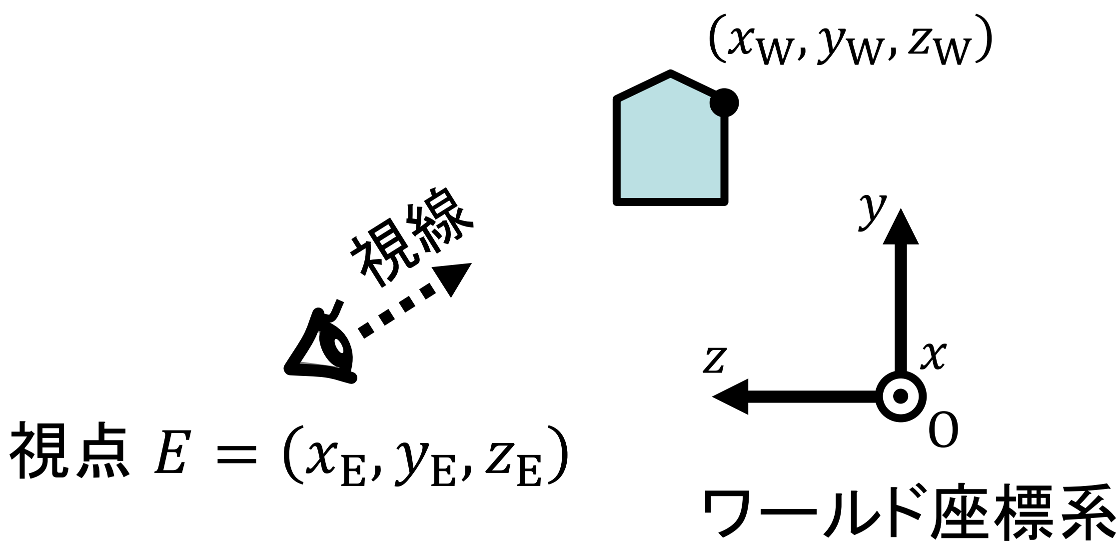
視野変換（ビューイング変換）の構成

ステップ1：原点の移動

- 視点がワールド座標系の点 $E = (x_{\mathrm{E}}, y_{\mathrm{E}}, z_{\mathrm{E}})$ にあるとする.
- 座標系の原点を E に変更するには？

  座標系を $(x_{\mathrm{E}}, y_{\mathrm{E}}, z_{\mathrm{E}})$ だけ平行移動する

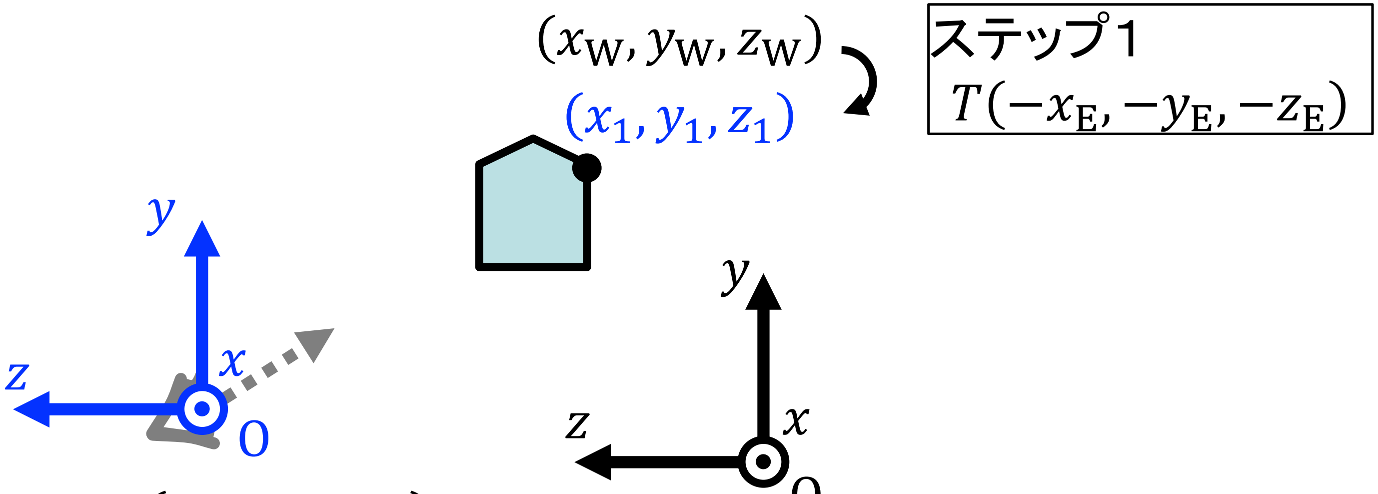
  ＝点を $(-x_{\mathrm{E}}, -y_{\mathrm{E}}, -z_{\mathrm{E}})$ だけ平行移動する



視野変換(ビューイング変換)の構成

ステップ1:原点の移動

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} = T(-x_{\mathrm{E}}, -y_{\mathrm{E}}, -z_{\mathrm{E}}) \begin{bmatrix} x_{\mathrm{W}} \\ y_{\mathrm{W}} \\ z_{\mathrm{W}} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_{\mathrm{E}} \\ 0 & 1 & 0 & -y_{\mathrm{E}} \\ 0 & 0 & 1 & -z_{\mathrm{E}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\mathrm{W}} \\ y_{\mathrm{W}} \\ z_{\mathrm{W}} \\ 1 \end{bmatrix}$$



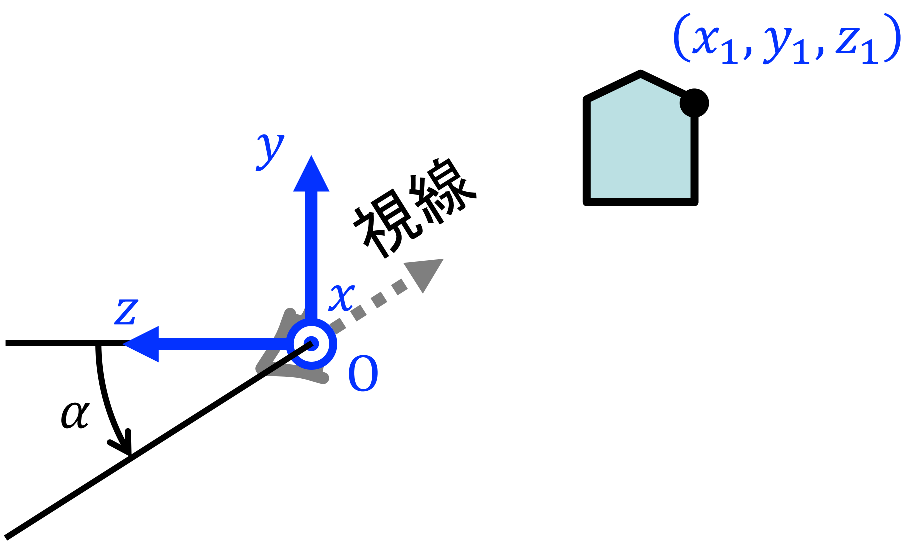
視点 $E = (x_{\mathrm{E}}, y_{\mathrm{E}}, z_{\mathrm{E}})$

ワールド座標系

視野変換（ビューイング変換）の構成

ステップ2：x 軸の周りに座標系を回転

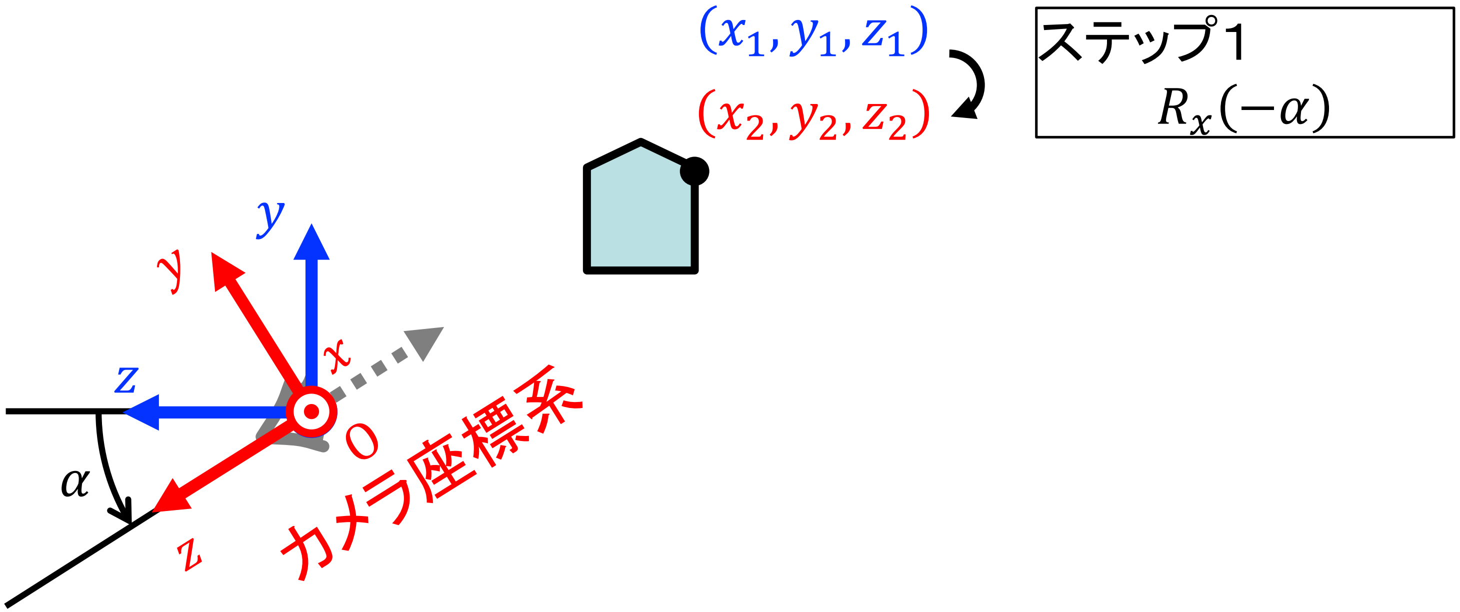
- 座標系を x 軸について角度 α だけ回転
  ＝ 点を x 軸について角度 $-\alpha$ だけ回転
- 結果的に，視線が z 軸（前方が負）の座標系が得られる．



視野変換(ビューイング変換)の構成

ステップ2: x 軸の周りに座標系を回転

$$
\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{bmatrix} = R_x(-\alpha) \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix}
$$



視野変換(ビューイング変換)の構成

ステップ1とステップ2をまとめると,

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{bmatrix} = R_x(-\alpha) \cdot T(-x_{\mathrm{E}}, -y_{\mathrm{E}}, -z_{\mathrm{E}}) \begin{bmatrix} x_{\mathrm{W}} \\ y_{\mathrm{W}} \\ z_{\mathrm{W}} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_{\mathrm{E}} \\ 0 & 1 & 0 & -y_{\mathrm{E}} \\ 0 & 0 & 1 & -z_{\mathrm{E}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\mathrm{W}} \\ y_{\mathrm{W}} \\ z_{\mathrm{W}} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_{\mathrm{E}} \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & -y_{\mathrm{E}}\cos\alpha - z_{\mathrm{E}}\sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & y_{\mathrm{E}}\sin\alpha - z_{\mathrm{E}}\cos\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\mathrm{W}} \\ y_{\mathrm{W}} \\ z_{\mathrm{W}} \\ 1 \end{bmatrix}$$

視野変換行列が得られた！

視野変換(ビューイング変換)の構成

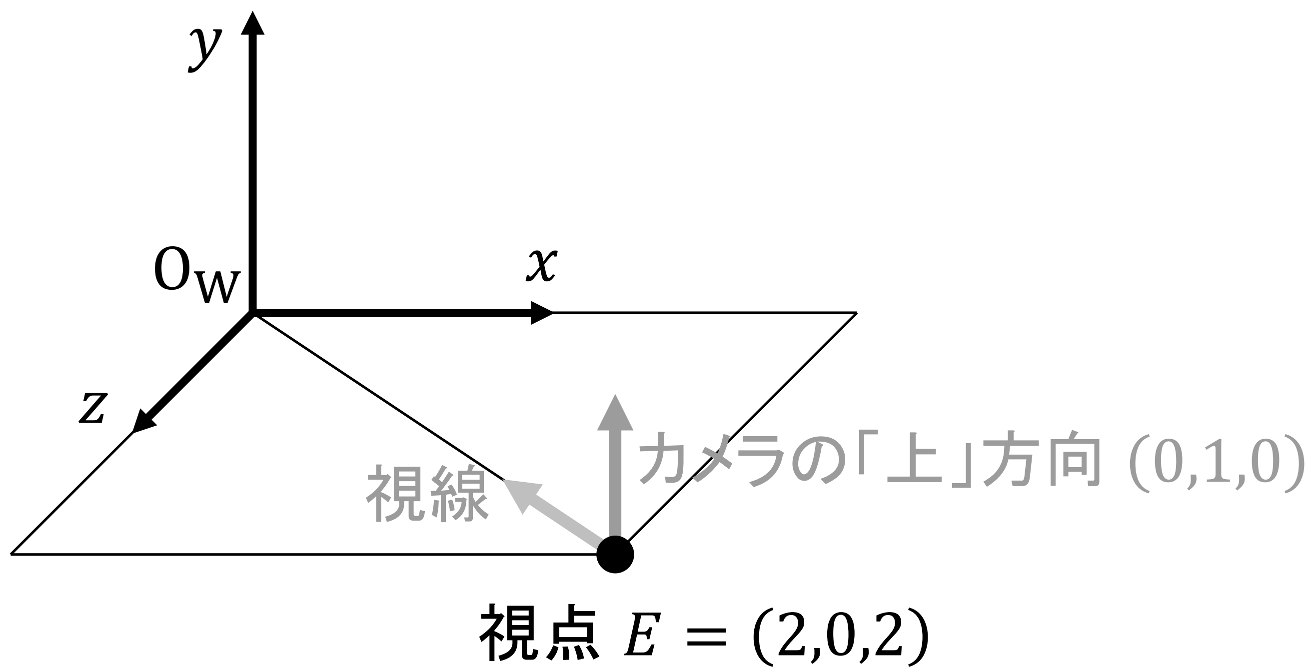
問

視点: $E = (2,0,2)$

視線: 視点 E からワールド座標系の原点 $\mathrm{O_W}$ に向かう方向

カメラの「上」方向: $(0,1,0)$

のとき, 視野変換行列を求めよ.



視野変換(ビューイング変換)の構成

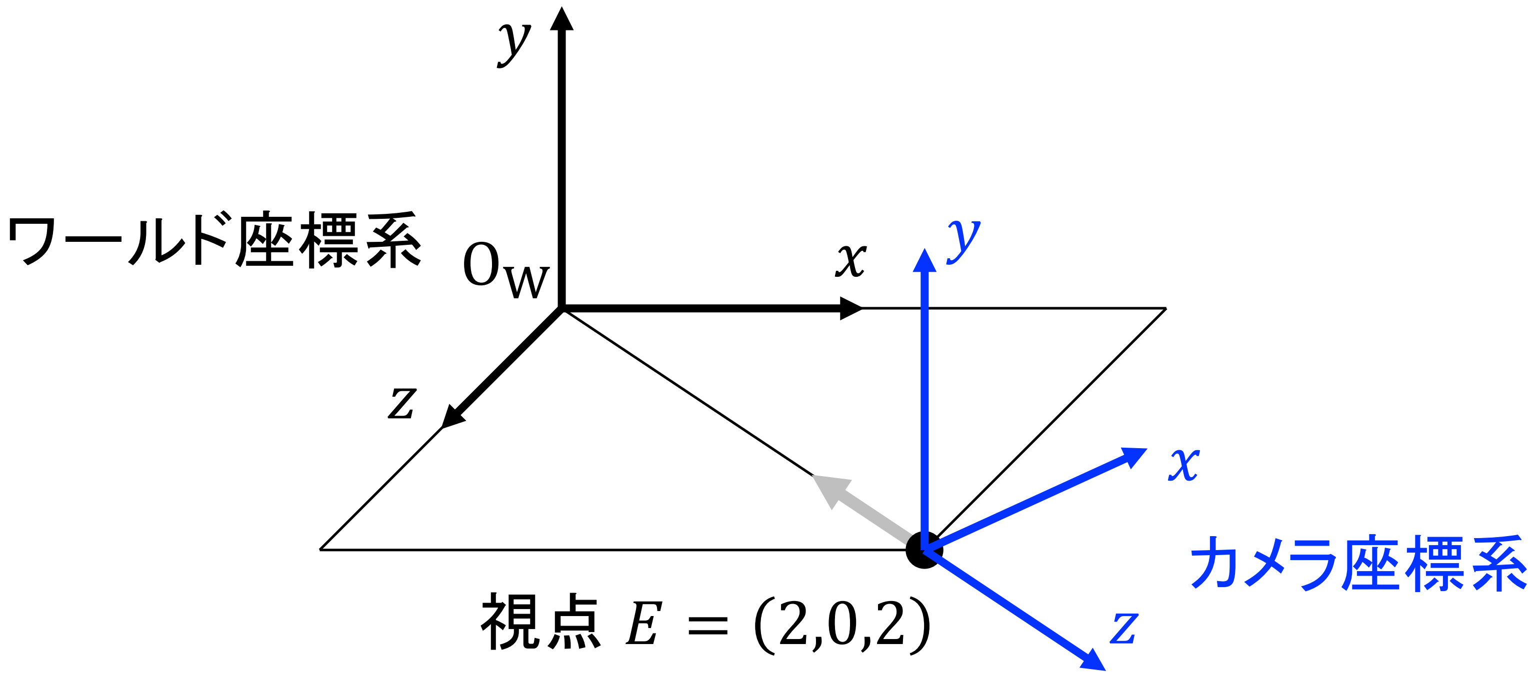
答(1/3)

ワールド座標系からカメラ座標系への変換は,

ステップ1: 座標系を視点 $E = (2,0,2)$ に平行移動

ステップ2: 座標系を y 軸周りに $45°$ だけ回転

と解釈できる.



視野変換(ビューイング変換)の構成

答(2/3)

ステップ1: 座標系を視点 $E=(2,0,2)$ に平行移動

$$T(-2,\quad 0,\quad -2)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & -2\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -2\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

ステップ2: 座標系を y 軸周りに $45°$ だけ回転

$$R_y(-45°)=\begin{bmatrix}\cos(-45°) & 0 & \sin(-45°) & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ -\sin(-45°) & 0 & \cos(-45°) & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\sqrt{2}/2 & 0 & -\sqrt{2}/2 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ \sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

視野変換（ビューイング変換）の構成

答(3/3)

ステップ１とステップ２をまとめると,

$$R_y(-45°)\,T(-2,\quad 0,\quad -2)$$

$$=\begin{bmatrix}\sqrt{2}/2 & 0 & -\sqrt{2}/2 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ \sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & -2\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -2\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\sqrt{2}/2 & 0 & -\sqrt{2}/2 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ \sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 & -2\sqrt{2}\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

これが視野変換行列である. ■