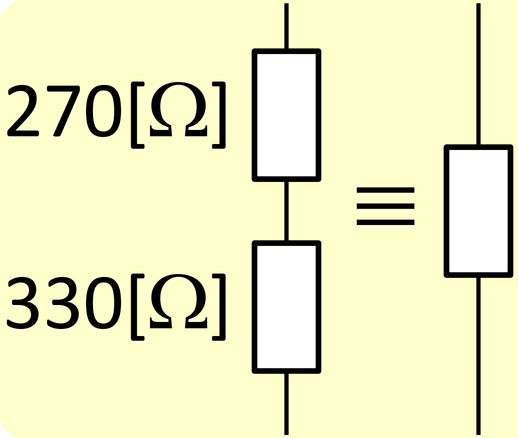
# 電気電子回路
# 第2回：直流電気回路（2）

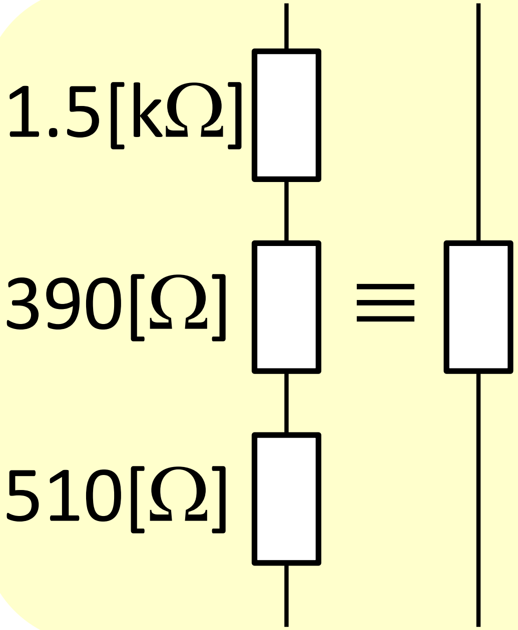
# 今週の内容

- 抵抗と直流電圧源だけからなる直流回路を自由自在に解析するため、以下の事項を学びます
  - キルヒホッフの法則

# 先週の復習（1）

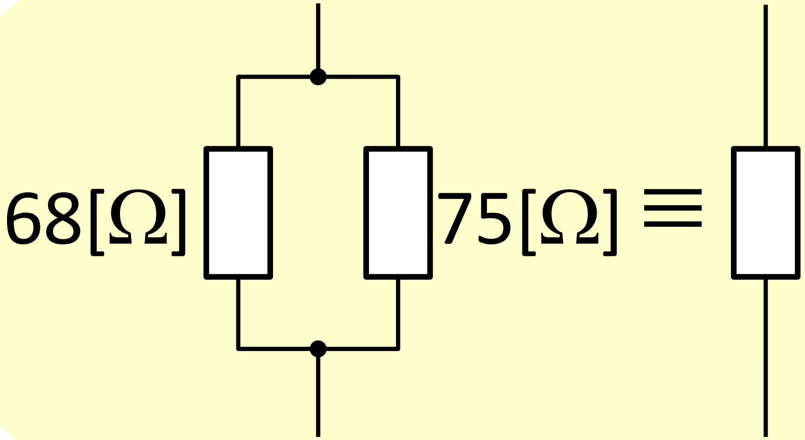



$$\boxed{270[\Omega]+330[\Omega]=600[\Omega]}$$

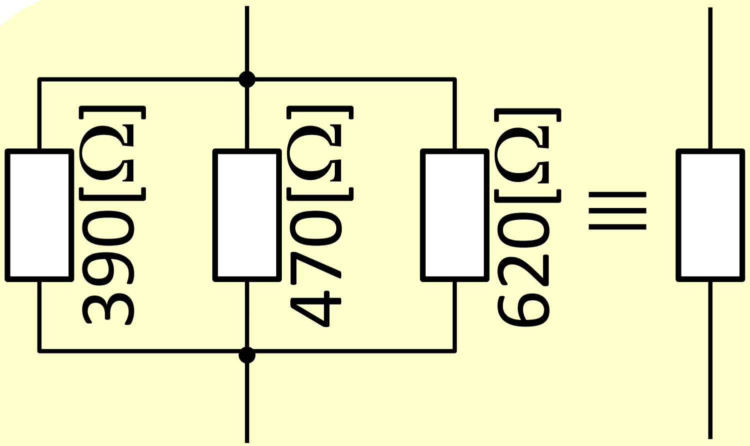



$$\boxed{1.5[k\Omega]+390[\Omega]+510[\Omega]=2.4[k\Omega]}$$

# 先週の復習(2)




$$\frac{1}{\frac{1}{68}+\frac{1}{75}} = \frac{68\times 75}{68+75} = 35.7[\Omega]$$



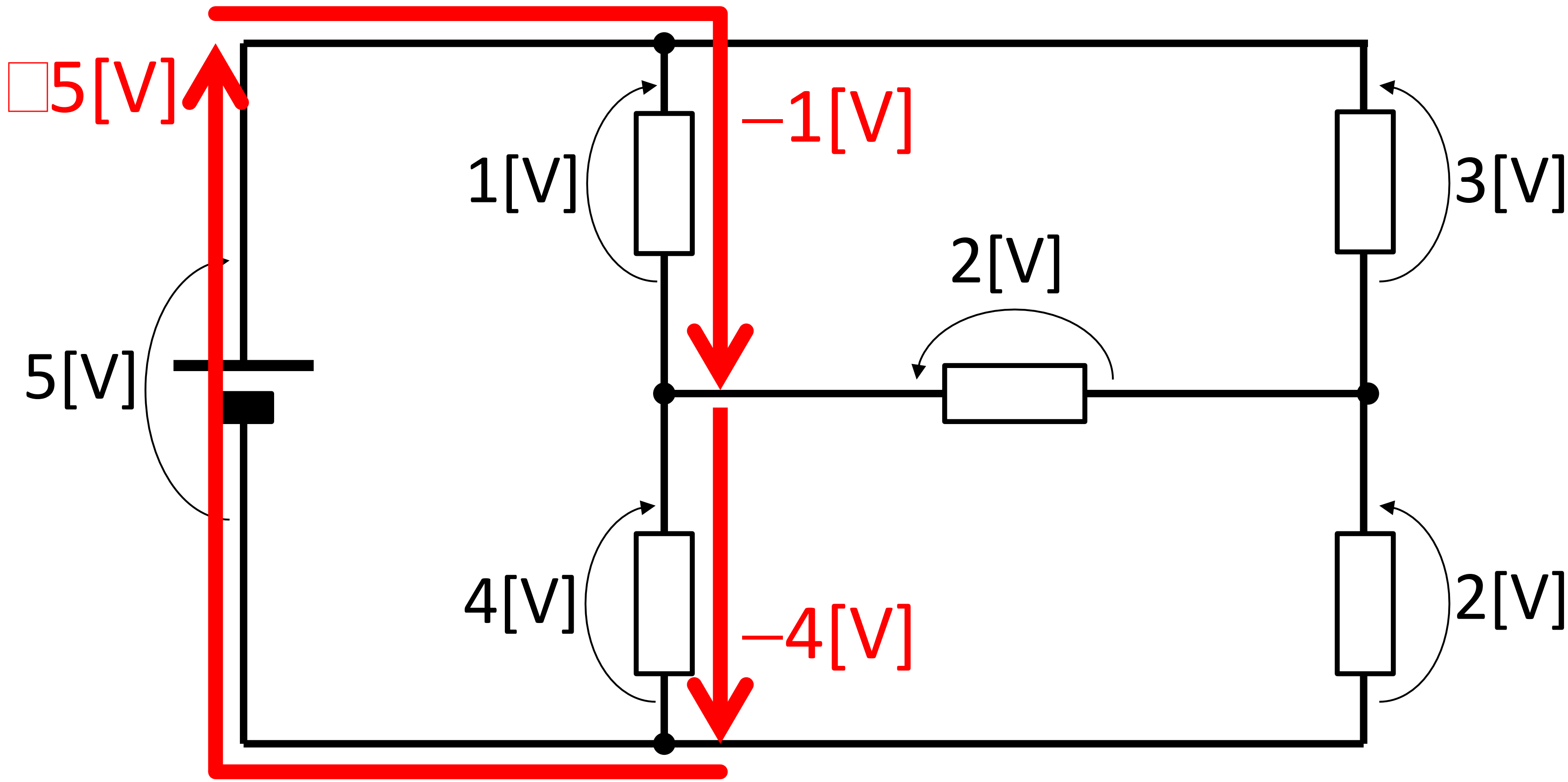

159[Ω]

$$\frac{1}{\frac{1}{390}+\frac{1}{470}+\frac{1}{620}} = 158.6127\ldots$$

# Kirchhoff's Voltage Law
# キルヒホッフの電圧則（KVL）

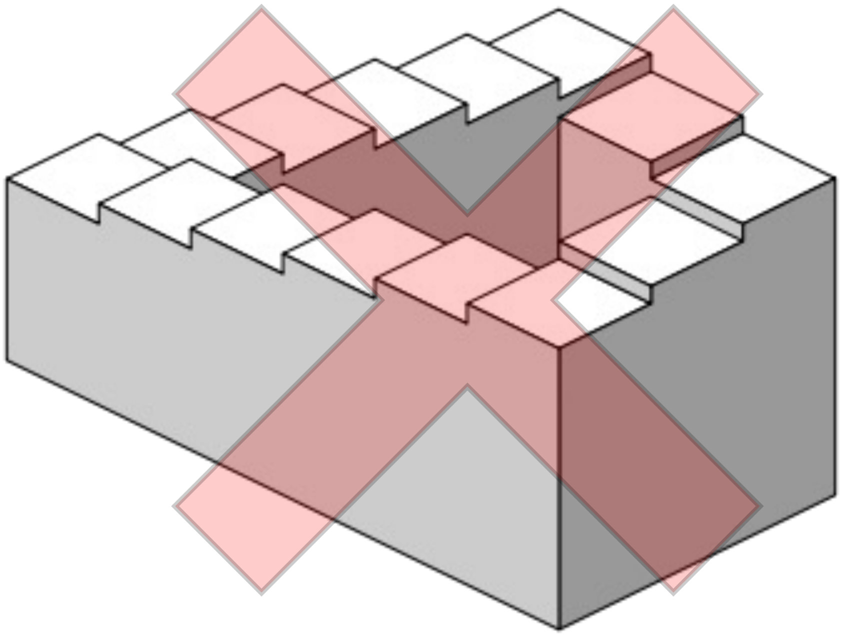
closed loop

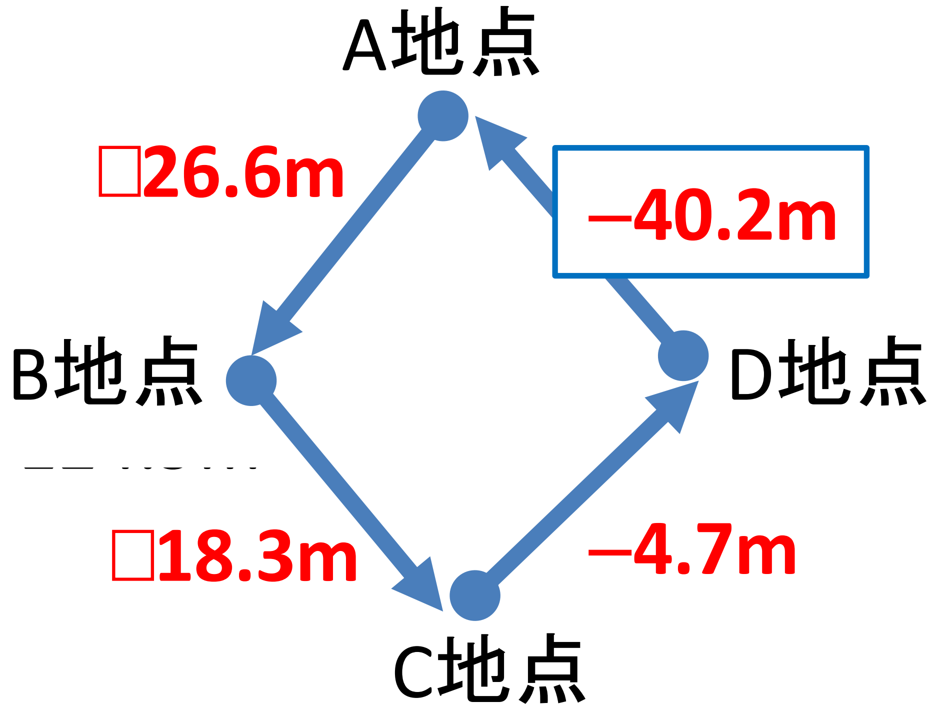
- 回路内の任意の閉ループの電圧の総和は0である
  - 電圧上昇は「□（正）」、電圧降下は「–（負）」で表すこと
  - 下の赤い閉ループでは、$(+5) + (-1) + (-4) = 0$



# 登り続けて元の場所に戻るのは有り得ない（どこかで登ったら必ずどこかで降りる）

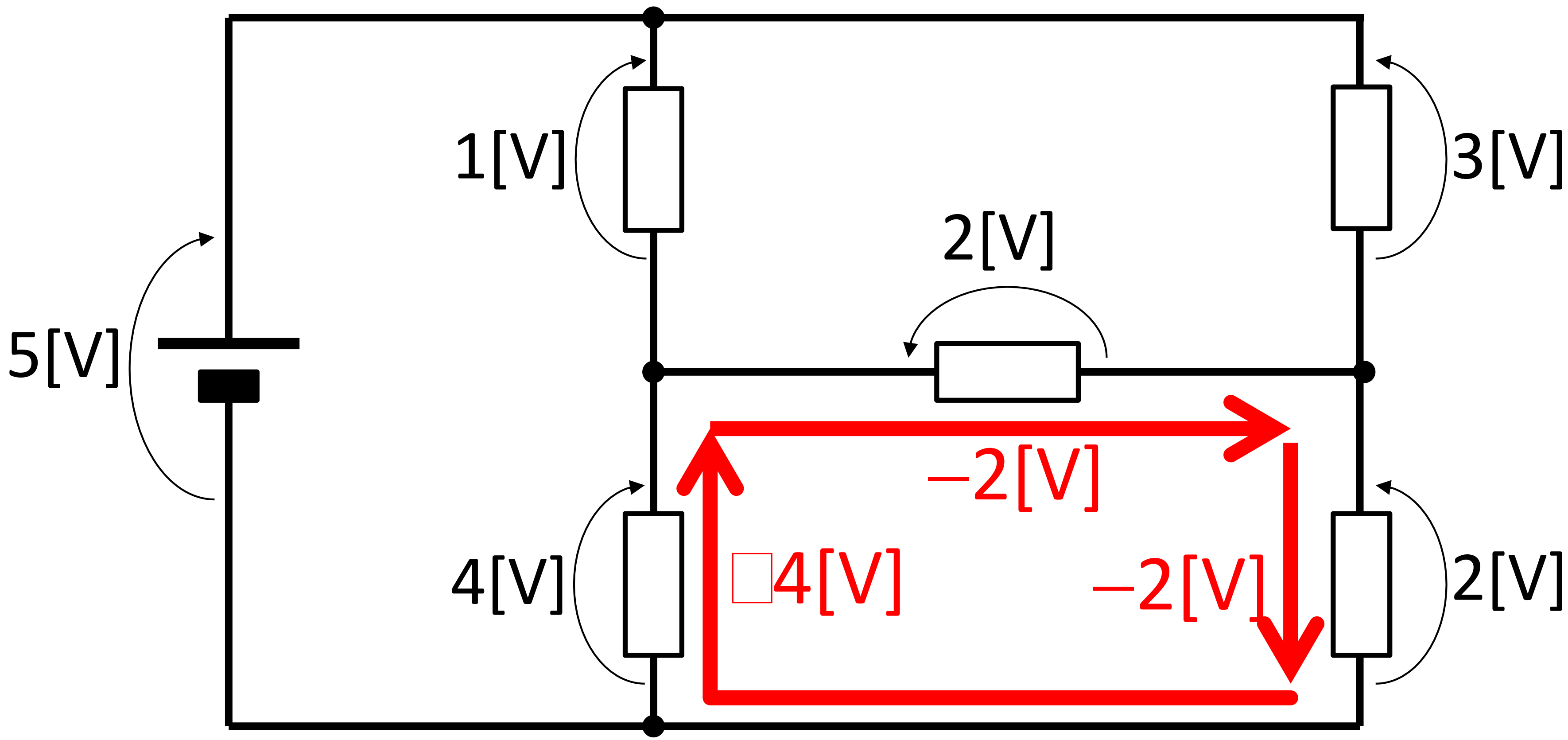
- 下の図は「だまし絵」
- ひと回りして元の場所に戻ってきたら高さも元通りになるのが現実





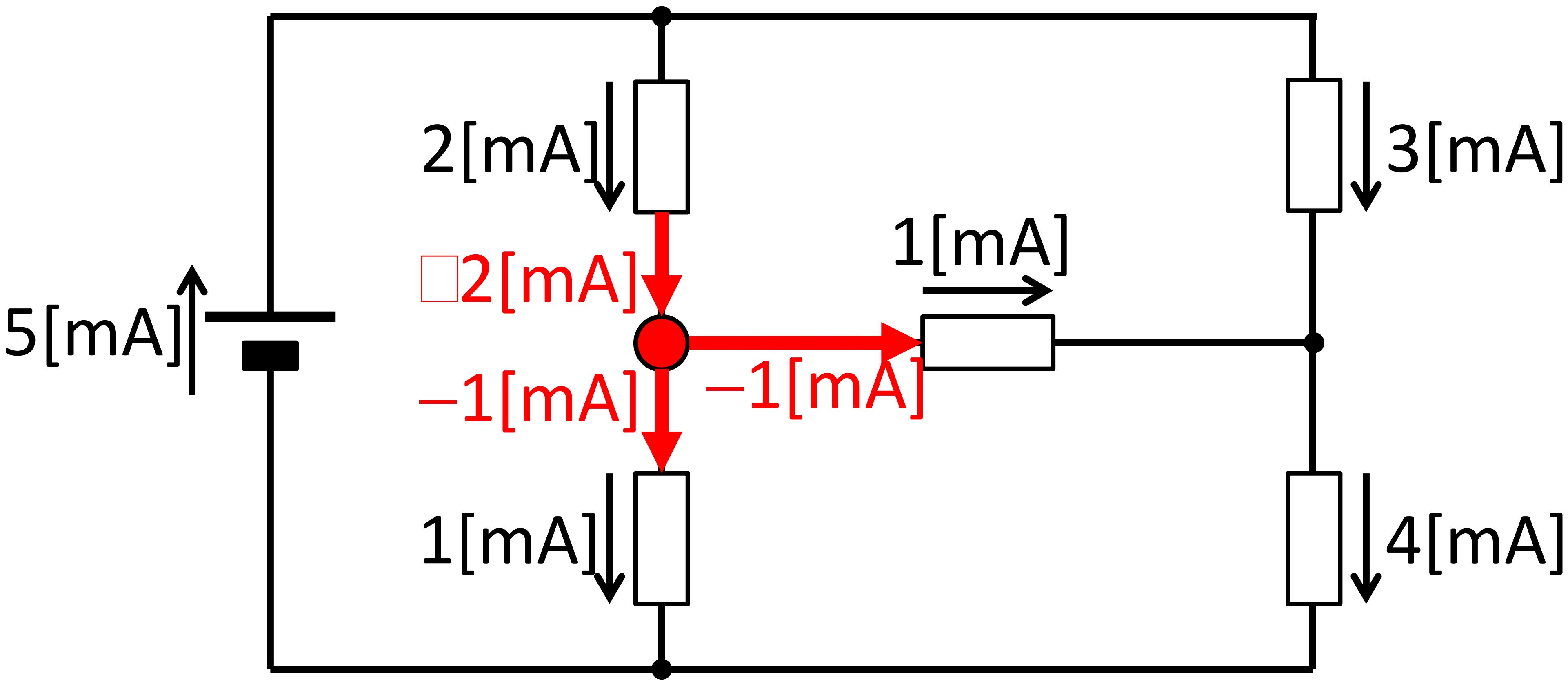
# キルヒホッフの電圧則（KVL）

- もちろん、どこの閉ループでも成立する
  - 電圧上昇は「+（正）」、電圧降下は「−（負）」で表すこと
  - 下の赤い閉ループでは、$(+4)+(-2)+(-2)=0$



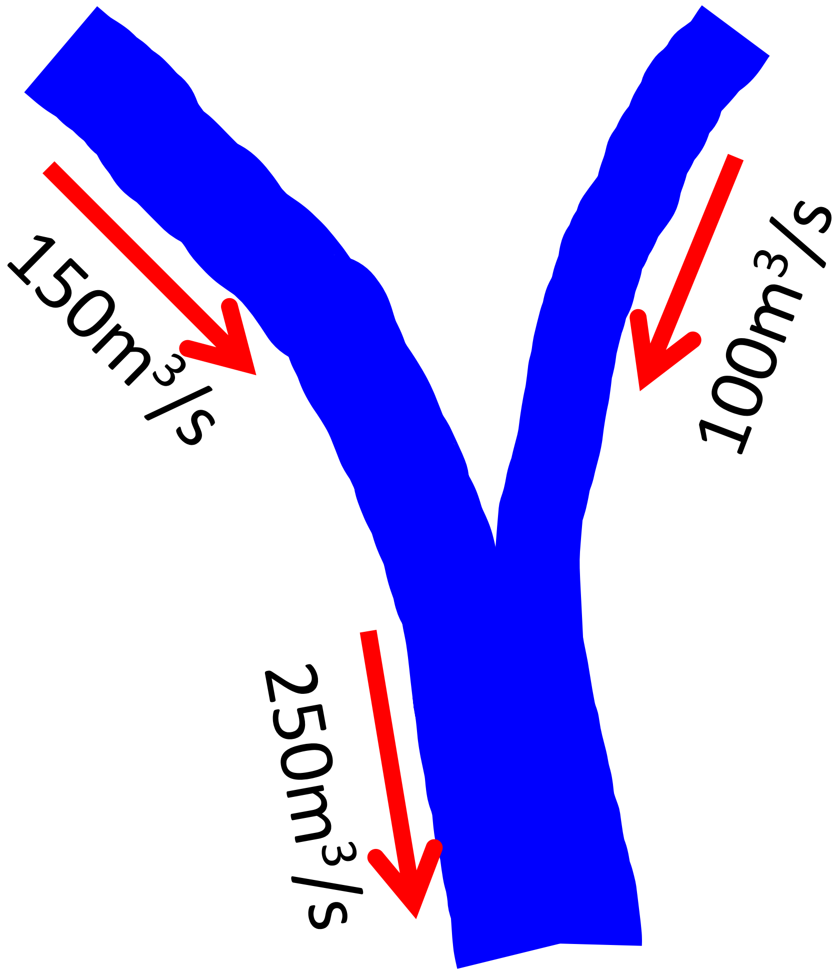
# Kirchhoff's Current Law<br>キルヒホッフの電流則（KCL）

- node<br>回路の任意の節点に流れ込む電流の総和は0である
  - 流入電流は「+（正）」、流出電流は「−（負）」で表すこと
  - 下の赤い節点では、$(+2)+(-1)+(-1)=0$

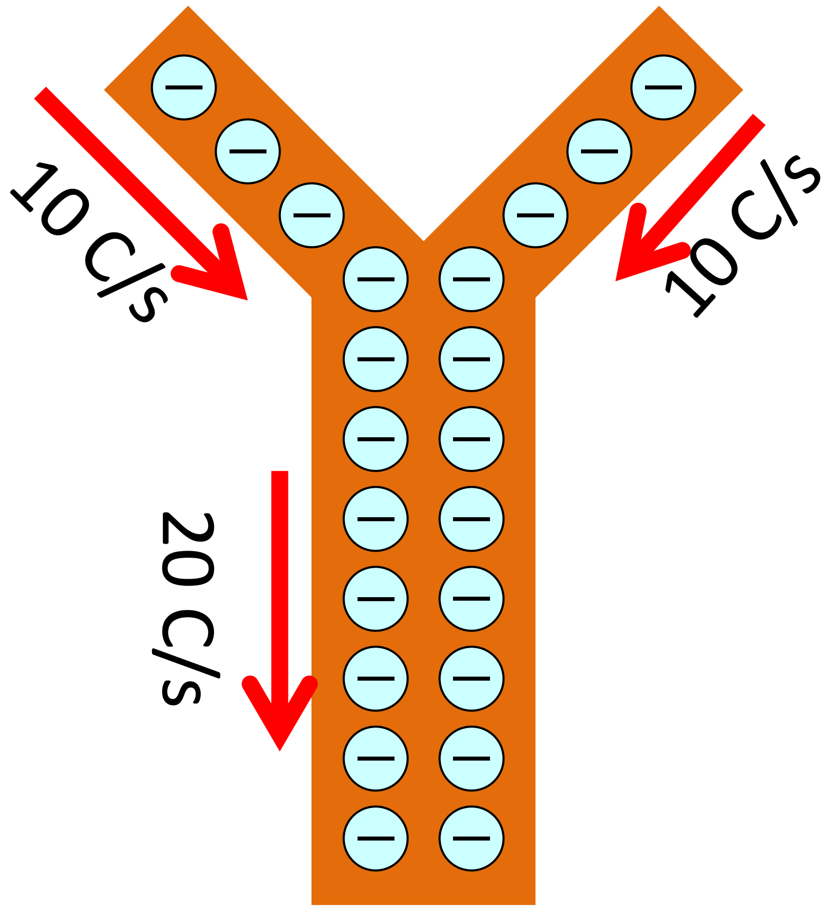


# 流入する電流と流出する電流は一致する

- 川の水は流入しただけ流出する（さもなくば洪水…）

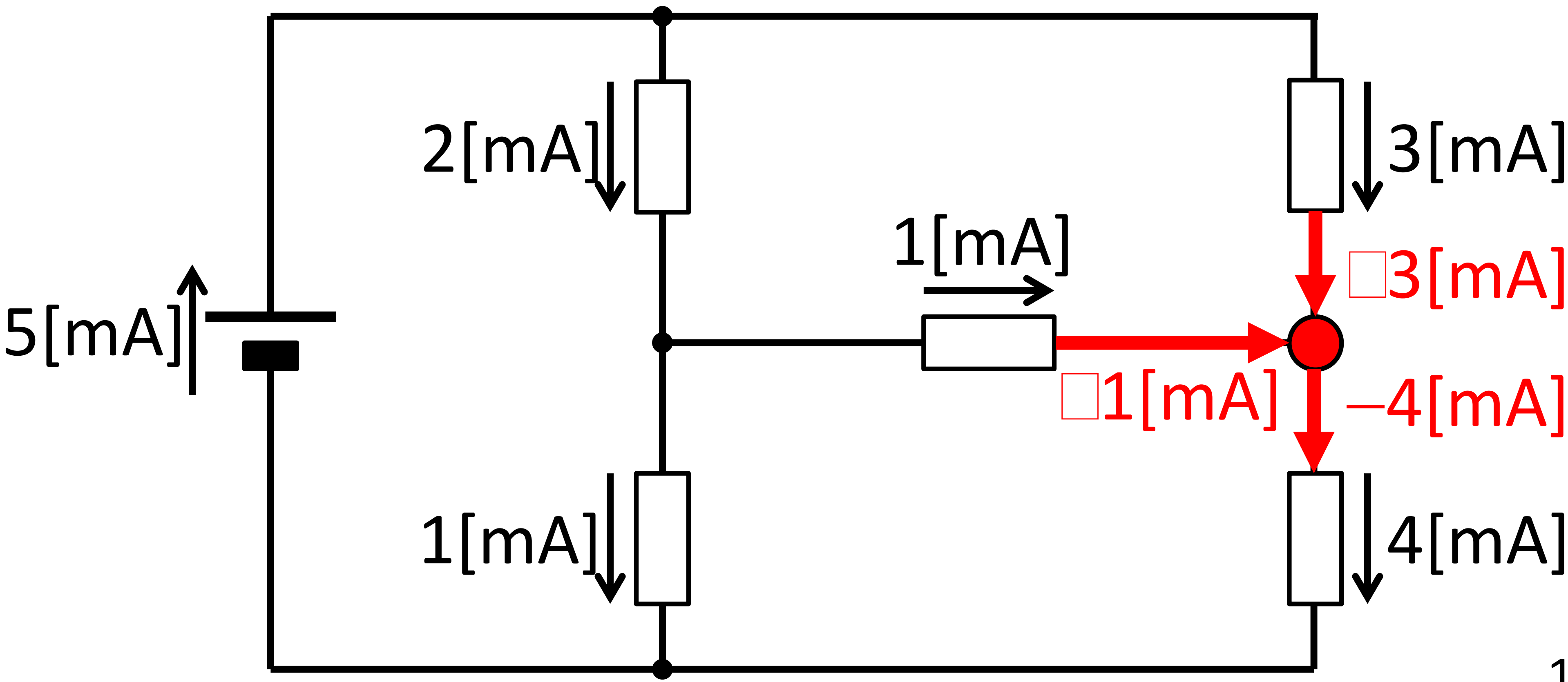



- 電子は入ってきただけ出ていく（さもなくば漏電…）



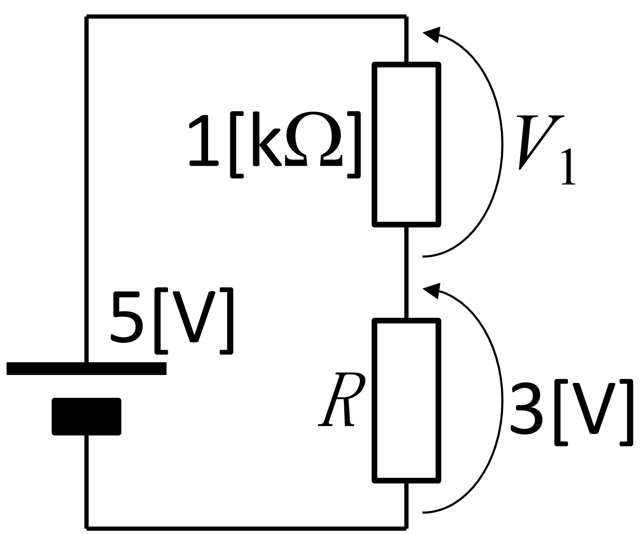
# キルヒホッフの電流則（KCL）

- もちろん、どこの節点でも成立する
  - 流入電流は「+（正）」、流出電流は「−（負）」で表すこと
  - 下の赤い節点では、$(+1) + (□3) + (-4) = 0$



# キルヒホッフの法則の応用（1）

- 下図の抵抗$R$の両端の電圧が3[V]となるよう、$R$の値を決めよ




1[kΩ]の抵抗の両端の電圧を $V_1$と
おくと、キルヒホッフの電圧則より、

$$\boxed{5[\mathrm{V}] - V_1[\mathrm{V}] - 3[\mathrm{V}] = 0}$$

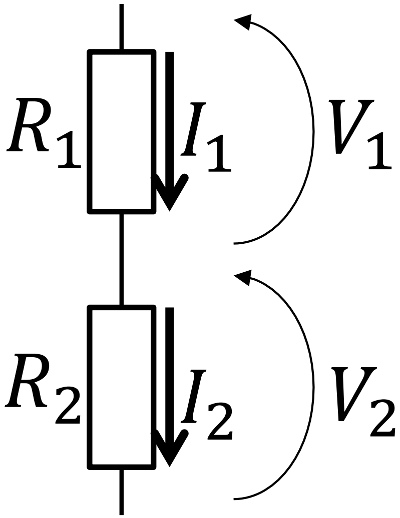
$$\therefore \boxed{V_1 = 2[\mathrm{V}]}$$

よって1[kΩ]の抵抗を流れる電流は
$\boxed{2[\mathrm{V}] ／ 1[\mathrm{k\Omega}] ＝ 2[\mathrm{mA}]}$であり、キルヒホッフの電流則により、同じ電流が$R$を流れるから、

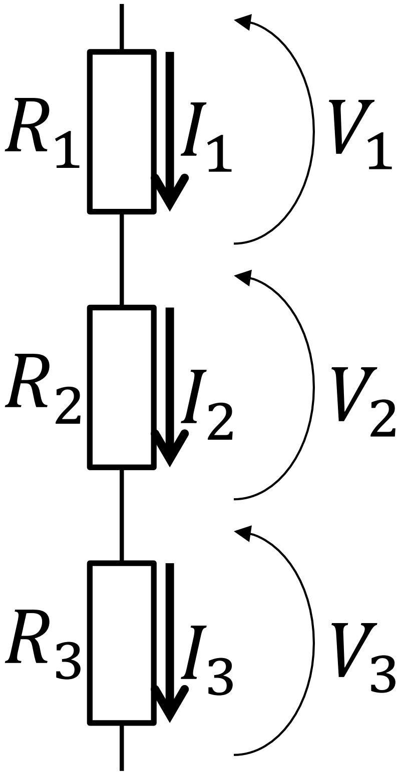
$$\boxed{R ＝ 3[\mathrm{V}] ／ 2[\mathrm{mA}] ＝1.5[\mathrm{k\Omega}]}$$

# 抵抗分圧回路（voltage divider）

- 抵抗の直列回路では一般に$V_1 : V_2 = R_1 : R_2$となる
- 両端の電圧を抵抗値の比に分けるので「分圧回路」と呼ばれる



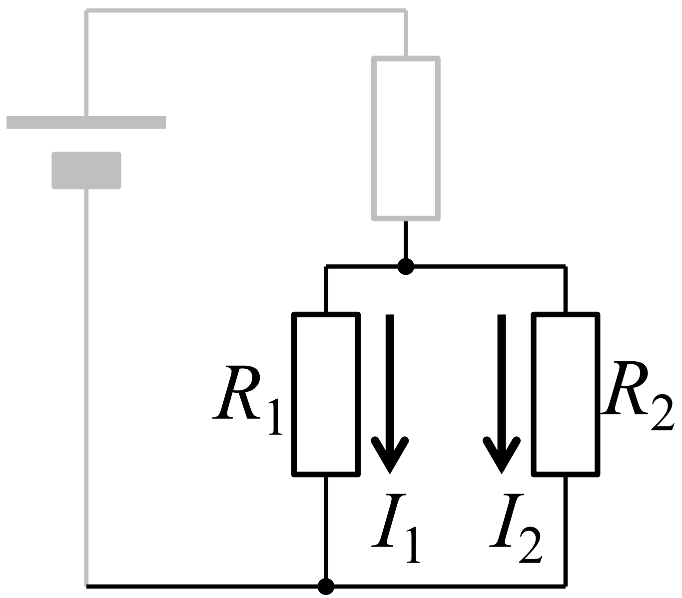

$I_1 = I_2$より
$V_1 : V_2 = R_1 : R_2$




$I_1 = I_2 = I_3$より
$V_1 : V_2 : V_3 = R_1 : R_2 : R_3$

# キルヒホッフの法則の応用（２）

- 下図の抵抗$R_2$を流れる電流が$R_1$を流れる電流の3倍になるよう、$R_2$の値を決めよ。但し$R_1$=3[kΩ]である。




$R_1$、$R_2$に流れる電流をそれぞれ

$I_1$、$I_2$とおくと、題意より、

$$\boxed{I_2 = 3I_1} \quad ①$$

キルヒホッフの電圧則より、

$$\boxed{I_1R_1 - I_2R_2 = 0}$$

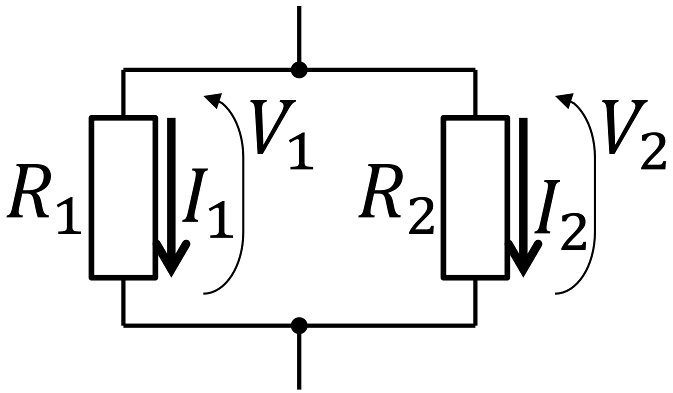
$$\therefore \boxed{R_2 = \frac{I_1}{I_2}R_1} \quad ②$$

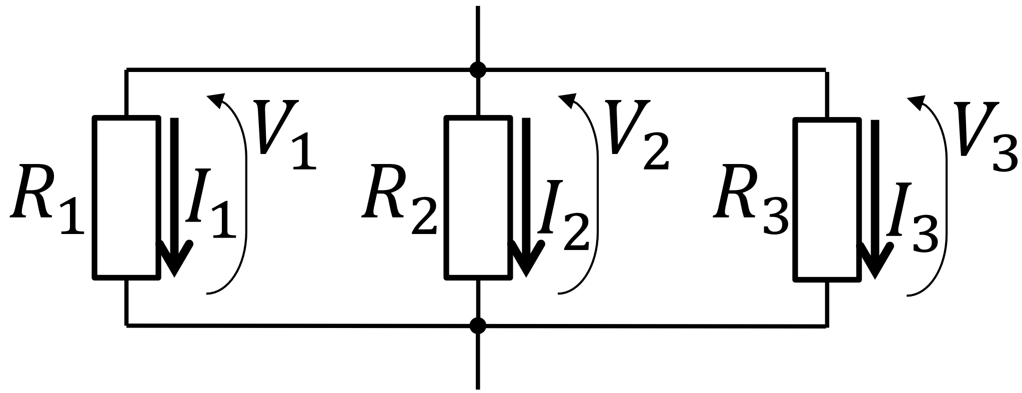
①②より、$R_1$=3[kΩ]のとき、

$R_2$= $\boxed{1[\mathrm{k}\Omega]}$ とすればよい。

# 抵抗分流回路（current divider）

- 抵抗の並列回路では一般に$I_1 : I_2 = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2}$となる
- 全体の電流を抵抗値の逆数の比に分けるので「分流回路」と呼ばれる




$V_1 = V_2$より

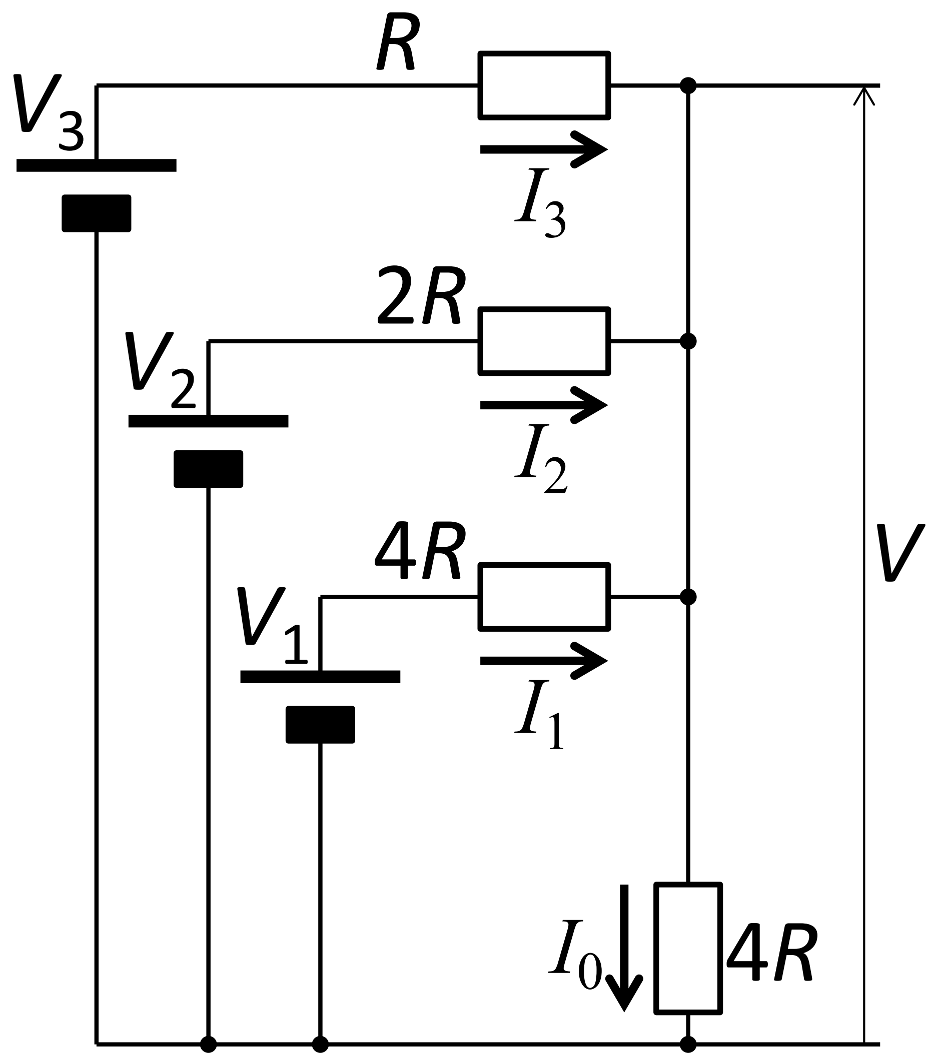
$$I_1 : I_2 = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2}$$

$V_1 = V_2 = V_3$より

$$I_1 : I_2 : I_3 = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3}$$

# キルヒホッフの法則の応用（3）

- $V_1$と$V_2$と$V_3$と$R$は既知として下の回路の$V$を求めよ




キルヒホッフの電圧則および
オームの法則より

$V_3 = \boxed{RI_3 + V}$ ①

$V_2 = \boxed{2RI_2 + V}$ ②

$V_1 = \boxed{4RI_1 + V}$ ③

$V = \boxed{4RI_0}$ ④

キルヒホッフの電流則より

$I_0 = \boxed{I_3 + I_2 + I_1}$ ⑤

④に⑤①②③を代入して$I_0$
～$I_3$を消去すると下式を得る

$$V = \boxed{\frac{1}{2}V_3 + \frac{1}{4}V_2 + \frac{1}{8}V_1}$$

# 計算手順の例

④に⑤を代入して

$V = 4RI_3 + 4RI_2 + 4RI_1$ ④'

①②③より

$RI_3 = V_3 - V$ ①'

$2RI_2 = V_2 - V$ ②'

$4RI_1 = V_1 - V$ ③'

④'に①'②'③'を代入して

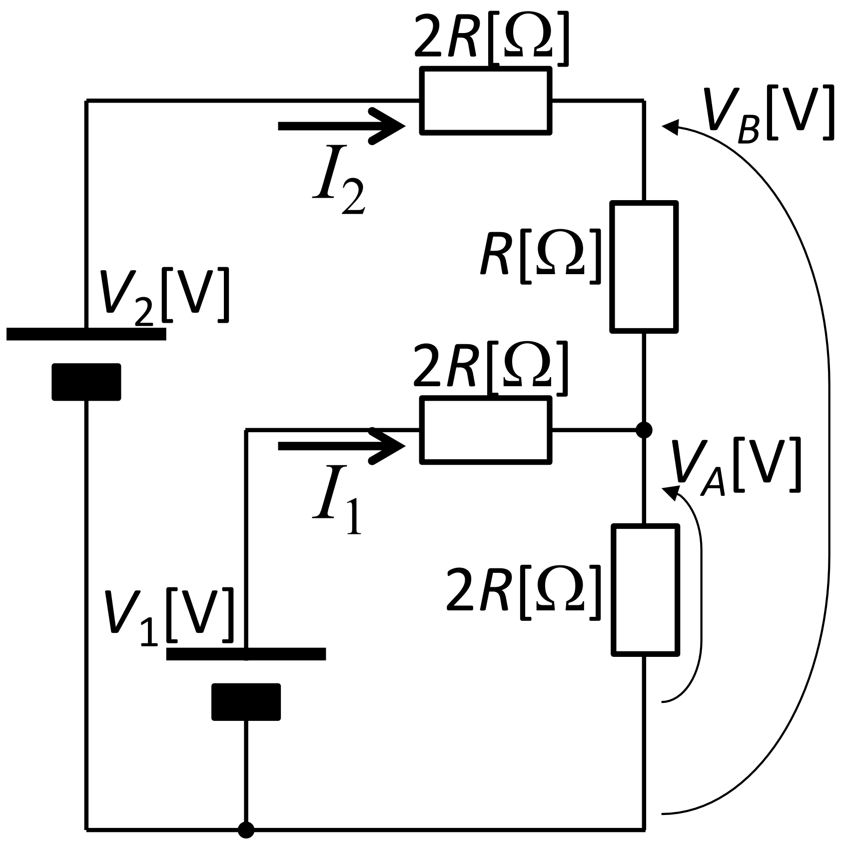
$V = 4V_3 - 4V + 2V_2 - 2V + V_1 - V$

$8V = 4V_3 + 2V_2 + V_1$

$\therefore V = \frac{1}{2}V_3 + \frac{1}{4}V_2 + \frac{1}{8}V_1$

# キルヒホッフの法則の応用（4）

- $V_1$と$V_2$と$R$は既知として下の回路の$V_B$を求めよ




キルヒホッフの電圧則およびオームの法則より、

$$V_1 = \boxed{2RI_1 + V_A}$$
$$V_2 = \boxed{2RI_2 + V_B}$$
$$V_B = \boxed{RI_2 + V_A}$$

キルヒホッフの電流則より

$$I_1 + I_2 = \boxed{\frac{V_A}{2R}}$$

この4元連立方程式を解くと

$$V_B = \boxed{\frac{1}{2}V_2 + \frac{1}{4}V_1}$$

を得る。

# 計算手順の例

- ４元連立方程式

$V_1 = 2RI_1 + V_A$ ①

$V_2 = 2RI_2 + V_B$ ②

$V_B = RI_2 + V_A$ ③

$I_1 + I_2 = \frac{V_A}{2R}$ ④

- $I_1$消去（④→①）

$V_1 = -2RI_2 + 2V_A$ ①'

$V_2 = 2RI_2 + V_B$ ②

$V_B = RI_2 + V_A$ ③

- $I_2$消去（③→①', ③→②）

$V_1 = 4V_A - 2V_B$ ①''

$V_2 = -2V_A + 3V_B$ ②'

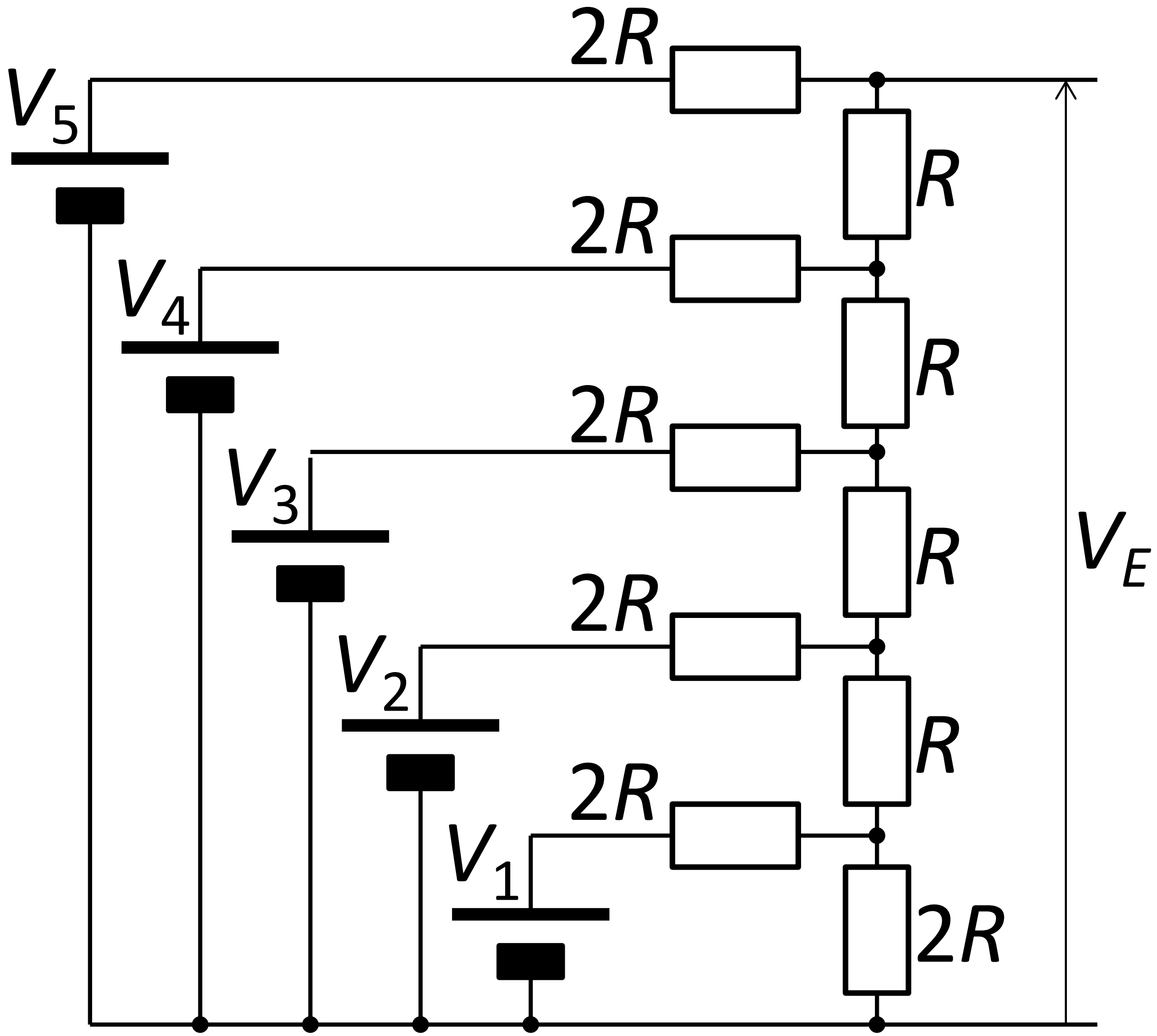
- $V_A$消去（②'→①''）

$V_B = \frac{1}{2}V_2 + \frac{1}{4}V_1$

# 参考：よく使われるD／Aコンバータ

D/A converter

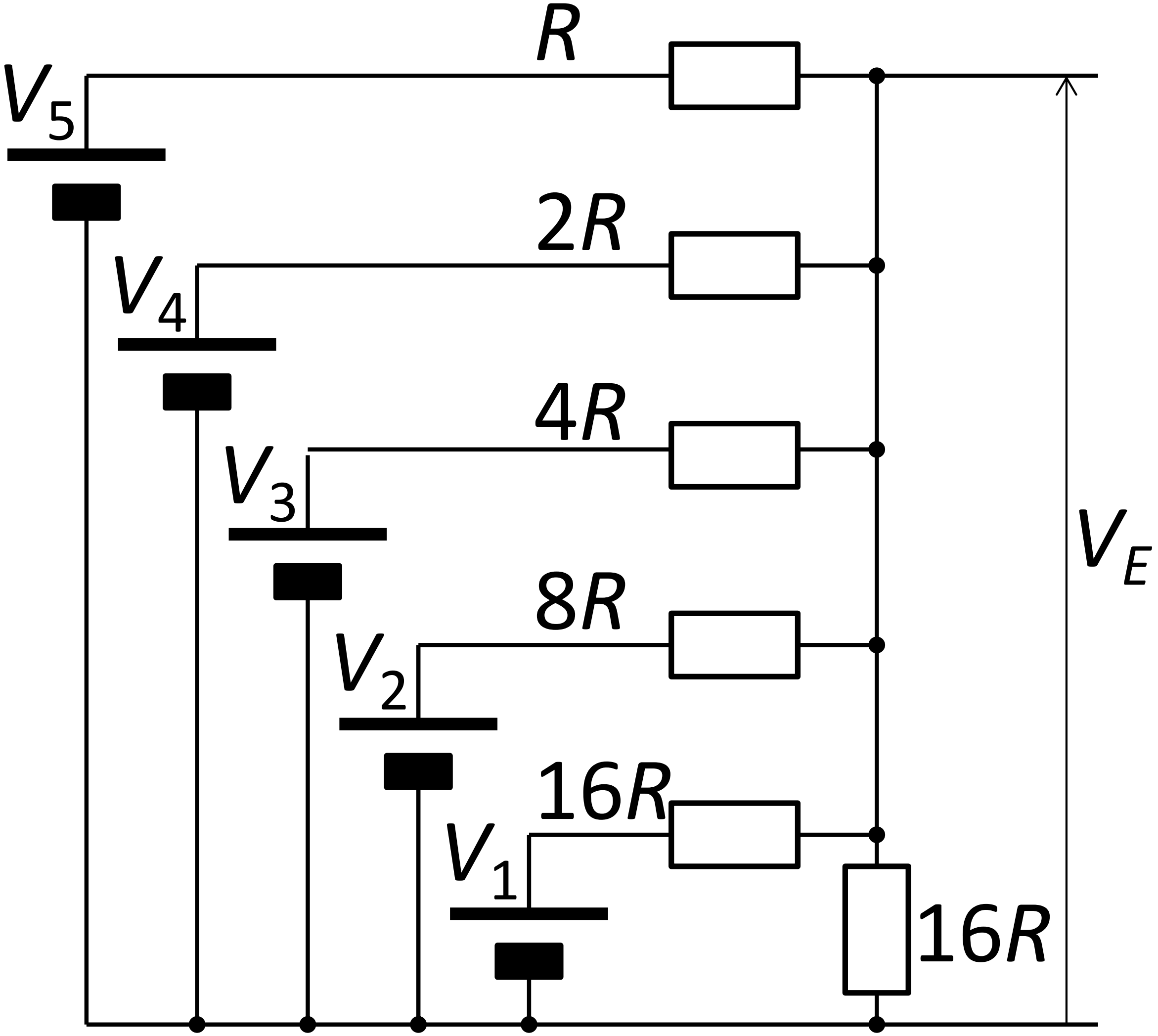
- 下の回路で$V_E=\frac{1}{2}V_5+\frac{1}{4}V_4+\frac{1}{8}V_3+\frac{1}{16}V_2+\frac{1}{32}V_1$




入力電圧$V_5V_4V_3V_2V_1$が2進数を表しているデジタル信号であるとき、$V_E$はその値を表すアナログ電圧になっているので、この回路はデジタル信号をアナログ信号に変換するために利用される

# 参考:あまり使われないD／Aコンバータ

- 下の回路で$V_E = \frac{1}{2}V_5 + \frac{1}{4}V_4 + \frac{1}{8}V_3 + \frac{1}{16}V_2 + \frac{1}{32}V_1$

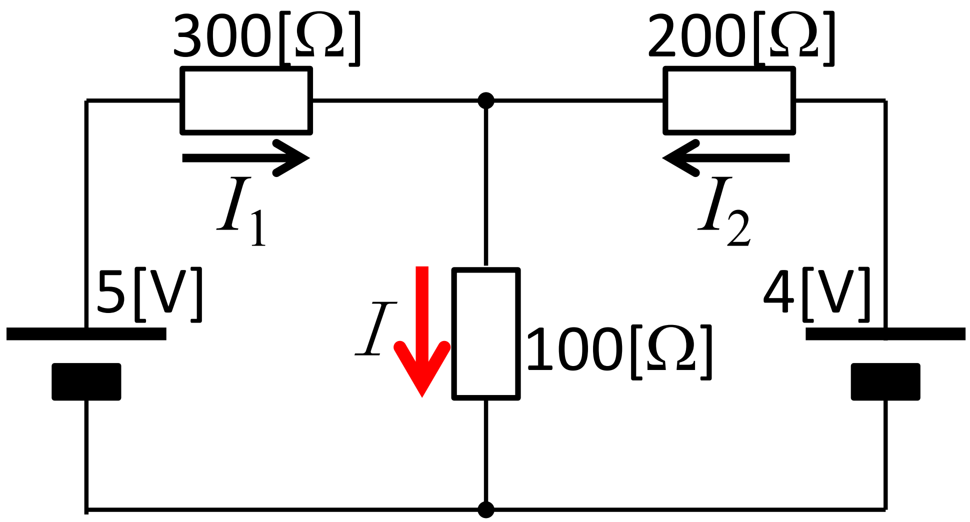



前頁と同じ出力を得ることができるが、前頁のD/Aコンバータが$R$と$2R$という2種類の抵抗器の組み合わせで実現できるのに対し、このD/Aコンバータはいろいろな値の抵抗器が必要であり、実装しにくい

# キルヒホッフの法則の応用(5)

自分でやってみよう！

- 下図の回路の電流 $I$ を求めよ。




図のように $I_1$、$I_2$ をおくと、キルヒホッフの電流則より、

$$\boxed{I_1 + I_2 - I} = 0$$

キルヒホッフの電圧則およびオームの法則より、

$$\boxed{5 - 300I_1 - 100I} = 0$$

$$\boxed{4 - 200I_2 - 100I} = 0$$

この3式を連立方程式として解くと、

$I_1$= $\boxed{10[mA]}$ 、$I_2$= $\boxed{10[mA]}$

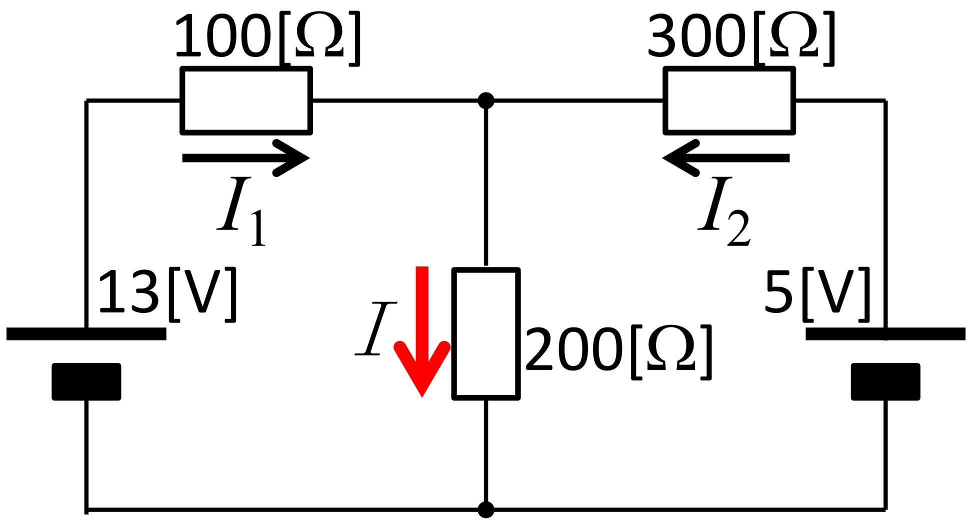
$I$= $\boxed{20[mA]}$

を得る。

# キルヒホッフの法則の応用(6)

自分でやってみよう!

- 下図の回路の電流 $I$ を求めよ。




図のように $I_1$、$I_2$ をおくと、キルヒホッフの電流則より、

$$\boxed{I_1 + I_2 - I} = 0$$

キルヒホッフの電圧則およびオームの法則より、

$$\boxed{13 - 100I_1 - 200I} = 0$$

$$\boxed{5 - 300I_2 - 200I} = 0$$

この3式を連立方程式として解くと、

$I_1$= $\boxed{50[mA]}$ 、$I_2$= $\boxed{-10[mA]}$

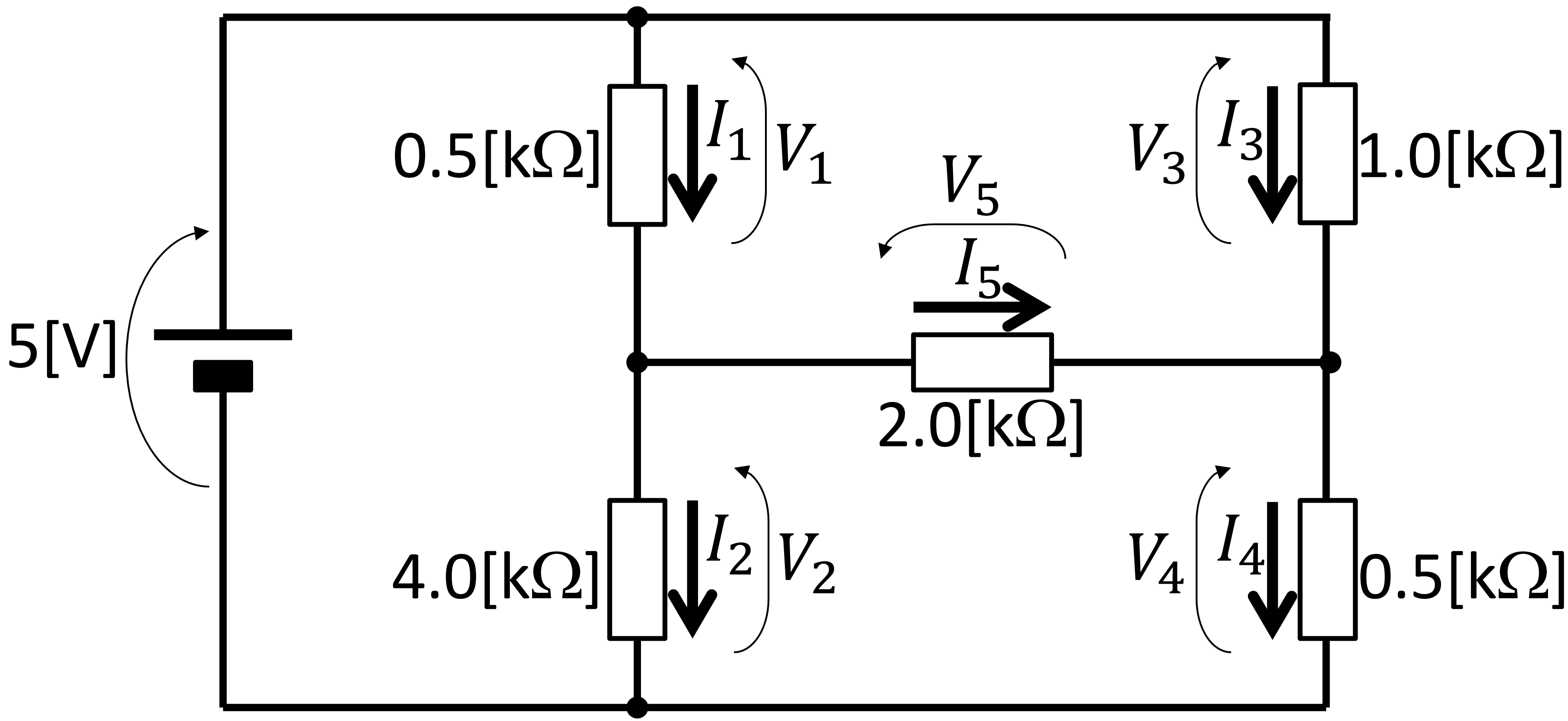
$I$= $\boxed{40[mA]}$

を得る。

計算で求まった $I_2$ の符号が負であったことは、実際の電流の向きが上図で仮定した矢印の向きと逆であることを意味する

# キルヒホッフ法則の応用（7）

- 下図の$I_5$を求めよ



# 未知数の数だけ方程式を立式する

- 未知数は、$I_1$～$I_5$および$V_1$～$V_5$の計10個なので、方程式10個を連立させないと解けない
- オームの法則より

$$V_1[\mathrm{V}] = \boxed{0.5[\mathrm{k\Omega}] I_1[\mathrm{mA}]}$$
$$V_2[\mathrm{V}] = \boxed{4.0[\mathrm{k\Omega}] I_2[\mathrm{mA}]}$$
$$V_3[\mathrm{V}] = \boxed{1.0[\mathrm{k\Omega}] I_3[\mathrm{mA}]}$$
$$V_4[\mathrm{V}] = \boxed{0.5[\mathrm{k\Omega}] I_4[\mathrm{mA}]}$$
$$V_5[\mathrm{V}] = \boxed{2.0[\mathrm{k\Omega}] I_5[\mathrm{mA}]}$$

- キルヒホッフの電流則より（電流は全て[mA]）

$$I_1 = \boxed{I_2 + I_5}$$
$$I_4 = \boxed{I_3 + I_5}$$

- キルヒホッフの電圧則より（電圧は全て[V]）

$$V_1 + V_2 = \boxed{5}$$
$$V_3 + V_4 = \boxed{5}$$
$$V_1 + V_5 = \boxed{V_3}$$

# 計算手順の例

- $V_1$～$V_5$を消去すると以下の5元連立方程式が得られる（電流は全て[mA]、電圧は全て[V]、抵抗は全て[kΩ]）

$$I_1 = I_2 + I_5$$
$$I_4 = I_3 + I_5$$
$$0.5 \cdot I_1 + 4.0 \cdot I_2 = 5$$
$$1.0 \cdot I_3 + 0.5 \cdot I_4 = 5$$
$$0.5 \cdot I_1 + 2.0 \cdot I_5 = 1.0 \cdot I_3$$

- $I_1$と$I_4$も消去すると以下の3元連立方程式が得られる

$$4.5 \cdot I_2 + 0.5 \cdot I_5 = 5 \quad ①$$
$$1.5 \cdot I_3 + 0.5 \cdot I_5 = 5 \quad ②$$
$$0.5 \cdot I_2 + 2.5 \cdot I_5 = 1.0 \cdot I_3 \ ③$$

- 以下、$I_2$と$I_3$も消去して$I_5$の値を得る

$$①\Rightarrow I_2 = \frac{1}{4.5}(5 - 0.5 \cdot I_5)$$
$$②\Rightarrow I_3 = \frac{1}{1.5}(5 - 0.5 \cdot I_5)$$

これらを③に代入して

$$\frac{0.5}{4.5}(5 - 0.5 \cdot I_5) + 2.5 \cdot I_5 = \frac{1.0}{1.5}(5 - 0.5 \cdot I_5)$$

これを解くと、

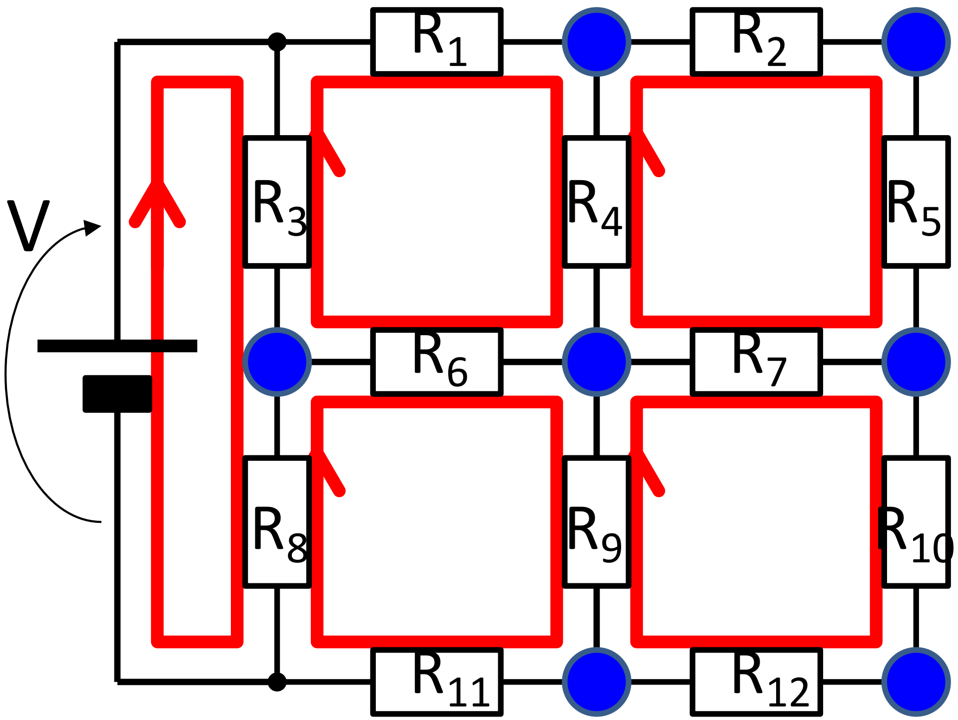
$$I_5 = 1[\mathrm{mA}]$$

# 演習問題（教科書P.11）

- 以下の問題を解いてみよう
  - 問題 1-2
  - 問題 1-3

# キルヒホッフの法則のまとめ

- キルヒホッフの法則を活用すれば、どんなに抵抗の数が多い回路でも、連立方程式を立式することができる




- 未知数は、各抵抗の電圧（12個）と各抵抗の電流（12個）
- オームの法則で得られる方程式：12個
- キルヒホッフの電圧則の方程式：5個（例えば図中の赤い閉路）
- キルヒホッフの電流則の方程式：7個（例えば図中の青い節点）

- これを人手で解くのは大変だが、計算機を使えば手軽に解くことができる

# circuit simulator
# 参考：回路シミュレータ SPICE

- SPICE は1973年に University of California, Berkeley（UCB：米国カリフォルニア大学バークレー校）で開発されたソフトウェア
  - UCBと言えば、初期のUNIXを開発したことでも知られる
- オリジナルの SPICE はフリーで公開されており、実用的な機能が強化された様々な類似ソフトも販売されている
  - インストールしやすいフリーのSPICE系回路シミュレータとして、NGSPICE、LTSPICEなどがある
- 最新のPCを使用すれば、素子数1万個ぐらいの回路の解析は一瞬で終わる
  - でも基礎理論や計算アルゴリズムは知っておきたい

# 来週の内容

- 直流電気回路は今週でひとまず終わり
  - 但し、キルヒホッフの法則は交流回路や過渡現象の解析でも使います
- 来週からは半導体素子を使った電子回路（の直流特性）について学びます

# 電気電子回路（第2回）講義は
# これで終わりです

質問：support_eecra@sl.is.ritsumei.ac.jp

直接返信する場合と、まとめてmanaba+に掲示する場合があります。ご了承ください。