デジタル信号処理 第14回
デジタルフィルタの設計法

2023年7月11日

立命館大学 情報理工学部
画像・音メディアコース
櫛田 貴弘 tkushida@fc.ritsumei.ac.jp

今回の概要

- 前回の講義では，線形フィルタとして，FIRフィルタ, IIRフィルタについて少し詳しく勉強し，両フィルタの一般表現である定係数差分方程式, フィルタ実装で重要なブロック図, z変換,について勉強した.

- 今回の講義では，基本的なデジタルフィルタとして，低域通過フィルタ，高域通過フィルタ，帯域通過フィルタ，帯域阻止フィルタについて勉強し，FIRフィルタの具体的な設計方法を紹介していく.

再掲

(復習) FIRフィルタとIIRフィルタの実装

FIRフィルタとIIRフィルタの式を再掲すると

FIRフィルタ: $g[k] = \sum_{l=0}^{M} h[l]f[k-l]$

IIRフィルタ: $g[k] = \sum_{l=0}^{\infty} h[l]f[k-l]$

- FIRフィルタは有限回の乗算・加算をそのままハードウェアで実装すればよい

- IIRフィルタは無限回の乗算・加算を有限回の計算で表せないとハードウェアで実装できない

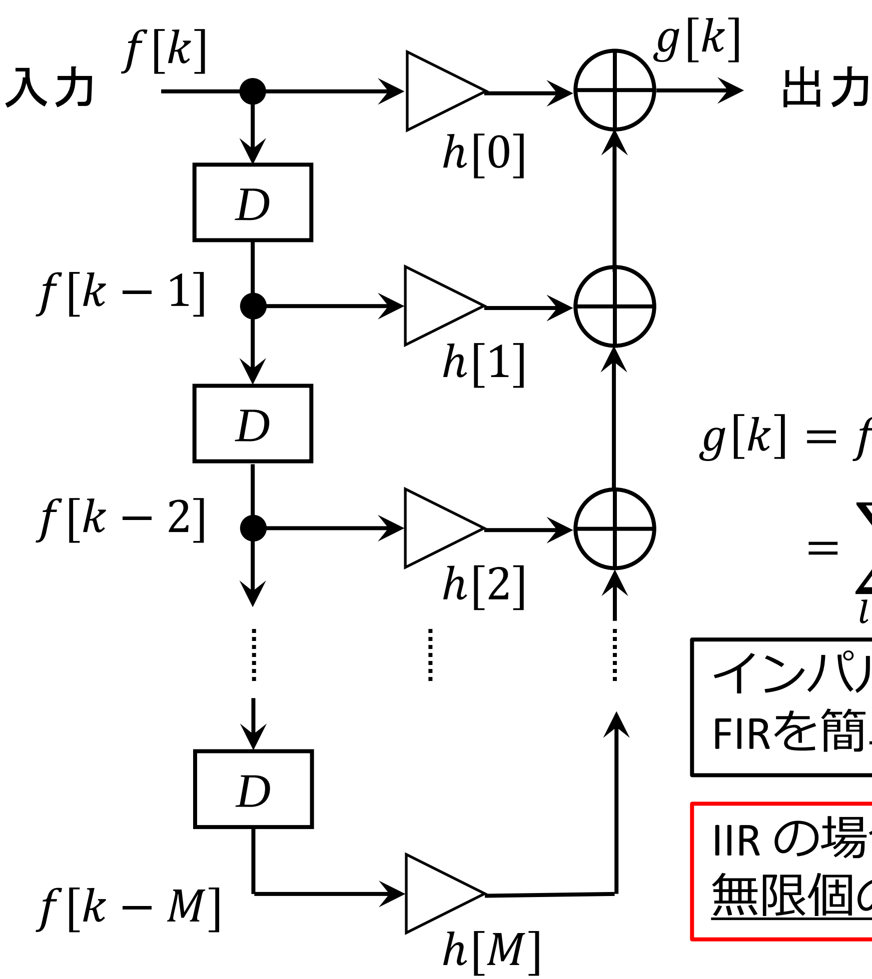
まずは，簡単なFIR の実装を見ていく.

その後，IIR の実装を考える.

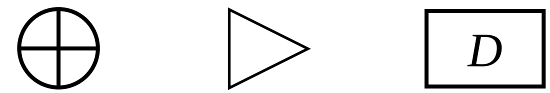
再掲

(復習) FIRフィルタのブロック図表現

M次のFIRフィルタのブロック図



ブロック図 … 線形時不変システムをプロセッサに実装する際の設計図



加算器（足し算を行う）　乗算器（掛け算を行う）　遅延器（1サンプル(T秒分)出力を遅らせる）

$$g[k] = f[k]h[0] + f[k-1]h[1] + \cdots + f[k-M]h[M]$$
$$= \sum_{l=0}^{M} h[l]f[k-l]$$

インパルス応答 $h[l]$ ($l = 0,1,\ldots,M$) が決まっていれば，FIRを簡単にハードウェアで実装できる．

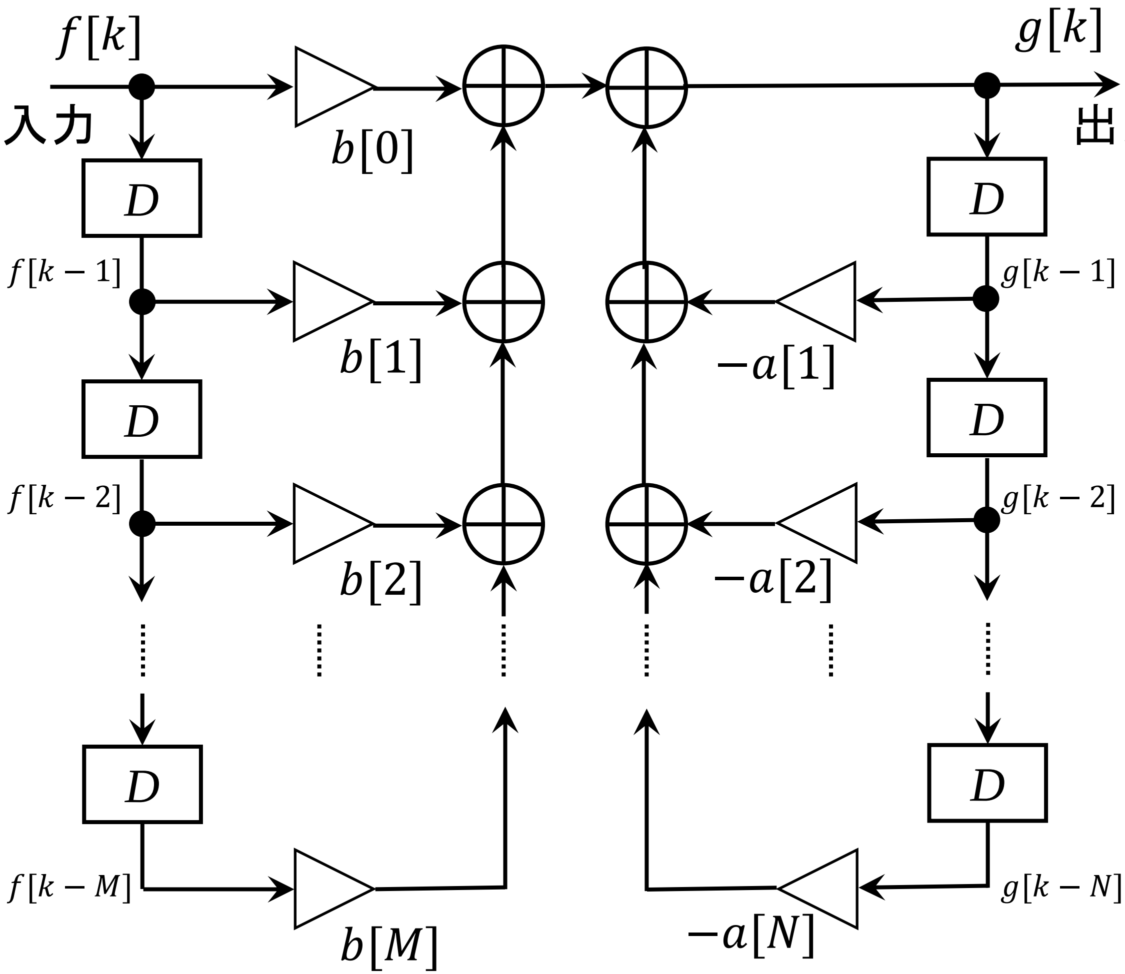
IIR の場合，インパルス応答 $h[l]$ が無限に続くため，無限個の回路が必要になってしまう．．．

次数(M): 遅延器の数，　フィルタ長($M+1$): 遅延器の数+1 (=乗算器の数)

再掲

(復習) IIRフィルタのブロック図表現

IIRフィルタのブロック図



$$
\begin{aligned}
g[k] &= f[k]b[0] + \cdots + f[k-M]b[M] \\
&\quad - g[k-1]a[1] - \cdots - g[k-N]a[N] \\
&= \sum_{l=0}^{M} b[l]f[k-l] - \sum_{l=1}^{N} a[l]g[k-l]
\end{aligned}
$$

$M+1$個の入力 $f[k-l]$ と
直前のN個の出力 $g[k-l]$ を
用いて現在の出力 $g[k]$ 計算する.
(定係数差分方程式とも呼ばれる)

過去の出力を再び利用するため,
再帰型のハードウェア構造になる.

➡なぜ,再帰構造を入れると,
無限に続くインパルス応答 $h[l]$
を表現できるのか?

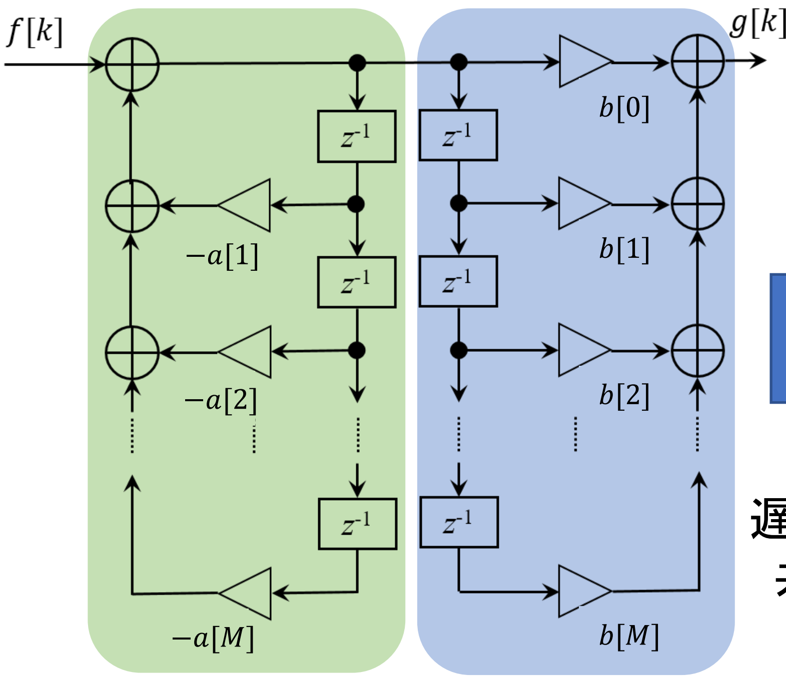
次数: $\max(M, N)$, フィルタ長: $\max(M, N)$ +1

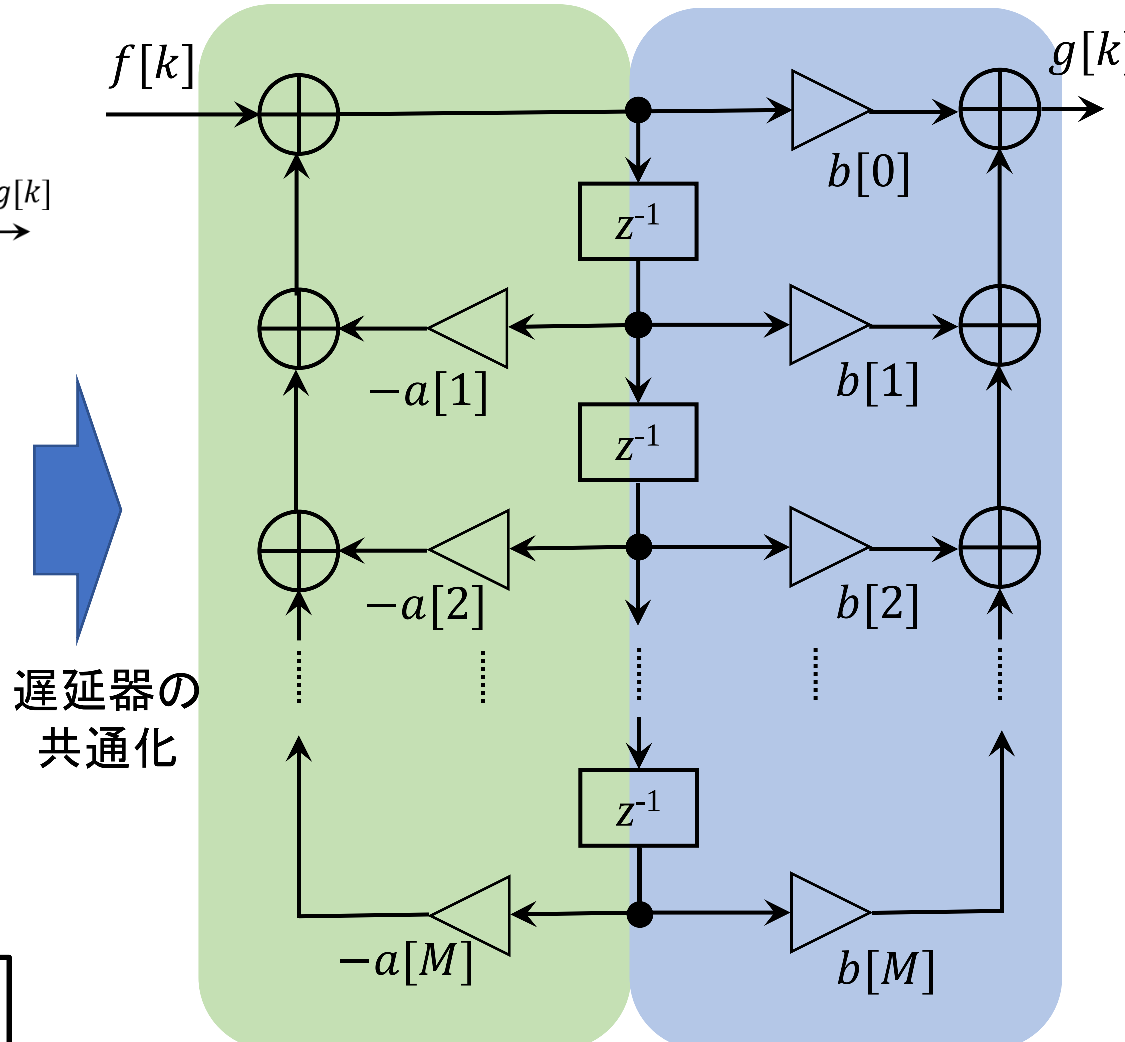
再帰型フィルタの場合, 再帰部, 非再帰部
のうち**大きい方の次数**を取る.

再掲

IIRフィルタのブロック図の変形２

さらに，遅延器が共通化できるので，最終的なフィルタは以下のようになる．

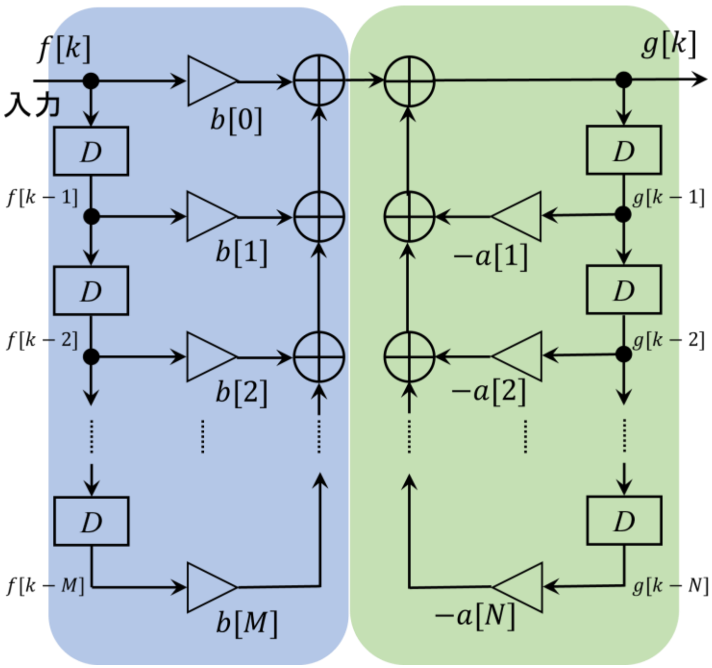




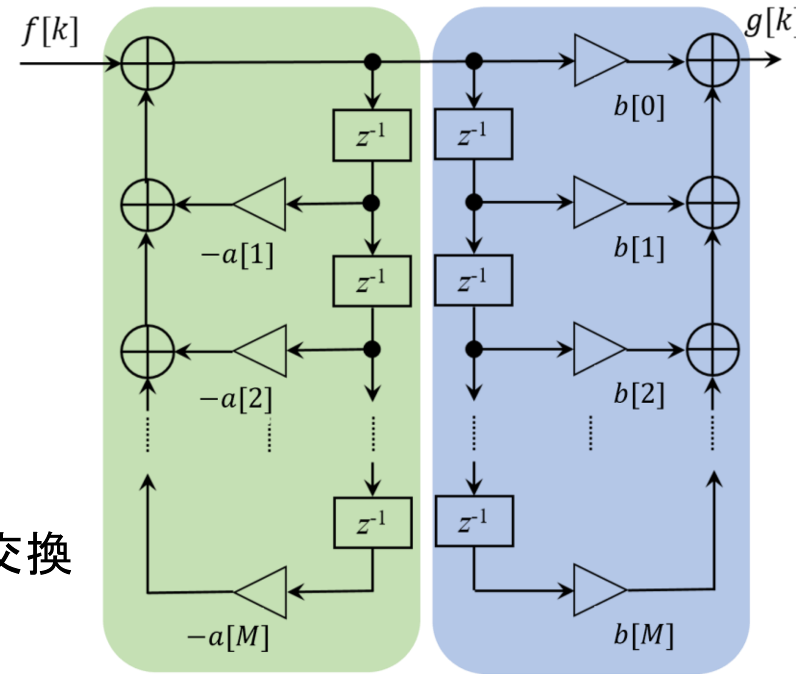
このような変形ができる理屈を
次のページで説明する．

メモリを節約できるため，この構造がよく利用される．

IIRフィルタの遅延器の共通化の理屈 1



フィルタの順序交換



このフィルタの伝達関数は

$$H(z) = \frac{H_{\mathrm{F}}(z)}{H_{\mathrm{B}}(z)} = H_{\mathrm{F}}(z)\frac{1}{H_{\mathrm{B}}(z)}$$

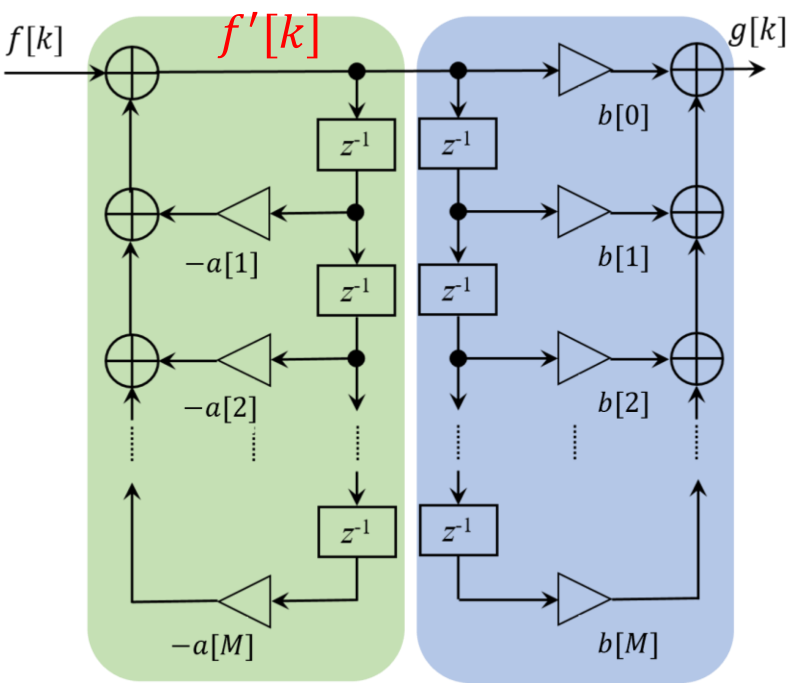
と変形できる.

さらに,

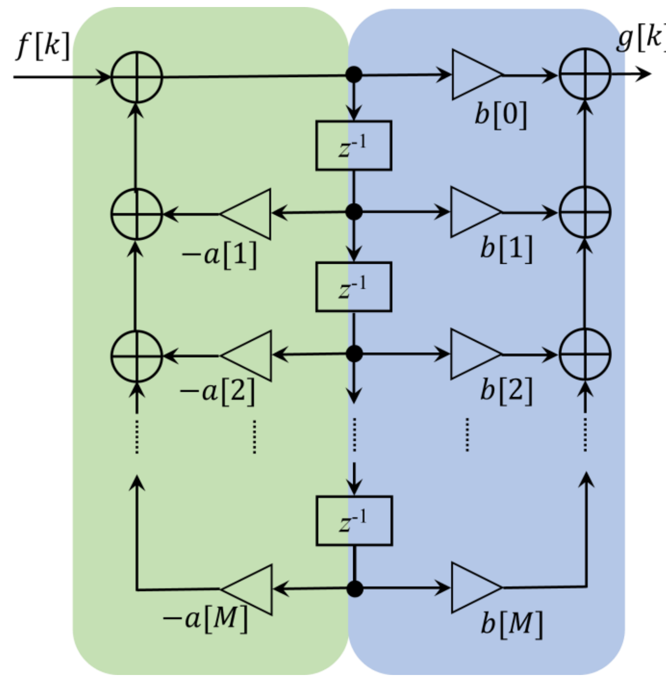
$$H(z) = H_{\mathrm{F}}(z)\frac{1}{H_{\mathrm{B}}(z)} = \frac{1}{H_{\mathrm{B}}(z)}H_{\mathrm{F}}(z)$$

と順序交換できる.

IIRフィルタの遅延器の共通化の理屈 2



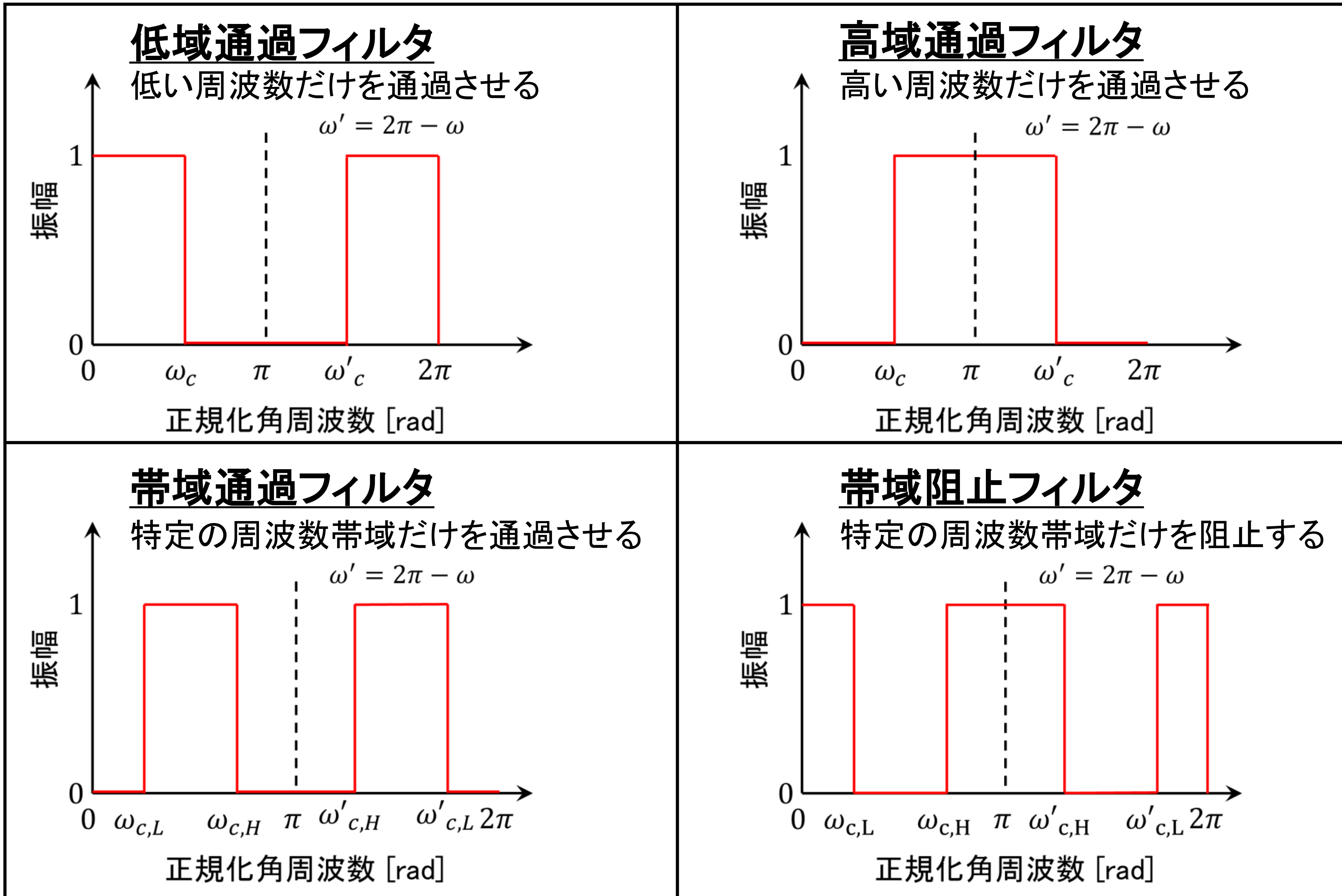
遅延器の
共通化



$f'[k]$に着目すると,
緑色のフィルタと青色のフィルタで
同じ信号を扱っていることがわかる.
要するに，遅延処理が重複している.

同じ$f'[k]$を処理するため,
遅延処理を共通化しても問題ない.

基本的なデジタルフィルタ

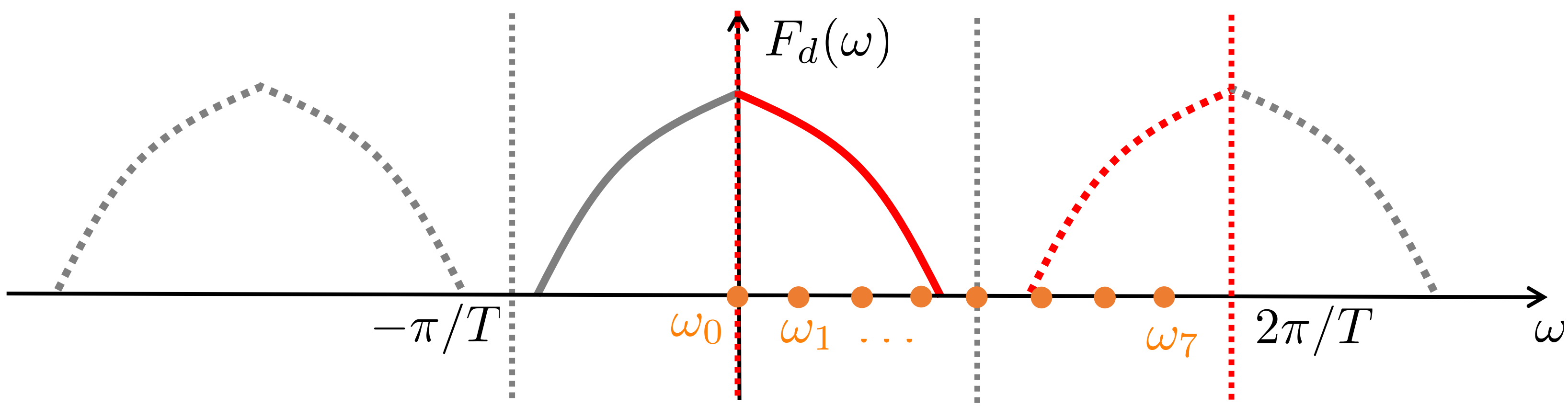


＊離散時間フーリエ変換を基本とするため，$-\pi\sim0$の範囲は$\pi\sim2\pi$に射影される.

(補足) 角周波数の範囲の変更

フィルタ設計法の説明では，説明の簡単化のために離散時間フーリエ変換を用いる．しかし，設計自体はコンピュータにより行うため，実装時には離散フーリエ変換を用いる．第9回講義で説明したように，離散時間フーリエ変換における$\omega = -\pi \sim 0$ の成分（負の周波数成分）の計算は，離散フーリエ変換では$\omega = \pi \sim 2\pi$ の成分を計算することで実現している．

なお，離散時間フーリエ変換において，$\omega = -\pi \sim 0$ の成分と$\omega = \pi \sim 2\pi$ の成分は完全に一致する（アナログのスペクトルをフーリエ級数展開していることに起因．詳しくは第7回講義資料を参照）．



($N = 8$ の場合の分割点)

正規化角周波数 1

デジタル信号を扱う際に，サンプリング間隔Tやサンプリング周波数F_Sを毎回表示するのは，冗長で避けたい．つまり，$f(kT)$と表現するよりも，$f[k]$と表現したほうが扱いやすい．このとき，正規化角周波数を用いると，信号の表現がシンプルになる．たとえば，周波数F [Hz]の正弦波（アナログ信号）$f(t)$を離散化する．

$$f(t) = \sin(2\pi F t)$$

周期T [s]で標本化 ($t = kT$)

$$f(kT) = \sin(2\pi F k T) = \sin\left(2\pi F k \frac{1}{F_S}\right)$$

F/F_S をfと置く（正規化周波数）

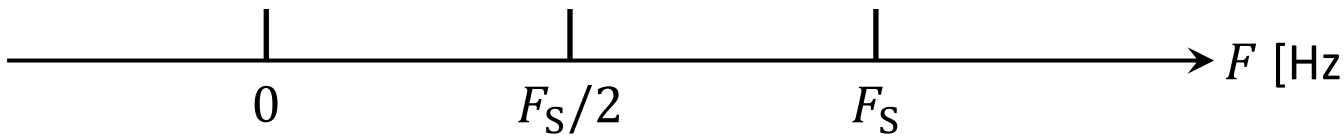
$$f(kT) = \sin(2\pi f k) = \sin(\omega k)$$

＊ $\omega = 2\pi f$ とおいた
（正規化角周波数）

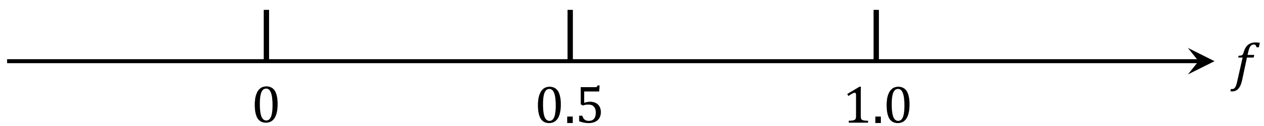
正規化角周波数 2

この正規化角周波数を用いることで，周波数の表現がわかりやすくなる.

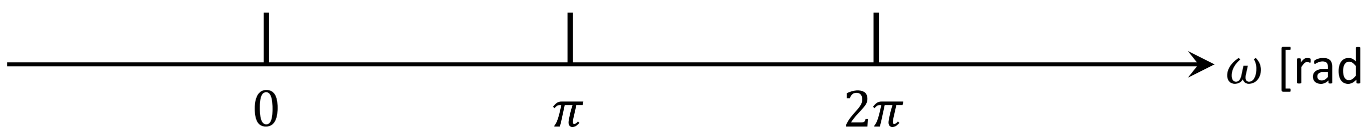
実周波数表現



正規化周波数表現



正規化角周波数表現

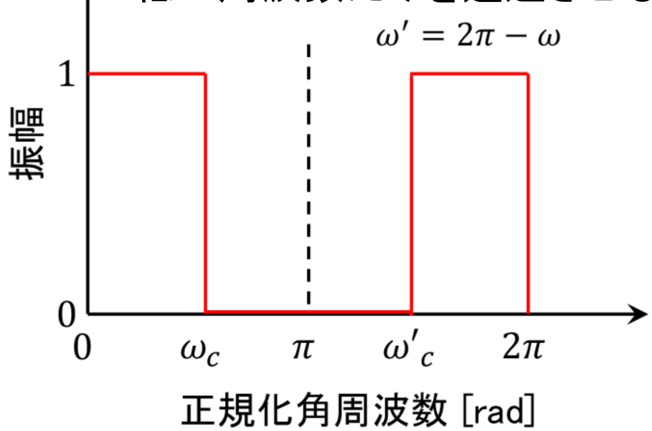


サンプリング周波数によらず，最高周波数が常に1.0あるいは2πとなるため，わかりやすい．また，離散時間フーリエ変換では角周波数の範囲を$-\pi$~π，あるいは0~2πとしているため，サンプリング周波数F_Sと最高（角）周波数2πが1対1で対応することになる．サンプリング周波数が変わるたびに横軸を修正するよりも，最高周波数の〇〇倍と表記（つまり正規化表現）した方が，より一般的な表現として扱えるのである.

基本的なデジタルフィルタ

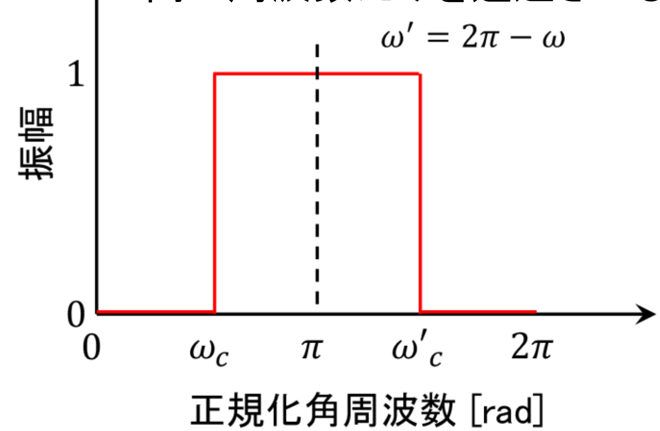
低域通過フィルタ

低い周波数だけを通過させる



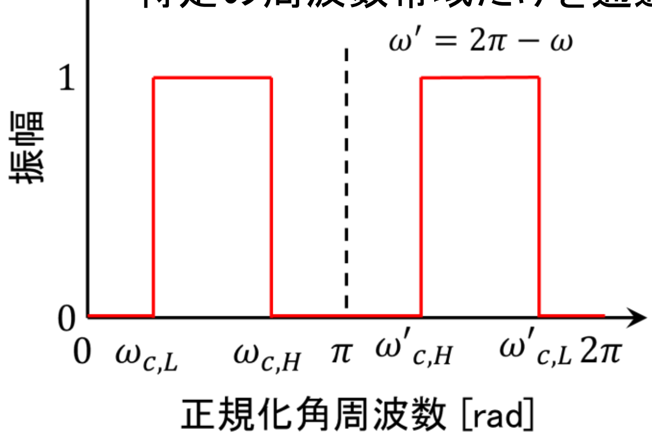
高域通過フィルタ

高い周波数だけを通過させる



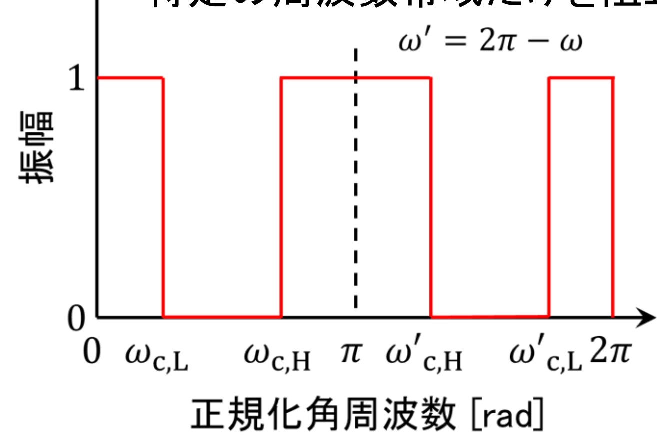
帯域通過フィルタ

特定の周波数帯域だけを通過させる



帯域阻止フィルタ

特定の周波数帯域だけを阻止する



* 離散時間フーリエ変換を基本とするため，$-\pi \sim 0$の範囲は$\pi \sim 2\pi$に射影される.

デジタルフィルタの設計法 1

ディジタルフィルタは以下の手順で設計される.

1. 所望の特性を決定する（周波数応答だけでなく, 遅延なども考慮）

2. 所望の特性を実現するためのフィルタ構造を決定する
（FIRフィルタにするか, IIRフィルタにするか）

3. 浮動小数点演算にするか, 固定小数点演算にするか決定する
（ハードウェアに依存. 本講義では省略）

4. フィルタ係数を具体的に決定する（各種設計方法がある）

以降では, FIRフィルタの設計方法を2つ解説する

デジタルフィルタの設計法 2

設計法1

前述の4つのフィルタは**インパルス応答を直接求めることができる**.
（第10回講義資料で理想ローパスフィルタがsinc関数で表現されることを勉強している）

低域通過フィルタのインパルス応答を変形することで，高域通過フィルタを得ることが可能．さらに，低域通過フィルタ，高域通過フィルタを用いることで，帯域通過 / 帯域阻止フィルタを設計可能.

設計法2

所望の周波数応答を持つフィルタを自由に設計する方法も存在する.

デジタルフィルタの良い設計法は多く存在するが，本講義では
窓関数法という手法を紹介する.

＊いずれの設計法でも，周波数振幅特性，周波数位相特性について理解しておくことが重要である.

周波数振幅特性，周波数位相特性

フィルタ（線形システム）の周波数応答$H(\omega)$はインパルス応答$h[k]$の離散時間フーリエ変換により算出される．

$$H(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]\, e^{-ik\omega}$$

(注) 第12回講義と表記が異なるが，本質的に問題ないため，今回の資料では左の表記を用いる．

周波数応答$H(\omega)$は複素数であるため，以下のように表現できる．

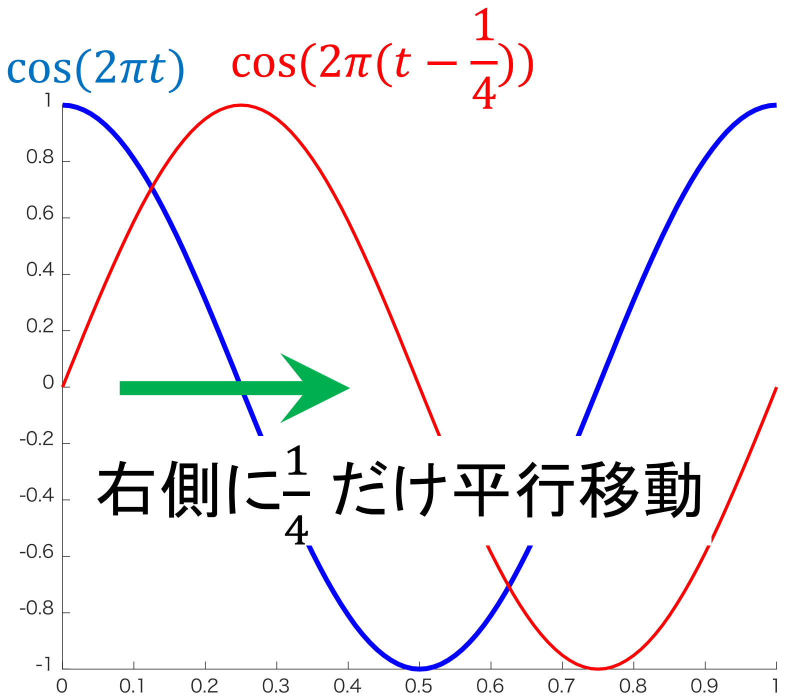
$$H(\omega) = H_{\mathrm{Real}}(\omega) + iH_{\mathrm{Imag}}(\omega) = |H(\omega)|e^{i\theta(\omega)}$$

$$\begin{cases} |H(\omega)| = \sqrt{H_{\mathrm{Real}}^2(\omega) + H_{\mathrm{Imag}}^2(\omega)} & \text{:周波数応答}H(\omega)\text{（複素数）の大きさを表す} \\ \theta(\omega) = \arg[H(\omega)] = \tan^{-1}\left[\dfrac{H_{\mathrm{Imag}}(\omega)}{H_{\mathrm{Real}}(\omega)}\right] & \text{:周波数応答}H(\omega)\text{（複素数）の偏角を表す} \end{cases}$$

(補足) 位相 (特性) とは

位相とは，三角関数$\sin(\theta), \cos(\theta)$の様相を表すもの.

例えば，$\cos\left(2\pi t - \frac{1}{4}\right)$の場合，$\cos(2\pi t)$のグラフが$\theta$軸の右側に$\frac{1}{4}$だけ平行移動する.



時間波形でいうと，位相は時間ずれに相当する.

フィルタ (システム) における位相特性とは，「入力信号がどれくらい遅れて出力されるか」を表すもの.

＊周波数によって，時間遅れの量が異なる場合がある (次ページ参照).

(補足) 直線位相特性とは

前ページでも述べた通り，フィルタの位相特性は入力信号がどの程度の時間遅れで出力されるかを表す特性である．

このとき，時間遅れは周波数毎に異なる．たとえば，これはフィルタ出力が $\cos(\omega t - D_0) = \cos\left(\omega\left(t - \frac{D_0}{\omega}\right)\right)$となっている状況である． D_0/ω が時間遅れを表すが，これが（角）周波数に反比例している．つまり，**時間遅れが周波数によって変化**する．
（ド，ミ，ソの和音で，3つの音が別々のタイミングで聞こえるのは嬉しくない）

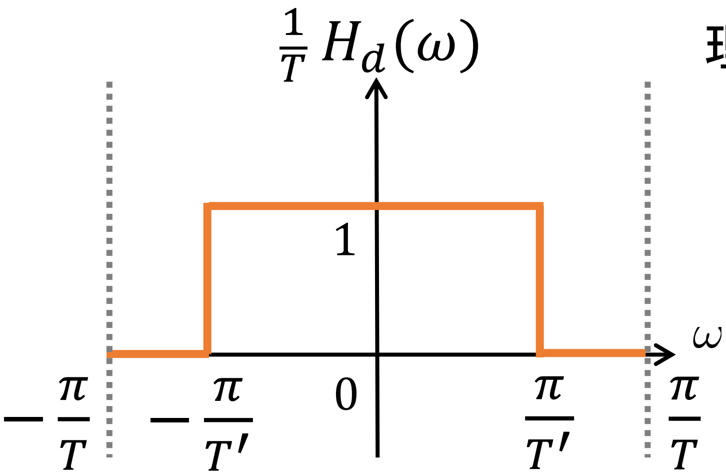
すべての周波数で時間遅れが等しくなるとき，時間遅れが周波数に依存しない．つまり，$\cos(\omega(t - t_0))$= $\cos(\omega t - \omega t_0)$となればよい．このとき，$\cos(\omega t + \theta(\omega))$とみなすと，$\theta(\omega) = -\omega t_0$である．この$\theta(\omega)$は周波数に比例しており，これを**直線位相特性**と呼ぶ（波形を平行移動させることに等しい）．

＊フィルタの周波数位相特性が出力信号の$\theta(\omega)$の部分に現れる．

＊直線位相特性をもつフィルタは，インパルス応答が左右対称となる．

（復習）理想ローパスフィルタ = sinc 関数で実現可能

理想ローパスフィルタ



理想ローパスの周波数特性は

$$H_d(\omega) = \begin{cases} T & (|\omega| \leq \frac{\pi}{T'}) \\ 0 & (|\omega| > \frac{\pi}{T'}) \end{cases}$$ である.

インパルス応答は$H_d(\omega)$を逆離散時間フーリエ変換すれば得られる.

$$\underline{h[k]} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{T'}}^{\frac{\pi}{T'}} H_d(\omega) e^{ikT\omega}\ d\omega = \frac{T}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{T'}}^{\frac{\pi}{T'}} e^{ikT\omega}\ d\omega = \frac{T}{T'}\operatorname{sinc}\left(\frac{kT}{T'}\right)$$

$$= \underline{\omega \operatorname{sinc}(\omega k)}$$

<u>**因果的なフィルタ**</u>にするために，$h[k]$を$N/2$点だけ右にシフト

$$\underline{h[k] = \omega \operatorname{sinc}(\omega(k - N/2))} \quad (k = 0,1,2,\dots,N)$$

＊フィルタ次数Nの理想ローパスフィルタ

＊位相特性は$\theta(\omega) = -N/2$であり，直線位相特性

低域通過フィルタの設計

前ページを参考に，以下の手順により低域通過フィルタを設計する.

(1) 正規化カットオフ角周波数ω_Cを決定する.

＊ 正規化角周波数ωは，周波数F [Hz] をサンプリング周波数F_S [Hz]で割り，2π倍したもの．つまり，$\omega = 2\pi \frac{F}{F_S}$である角周波数.

＊ カットオフ周波数F_C [Hz] を先に決定し，そこから正規化カットオフ角周波数ω_Cを求める.

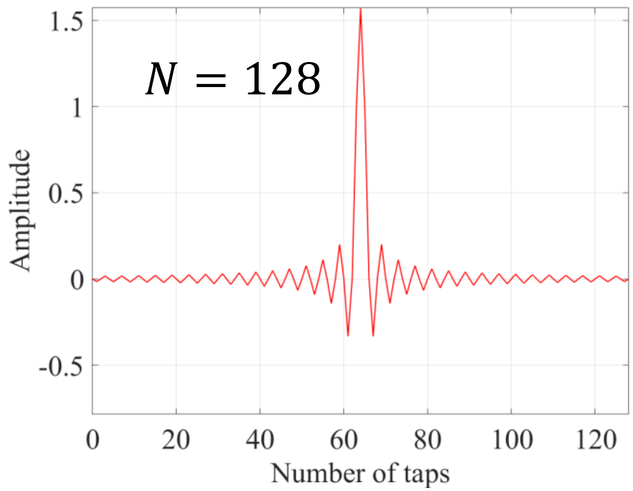
(2) フィルタ次数Nを決定する.

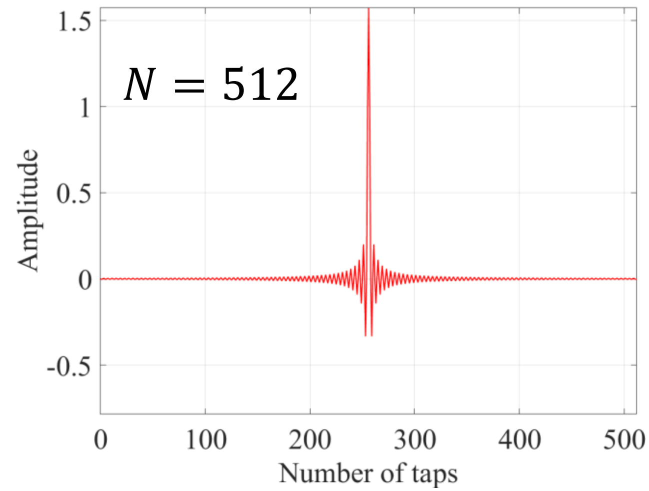
フィルタ次数が大きいほど，周波数特性が急峻になる (次ページ参照).
しかし，その分フィルタ出力が現れるまでの遅延が大きくなる (第12回講義資料参照).

(3) 前ページのsinc関数にω_CとNを代入し，$(N+1)$点分のフィルタ係数を計算する.

低域通過フィルタの設計例

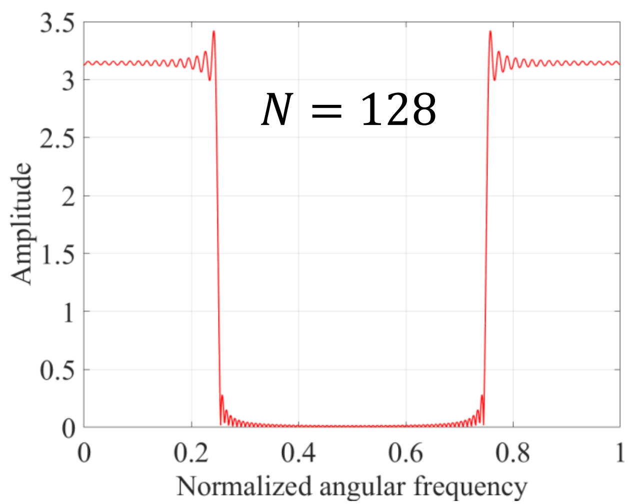
インパルス応答

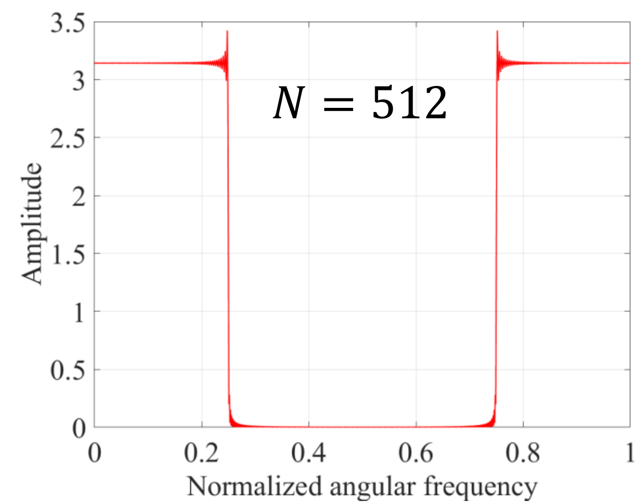




フィルタ次数が高くなると，フィルタの応答遅延が 増加していることがわかる．

周波数振幅特性

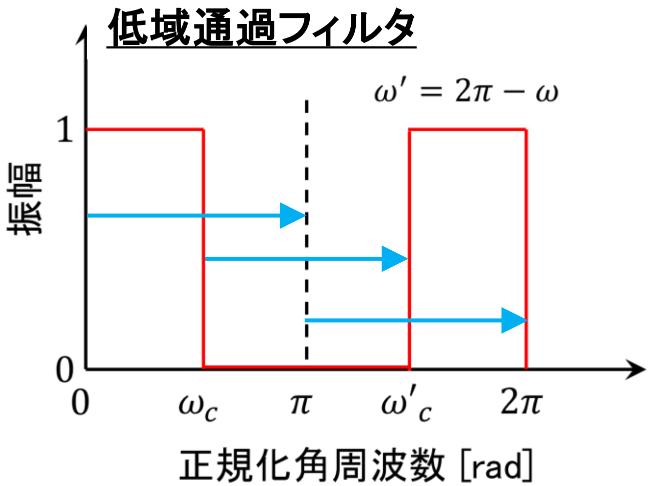


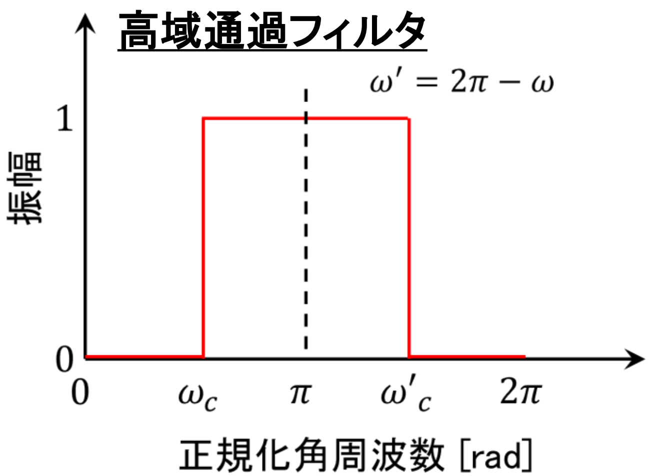


インパルス応答の両端がゼロになっていないため，カットオフ周波数付近で振幅特性が大きく波打つギブス現象が生じている．また，通過域，阻止域で振幅特性が細かく波打っている (リップルの発生).

高域通過フィルタの設計 1

最初に，高域通過フィルタのインパルス応答を導出する．





高域通過フィルタの周波数特性は，低域通過フィルタの周波数特性をπだけ右にシフトしたもの．

ここで，低域通過フィルタの周波数特性は

$$H_{\mathrm{L}}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_{\mathrm{L}}[k]\, e^{-ik\omega}$$

なので，高域通過フィルタの周波数特性は

$$H_{\mathrm{H}}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_{\mathrm{L}}[k]\, e^{-ik(\omega-\pi)}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \underbrace{h_{\mathrm{L}}[k] e^{ik\pi}}_{\text{高域通過フィルタのインパルス応答}}\, e^{-ik\omega}$$

高域通過フィルタの設計 2

ここで，kは整数なので，$e^{ik\pi} = \begin{cases} 1, & k = 0,2,4,\ldots \\ -1, & k = 1,3,5,\ldots \end{cases}$

よって，高域通過フィルタのインパルス応答は，

$$h_{\mathrm{H}}[k] = \begin{cases} h_{\mathrm{L}}[k], & k = 0,2,4,\ldots \\ -h_{\mathrm{L}}[k], & k = 1,3,5,\ldots \end{cases}$$

＊ $h_{\mathrm{H}}[k] = h_{\mathrm{L}}[k]\cos(k\pi)$ と同じである.

＊ z変換は$H_{\mathrm{H}}(z) = H_{\mathrm{L}}(-z)$である.

あとは，低域通過フィルタと同様に，以下の手順でインパルス応答を求める.

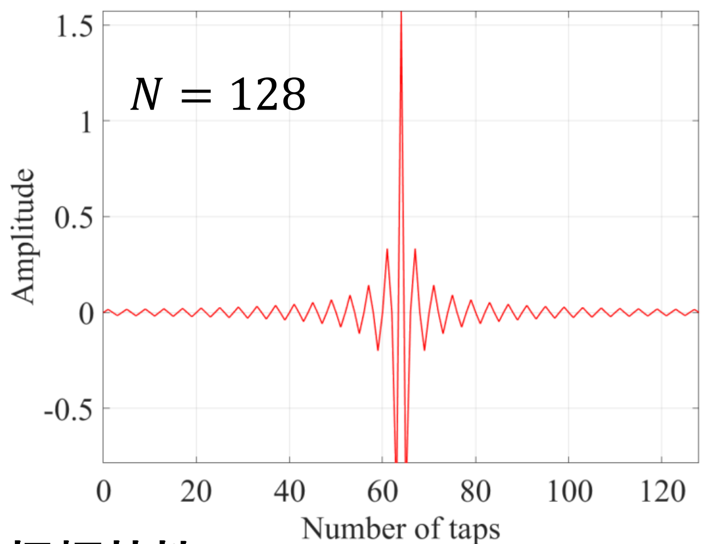
(1) 正規化カットオフ角周波数ω_{C}を決定する.

(2) フィルタ次数Nを決定する.

(3) 上記のsinc関数にω_{C}とNを代入し，$(N+1)$点分のフィルタ係数を計算する.

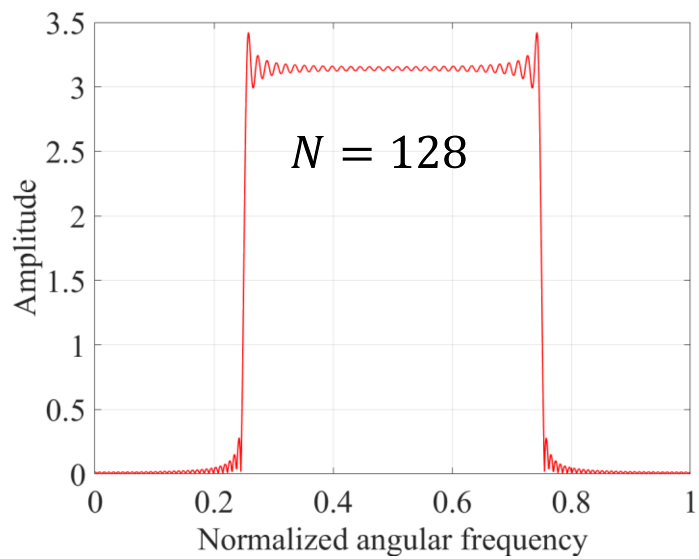
高域通過フィルタの設計例

インパルス応答



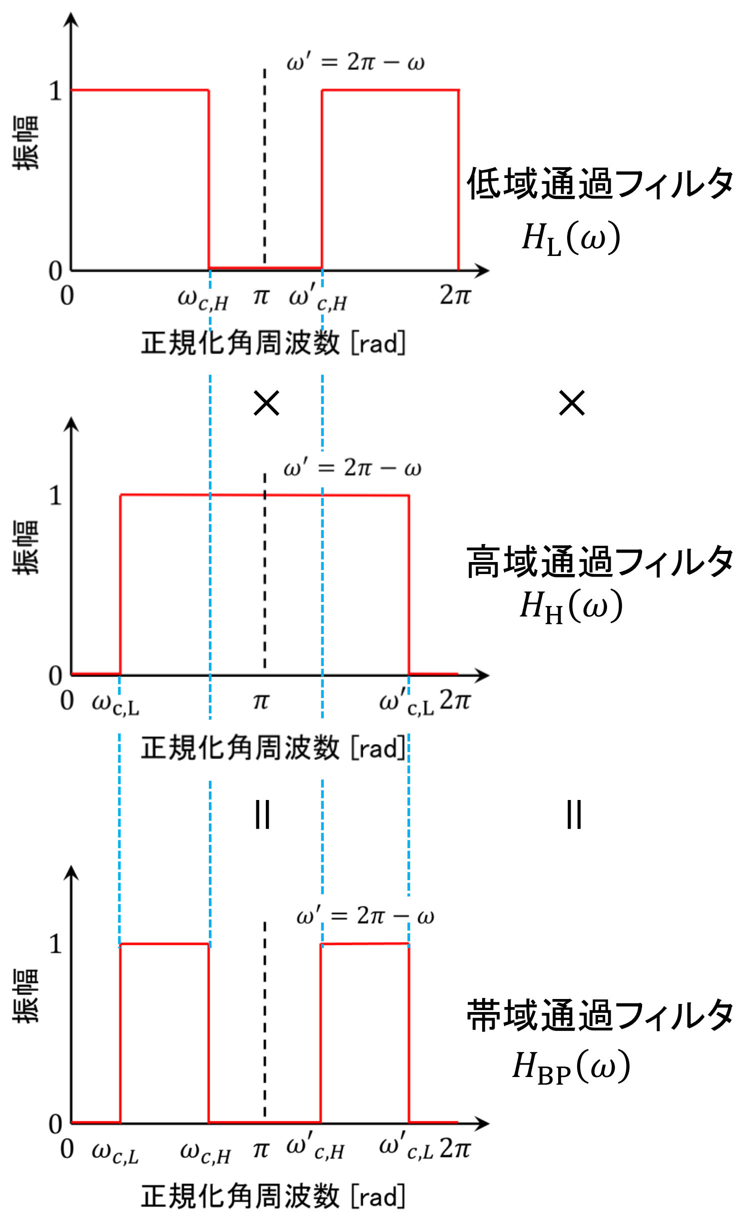
低域通過フィルタと異なるインパルス応答だが，sinc関数の特徴を有していることがわかる．

周波数振幅特性



低域通過フィルタと同様に，インパルス応答の両端が非ゼロであるため，リップル，ギブス現象が発生している．

(補足) 帯域通過フィルタの設計



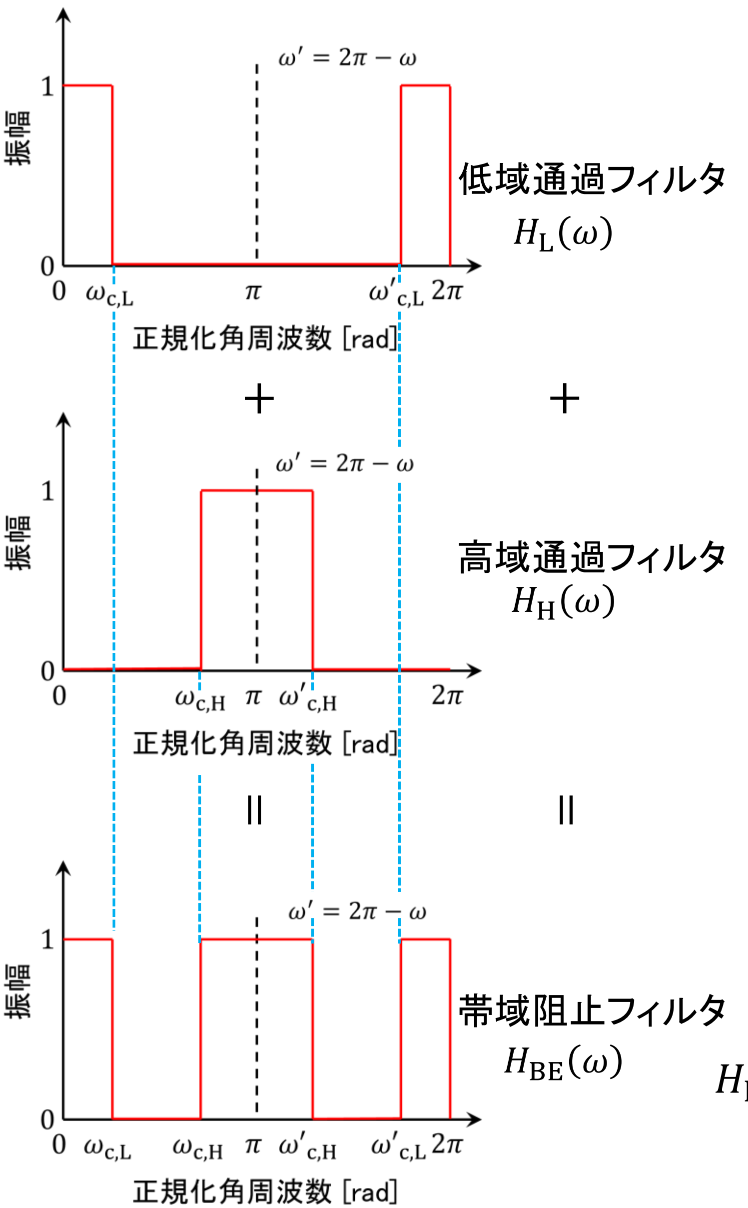
帯域通過フィルタの特性は，低域通過フィルタと高域通過フィルタの周波数特性を乗算した特性とみなせる.

2つの正規化カットオフ角周波数を決定し，$\omega_{\mathrm{c,H}}$をカットオフとした低域通過フィルタ$H_{\mathrm{L}}(\omega)$と$\omega_{\mathrm{c,L}}$をカットオフとした高域通過フィルタ$H_{\mathrm{H}}(\omega)$のインパルス応答を畳み込むことで，帯域通過フィルタのインパルス応答を得ることができる.

＊伝達関数の積を計算すれば，インパルス応答は得られる.

$$H_{\mathrm{BP}}(z) = H_{\mathrm{L}}(z)H_{\mathrm{H}}(z) = \left(\sum_{k=0}^{N} h_{\mathrm{L}}[k]\, z^{-k}\right)\left(\sum_{k=0}^{N} h_{\mathrm{H}}[k]\, z^{-k}\right)$$

(補足) 帯域阻止フィルタの設計



帯域阻止フィルタの特性は，低域通過フィルタと高域通過フィルタの周波数特性を加算した特性とみなせる．

2つの正規化カットオフ角周波数を決定し，$\omega_{\mathrm{c,L}}$をカットオフとした低域通過フィルタ$H_{\mathrm{L}}(\omega)$と$\omega_{\mathrm{c,H}}$をカットオフとした高域通過フィルタ$H_{\mathrm{H}}(\omega)$のインパルス応答を足し合わせることで，帯域通過フィルタのインパルス応答を得ることができる．

＊伝達関数の和を計算すれば，インパルス応答は得られる．

$$H_{\mathrm{BE}}(z) = H_{\mathrm{L}}(z)H_{\mathrm{H}}(z) = \left(\sum_{k=0}^{N} h_{\mathrm{L}}[k]\, z^{-k}\right) + \left(\sum_{k=0}^{N} h_{\mathrm{H}}[k]\, z^{-k}\right)$$

理解度確認その１

デジタルフィルタの設計法 2

設計法1

前述の4つのフィルタは**インパルス応答を直接求めることができる**.
（第10回講義資料で理想ローパスフィルタがsinc関数で表現されることを勉強している）

低域通過フィルタのインパルス応答を変形することで，高域通過フィルタを得ることが可能．さらに，低域通過フィルタ，高域通過フィルタを用いることで，帯域通過 / 帯域阻止フィルタを設計可能.

設計法2

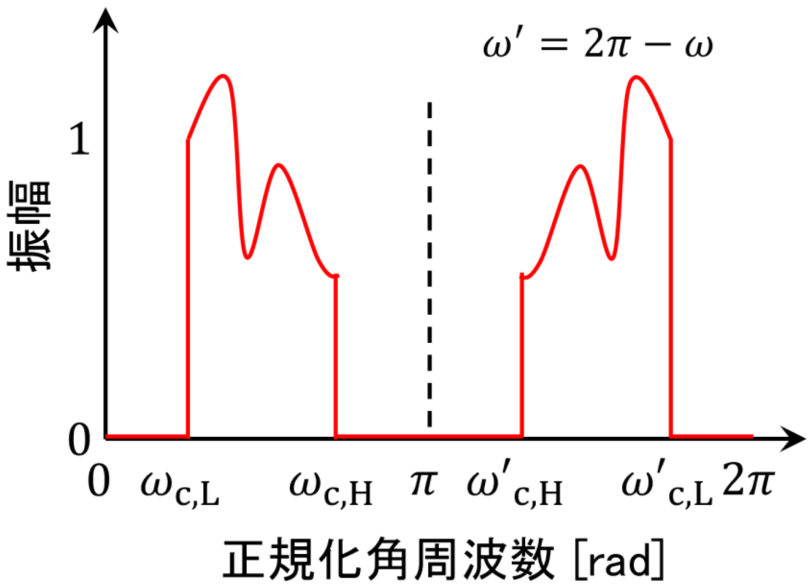
所望の周波数応答を持つフィルタを自由に設計する方法も存在する.

デジタルフィルタの良い設計法は多く存在するが，本講義では窓関数法という手法を紹介する.

＊いずれの設計法でも，周波数振幅特性，周波数位相特性について理解しておくことが重要である.

任意の周波数特性を実現する設計法

これまでに紹介した方法では，4つの周波数特性しか実現できない．
例えば，以下のような周波数特性をもつフィルタを設計することはできない．



このようなフィルタのインパルス応答を
数学的に求めることは難しい．

つまり，通過域の特性を数式で表現できない場合，
逆離散時間フーリエ変換を計算する際に定積分
を計算できない．

$$h[k] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(\omega)e^{ik\omega}\, d\omega = ?$$

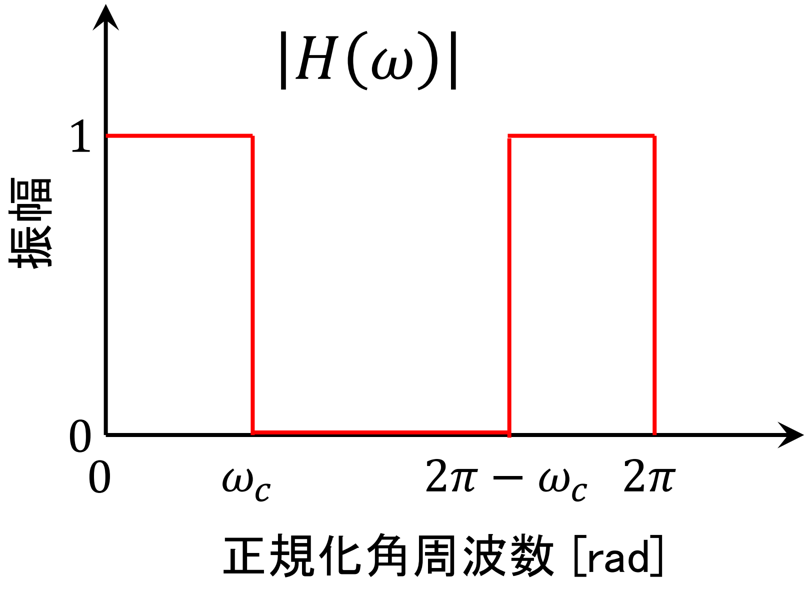
そこで，次ページで紹介する<u>窓関数法</u>により，
フィルタのインパルス応答を求める．

窓関数法によるFIRフィルタの設計 1

まず，所望の周波数特性を与える．

＊ここでは，わかりやすい例として，正規化カットオフ角周波数ω_cの低域通過フィルタを所望の周波数特性として与ているが，任意の特性を与えてよい．

$$H(\omega) = \begin{cases} 1, |\omega| \leq \omega_c \\ 0, |\omega| > \omega_c \end{cases}$$

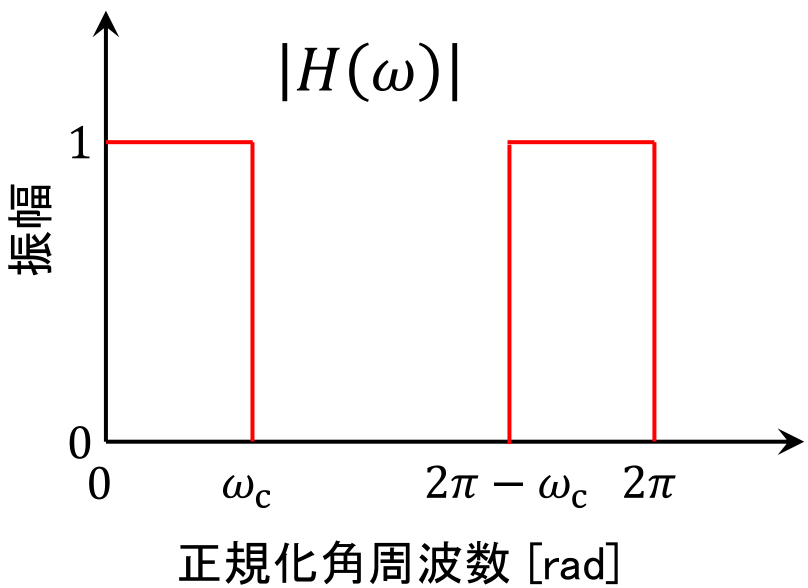


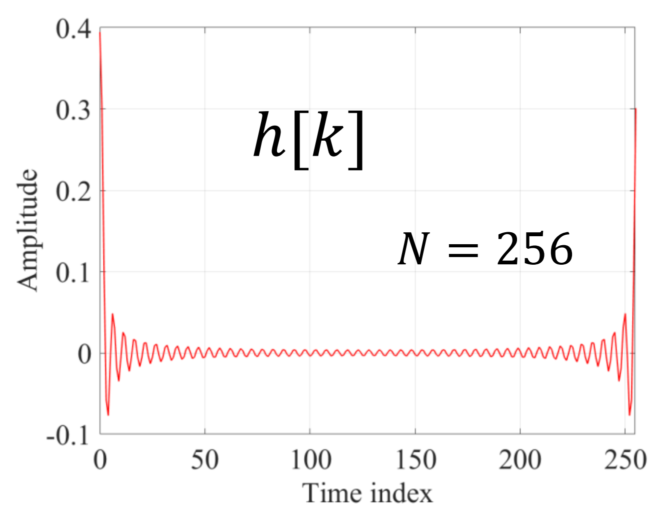
窓関数法によるFIRフィルタの設計 2

次に, $H(\omega)$を逆離散時間フーリエ変換する.

$$h[k] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(\omega) e^{ik\omega} d\omega$$

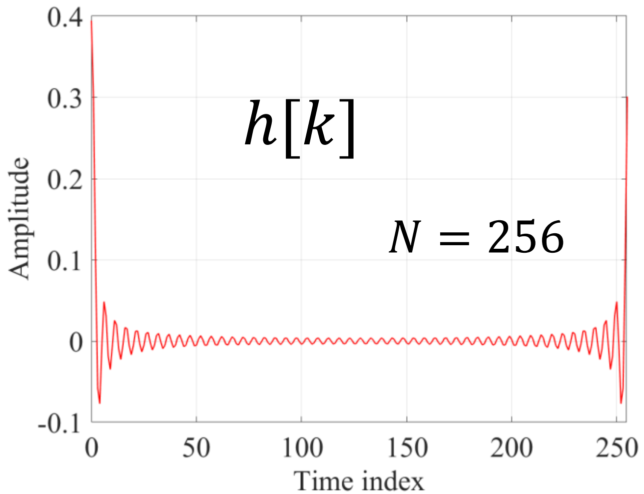
＊実際に実装する際には, 逆離散フーリエ変換を行う.

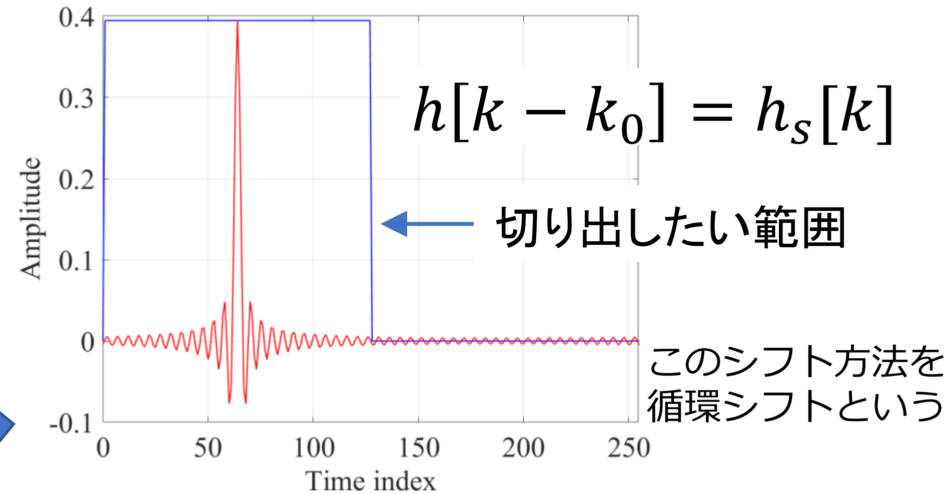




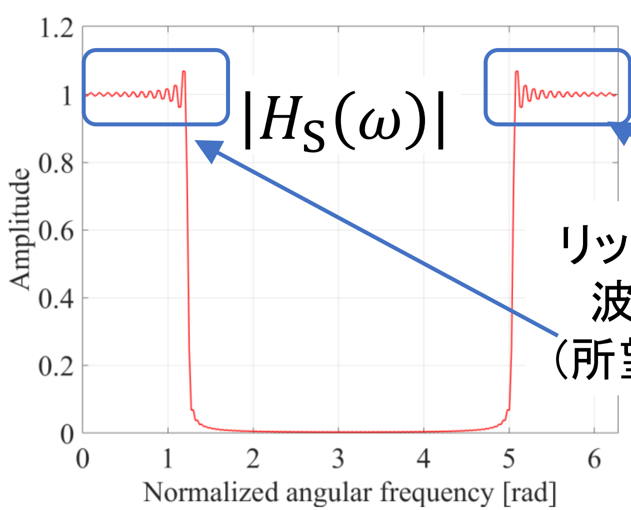
窓関数法によるFIRフィルタの設計 3

このままでは非因果な応答なので，
$h[k]$をk_0サンプルだけ時間シフトし，必要な部分を切り出す





$$H_s(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k-k_0]e^{-ik\omega}$$

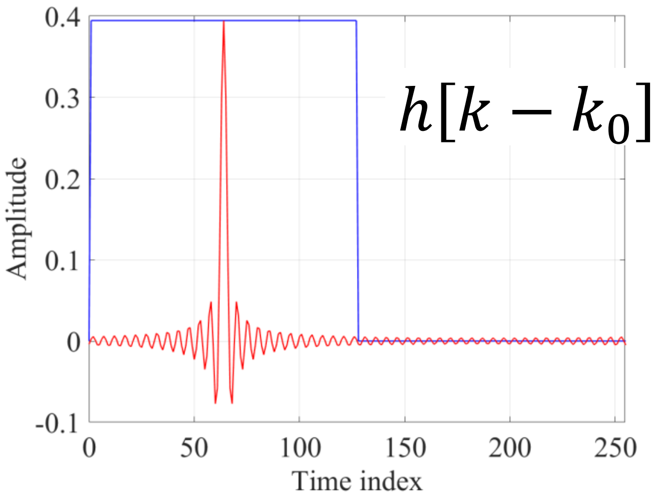


リップルと呼ばれる
波打ちが現れる
（所望特性と異なる）

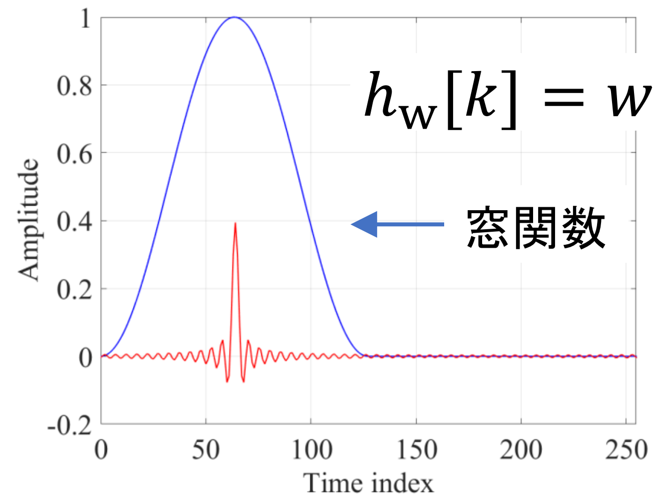
リップル発生の原因は
インパルス応答の切り出し．
切り出した結果，
インパルス応答の両端が不連続となる．

窓関数法によるFIRフィルタの設計 4

必要な部分の切り出しの際に，窓関数$w[k]$を使う



$$h[k-k_0]=h_s[k]$$



$$h_w[k]=w[k]h_s[k]$$

様々な窓関数があり，切り出し区間の両端の
処理方法をどのようにしたいかによって，使い分ける．

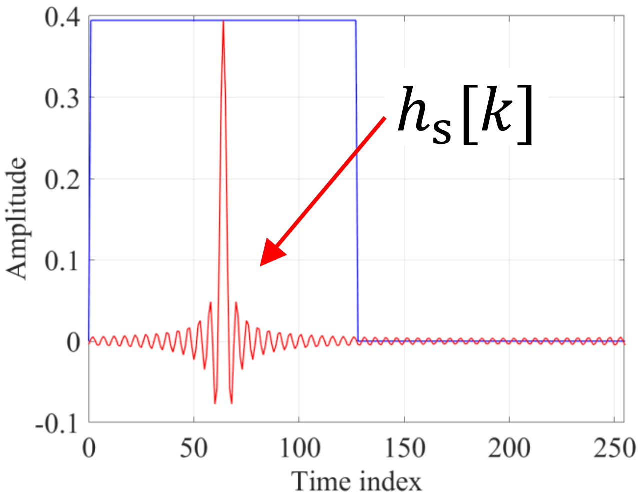
矩形窓： $w_{\mathrm{Rect}}[k]=1, k=0,1,\ldots,M$

ハニング窓： $w_{\mathrm{Hann}}[k]=0.5-0.5\cos\left(\dfrac{2\pi k}{M-1}\right), k=0,1,\ldots,M$

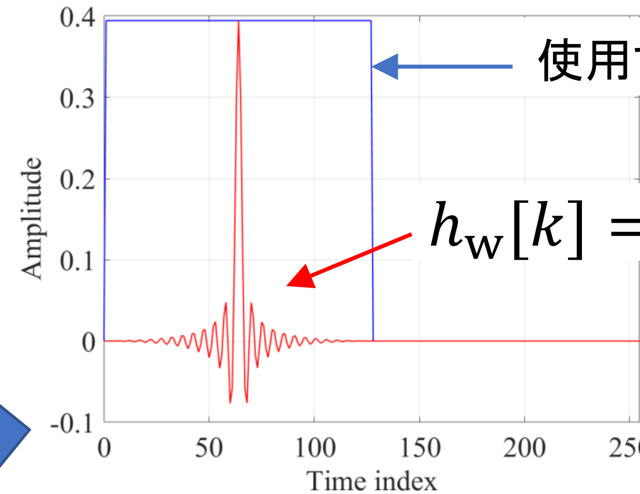
ハミング窓： $w_{\mathrm{Hamm}}[k]=0.54-0.46\cos\left(\dfrac{2\pi k}{M-1}\right), k=0,1,\ldots,M$

窓関数法によるFIRフィルタの設計 5

必要な部分の切り出しの際に, 窓関数を使う



$h_s[k]$

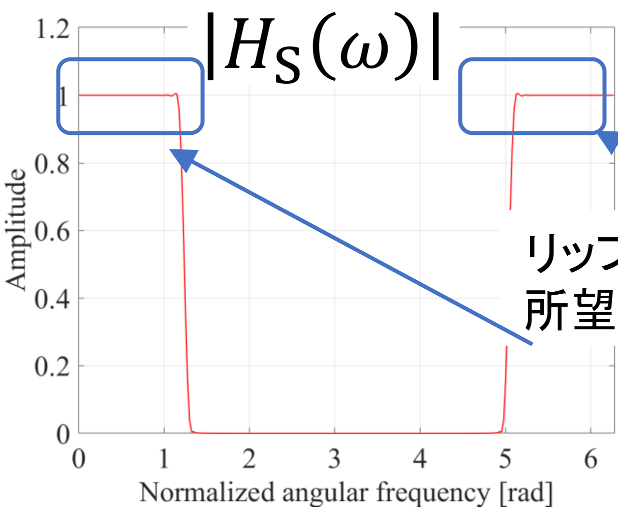


使用する範囲

$h_w[k] = w[k]h_s[k]$

$$H_w(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_w[k]e^{-ik\omega}$$

＊実際は離散フーリエ変換を行う.



$|H_S(\omega)|$

リップルが小さくなり,
所望特性に近づいた.

窓関数法によるFIRフィルタの設計 6

まとめると,

1. 正規化カットオフ角周波数ω_{c}を決める
2. フィルタの長さ（タップ長）Nを決める
3. 時間シフトの量k_0を決める（通常は$k_0 = \frac{N}{2}$）

方法1と共通

4. 所望の周波数特性$H(\omega)$を決める
5. $H(\omega)$を逆離散（時間）フーリエ変換し, インパルス応答$h[k]$を得る
6. $h[k]$をk_0サンプルだけシフトさせ, 窓関数$w[k]$を乗算する.
   このフィルタ係数$h_{\mathrm{w}}[k]$を利用していく

＊周波数特性だけ与えれば, どのようなフィルタでも設計可能.

今回の講義のまとめ

- 今回の講義では，基本的なデジタルフィルタとして，低域通過フィルタ，高域通過フィルタ，帯域通過フィルタ，帯域阻止フィルタ，およびFIRフィルタの具体的な設計方法を勉強した．
- 低域通過フィルタ，高域通過フィルタ，帯域通過フィルタ，帯域阻止フィルタについては，インパルス応答を数学的に導出可能だということを示した．
- 任意の周波数特性を持つフィルタについては，窓関数法で設計できることを学んだ．

理解度確認その２

期末テストについて（予告）

- Manaba+R の小テスト機能を用いる。PCを持参せよ。
- 当日は出席をとる。教室不在の解答は０点とする。
- 計算する必要があるので、紙と筆記具を用意すること。
  演算にはスタイラスペンとタブレットなどの電子機器の使用は不可。
- 持ち込み・資料閲覧は不可。
- Manaba+R 以外の画面を開いた時点で不正行為と扱う。
  不正行為は、今セメスター全科目の単位が F となるので注意すること。

关于期中考试的注意事项（预告）

- 期中考试以Manaba+R 的小测验（小テスト）形式进行。务必携带笔记本电脑参加考试。
- 考试当日统计出席。在教室之外完成考试的情况，成绩按0分处理。
- 因为考试题目中包含计算，请携带纸笔等文具参加考试。
  演算过程不可以使用平板电脑和触控笔等电子设备。
- 期中考试为闭卷考试，不可携带或阅览讲义等资料。
- 打开Manaba+R之外页面的行为会被按作弊处理。
  被判定为作弊的情况，本学期的所有科目成绩都会按F处理。请务必遵守。

期末テストについて（当日）

- 通路に面した席に、前から詰めて着席せよ。
  空席があると出席票が回せないので、欠席として扱う。
- Manaba+R の画面を全画面表示すること。
  Manaba+R 以外が画面に表示されると、不正行為として扱う。
  不正行為は、今セメスター全科目の単位が F となるので注意すること。
- 試験時間は 9:05 – 10:05 (60分)。
  - サーバー上の計時となっているので注意せよ。
    提出が間に合わなかった場合の救済はしない。
- 机の上においてよいもの：
  - PC
  - 紙とペン（タブレットとスタイラスペンは不可）
  - 時計
  - 学生証

关于期中考试的注意事项（考试当日）

- 请坐在通路旁的座位，从前向后不留空座。
  因为中间出现空座的情况下无法传递出席表，按缺席处理。
- 考试中务必以全屏幕显示Manaba+R的页面。
  打开Manaba+R之外页面的行为会被按作弊处理。
  被判定为作弊的情况，本学期的所有科目成绩都会按F处理。请务必遵守。

- 考试时间为 9:05 – 10:05 (60分)。
  - 时间以服务器上时间为准。
    超时提交的情况，没有补救措施。
- 考试中可以放在桌面的物品：
  - 笔记本电脑
  - 纸，笔（平板电脑和触控笔不可以使用）
  - 时钟/手表
  - 学生证

14週目の宿題内容

- デジタルハイパスフィルタの係数と周波数応答

  10週目の宿題で作成したデジタルローパスフィルタ$h[k]$に基づき、
  カットオフ角周波数が$\omega_c = 0.5\pi/T$ の
  ハイパスフィルタ $h_{\mathrm{HPF}}[k]$ を作成してください。

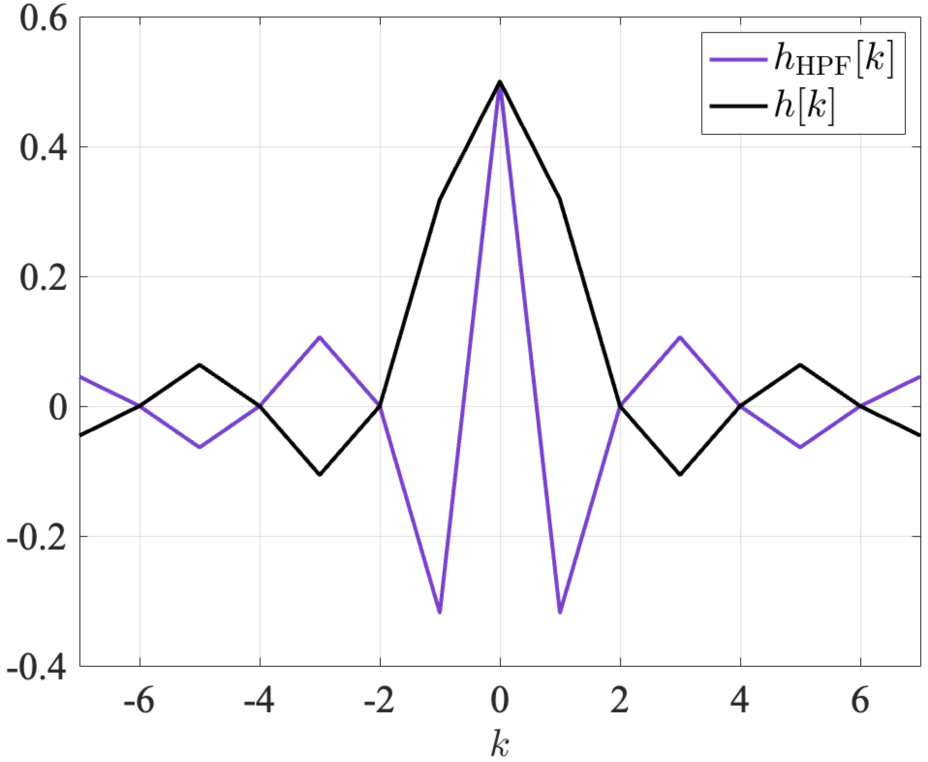
(5-1) ハイパスフィルタの係数 $h_{\mathrm{HPF}}[k]$の値を計算し、描画してください。
（問題(1-1)の内容に参照）

(5-2) ハイパスフィルタの振幅特性 $|H_{\mathrm{HPF}}[n]|$の位相特性$\Phi_{\mathrm{HPF}}[n]$を計算し、描画してください。
（問題(1-2)と(4-2)に参照）

(5-3) ハイパスフィルタ $h_{\mathrm{HPF}}[k]$を信号$f[k]$と畳み込んだ結果を計算し、描画してください。
（問題(3) に参照）

結果例

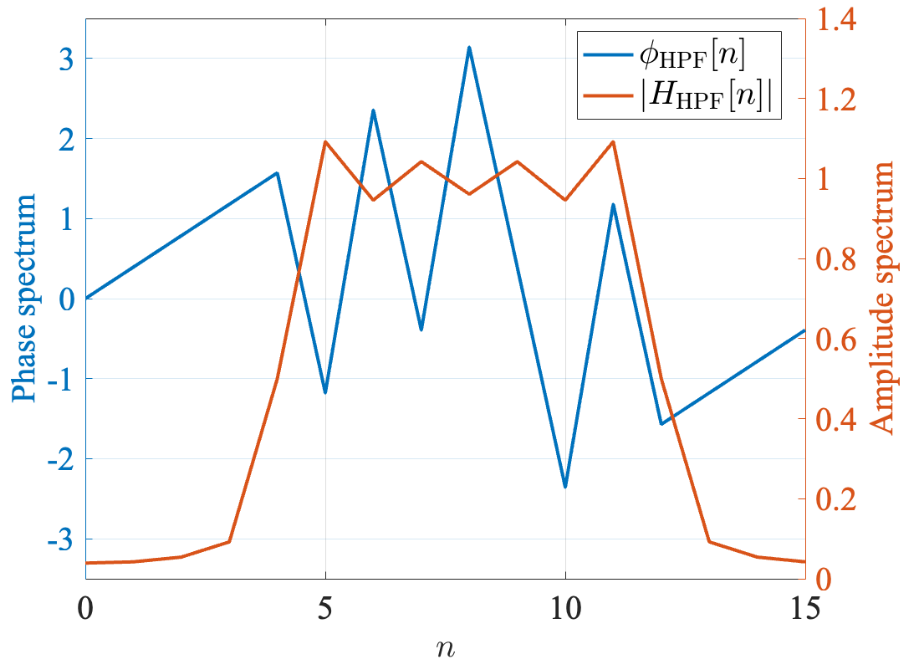
(5-1) ハイパスフィルタの係数 $h_{\mathrm{HPF}}[k]$の値を計算し、描画してください。

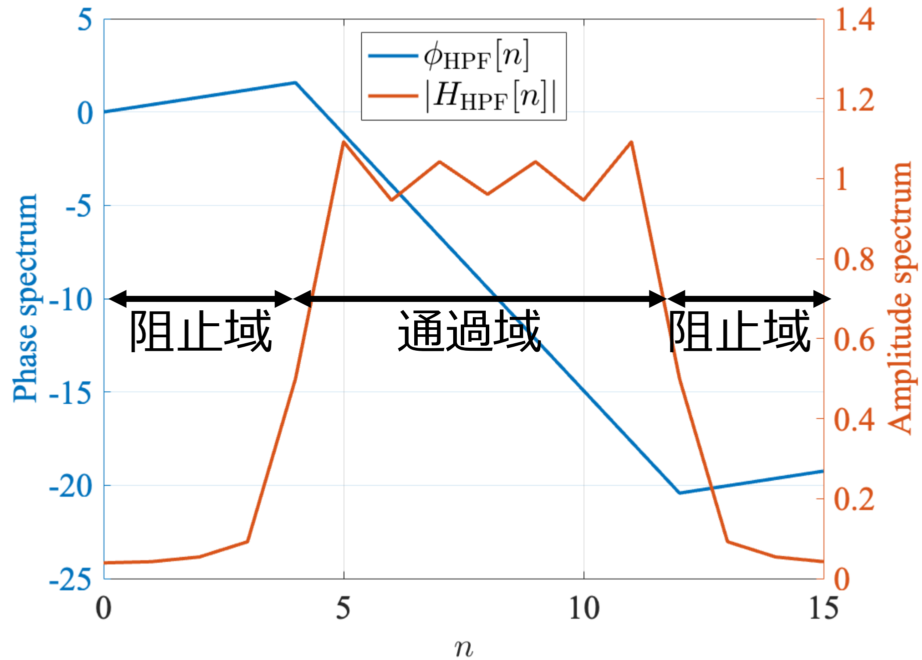


※ 第14回目の講義資料の通りに、 正規化カットオフ角周波数が0.5のローパスフィルタの周波数特性をπだけ右にシフトすると、正規化カットオフ角周波数が0.5のハイパスフィルタの周波数特性が得られる。(0.5以外の場合はどうなる？)
ローパスフィルタの係数$h[k]$ から、ハイパスフィルタの係数 $h_{\mathrm{HPF}}[k]$ を求めると、上記の関係になる。

結果例

(5-2) ハイパスフィルタの振幅特性 $|H_{\mathrm{HPF}}[n]|$の位相特性$\Phi_{\mathrm{HPF}}[n]$を計算し、描画してください。



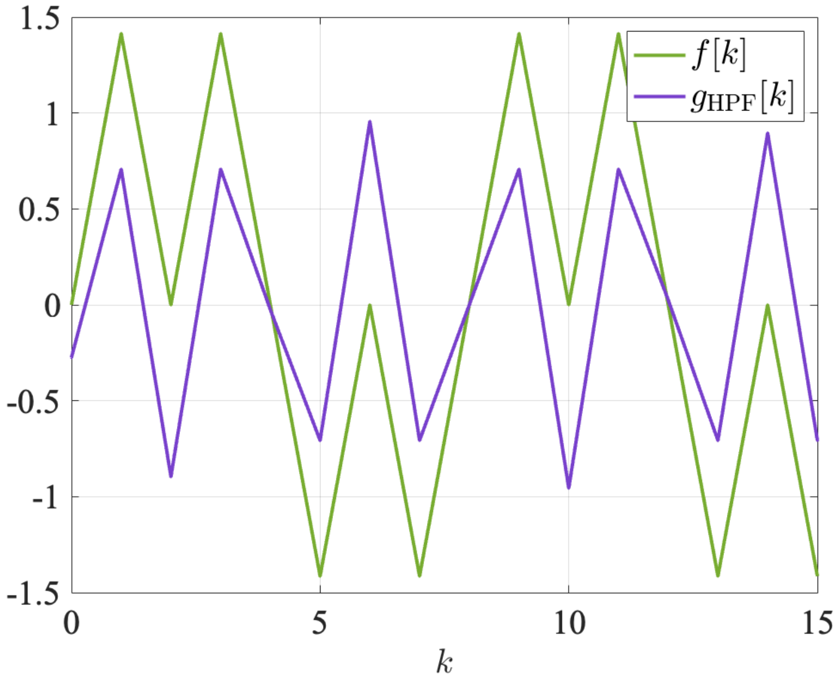


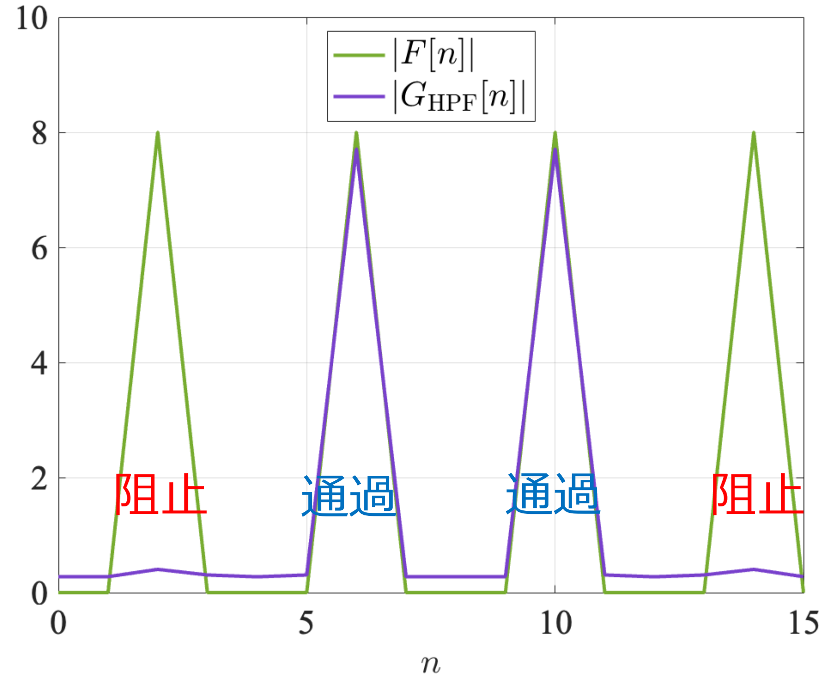
※左がatan2関数を利用して計算した結果($-\pi$~π)である。
右が位相をアンラップ後の結果である。
アンラップ後の位相特性は、通過域で直線状になること（直線位相）が確認できる。

振幅特性から、低域では阻止、高域では通過という特性が確認できる。

結果例

(5-3) ハイパスフィルタ $h_{\mathrm{HPF}}[k]$を信号$f[k]$と畳み込んだ結果を計算し、描画してください。





※ $f[k]$と$g_{\mathrm{HPF}}[k]$を比較すると、 $g_{\mathrm{HPF}}[k]$の方が細かい振動(高周波成分)のみが残っていることを確認できる。

※ $|F[n]|$ と$|G_{\mathrm{HPF}}[n]|$ を比較すると、 ω_2成分が保持、ω_1 成分が抑圧されることを確認できる。