

授業の概要

ロボットなどハードウェアを扱うソフトウェアを開発するためには機械に関する基本的な知識が不可欠である。機械工学を初めて学ぶ情報系学生に対して、機械工学の柱となる工業力学、材料力学、流体力学、熱力学と、機械材料、機械設計、計測・制御について説明する。

受講生の到達目標

工業力学、材料力学、流体力学、熱力学、機械材料、機械設計、計測・制御の基本概念が説明できる。

事前に履修しておくことが望まれる科目：高校物理、物理1

授業スケジュール

第1回 ガイダンス：物理単位

第2回 機械材料：鋼、非鉄金属、高分子材料、セラミックス

第3回 材料力学1：引張応力、圧縮応力、ひずみ、ポアソン比

第4回 材料力学2：曲げモーメント、断面二次モーメント、疲労、応力集中、座屈

第5回 材料力学3：曲げモーメント図、せん断力図

第6回 機械要素：歯車、ねじ、カム、ダンパ

第7回 機械加工、機械設計：鍛造、鋳造、プレス、切削、寸法記入方法（製図）

第8回 機械製図法：第三角法

第9回 機械設計演習：構造設計

第10回 質点の運動：速度と加速度、ニュートンの運動法則、回転運動、遠心力、共振、シミュレーション

第11回 剛体の運動：慣性モーメント

第12回 熱力学：仕事、熱力学第一法則、熱機関

第13回 静止流体の力学：パスカルの原理、浮力

第14回 流体の運動：連続の式、ベルヌーイの定理

第15回 メカトロニクス：センサ、アクチュエータ、フィードバック、ブロック線図

成績評価方法

定期試験 60%

日常点 40% manaba+Rの小テスト機能を利用した宿題(12回程度)、レポート(3回程度)

アドバイス：高校レベルの物理と数学の知識が必須であるので、事前によく復習しておくこと。

教科書：わかりやすい機械工学 松尾哲夫他 森北出版 978-4-627-65033-6 2,640円

授業スライドは manaba+R に掲載する。

1. SI の基本単位 (international system of units)

	記号	読み
長さ	m	メートル
質量	kg	キログラム
時間	s	セカンド
電流	A	アンペア
温度	K	ケルビン
物質質量	mol	モル
光度	cd	カンデラ

⇒ 日常生活では重さ（地球が物質を引く力）も **kg** で表すが、工学的には **kgf** と表記して質量と区別する。

基本単位以外の量は、これらの組立単位として表せる。

たとえば、SI における力の単位 N(ニュートン)は、 $1\text{ N} = 1\text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$ と表せる。

2. おもな SI 単位

	記号	読み	定義	その他の単位との関係
力	N	ニュートン	$1\text{ N} = 1\text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$	$1\text{ kgf (キログラムフォース)} = 9.8\text{ N}$ ※力と質量の違いに注意
圧力 応力	Pa	パスカル	$1\text{ Pa} = 1\text{ N}/\text{m}^2$ ($1\text{ bar (バール)} = 10^5\text{ Pa}$)	$1\text{ atm} = 1\text{ 気圧} = 760\text{ mmHg}$ $= 1013\text{ mbar} = 1.013\times 10^5\text{ Pa}$ $= 1013\text{ hPa}$
熱量 仕事 トルク	J	ジュール	$1\text{ J} = 1\text{ N}\cdot\text{m}$ 1N の力で 1m の距離を動かす仕事	$1\text{ kgf}\cdot\text{m} = 9.8\text{ J}$ $1\text{ kcal} = 4.187\text{ kJ}$
動力 仕事率	W	ワット	$1\text{ W} = 1\text{ J}/\text{s}$ 1秒間に 1J の仕事をする仕事率	$1\text{ PS} = 1\text{ hp} = 1\text{ 馬力} = 735.5\text{ W}$
角度	rad	ラジアン	$2\pi\text{ rad} = 360^\circ$ 円周の長さ=半径×角度(ラジアン)	
周波数	Hz	ヘルツ	$1\text{ Hz} = 1\text{ s}^{-1}$	$60\text{ rpm (revolution per minute)} = 1\text{ Hz}$

※大文字と小文字は区別すること。

Quiz: なぜ、大文字と小文字がある？

3. SI 接頭語

係数	記号	読み	係数	記号	読み
10^{15}	P	ペタ	10^{-1}	d	デシ
10^{12}	T	テラ	10^{-2}	c	センチ
10^9	G	ギガ	10^{-3}	m	ミリ
10^6	M	メガ	10^{-6}	μ	マイクロ
10^3	k	キロ	10^{-9}	n	ナノ
10^2	h	ヘクト	10^{-12}	p	ピコ

※指数の計算

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$a^0 = 1$$

4. ギリシャ文字

文字	ギリシャ名	通称	文字	ギリシャ名	通称
A α	アルファ		N ν	ニュー	
B β	ベータ		Ξ ξ	クサイ、クシー	グザイ
Γ γ	ガンマ		O o	オミクロン	
Δ δ	デルタ		Π π	ペイ、ピー	パイ
E ϵ	エプシロン	イプシロン	P ρ	ロー	
Z ζ	ツェータ	ジータ	Σ σ	シグマ	
H η	エータ	イータ	T τ	タウ	
Θ θ	テータ	シータ	Υ υ	ユプシロン	ウプシロン
I ι	イオータ	イオタ	Φ ϕ	フェイ、フィー	ファイ
K κ	カッパ		X χ	キー	カイ
Λ λ	ラムブダ	ラムダ	Ψ ψ	プセイ、プシー	プサイ
M μ	ミュー		Ω ω	オーメガ	オメガ

5. その他の単位

- 時間 h (hour), 分 min (minute)
- 体積 1ℓ (リットル) = 1,000 cm³, 1 cc (シーシー) = 1 cm³
- 長さ 1 in (inch, インチ) = 25.4 mm, 1 ft (feet, フィート) = 0.3048 m, 1 yd (yard, ヤード) = 3 ft
1 寸 = 30.303 mm, 1 尺 = 10 寸
- 面積 1 ha (ヘクタール) = 10,000 m², 1 坪 = 3.3 m²
- 重さ 1 lb (pound, ポンド) = 0.453 kg, 1 oz (ounce, オンス) = 28.35 g, 16 oz = 1 lb

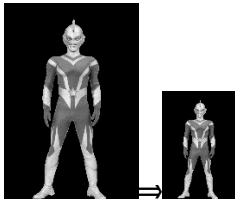
練習問題

問1 生体の神経の伝達速度は速い神経でも 100 m/s 程度である。人間の脳から腕の筋までの神経の長さを 1m とし、 100 m/s の速さで神経活動が伝達されたとすると、脳指令が腕の筋に到達するまでの時間は何 ms か？

問2 ウルトラマンの脳と筋を結ぶ神経の長さを $4.0 \times 10^4 \text{ mm}$ とし、神経の伝達速度を 100 m/s とすると、ウルトラマンにおいて、脳指令が筋に到達するまでの時間は何 s か？

問3 ウルトラマンの身長が 40m から $4 \mu\text{m}$ に縮小したとすると、身長は10の何乗倍になったか？

問4 ウルトラマンの体重は 5 万 t である。問3において比重と形状が一定のまま縮小したと考えると、ウルトラマンの体重は何 pg になったか？



※ wikimedia より引用

問5 ウルトラマンは 100 m の高さまでジャンプできる。 5 万 t のウルトラマンを 100m の高さまで持ち上げるのに必要な仕事量は何 GJ か？ ただし、重力加速度を 9.8 m/s^2 として計算せよ。なお、仕事量(J)は力(N) \times 距離(m)で求めることができる。

問6 問5において、ウルトラマンがジャンプする際の熱効率が 50% であったとする。つまり、エネルギーの 50% が排熱されるとする。排熱される熱量は、 1000W のドライヤー何本分に相当するか？ 5 秒で 100m の高さに到達するものとして考えよ。

機械工学概論 第2回 機械材料

問1 (教室で実物を見せる) 各素材は何か? 選択肢から選びなさい。ただし、①～⑯のうち同じ素材のものが二つ含まれる。

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ |
| ⑧ | ⑨ | ⑩ | ⑪ | ⑫ | ⑬ | ⑭ |
| ⑮ | ⑯ | | | | | |

(選択肢)

(1)鉄、(2)ステンレス、(3)アルミ、(4)銅、(5)真鍮(黄銅)、(6)炭素工具鋼、(7)アクリル、(8)塩化ビニル、(9)ポリスチレンフォーム、(10)ポリエチレン、(11)ゴム、(12)ウレタンフォーム、(13)炭素繊維強化プラスチック (14)ポリプロピレン、(15)ウレタン

ヒント1: フォーム(foam) = 泡、発泡

ヒント2: 問5の問題文に記載の略語を参考にとすると良い。

問2 鉄、鋼、鋳鉄に関する以下の文章の空欄を埋めよ。

解答) Fe-C 合金のなかで炭素が 0.02%以下のものを (), 0.02~2.11%のものを ()、2.11~6.6%のものを () と呼ぶ。鋼は鉄よりも強度が ()。鋳鉄は鋼よりも融点が () 低く、鋳造に適する。

問3 鋼、アルミ、プラスチックの原料を以下より選択せよ。

(選択肢) 原油、鉄鉱石、ボーキサイト

問4 鋼、アルミ、プラスチック、銅、セラミックスの説明として適したものを以下より選べ。

- ①耐熱性、硬さに優れるが、もろさという欠点がある。
- ②軽量で成形性に優れているので航空機、建築用材料などに用いられる。電気・熱伝導性がよい。
- ③軽量で加工性良好、熱・電気絶縁性が高い。しかし、耐熱性、耐候性に劣る。
- ④構造物や機械の構造部材に用いられることが多い。
- ⑤電気・熱伝導率が高く、加工性にも優れているので電線など各種の電気器具材や熱伝導材として用いられる。

回答欄 鋼ー 、アルミー 、プラスチックー 、銅ー 、セラミックスー

問5 以下の説明に該当する材料名を選択肢より選びなさい

- (a) 原料が安価で成形しやすく多用途に用いられているプラスチック材料。機械的強度はそれほど大きくないが、防水性、電気絶縁性、耐油性に優れているため、容器やビン類、食品容器や包装用フィルム、ポリバケツや大型容器などに用いられている。略号は PE
()
- (b) (a)より硬質で引張強さがあるプラスチック材料。汎用プラスチックの中では最軽量である。耐

熱性，電気絶縁性や耐薬品性に優れ，テレビなどの電化製品などの絶縁体，薬品の容器・包装などに用いられる．また折り曲げに強いという特徴を活かして，DVD ケースやクリヤーホルダー（書類を挟む透明なホルダー）などに用いられている．略号は PP

()

- (c) 耐水性，耐酸・アルカリ性に優れ，添加剤の加え方により軟質にも硬質にもなるプラスチック材料．安価でもあり，水やガス用の配管，壁紙，テーブルシートなど非常に広い範囲の製品に用いられている．略号は PVC．一般に塩ビ，ビニールなどと呼ばれる．

()

- (d) 高い透明性，耐衝撃性をもつプラスチック材料．ガラスの代用品として，レンズなどの光学製品，照明器具のカバー，水槽などに用いられる．

()

- (e) 非常に軽量かつ強度に優れる炭素からなる新しい材料．航空機、スポーツ用品などに使用されている．

()

- (f) 天然ゴムに似た弾性を有し，靴やスポンジ，クッション，衣類などに用いられている．

()

- (g) 安価で、熱可塑性を有し，成形加工が容易であることから広い用途に用いられている．発泡させることで，軽量で断熱効果が高くなるため，食品容器や断熱材にも用いられる．

()

- (h) 鉄にクロムを 10.5%以上含むさびにくい合金

()

選択肢

メタクリル樹脂（アクリル樹脂），ポリスチレン，ポリエチレン，ポリ塩化ビニル，ポリプロピレン，ポリウレタン，ステンレス，カーボンファイバー（炭素繊維）

問 6 チタン合金の利用について説明せよ。

問 7 プラスチックの長所と短所をそれぞれ三つあげよ。

問 8 強化プラスチックについて説明せよ。

機械工学概論 第3回 材料力学1：応力、ひずみ、ヤング率

応力 (単位面積あたりの内力、単位 Pa (1 Pa = 1 N/m²))

$$\sigma (\text{応力}) = P(\text{荷重}) / A(\text{断面積})$$

$$\tau (\text{せん断応力}) = V(\text{せん断荷重}) / A(\text{断面積})$$

ひずみ

$$\varepsilon (\text{縦ひずみ}) = \lambda (\text{変形量}) / l(\text{長さ})$$

$$\varepsilon' (\text{横ひずみ}) = \lambda' (\text{変形量}) / d(\text{直径})$$

$$\nu (\text{ポアソン比}) = -\varepsilon' / \varepsilon$$

$$\gamma (\text{せん断ひずみ}) = \lambda (\text{荷重方向のずれ量}) / h(\text{二平面間の距離})$$

材料	ヤング率 (GPa)
木材	10
アルミ	70
鋼 (鉄)	200
カーボンナノチ ューブ	1000

フックの法則

$$\sigma = E(\text{ヤング率 or 縦弾性係数}) \times \varepsilon$$

$$\tau = G(\text{横弾性係数 or せん断弾性係数 or 剛性率}) \times \gamma$$

例題

(以下の演習問題では、計算を簡略化するために円周率は3として計算します。)

問1 面積 5 cm² を m² であらわしなさい。 (解) 5 × 10⁻⁴ m²

問2 27 N/cm² は何 MPa か？

(解) 27 × 10⁴ N/m² = 27 × 10⁴ Pa = 0.27 × 10⁶ Pa = 0.27 MPa

問3 直径 20mm の丸棒に 120N の引張荷重を加えたとき、棒の内部に生じる応力はいくらか？

(解) $\sigma = P / A = 120 / (3 \times 0.02^2 / 4) \div 400,000 \text{ N/m}^2 = 400 \text{ kPa}$

問4 断面積 10 mm² の円形断面に 1000N の引張荷重が垂直に作用している。引張応力を求めなさい。

(解) 1000 / 10 = 100 (N/mm²) → 100 × 10⁶ N/m² = 100 MPa

問5 2500N の引張荷重を受ける丸棒に 27MPa の応力が発生している。丸棒の直径を求めなさい。

(解) 丸棒の直径を d m とすると、

$$27 \times 10^6 = \frac{2500}{\frac{\pi d^2}{4}}, \quad d = \sqrt{\frac{10000}{3^4 \times 10^6}} = \frac{1}{90} \cdot \frac{1}{90} m = \text{約} 11 \text{ mm}$$

問6 長さ 5 m の材料を圧縮したところ、0.02% のひずみを生じた。変形量を求めなさい。

(解) 5 × 10³ × 0.02 × 10⁻² = 1 [mm]

問 7 直径 20mm, 長さ 5m の丸棒に 27000N の引張荷重を加えたところ 2mm の伸びを生じた。この棒に発生した引張応力と縦ひずみを求めなさい。

$$\begin{aligned} \text{(解)} \quad \text{引張応力} \quad \frac{27000 \times 4}{\pi \times 0.02^2} &= 9000 \times 10^4 = 90 \times 10^6 \text{ (Pa)} \quad 90 \text{ MPa} \\ \text{縦ひずみ} \quad \frac{0.002}{5} &= 4 \times 10^{-4} = 0.04 \times 10^{-2} \quad 0.04 \% \end{aligned}$$

問 8 ヤング率 190GPa の軟鋼に 0.05%のひずみを生じさせる応力を求めなさい。

$$\text{(解)} \quad \sigma = E \varepsilon = 190 \times 10^3 \times 0.05 \times 10^{-2} = 95 \text{ [MPa]}$$

問 9 引張強さ 300MPa の材料を用いて、引張荷重 30kN を受ける丸棒を設計する。

安全率 3 とするときの丸棒の直径を求めなさい。

(解) 安全率=材料の基準強さ/使用時の最大応力であるので、応力が 100MPa となるように設計すればよい。

$$100 \times 10^6 = \frac{30 \times 10^3 \times 4}{\pi d^2}$$

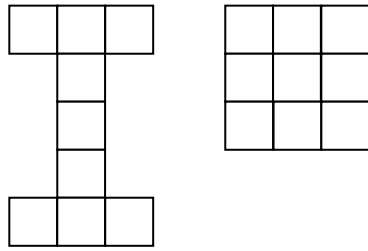
$$d = \sqrt{\frac{4}{1 \times 10^4}} = 0.02 \quad \underline{20 \text{ mm}}$$

問 10 直径 20mm, 長さ 3m の軟鋼棒に 5000N の引張力を加えると伸びはいくらになるか。ただし、ヤング率は 200 GPa とする。

$$\text{(解)} \quad \lambda = \frac{Pl}{AE} = \frac{5000 \times 3}{3 \times \frac{0.02^2}{4} \times 200 \times 10^9} = 0.25 \times 10^{-3} \quad \underline{0.25 \text{ mm}}$$

例題

問1 下図に示すような同じ断面積をもつI字鋼と正方形断面の鋼材の断面二次モーメントを比較しなさい。



(解) I字鋼の断面2次モーメントは $\frac{3 \times 5^3 - 2 \times 3^3}{12} = \frac{321}{12}$

正方形断面の鋼の断面2次モーメントは $\frac{3^4}{12} = \frac{81}{12}$

よって、I字鋼は、同じ断面積の正方形断面の鋼の約4倍の断面2次モーメントをもつ。

断面形状	断面2次モーメント $I [\text{m}^4]$	断面係数 $Z [\text{m}^3]$
	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^2}{6}$
	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^3}{32}$
	$\frac{\pi(d_2^4 - d_1^4)}{64}$	$\frac{\pi(d_2^4 - d_1^4)}{32d_2}$

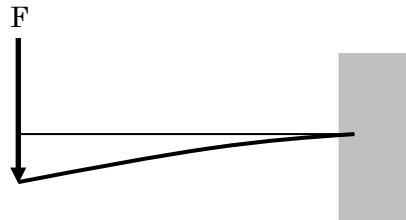
曲率半径 ρ と曲げモーメントの関係

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

M：モーメント，E：ヤング率，I：断面2次モーメント

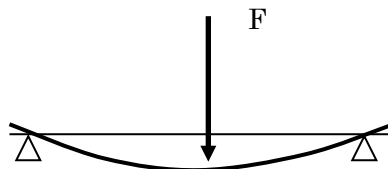
片持ばり（長さ l ）で先端に力 F の集中荷重をかけたときの先端のたわみ量

$$\frac{Fl^3}{3EI}$$



両端支持ばり（長さ l ）で中央に力 F の集中荷重をかけたときのたわみ量

$$\frac{Fl^3}{48EI}$$



練習問題

下図のせん断力図と曲げモーメント図を求めなさい。(長さの単位は m とする)

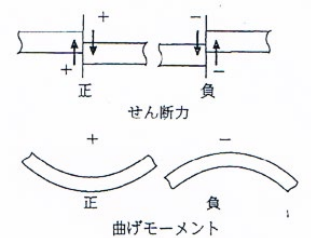
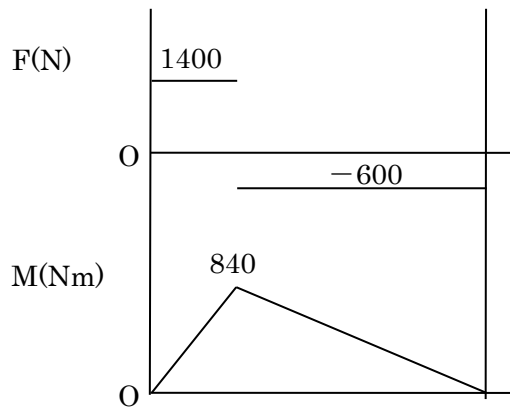
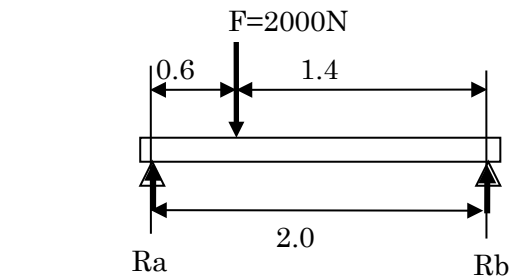


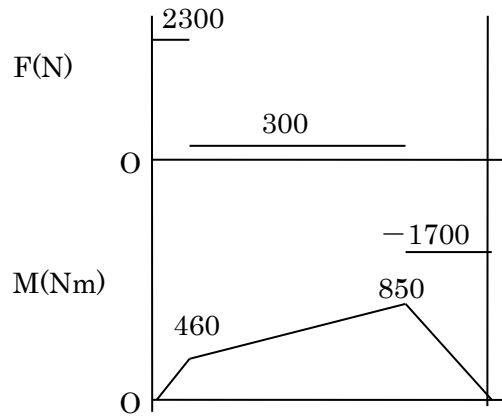
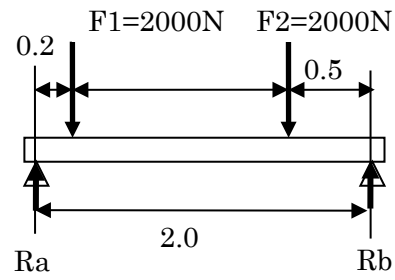
図 3-8 せん断力と曲げモーメントの符号

(例題 1)



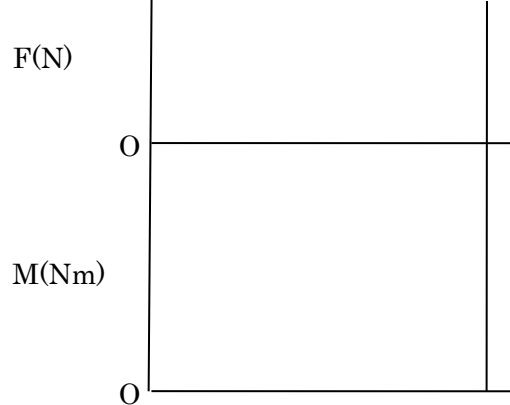
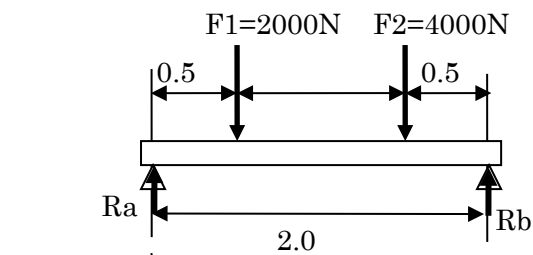
$$\begin{aligned} R_a + R_b &= 2000 & R_a &= 1400 \\ 2000 \times 0.6 &= R_b \times 2.0 & \Rightarrow & R_b = 600 \end{aligned}$$

(例題 2)

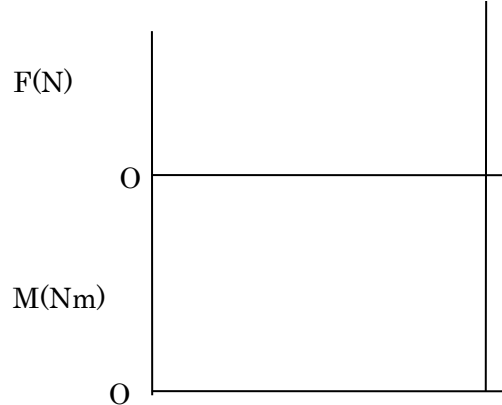
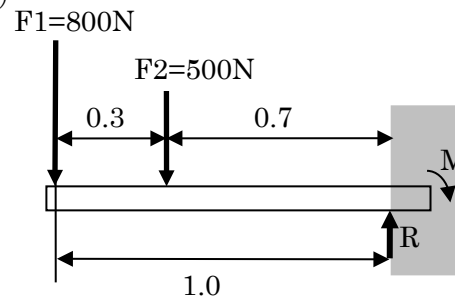


$$\begin{aligned} R_a + R_b &= 2000 + 2000 & R_a &= 2300 \\ 2000 \times 0.2 + 2000 \times 1.5 &= R_b \times 2.0 & \Rightarrow & R_b = 1700 \end{aligned}$$

(う)



(え)



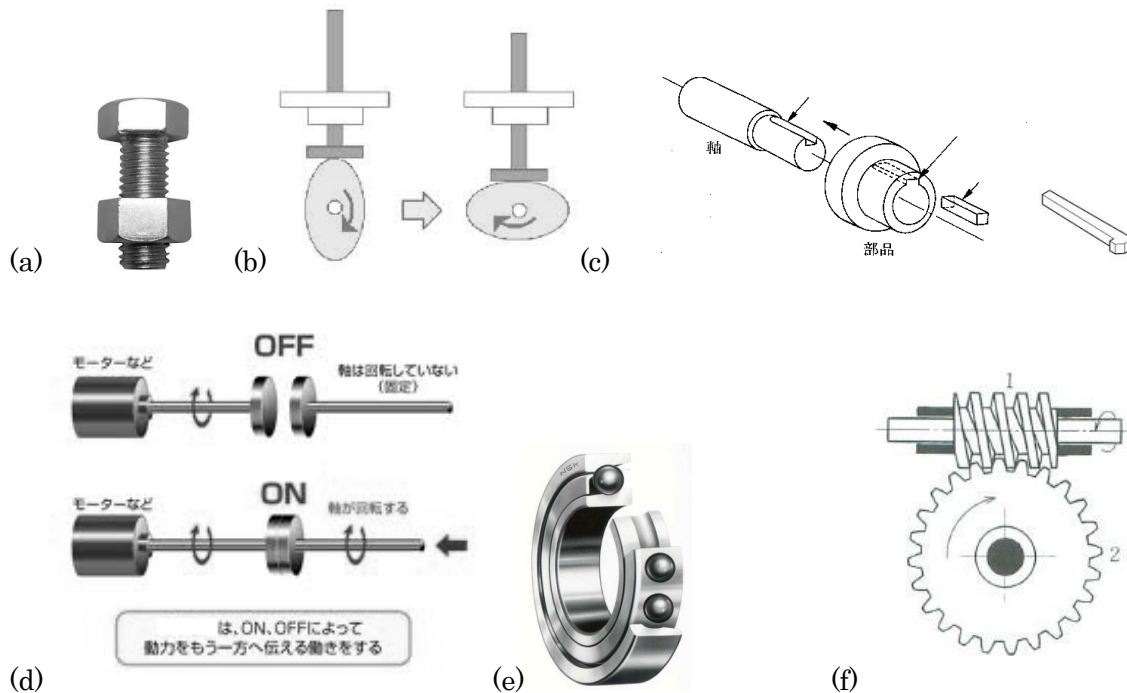
演習問題

問1 以下に示す各機械要素の説明として適切なものを選択せよ。

モータ () ボルト+ナット () 歯車 () クラッチ () キー ()
 ベルト・チェーン () リンク () カム () 軸受け () ウォームギア ()

- A：駆動源と軸とを接続したり、切り離したりする。
 B：同じ平面にない2つの軸の直角な回転運動を伝達する。
 C：軸を滑らかに回転する状態で固定する。
 D：要素を軸に固定する。
 E：電機の代表的な駆動源。
 F：機械要素や部材を固定する。
 G：ギアのこと。
 H：2つのプーリを接続して回転運動を伝達する。
 I：回転運動を直線運動や揺動運動、間欠運動などに変換する。
 J：棒状の部材をピンで結合し回転できるようにした機構。

問2 以下の機械要素の名称を答えよ。



歯車の歯の大きさを表す値であるモジュールを $m[\text{mm}]$ 、歯の枚数を $z[\text{枚}]$ とすると、
 歯車の直径(ピッチ円の直径)は、 $mz[\text{mm}]$ となる。

問3 モジュール 3mm 、歯数 16 枚の歯車のピッチ円直径を求めよ。

問4 モジュール 3mm 、歯数 16 枚と歯数 8 枚の歯車が組み合っている。歯数 16 枚の歯車が 2 回転するとき、歯数 8 枚の歯車は何回転するか？ また、歯数 16 枚の歯車を 2Nm のトルクで回転させるとき、歯数 8 枚の歯車の回転トルクはいくらか？

機械工学概論 第7回 機械加工・機械設計

1. つぎの加工法の説明として適切なものを(a)から(e)より選びなさい。

鍛造 ()

鋳造 ()

圧延 ()

プレス加工 ()

溶接 ()

(a) 一对の金型を取り付けた機械を用いて、金型どうしを押しつけることにより金型の間に 置いた金属板を塑性変形させる。

(b) 回転している2本のローラーの間に素材を挿入し、素材を伸ばす。

(c) 加熱して溶融した金属を型に入れ、冷却固化する。

(d) 二つの材料の接合部分を溶融状態にして接合する。

(e) 金属材料をハンマあるいはプレス機によって塑性変形させる。

2. つぎに示す切削加工を行う工作機械の説明として適切なものを(a)から(c)より選びなさい。

フライス盤 ()

ボール盤 ()

旋盤 ()

(a) 歯を回転させながら工作物を移動させ、平面削り、溝削りなどの加工を行う。

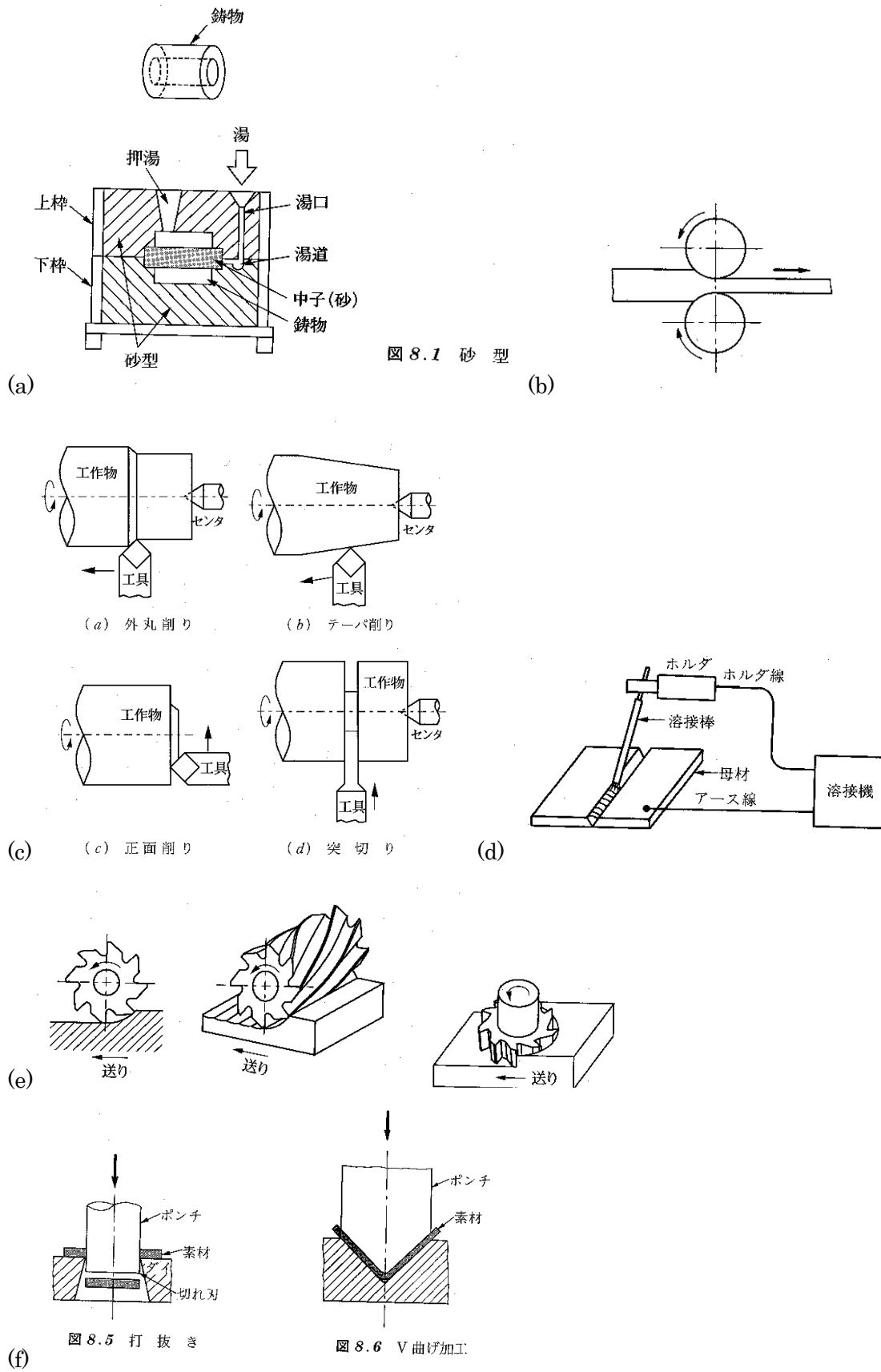
(b) 工作物を回転させバイトなどの工具を用いて加工する。

(c) ドリルを使用して工作物に穴あけ加工を行う

練習問題

以下の機械加工の名称として適切なものを選択肢より選びなさい

選択肢 圧延、鋳造、フライス加工、旋盤加工、溶接、プレス加工、



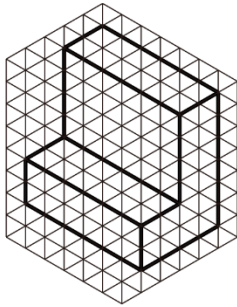
機械工学概論 第8回 機械製図法：第三角法

評価基準

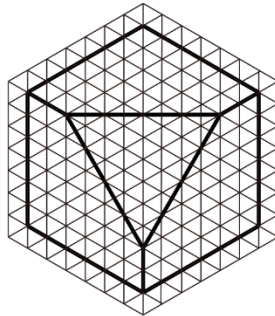
- (1) 理解：第三角法を理解しているか，立体を正しく認識しているか。
- (2) 正確さ：正面図，平面図，側面図の位置，大きさ，線の太さ，線の種類は適切か。
- (3) 丁寧さ：線，文字，数値，曲線等が丁寧に描かれているか。
- (4) 早さ：与えられた時間内に課題を終えられるか。

課題：三面図を作成せよ。ただし，1目盛を5mmとする。
 寸法線，寸法補助線および寸法は記入しないでよい。

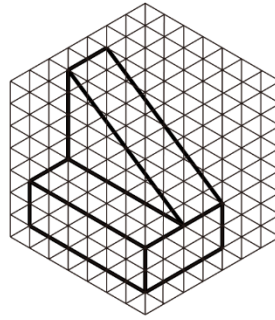
課題①



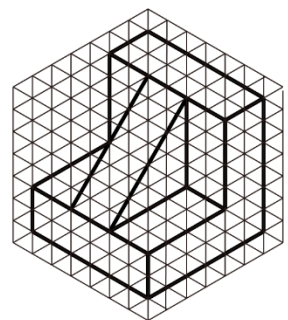
課題②



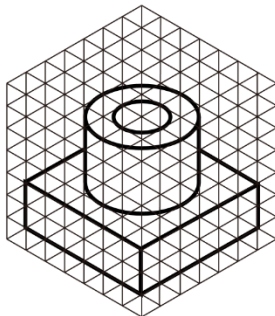
課題③



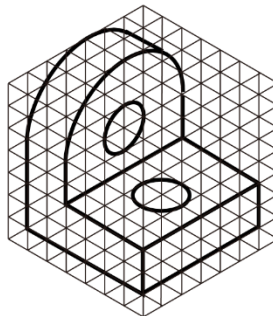
課題④



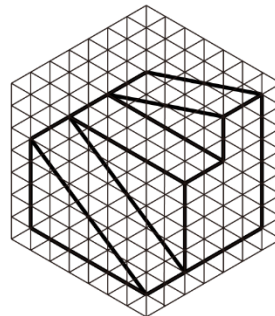
課題⑤



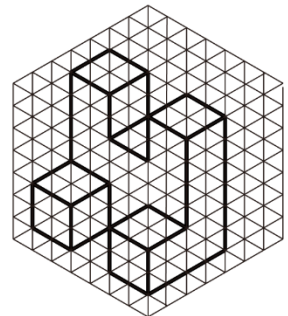
課題⑥



課題⑦



課題⑧

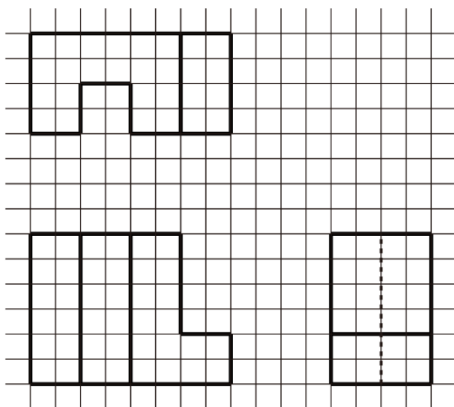


* 中心線を記入すること。

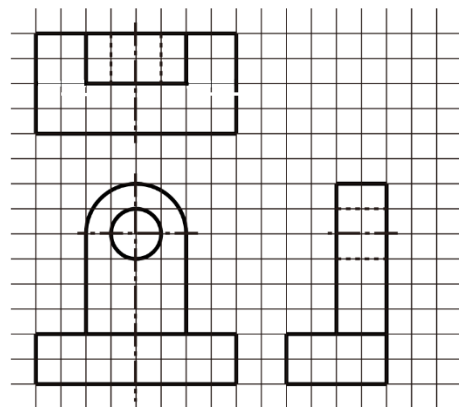
* 中心線を記入すること。

次の三面図から等角投影図を作成せよ。ただし，1目盛を5mmとする。

課題⑨



課題⑩



機械工学概論 第9回 機械設計演習

※はさみと定規を持ってきてください。

課題：A4 コピー用紙 1 枚を用いて、なるべく高い塔を作成せよ。また、塔を右上から見た図、三面図（正面図、側面図、平面図）、組立方法の説明図を描け。A4 コピー用紙は支給する。

要件

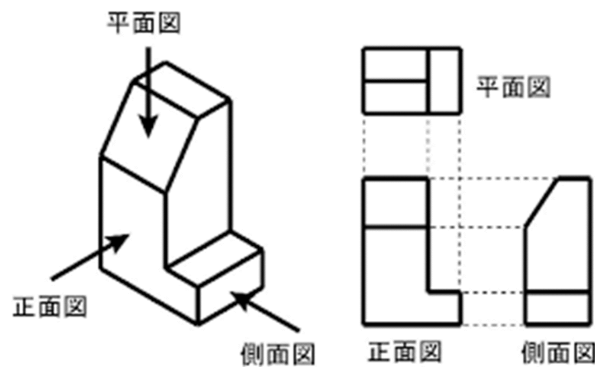
- コピー用紙 1 枚のみを用い、テープ、接着剤、ホッチキスなど他のものは一切用いないこと。
- 塔は手で押さえなくても自立すること（最低 10 秒間）。

評価

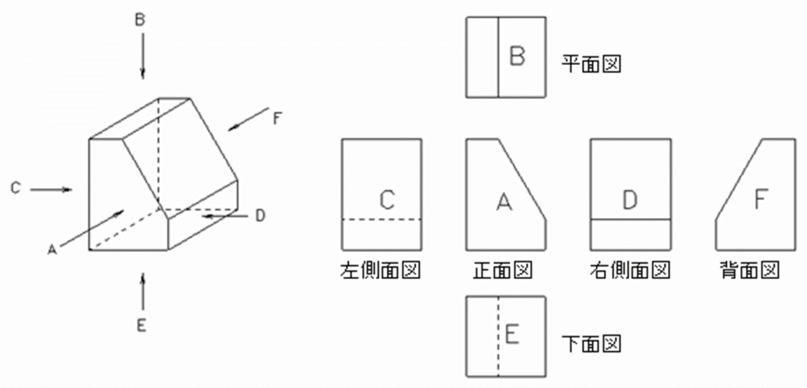
- オリジナルなアイデアであること。
- 同じ塔が再現可能である正確な構造図、組立図であること。← 重要

図面作成上の注意

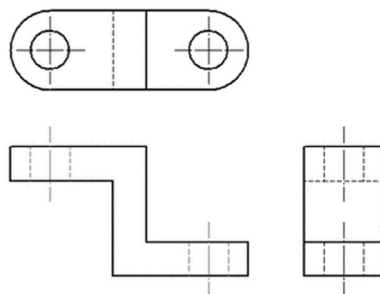
1. 正面図、平面図、側面図は下図のように配置する。



2. 見えない線は点線で描く。



3. 穴、円には中心線を一点鎖線で描く。



点の運動：

位置 $\xrightarrow{\text{微分}}$ 速度 $\xrightarrow{\text{微分}}$ 加速度 $\xrightarrow{\text{微分}}$ 躍度（ジャーク）

位置 $\xleftarrow{\text{積分}}$ 速度 $\xleftarrow{\text{積分}}$ 加速度 $\xleftarrow{\text{積分}}$ 躍度（ジャーク）

単位 m m/s m/s² m/s³

重力加速度：地上の物体に対して下向きにかかる加速度 9.81 m/s²

ニュートンの力学の法則

第一法則 外から力を加えなければ物体は静止しているか等速直線運動をする。

第二法則 外から力を加えると、物体の質量に反比例する加速度を生じる。

$$\text{外から加えた力} = \text{質量} \times \text{加速度} \quad (\mathbf{F} = m \mathbf{a})$$

第三法則 物体に力を作用させると、物体から反対向きの同じ大きさの力を受ける。

高校物理の復習

問 1 時速 360km は秒速何 m か？

$$(\text{解}) \quad 360(\text{km/h}) \times 1,000/60(\text{min})/60(\text{s}) = 100$$

秒速 100m

問 2 時速 360km 新幹線が 5 分間に進む距離は？（※未来の新幹線の話です。）

$$(\text{解}) \quad 360(\text{km/h})/60(\text{min}) \times 5(\text{min}) = 30$$

30km

問 3 停車している新幹線が一定加速度で加速し、200 秒後に時速 360 km に達した。新幹線の加速度は？

$$(\text{解}) \quad 200 \text{ 秒間で } 100\text{m/s} \text{ に達するので、毎秒 } 100/200=0.5 \text{ m/s} \text{ 加速する。}$$

0.5 m/s²

問 4 問 3 において、停車していた新幹線が 200 秒後までに進んだ距離は？

$$(\text{解}) \quad \text{発車 } t \text{ 秒後の速度 } v \text{ は、} v=0.5 t \text{ (m/s)}$$

$$\text{速度を積分すると距離が得られるので、} \int_0^{200} 0.5 t dt = \left[\frac{1}{2} \times 0.5 \times t^2 \right]_0^{200} = 10,000$$

10 km

問 5 停車している新幹線が一定加速度で加速し、200 秒後に時速 360 km に達した。1000 秒間、一定速度で巡航したあと、一定加速度で減速し 200 秒後に停車した。このとき、新幹線が発車してから停車するまでの間の「時間と距離のグラフ」、「時間と速度のグラフ」、「時間と加速度のグラフ」を作成せよ。（解省略）

問6 スタート地点から3 m離れたゴールへ直線移動するロボットを設計したい。ロボットは一定の加速度で加速したのち、一定速度で巡航したあと、一定の加速度で減速してゴール地点で静止する。最大加速度を 1 m/s^2 (最大減速度を -1 m/s^2)、最大速度(制限速度)を 1 m/s とする。このとき、ロボットがもっともはやくゴールに到着するときの移動時間を求めよ。 4 s

問7 地上から投射角 45° で投げ上げた物体の鉛直方向の初速度と、水平方向の初速度がそれぞれ 20 m/s であるとき、以下の問いに答えよ。①投げ上げた物体が最大高さに到達するのは何秒後か？②物体は何 m の高さに到達するか？③何 m 先に着地するか？ 重力加速度を 10 m/s^2 として計算せよ。

① 物体は毎秒、重力加速度 10 m/s^2 だけ鉛直方向の速度が減少する。よって、速度がゼロになるのは $20 / 10 = 2$ 2 秒後

② t 秒後の物体の鉛直方向の速度は、 $20 - 10t \text{ (m/s)}$
上式を積分すると t 秒後の物体の高さが得られる。 t 秒後の高さは $20t - 0.5 \times 10 \times t^2$
 $t = 2$ を代入すると、 $20 \times 2 - 0.5 \times 10 \times 2^2 = 20$ 20m

③ 最大高さに到達した物体は同じ時間をかけて地上に戻る。よって、物体を投げてから着地するまでの時間は、 $2 \times 2 = 4$ 4 秒後

水平方向の速度は一定であるので、着地までに進む距離は $20 \times 4 = 80$ 80m

問8 地上から投射角 45° でボールを投げて、そこから距離 d 、高さ h の壁をこえさせるのに必要な最小の初速度の大きさを求めよ。

(解) 初速を v とすると、 t 秒後の垂直方向速度は $\frac{v}{\sqrt{2}} - gt$ 、高さは $\frac{vt}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}gt^2$ (1)となる。

水平方向速度は $\frac{v}{\sqrt{2}}$ で一定であるので、距離 d に到達するまでの時間は $\frac{\sqrt{2}d}{v}$ (2)

距離 d における高さは(1)式の t に(2)を代入すると、 $d - g \frac{d^2}{v^2}$ となる。 $d - g \frac{d^2}{v^2} > h$ を満たす v は

$$v > \sqrt{\frac{gd^2}{d-h}}$$

問9 時速 80 km/h で走行している車が 30 m の制動距離で完全に静止するとき、 110 km/h で走行している車が同じ減速度で制動をかけられるとすると、静止するまでの距離 s はどれほどか？

$s = 56.7 \text{ m}$

問10 発車してから t 秒後の加速度が $12t \text{ (m/s}^2\text{)}$ であるとき、発車後 10 秒間に進む距離は？

(解) t 秒後の速度は 加速度を積分して $6t^2$, t 秒後の位置は速度を積分して $2t^3$

よって、 $t=10$ のときの位置は $2 \times 10^3 \text{ (m)}$ 2 km

※ 高校物理の公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ は、加速度 a が定数であるときにのみ成り立つことに注意。

問 1 1

ある質点の速度が $v = 20 t^2 - 100 t + 50$ で与えられている。ここで v の単位は m/s で、 t の単位は秒である。最初の 6 秒間の運動に対して、速度 v と加速度 a を時間に対して図示し、 a がゼロになるときの速度を求めよ。

答え $v = -75 \text{ m/s}$

問 1 飛行機が静止状態から離陸滑走するときには、 $a = a_0 - kv^2$ に従って加速される。ここで a_0 はエンジンの推力によって生じる一定の加速度で、 $-kv^2$ は空力抵抗による加速度である。 $a_0 = 2 \text{ m/s}^2$ 、 $k = 0.00004 \text{ m}^{-1}$ で、 v は m/s の単位であるとして、空力抵抗を(a)含めない場合と(b)含めた場合について、この飛行機が 250 km/h の離陸速度に達するのに必要な滑走路の長さを設計せよ。

答え (a) $s = 1206 \text{ m}$, (b) $s = 1268 \text{ m}$

(b)の解法 1

$$a = \frac{dv}{dt} = a_0 - kv^2$$

$$\text{時刻 } t \text{ までの滑走距離 } S \text{ は、} S = \int_0^t v dt = \int_{v_0}^{v_t} \frac{v dv}{a_0 - kv^2} \quad \dots \textcircled{1}$$

$V = a_0 - kv^2$ とすると、

$$\frac{dV}{dv} = -2kv$$

$$dV = -2kv dv$$

$$\text{よって}\textcircled{1}\text{式は、} S = -\frac{1}{2k} \int_{V_0}^{V_t} \frac{dV}{V} = -\frac{1}{2k} [\ln V]_{V_0}^{V_t}$$

(b)の解法 2 (数値解法)

時刻 t における加速度 $a(t)$ は、速度を $v(t)$ とすると、

$$a(t) = a_0 - kv(t)^2$$

となる。時刻 t を dt ずつ増やしながら、各時刻における速度と滑走距離 $S(t)$ は、一次近似により次式で求めることができる。(オイラー法)

$$v(t + dt) = v(t) + a(t) \times dt$$

$$S(t + dt) = S(t) + v(t) \times dt$$

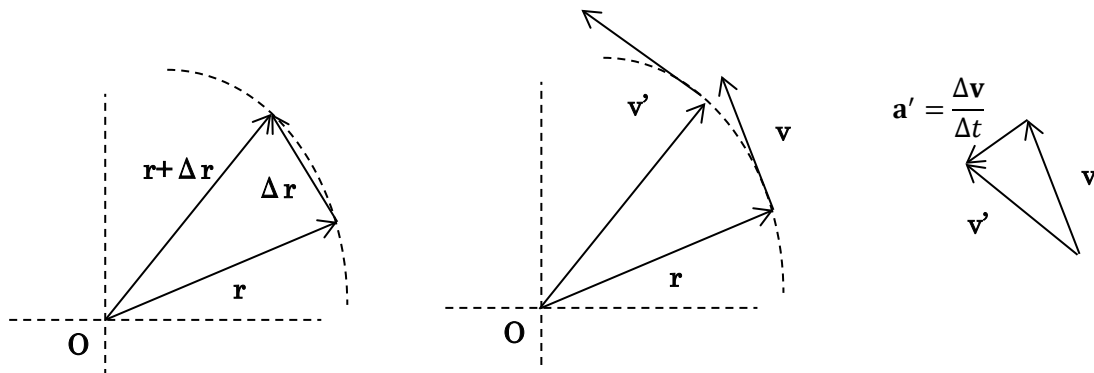
問 2 上問において、滑走開始後、 800 m 滑走した時点でエンジンに不具合が生じ、 $a_0 = 1 \text{ m/s}^2$ になった。この飛行機が 250 km/h の離陸速度に達するまでに滑走した距離を求めよ。

Processing を用いたシミュレーションプログラム(manaba+R に掲載する)を参考にすること。

円運動：速さ $v = \text{半径 } r \times \text{角速度 } \omega$ ，遠心力 $F = \text{質量 } m \times (\text{速さ } v)^2 / \text{半径 } r = m \times r \times \omega^2$
 (角速度：単位時間あたりの回転角度、単位 rad/s)

平面曲線運動：時刻 t において \mathbf{r} の位置にある質点が時刻 $t + \Delta t$ において $\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}$ の位置にあるとする。この質点の平均速度は $\mathbf{v}_{av} = \Delta \mathbf{r} / \Delta t$ と定義される。また、質点の瞬間速度 \mathbf{v} は、時間間隔がゼロに近づくときの平均速度の極限值として定義される。 $\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$

同様に質点の瞬間加速度 \mathbf{a} は、平均加速度の極限值として定義される。 $\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$



高校物理の復習

問 1 半径 30cm の円周上を質量 0.5kg の物体が、1 秒間に 8 周する速度で等速円運動している。このとき、①円運動の周期、②円運動の角速度、③物体の速さ、④物体に働く遠心力を求めよ。

(解)

- ① 1 周に要する時間は $1/8 = 0.125$ 0.125 s
- ② 1 秒間に 8 周するので、1 秒間に $8 \times 2\pi = 16\pi$ (rad) 回転している。 16π (rad/s)
- ③ 物体の速さは半径 \times 角速度で求められる。 $0.3 \times 16\pi = 4.8\pi$ 4.8π (m/s)
- ④ $0.5 \times (4.8\pi)^2 / 0.3$ (N)

問 2 60km/h で走行している自動車のエンジンの回転数が 3000 rpm (rpm: 1 分間の回転数) であるとき、エンジンが 1 回転する間に自動車が進む距離を求めよ。

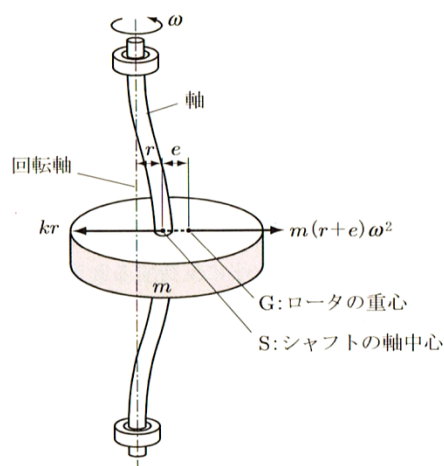
$$3000/60 = 50 \text{ (Hz)} \quad 60,000 / (60 \times 60) = 16.6 \text{ (m/s)} \quad 16.6 / 50 = 0.33 \quad \underline{0.33 \text{ m}}$$

問 2 重量 1t の自動車が 50km/h の速さで半径 110m のカーブを曲がっているときに生じる遠心力の大きさはいくらか？

$$m \frac{v^2}{r} = 1000 \times \frac{\left(\frac{50}{3600}\right)^2}{110} \quad \underline{\text{約 } 1800 \text{ N}}$$

演習問題

問1 下図のように質量 m のロータが、その重心 G とシャフトの軸中心 S が e だけずれた状態（偏心）で角速度 ω で回転しているものとする。シャフトのたわみを r とすると、遠心力により $m(r+e)\omega^2$ の力が回転軸から離れる方向に働き、シャフトの弾性力により、それをシャフトに引き戻そうとする力 kr が働いているとする。このとき、角速度がある値になれば激しい揺れ回り（共振）が生じる。共振が生じる角速度（危険速度）を求めよ。



(解)

$$m(r+e)\omega^2 = kr$$

$$r = \frac{me\omega^2}{k - m\omega^2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ のとき、} r \text{ は無限大となり共振が生じる。}$$

角速度 ω を回転軸が右ネジの進行方向を向く大きさ ω のベクトルとして表したものを角速度ベクトルという。たとえば xy 平面上の円板が原点を中心に z 軸まわりに角速度 ω で回転するときの角速度ベクトルは $\omega = (0, 0, \omega)$ と表す。回転中心からのベクトル \mathbf{r} と回転ベクトル ω を用いて、速度は $\mathbf{v} = \omega \times \mathbf{r}$ 、遠心力は $\mathbf{F} = m\omega \times (\mathbf{r} \times \omega)$ と書くことができる。

問2 回転中心からのベクトルが $\mathbf{r} = (r, 0, 0)$ 、角速度ベクトルが $\omega = (0, 0, \omega)$ であるときの速度と遠心力を求めよ。

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} r \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ r\omega \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F} = m\omega \times (\mathbf{r} \times \omega) = m \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -r\omega \\ 0 \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} r\omega^2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

機械工学概論 第11回 剛体の運動：慣性モーメント


剛体の回転運動に対しては、つぎの式が成り立つ。

$$\begin{array}{ccccc} \text{トルク (外力によるモーメント)} & = & \text{慣性モーメント} & \times & \text{角加速度} \\ \text{Nm} & & \text{kg m}^2 & & \text{rad / s}^2 \end{array}$$

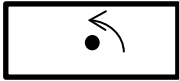

上式は、質点の運動方程式 外力＝質量×加速度 から導出することができる。

慣性モーメントは物体の形状と質量によって定まる。代表的な形状の慣性モーメントを以下に示す。

質量の単位は kg、長さの単位は m、慣性モーメントの単位は kgm² である。

円板の中心まわりの慣性モーメント  $\frac{1}{2} \times \text{質量} \times \text{半径}^2$

長方形板の中心まわりの慣性モーメント $\frac{1}{12} \times \text{質量} \times (\text{長辺}^2 + \text{短辺}^2)$


細い棒の中心まわりの慣性モーメント $\frac{1}{12} \times \text{質量} \times \text{棒の長さ}^2$


例題

問1 半径 10cm、質量 1kg の円板の中心に一定の回転トルクを加えて、静止状態から 2 秒後に 60 RPM の速度で回転するようにしたい。このとき、必要な回転トルクを求めよ。

(解)

$$60\text{RPM} = 2\pi \text{ rad/s} \text{ よって、角加速度は } 2\pi/2 = \pi \text{ (rad/s}^2\text{)}$$

$$\text{円板の慣性モーメントは } I = \frac{1}{2} \times 1 \times 0.1^2$$

$$\text{よって、回転トルクは } I \times \pi = \pi/200 \text{ (Nm)}$$

問2 半径 R の薄い円板の内部に、半径 r の円形の穴が空いている。この物体の中心まわりの慣性モーメントを求めよ。この物体の質量は m とする。

(解)

この穴あき円板の面積は $\pi(R^2 - r^2)$ なので、穴あき円板と同じ密度、同じ半径で穴が無い円板の質

$$\text{量は、} m \frac{R^2}{R^2 - r^2}、\text{慣性モーメントは } \frac{1}{2} m \frac{R^2}{R^2 - r^2} R^2 \quad \text{①}$$

$$\text{穴と同じ大きさで同じ密度の円板の質量は、} m \frac{r^2}{R^2 - r^2}$$

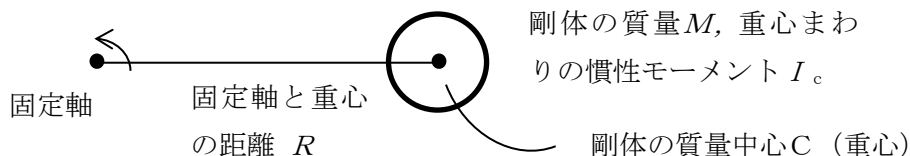
$$\text{慣性モーメントは } \frac{1}{2} m \frac{r^2}{R^2 - r^2} r^2 \quad \text{②}$$

穴あき円板の慣性モーメントは①－②であるので、計算すると答えは $\frac{1}{2} m(R^2 + r^2)$

平行軸の定理

ある固定軸まわりの慣性モーメント I は、その剛体の全質量 M が質量中心 C に集中したと考えたときのその固定軸のまわりの慣性モーメント MR^2 に、その軸に平行な質量中心 C を通る軸のまわりの慣性モーメント I_c を加えたものに等しい。

$$I = MR^2 + I_c$$



例題

問 1 前頁に掲載している棒の中心まわりのモーメントに平行軸の定理を適用して、棒の端まわりの慣性モーメントを求めよ。

(解)

棒の中心まわりの慣性モーメントは $\frac{1}{12} \times \text{質量} \times \text{棒の長さ}^2$

棒の端と棒の中心との距離は 棒の長さ/2。

よって、棒の端まわりの慣性モーメントは、平行軸の定理より

$$\text{質量} \times (\text{棒の長さ}/2)^2 + \frac{1}{12} \times \text{質量} \times \text{棒の長さ}^2 = \frac{1}{3} \times \text{質量} \times \text{棒の長さ}^2$$

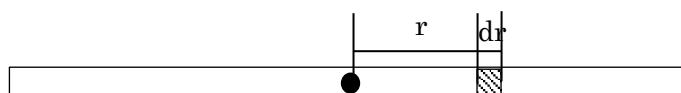
発展問題

問 1 質量の無視できる長さ r の棒の先に質量 m の質点が固定されている。この物体について、質点がついていない側の棒の端まわりの慣性モーメントを求めよ。



問 2 棒の中心からの距離が r , 長さ dr , 質量 ρdr の微小部分の棒の中心まわりの慣性モーメントを求め、棒の中心から先端までを積分することで、棒全体の慣性モーメントを求めよ。棒の長さを L とする。

(ヒント) 微小部分の棒の中心まわりの慣性モーメントは $\rho r^2 dr$ であるので、中心から棒の端まで積分し、2 倍する。つまり、 $2 \int_0^{L/2} \rho r^2 dr$ を計算する。



問 3 問 2 を参考に半径 R の円板の中心まわりの慣性モーメントを導出しなさい。

(ヒント) 中心からの距離が r , 角度 $d\theta$ をなす 2 本の中心からの放射線に挟まれた微小部分の面積を $r dr d\theta$, 質量を $\rho r dr d\theta$ とし、この微小部分の慣性モーメントを半径および円周に沿って積分する。

機械工学概論 第12回 熱力学

- ・ 摂氏温度 $t[^\circ\text{C}]$ と華氏温度 $tf[^\circ\text{F}]$ の関係 $t = 5/9 (tf - 32)$
- ・ 絶対温度 $T = t + 273.15 [\text{K}]$ (ケルビン)
- ・ 比熱 質量 1kg の物体の温度を 1°C 上昇させるのに要する熱量
- ・ 熱容量 物体 $m[\text{kg}]$ の温度を 1°C 上昇させるのに要する熱量 $C=mc$ c :比熱
- ・ 熱力学の第1法則
- 熱エネルギーと機械的仕事は、本質的に同一なエネルギーの形態であり相互に変換することが可能である。
- ひとつの系が保有するエネルギーの総和は、外部との間に交換がない限り一定不変であり、外部との間に交換があれば授受した量だけ減少または増加する。

$$dQ = dU + dW$$

(dQ :系に加えた熱量, dU :内部エネルギー増加量, dW :系が外部に対してした仕事)

- ・ 熱力学の第2法則
- 熱はそれ自体で低温の物体から高温の物体へ移ることはできない。
- 熱機関においてその作動流体によって仕事をするには、それよりさらに低温の物体を必要とする。

例題 (高校物理の復習)

問1 鉄の比熱を 0.437 kJ/kg K とする。 1kg の鉄が加熱されて、 10K だけ温度上昇したとき、鉄が吸収した熱量を求めなさい。

(解) $0.437 \times 1 \times 10 = 4.37$ 4.37 kJ

問2 質量 2kg 、比熱 0.5 kJ/kg K の物体に 5 kJ の熱量を与えたときの温度変化を求めなさい。

(解) $5 / (2 \times 0.5) = 5$ 5 K または 5°C

問3 1kg 、 20°C の水に、 500g 、 150°C の鉄を入れた。容器や空気との熱のやりとりを無視して、熱平衡後の温度を求めなさい。水の比熱を 4.2 kJ/kgK 、鉄の比熱を 0.437 kJ/kgK とする。

(解) $4.2 \times 1 \times (T - 20) = 0.437 \times 0.5 \times (150 - T)$ を解いて、 $T = \underline{26.4 (^\circ\text{C})}$

問4 600g 、 30°C の水に 300g 、 150°C の鉄を入れ、熱平衡後に 20kJ の熱量を与えた。容器や空気との熱のやりとりを無視して、安定後の温度を求めなさい。水の比熱を 4.2 kJ/kgK 、鉄の比熱を 0.437 kJ/kgK とする。

(解)

鉄を入れたあとの温度 T は

$$0.6 \times 4.2 \times (T - 30) = 0.3 \times 0.437 \times (150 - T) \quad \text{より} \quad T = 35.9 (^\circ\text{C})$$

系全体の熱容量は $0.6 \times 4.2 + 0.3 \times 0.437 = 2.65$ なので、 20kJ の熱量を与えることによって

$$20 / 2.65 = 7.5 (^\circ\text{C}) \quad \text{温度が上昇する。} \quad \text{よって、} \quad 35.9 + 7.5 = \underline{43.4 (^\circ\text{C})}$$

演習問題

問1 湯沸かし器を使ってコーヒー1杯分の湯を沸かしたい。ヒーターには“200W”と表示されている。これは電気エネルギーから熱エネルギーへのエネルギー移動率が 200W であることを示す。熱の損失はないとすると、水 100g の温度を 23℃から 100℃に上げるために必要な時間はいくらか？水の比熱を 4190 J/kgK とする。

問2 水を入れた魔法瓶を振って湯を沸かそうと考えた。蛇口から出る水の温度は 15℃、1回の振りで水は 30cm 落下し、毎分 30 回魔法瓶を振る。魔法瓶で熱エネルギーは失われないとすると、水を沸騰させるまでにどれだけ時間がかかるか？水の比熱を 4190 J/kgK とする。

問3 ヒートポンプとは何か説明せよ。

パスカルの原理

密閉容器中の流体は、その容器の形に関係なく、ある一点に受けた圧力をそのままの強さで、流体の他のすべての部分に伝える。

密度

$$\rho \text{ (密度)} = m \text{ (質量)} / V \text{ (体積)}$$

静水の圧力

重力の作用の下で、非圧縮性流体内の圧力はその深さに比例して大きくなる。

$$p = \rho gh \quad p: \text{圧力}, h: \text{流体表面からの深さ}$$

絶対圧力とゲージ圧

絶対圧力：絶対真空をゼロとする圧力，ゲージ圧：大気圧をゼロとする圧力

$$\text{大気圧} = 101.325 \text{ kPa} = 760 \text{ mmHg} = 10.3324 \text{ mH}_2\text{O}$$

浮力とアルキメデスの原理

物体を液体中に浸すと、物体の体積に相当する液体の重量に等しい力が上向きに働く。この力を浮力という。

例題（高校物理の復習）

問1 20リットルの質量が15 kgであるガソリンの密度を求めなさい。

(解) 20リットルは $20 \times 10^3 \text{ cm}^3$ であるので、

$$\frac{15 \times 10^3}{20 \times 10^3} = 0.75 \quad \text{よって } 0.75 \text{ g/cm}^3$$

問2 断面積 1 m^2 の円筒容器に深さ 1 m で水が蓄えられている。容器底に作用する力（全圧力）を求めなさい。

(解) 1 m^3 の水の質量は 1000 kg よって 1000 kgf または 9800 N

問3 ストローでグラスの中のジュースを液面より高さ h となるよう吸い上げるときのストロー内の圧力を求めよ。ジュースの密度を ρ 、大気圧を p_{atm} とする。

(解) $P_{\text{atm}} - \rho gh$

問4 水に氷を浮かべたとき、水中にある氷の体積は全体の体積の何%にあたるか？氷の比重（水の密度を1としたときの密度の比）を0.9として求めよ。

(解) 水の密度を ρ とすると、氷の密度は 0.9ρ となる。氷の体積を V とすると、氷の質量は $0.9\rho V$ となる。同じ質量の水の体積が、水中にある氷の体積に等しい。よって、水中にある氷の体積は $0.9\rho V / \rho = 0.9V$ よって、全体の90%が水中に沈んでいる。

演習問題

問1 嵐の通過に伴って屋外の気圧が0.96気圧に下がったが、室内は1.0気圧のままであった。縦2.1m、横3.4mの窓に働く力はいくらか？

問 2

(a) 空気の密度が一定であると仮定すると大気の高さはいくらか？

(b) 空気の密度が高度とともに一定の割合で減少すると仮定すると大気の高さはいくらか？ただし、海面高度での気圧を 1.0 気圧、空気の密度を 1.3 kg/m^3 とする。

(b) のヒント

高度 y での空気の密度は、地表での値を ρ_0 、大気の高さを h とすると、

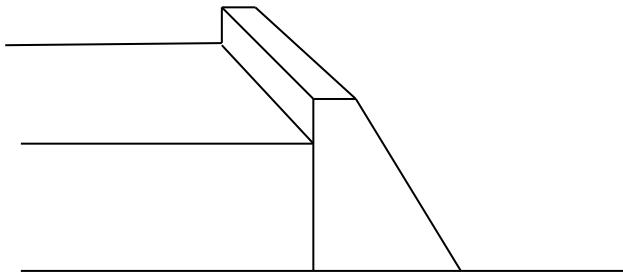
$\rho = \rho_0 (1 - y/h)$ であらわされる。

海面上での気圧を p_1 、高度 h での気圧を p_2 とすると、

密度が高度によって変化するので

$$p_2 = p_1 - \int_0^h \rho g dy$$

問 3 図のようなダムに水が貯えられている。ダムの上流側の壁面は鉛直で、水の深さは D 、幅は W である。水のゲージ圧がダムに及ぼす力の水平成分を求めなさい。



・連続の式

流管内の任意断面を単位時間に通過する流体の質量は一定

$$\rho Av = \text{一定} \quad \rho: \text{密度} \quad A: \text{断面積} \quad v: \text{流速}$$

非圧縮性流体の場合は $Av = \text{一定}$

・ベルヌーイの定理

$$\rho v^2/2 + p + \rho gh = \text{一定} \quad p: \text{圧力} \quad h: \text{位置 (高さ)}$$

・レイノルズ数

$$Re = vd/\nu \quad v: \text{管内平均速度} \quad d: \text{円管の内径} \quad \nu: \text{動粘性係数}$$

円管内の臨界レイノルズ数(層流と乱流が遷移するときのレイノルズ数) 2320

例題

問1 ある管系において内径が 300mm から 150mm に縮小した後、200mm に拡大されている。内径 300mm の管内を水が平均流速 4 m/s で流れるならば、内径 150mm および 200mm における平均流速はそれぞれいくらか？

(解) 内径 150mm の管内の流速は $4 \times \left(\frac{300}{150}\right)^2 = 16 \text{ (m/s)}$

内径 200mm の管内の流速は $4 \times \left(\frac{300}{200}\right)^2 = 9 \text{ (m/s)}$

問2 前問において、内径 150mm の管内圧力と 200mm の管内圧力の差を求めよ。

($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, 速度の単位を m/s として計算したときに得られる圧力の単位は Pa である。)

(解) $p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_2^2)$ $v_1 = 16, v_2 = 9$ を代入すると 87.5×10^3 87.5 kPa

問3 直径 3 cm の円管内を水が流速 2 m/s で流れている場合、この流れは層流か乱流か？ただし水の動粘度を $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ とする。

(解) $Re = \frac{3 \times 10^{-2} \times 2}{1 \times 10^{-6}} = 6 \times 10^4 \gg 2320$ よって 乱流

問4 次ページの問題において、車の速度を 2 倍にしたとき、看板がうける抗力を変化させないようにするためには、看板の高さを何倍にすればよいか？

(解) 1/4 倍

例題 4.9 図 4.19 に示すように、幅 $l=1.8\text{m}$ 、高さ $b=0.36\text{m}$ の看板を取りつけた車が $U=60\text{km/h}$ で走行している。看板を取りつけない場合に比べて、車の抗力はどれほど増加しているか。流れに垂直に置かれた平板の抗力係数は、 $Re>10^4$ において $l/b>4$ のとき $C_D=1.2$ である。空気の密度を $\rho=1.21\text{kg/m}^3$ 、動粘性係数を $\nu=1.51\times 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$ とし、看板まわりの流れに及ぼす車体の影響は無視する。

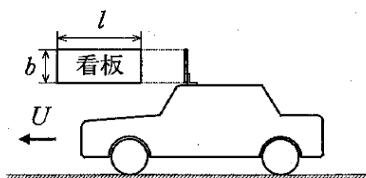


図 4.19 車の抗力の増加

【解答】 看板の幅を代表長さにとったレイノルズ数は

$$Re = \frac{Ul}{\nu} = \frac{60 \times 10^3 \times 1.8}{3600 \times 1.51 \times 10^{-5}} = 1.99 \times 10^6 > 10^4$$

$l/b=5>4$ であるから $C_D=1.2$ を採用する。式 (4.24) より

$$D = C_D A \frac{\rho U^2}{2} = 1.2 \times 1.8 \times 0.36 \times 1.21 \times \left(\frac{60 \times 10^3}{3600} \right)^2 / 2 = 1.31 \times 10^2 \text{ N} \quad \diamond$$

問 5 断面積が A の容器に高さ H まで水を入れておき、容器の底に断面積 a の小孔をあけて垂直に水を流出させる。容器内の水が全部流出してしまうまでの時間はいくらか？

ヒント 水位が x のとき、 dt 時間の間に小孔を流出する水の体積を求め、この間の水位変化量 dx と dt の関係式を求める。流出するまでの時間を T とすると次式が成り立つ。

$$dt = f(x)dx \quad \text{のとき} \quad T = \int_0^T dt = \int_H^0 f(x)dx$$

(解) 水位が x のときの噴出速度は $\sqrt{2gx}$

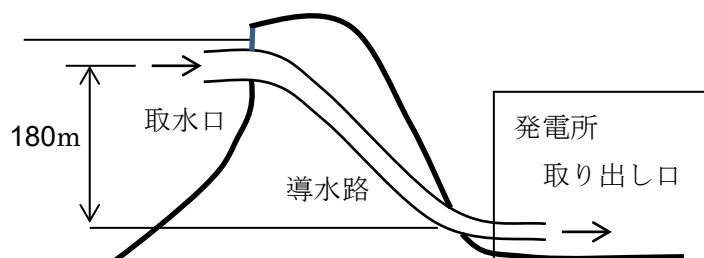
微小時間 dt の水位変化量を dx とすると、噴出した水の体積と容器内の水の体積減少量は等しいので、 $a\sqrt{2gx} dt = -Adx$ となる。変形して、積分すると

$$dt = -\frac{Adx}{a\sqrt{2gx}}$$

$$T = -\frac{A}{a\sqrt{2g}} \int_H^0 \frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{2A\sqrt{H}}{a\sqrt{2g}}$$

演習問題

問 1 貯水池から発電所へ水を流す導水路がある（下図参照）。取水口では断面積が 0.74m^2 、水の流速は 0.40m/s であるとする。180m 下にある発電所では水の取り出し口の断面積は取水口より小さく水の流速は 9.5m/s である。取水口と取り出し口で水の圧力差はいくらか？水の密度を $\rho\text{ (kg/m}^3\text{)}$ 、重力加速度を $g\text{ (m/s}^2\text{)}$ とする。メガパスカル(MPa)単位で答えなさい。



問2 長さ 9 m、高さ 3 m のバスに風速 20 m/s の風が真横に吹き付けるとき、バスが受ける力を求めよ。ただし、空気の密度は $\rho = 1.16 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ とする。(教科書 p158 の抵抗係数を参照のこと)

以下の説明に該当する言葉として最も適切なものを選びなさい。

- (a) 機械技術(mechanics)と電子技術(electronics)が一体になった分野
- (b) 抵抗線とその上を接触しながらすべるブラシから成るセンサ
- (c) スリットを設けた回転円板の一方から光を当て、スリットを透過した光を受光素子で受けることによって回転角度を検出するセンサ
- (d) 伸び縮みによって抵抗値が変化するセンサ
- (e) 機械の駆動源のこと
- (f) 直流電動機
- (g) 交流電動機
- (h) あらかじめ決められた順序に段階を逐次進めていく制御
- (i) 状態を検出して、目標値と比較し、ずれをもとに状態が目標値となるよう行う制御
- (j) 多くのシーケンスモジュールを半導体ロジックで一つのパッケージに収めたものであり、シーケンスとも呼ばれている。
- (k) コンピュータ上で設計すること
- (l) 図面データをもとにして NC 加工機で自動的に加工を行うこと
- (m) 数値制御加工機

選択肢

アクチュエータ、ロータリーエンコーダ、メカトロニクス、ポテンシオメータ、ひずみゲージ、DCモータ、ACモータ、フィードバック制御、シーケンス制御、NC(numerical control)加工機
CAM(computer aided manufacturing)
PLC(programmable logic controller)
CAD(computer aided design)