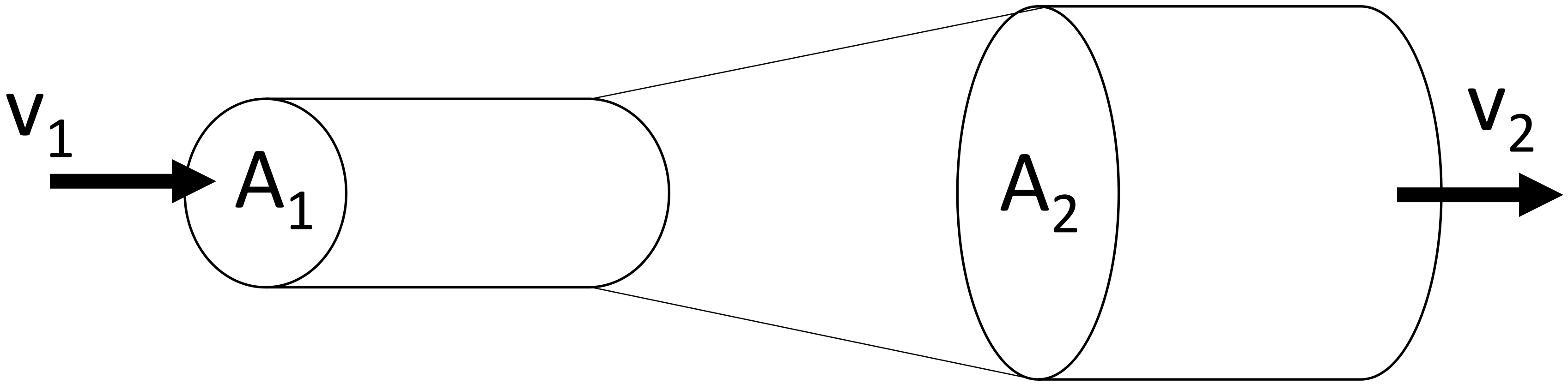
流体の運動（第14回）

機械工学概論

連続の式

- 流管内の任意断面を単位時間に通過する流体の質量は一定

$\rho A v$ = 一定　　ρ:密度, A:断面積, v:流速



ρが一定の場合、$A_1 v_1 = A_2 v_2$

$A_1 < A_2$のとき、
V_1とV_2のどちらが大きい？

川の流速は川幅に反比例する

例題

ある管系において内径が300mmから150mmに縮小した後、200mmに拡大されている。内径300mmの管内を水が平均流速4 m/sで流れるならば、内径150mmおよび200mmにおける平均流速はそれぞれいくらになるか？

(解)

単位時間に通過する流体の質量が一定であるとき、
流速は管の断面積に反比例する。

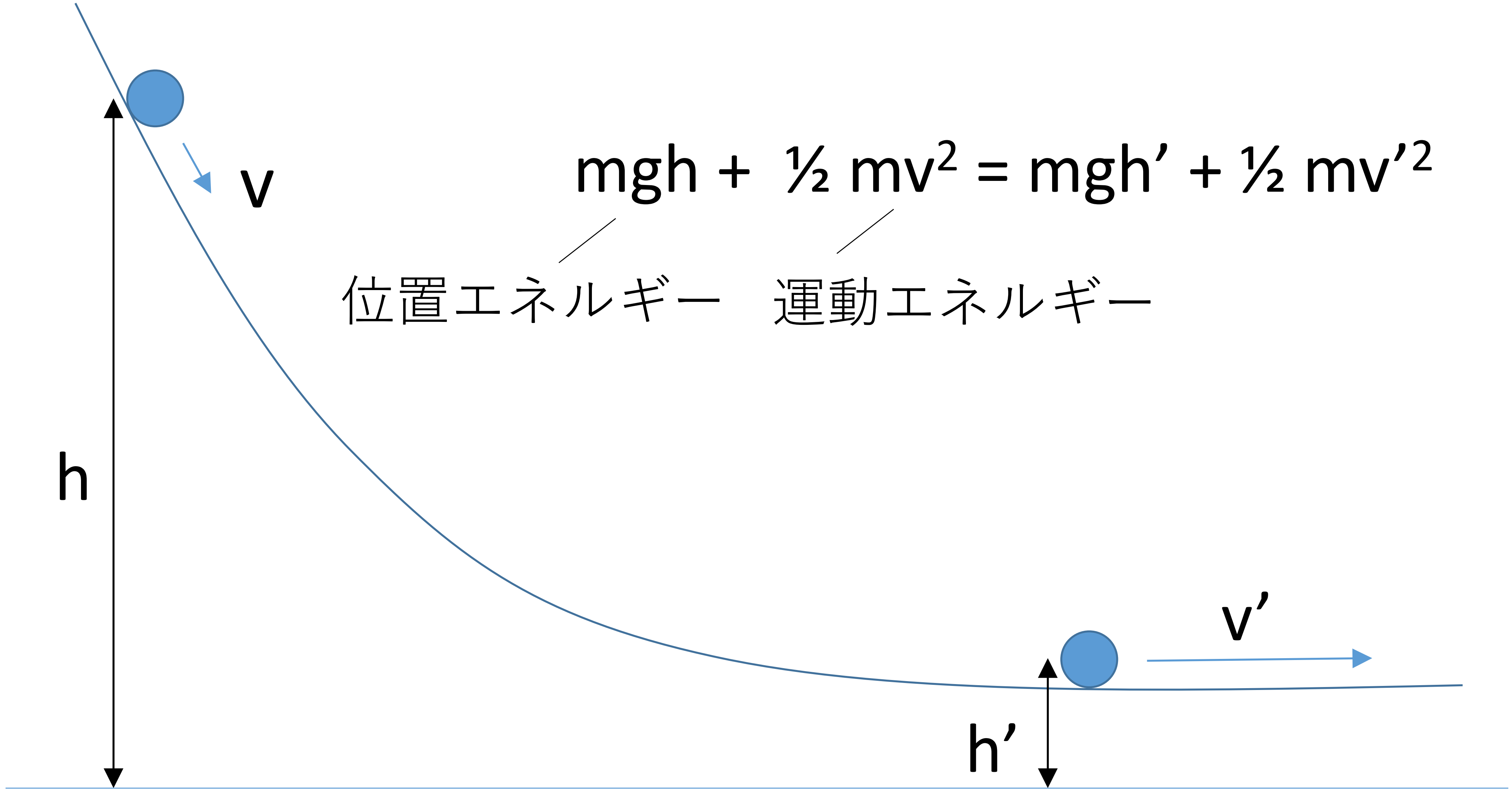
内径150mmの管内の流速は　$4\times\left(\frac{300}{150}\right)^2$=16 (m/s)

内径200mmの管内の流速は　$4\times\left(\frac{300}{200}\right)^2$=9 (m/s)

質点の運動におけるエネルギー保存則

$$mgh + \frac{1}{2}mv^2 = mgh' + \frac{1}{2}mv'^2$$

位置エネルギー　運動エネルギー



ベルヌーイの定理

- 非圧縮性流体の流線に沿った流れがもつエネルギーの総和は、流れの静圧をp, 流速をw, 位置の高さをzで表すと、

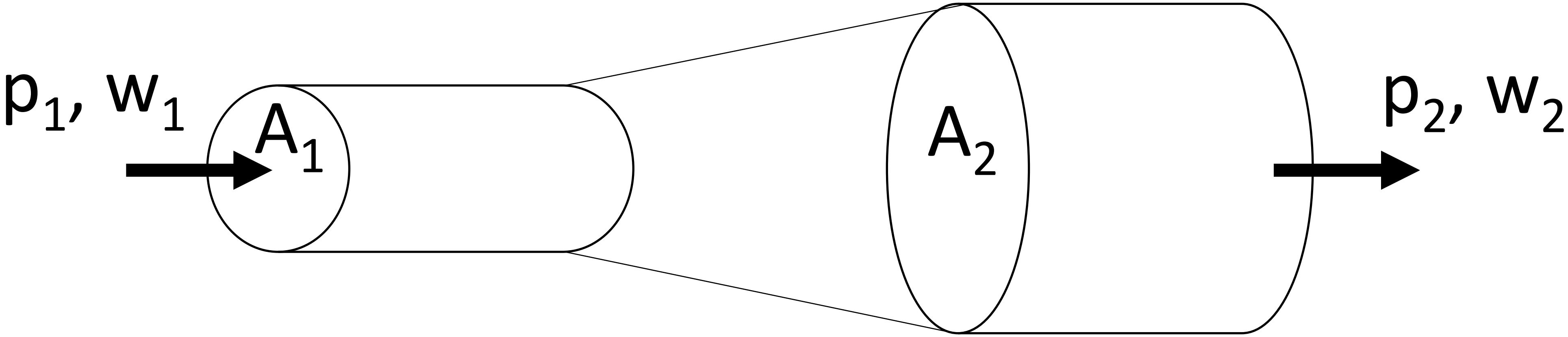
$$\frac{p}{\rho g}+\frac{w^2}{2g}+z = 一定$$ となる。

または、$$\underbrace{p}_{圧力エネルギー}+\underbrace{\frac{1}{2}\rho w^2}_{運動エネルギー}+\underbrace{\rho g z}_{位置エネルギー}=一定$$

流管で考えるベルヌーイの定理

(高さzが一定のとき)

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{{w_1}^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{{w_2}^2}{2g}$$



連続の式：$A_1\, w_1 = A_2\, w_2$

$A_1 < A_2$のとき、
p_1とp_2のどちらが大きい？

例題

問2　前問において、内径150mmの管内圧力と200ｍｍの管内圧力の差を求めよ。

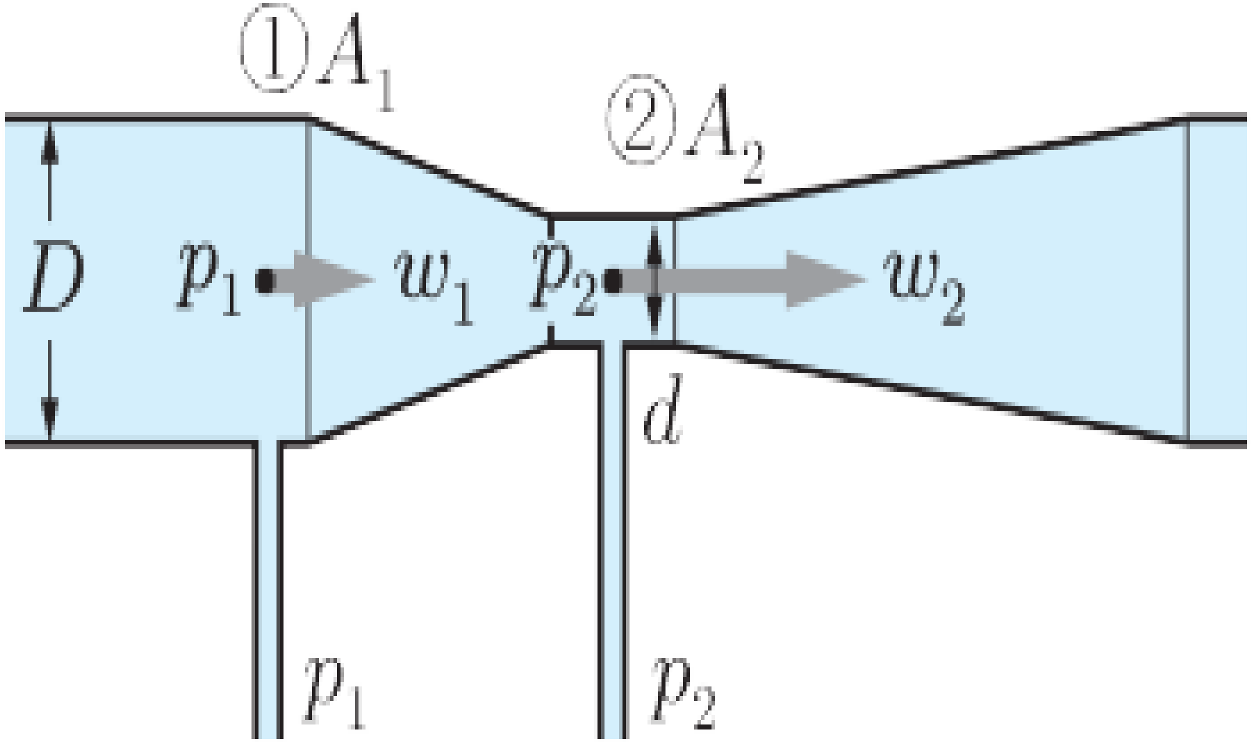
（ρ=1000kg/m³, 速度の単位をm/s として計算したときに得られる圧力の単位はPaである。）

(解)　$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2}({v_1}^2 - {v_2}^2)$

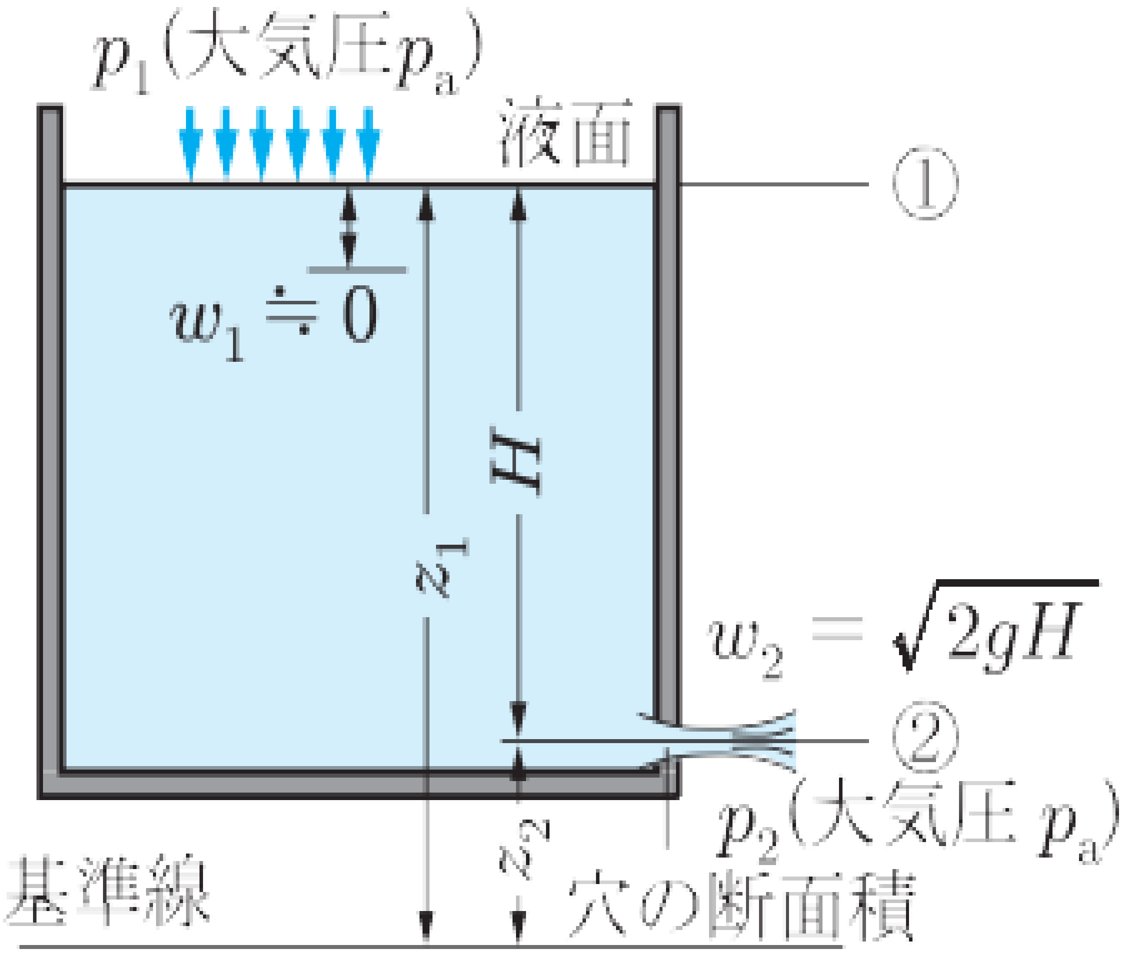
$v_1 = 16, v_2 = 9$を代入すると　87.5×10^3　87.5 kPa

ベルヌーイの定理の応用：ベンチュリ管

- 圧力差(p_1-p_2)より、流量(流速)を求めることができる。



タンクからの水の流出速度:トリチェリの定理



$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{{w_1}^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{{w_2}^2}{2g} + z_2$$

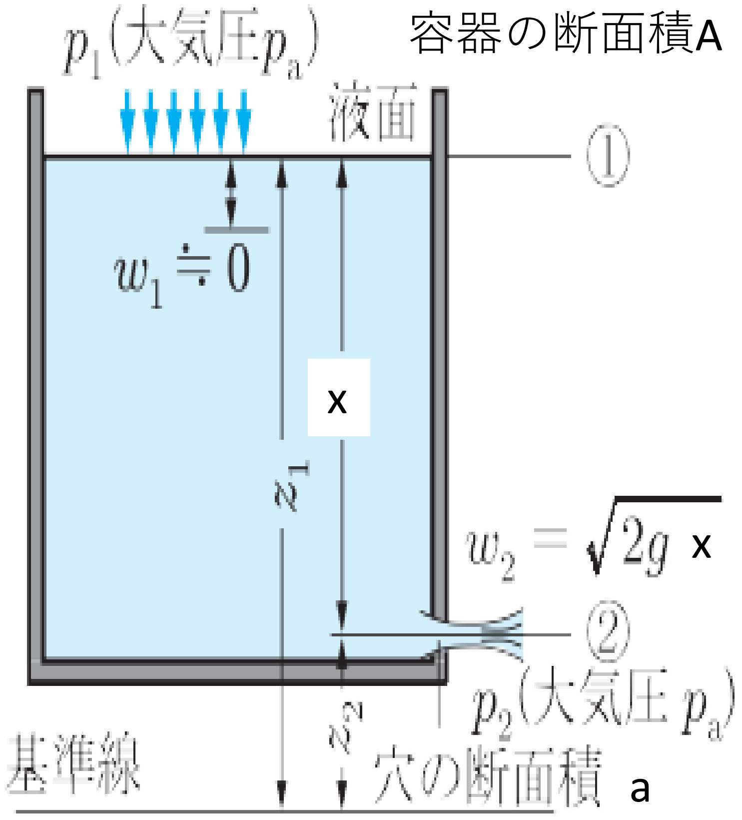
$p_1 = p_2$,　　$w_1 = 0$とすると、

$$z_1 = \frac{{w_2}^2}{2g} + z_2$$

$$w_2 = \sqrt{2g(z_1 - z_2)}$$

問5　断面積がAの容器に高さHまで水を入れておき、容器の底に断面積aの小孔をあけて垂直に水を流出させる。容器内の水が全部流出してしまうまでの時間はいくらか？
ヒント　水位がxのとき、dt時間の間に小孔を流出する水の体積を求め、この間の水位変化量dxとdtの関係式を求める。流出するまでの時間をTとすると次式が成り立つ。

$dt = f(x)dx$　のとき　$T = \int_0^T dt = \int_H^0 f(x)dx$



解)　　水位がxのときの噴出速度は $\sqrt{2gx}$
微小時間dtの水位変化量をdxとすると、噴出した水の体積と容器内の水の体積減少量は等しいので、$a\sqrt{2gx}\,dt = -Adx$ となる。変形して、積分すると

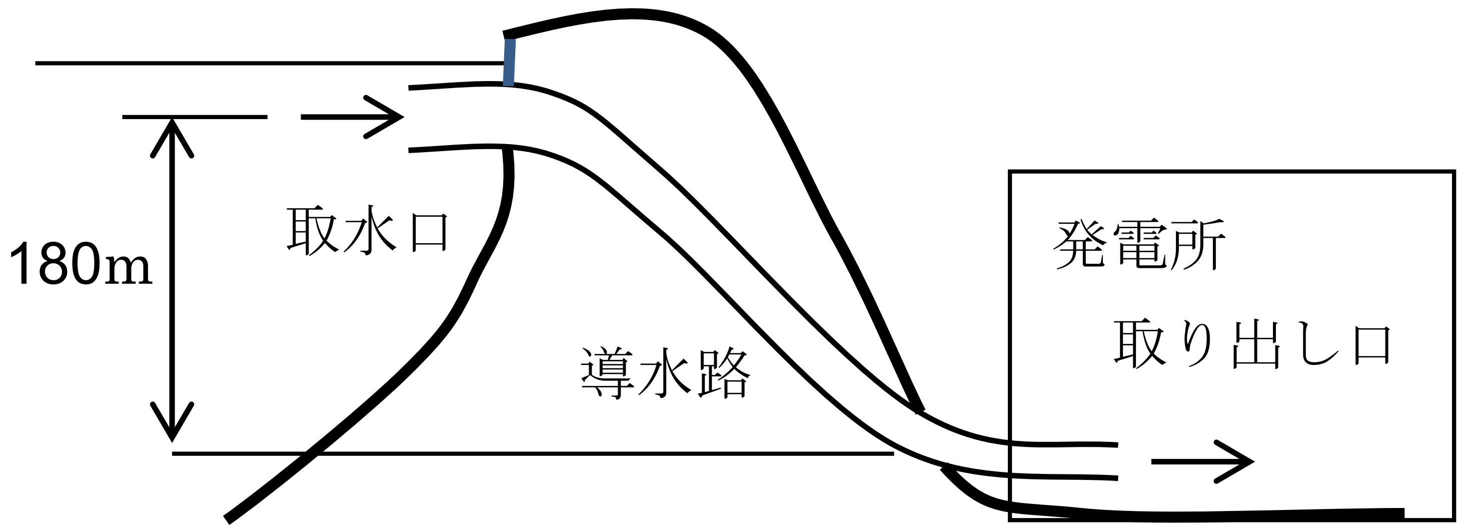
$$dt = -\frac{Adx}{a\sqrt{2gx}}$$

$$T = -\frac{A}{a\sqrt{2g}}\int_H^0 \frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{2A\sqrt{H}}{a\sqrt{2g}}$$

演習問題　問１

貯水池から発電所へ水を流す導水路がある（下図参照）。

取水口では断面積が0.74 m^2,　水の流速は 0.40 m/sであるとする。180 m下にある発電所では水の取り出し口の断面積は取水口より小さく水の流速は9.5 m/sである。取水口と取り出し口で水の圧力差はいくらか？水の密度をρ(kg/m^3), 重力加速度をg (m/s^2)とする。メガパスカル(MPa)単位で答えなさい。



演習問題　問１

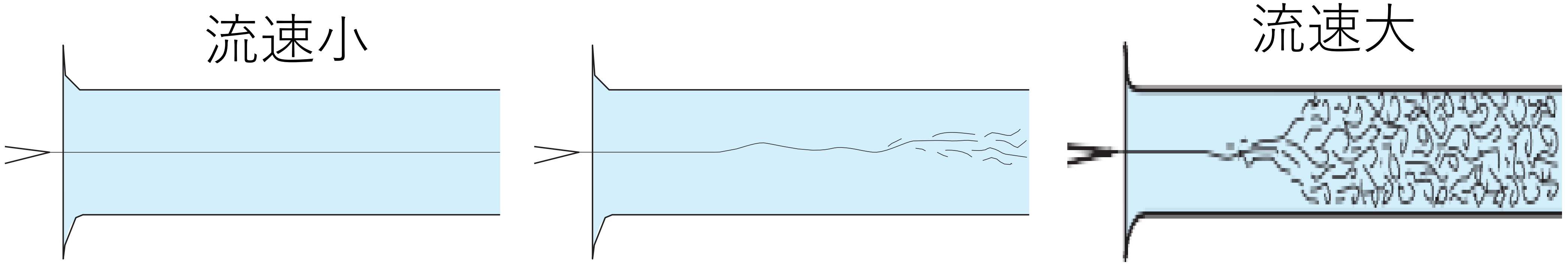
ベルヌーイの定理

$$p_2 - p_1 = \rho g h + \frac{1}{2}\rho({v_1}^2 - {v_2}^2)$$に

ρ=1000 kg/m^3, h = 180 m, v_1 = 0.4 m/s, v_2 = 9.5 m/sを代入して、

$p_2 - p_1 = 1.7 \times 10^6$ [Pa]　　　　1.7 [MPa]

層流と乱流



(a) 層 流　(b) 遷移流　(c) 乱 流

$$\mathrm{Re} = \frac{wd}{\nu}$$

Re: レイノルズ数
w: 流速
d: 管の直径
ν: 動粘度

一般には
2000 < Re < 4000 で
層流から乱流に遷移する。

例題

問3　直径３cmの円管内を水が流速2 m/sで流れている場合、この流れは層流か乱流か？ただし水の動粘度を１×10^{-6} m^2/sとする。

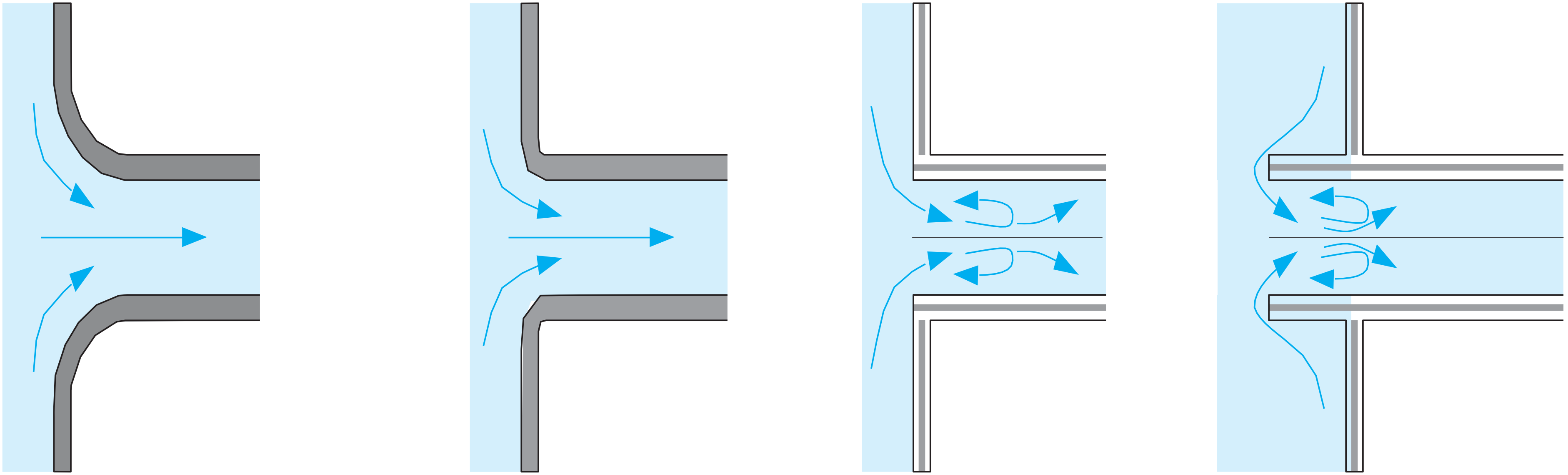
(解)

$$\mathrm{Re}=\frac{wd}{\nu}$$

$$\mathrm{Re}=\frac{3\times10^{-2}\times2}{1\times10^{-6}}=6\times10^{4}\ \gg 2320$$ よって乱流

管路損失

管を流れる間の摩擦や流れの乱れにより生じるエネルギー損失



(a) $\zeta = 0.03 \sim 0.06$　(b) $\zeta = 0.25$　(c) $\zeta = 0.55$　(d) $\zeta = 1.0$

管路入口の損失係数

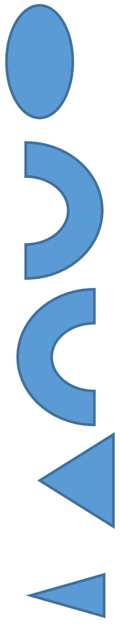
流体抵抗

- 流体抵抗は、流体と物体の相対速度の 2 乗に比例する。

$$F_d = C_d(\frac{1}{2}\rho v^2 S)$$

F_d: 抗力、C_d:抵抗係数（抗力係数）、
S:物体の流れ方向に垂直な投影面積

3次元物体の抵抗係数



物体形状	抗力係数 CD
円板	1.2
半球（凹）	1.33
半球（凸）	0.34
円錐（頂角60°）	0.51
円錐（頂角30°）	0.34

新幹線の走行抵抗
（機械抵抗＋空気抵抗）

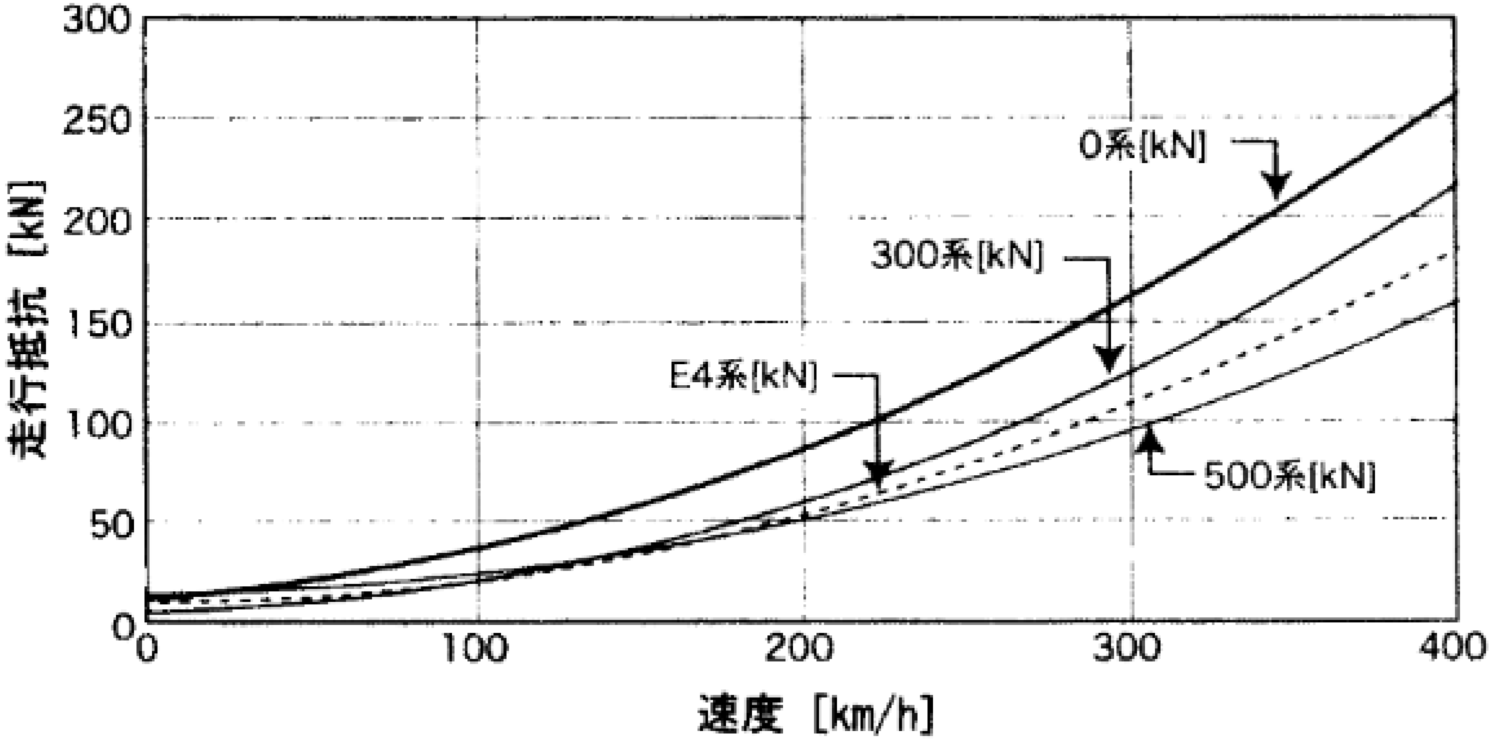


図 2　新幹線電車の走行抵抗の比較
（列車長 約 400 m）[1)]

鉄道の省エネルギー・新エネルギー 第12回鉄道総研講演会旨集(1999)

0系

300系

500系

例題 4.9　**図 4.19** に示すように，幅 $l=1.8\,\mathrm{m}$，高さ $b=0.36\,\mathrm{m}$ の看板を取りつけた車が $U=60\,\mathrm{km/h}$ で走行している。看板を取りつけない場合に比べて，車の抗力はどれほど増加しているか。流れに垂直に置かれた平板の抗力係数は，$Re>10^4$ において $l/b>4$ のとき $C_D=1.2$ である。空気の密度を $\rho=1.21\,\mathrm{kg/m^3}$，動粘性係数を $\nu=1.51\times10^{-5}\,\mathrm{m^2/s}$ とし，看板まわりの流れに及ぼす車体の影響は無視する。

【解答】　看板の幅を代表長さにとったレイノルズ数は

$$Re=\frac{Ul}{\nu}=\frac{60\times10^3\times1.8}{3\,600\times1.51\times10^{-5}}=1.99\times10^6>10^4$$

$l/b=5>4$ であるから $C_D=1.2$ を採用する。式 (4.24) より

$$D=C_DA\frac{\rho U^2}{2}=1.2\times1.8\times0.36\times1.21\times\left(\frac{60\times10^3}{3\,600}\right)^2/2=1.31\times10^2\,\mathrm{N}$$

◇

例題
問4 次ページの問題において、車の速度を２倍にしたとき、看板がうける抗力を変化させないようにするためには、看板の高さを何倍にすればよいか？

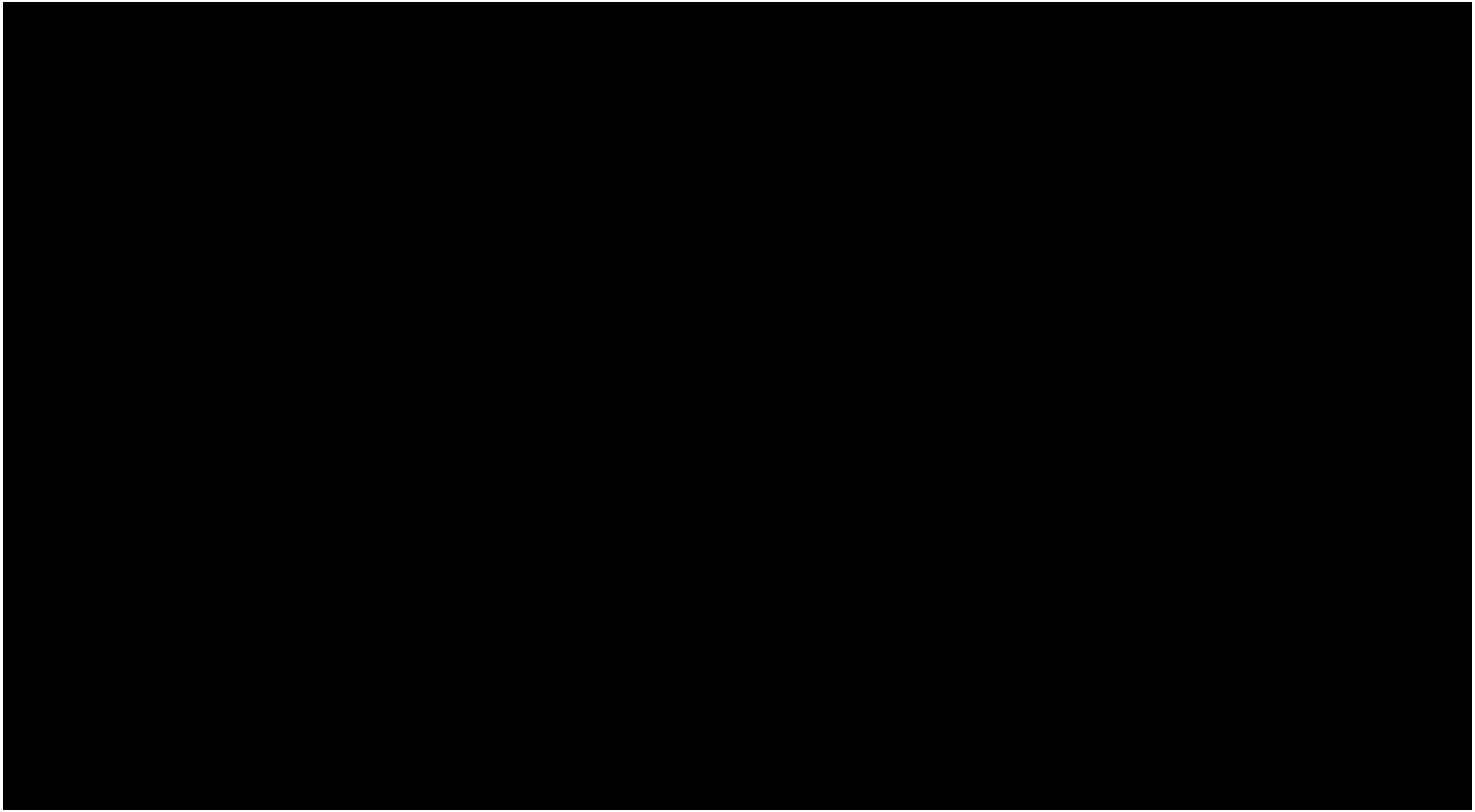
(解) 1/4倍

演習問題　問２

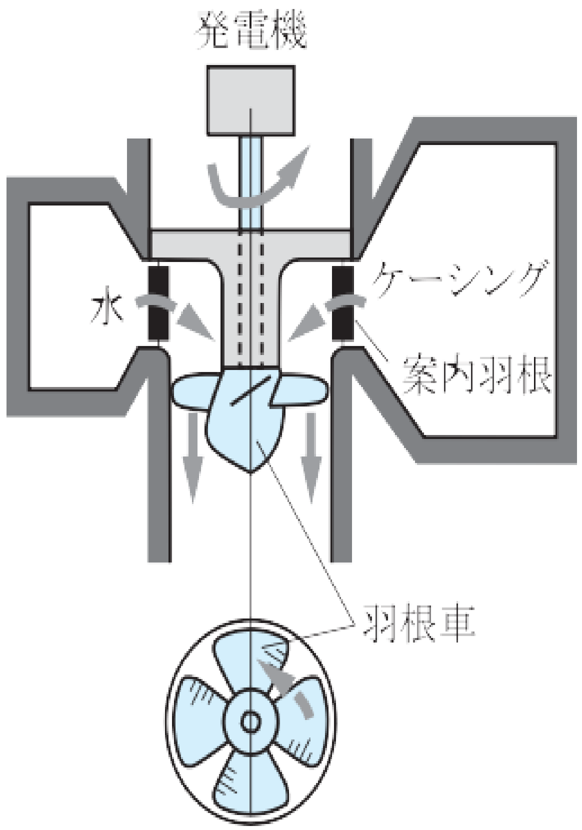
長さ9 m、高さ3 mのバスに風速20 m/sの風が真横に吹き付けるとき、バスが受ける力を求めよ。ただし、空気の密度はρ=1.16 [kg/m^3]とする。
(教科書p158の抵抗係数を参照のこと)　　　Cd = 1.15

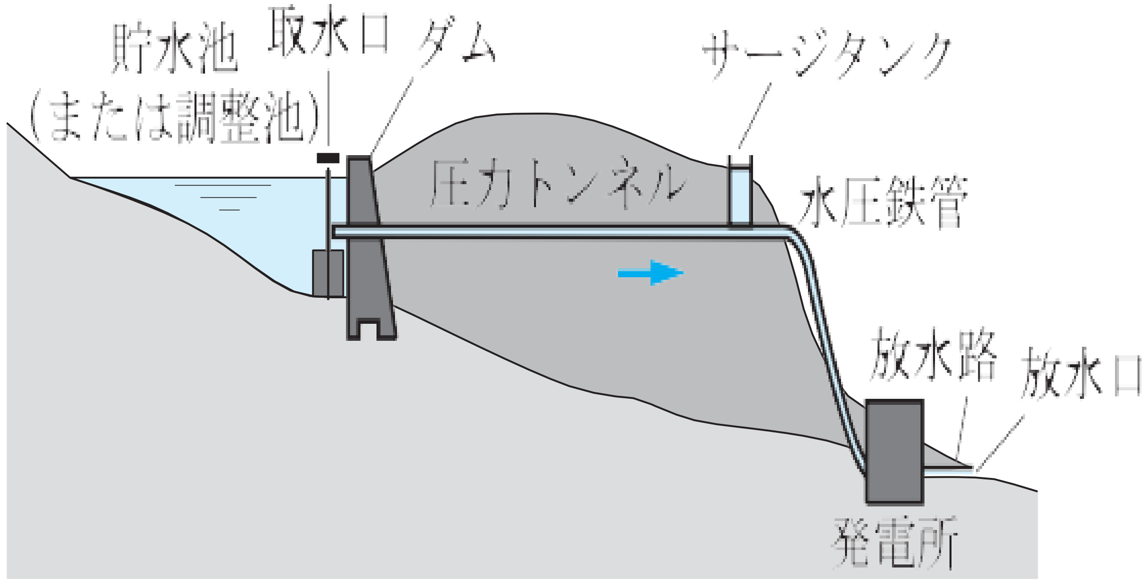
$$Fd = 1.15 \times 1.16 \times 20^2 \times 9 \times 3 \times 1/2 = 7.2 \times 10^3 \text{ [N]}$$

スーパーコンピュータ「京」による流体シミュレーション



流体機械 ：水車


発電機
水
ケーシング
案内羽根
羽根車


貯水池
(または調整池)
取水口
ダム
サージタンク
圧力トンネル
水圧鉄管
放水路
放水口
発電所

小型水力発電の例　(YouTubeより)

流体機械：風車

風力発電

- ヨーロッパでは、洋上風力発電の導入量が年に1,000～3,000MWという規模で急激に拡大。2017年には累計導入量が15,780MWに達し、2012年の5,000MWから3倍以上に増加。

- 日本における洋上風力発電の導入量は約2万kW（20MW）

(経済産業省資源エネルギー庁HPより

https://www.enecho.meti.go.jp/about/special/johoteikyo/yojohuryokuhatuden.html)

流体機械：送風機、圧縮機

- ファン(fan)

  気体の上昇圧力9.8 kPa以下

- ブロワ(blower)

  気体の上昇圧力9.8 ～ 98 kPa

- 圧縮機(compressor)

  気体の上昇圧力98 kPa以上

代表画像　商品仕様をご確認ください

圧縮空気を利用した工具の例　(YouTubeより)