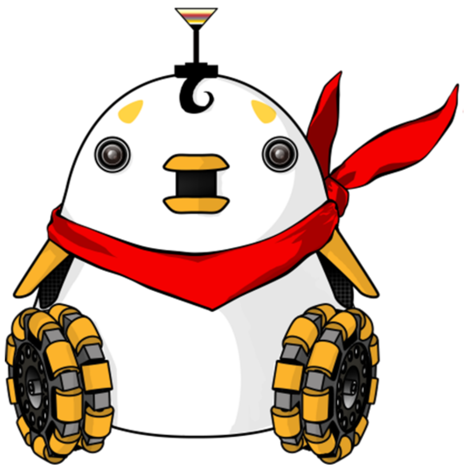
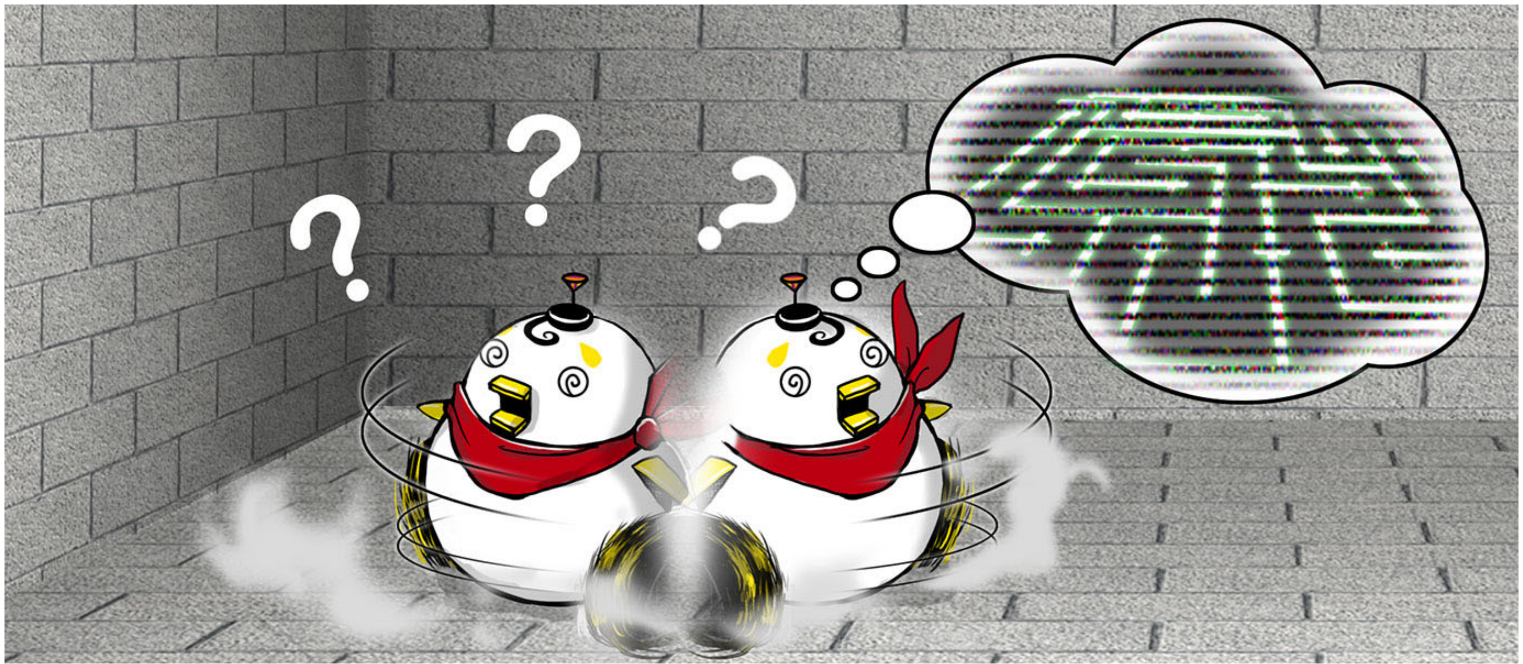
人工知能
第9章 状態推定(1)
ベイズフィルタ



STORY 状態推定(1)

- ホイールダック２号はボケッとしていた後にハッと気づいた．自分が今，迷路のどこにいるのかがわからない．前後左右を見たが，前に壁，左右後ろは通路だ．頭の中の地図を参照したが，こんな場所は迷路の中にはいくつもある．自分はいったいどこにいるんだろう？
- これまでホイールダック２号は自分が迷路の中のどこにいるのかなんて，わかるのが当たり前だと思っていた．しかし，現実はそうではなかった．ホイールダック２号は限られた周囲の情報から自分の位置を知る能力を身につけなければならない．

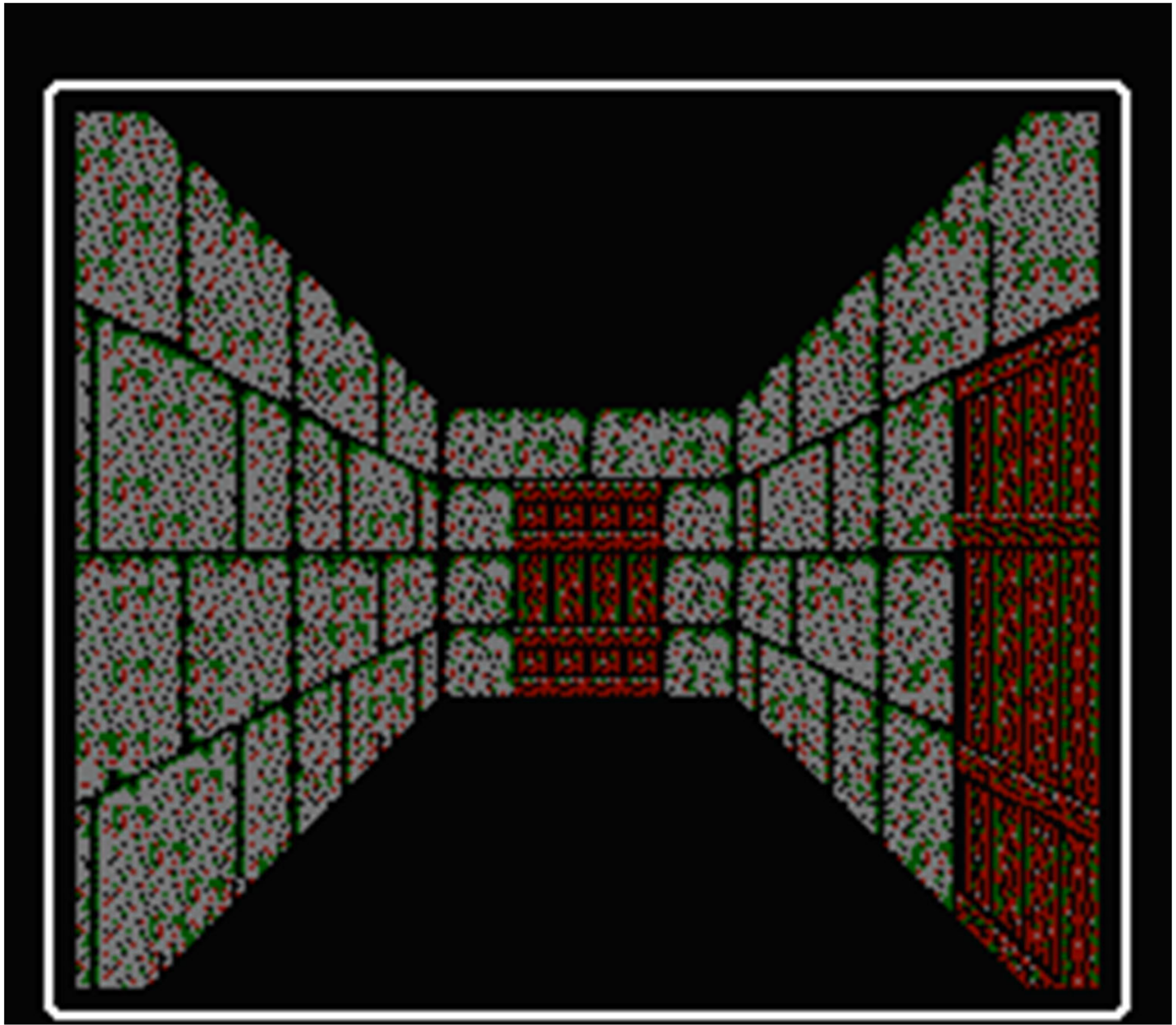


仮定 状態推定（1）

- ホイールダック２号は迷路の完全な地図を持っているものとする.
- ホイールダック２号は自分がどこにいればどんな観測が得られるか知っているものとする（ただし確率的に）.
- ホイールダック２号はそれぞれの状態で自分がどんな行動をとれば，どの状態へ移動するのかを知っているものとする（ただし確率的に）.

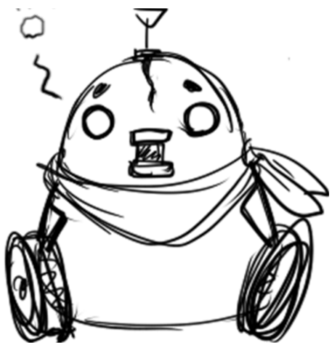
Contents

ダンジョン系RPG



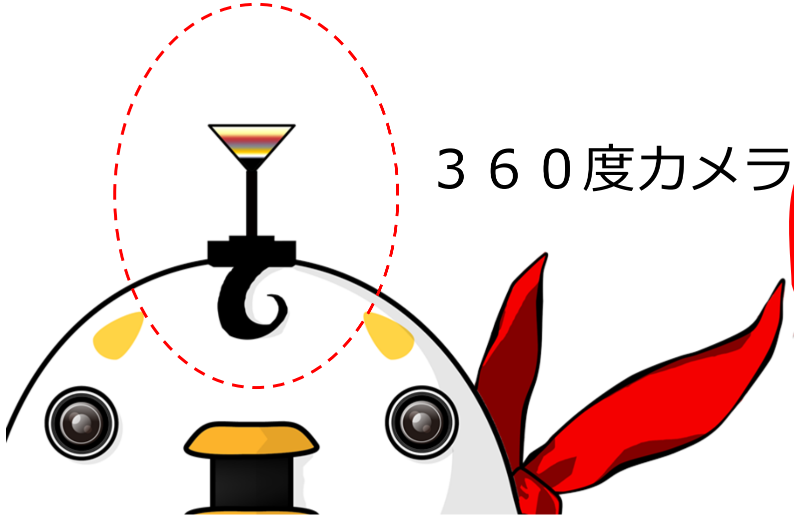
「ホイールダック２号は道に迷った」

ココハドコ？



9.1.1 位置の不確実性

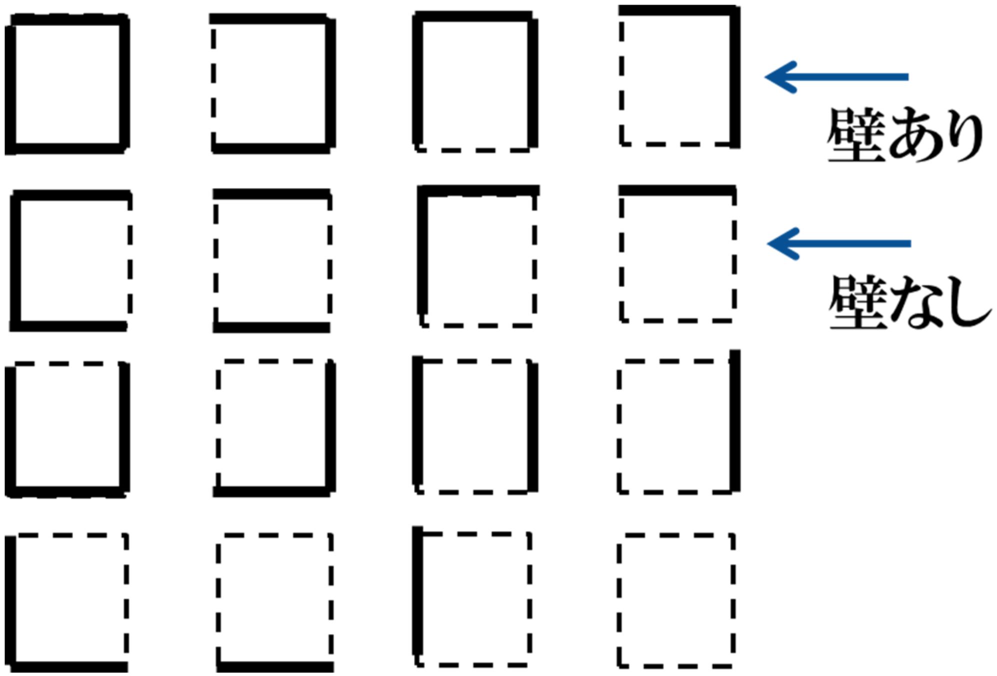
- ロボットは多くの場合自分の周りの情報のみをとることが出来る.
- ホイールダック２号は360 度カメラを持っており，これを用いることで，前後左右に壁があるかどうかについては認識する事ができる.
- しかし，この観測だけで自己位置を決定することはできない.



1. 観測には測定誤差がつきものである
2. 同じ観測が得られる場所がある.

一度の観測で得られた情報が計測ミスかもしれない，

同じ観測が得られる場所がある.



あり得る観測値

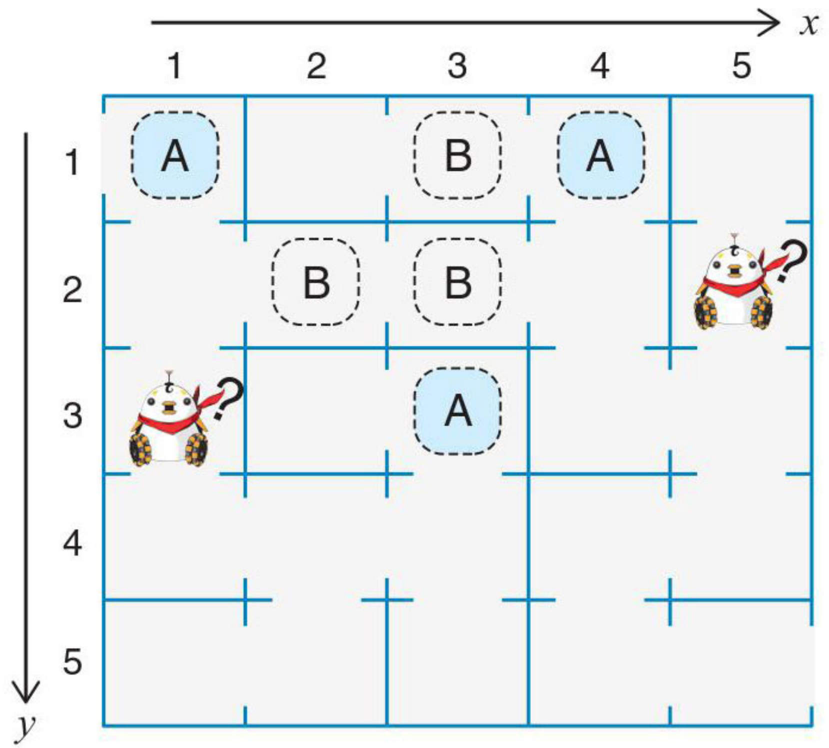


図 9.3 迷路における自己位置推定の問題

同じ観測が得られる場所

一回の観測で得られる観測値だけでは，自己位置を特定し切ることはできない.

そんな時は動いてみればいい．移動することによって違いが見える．

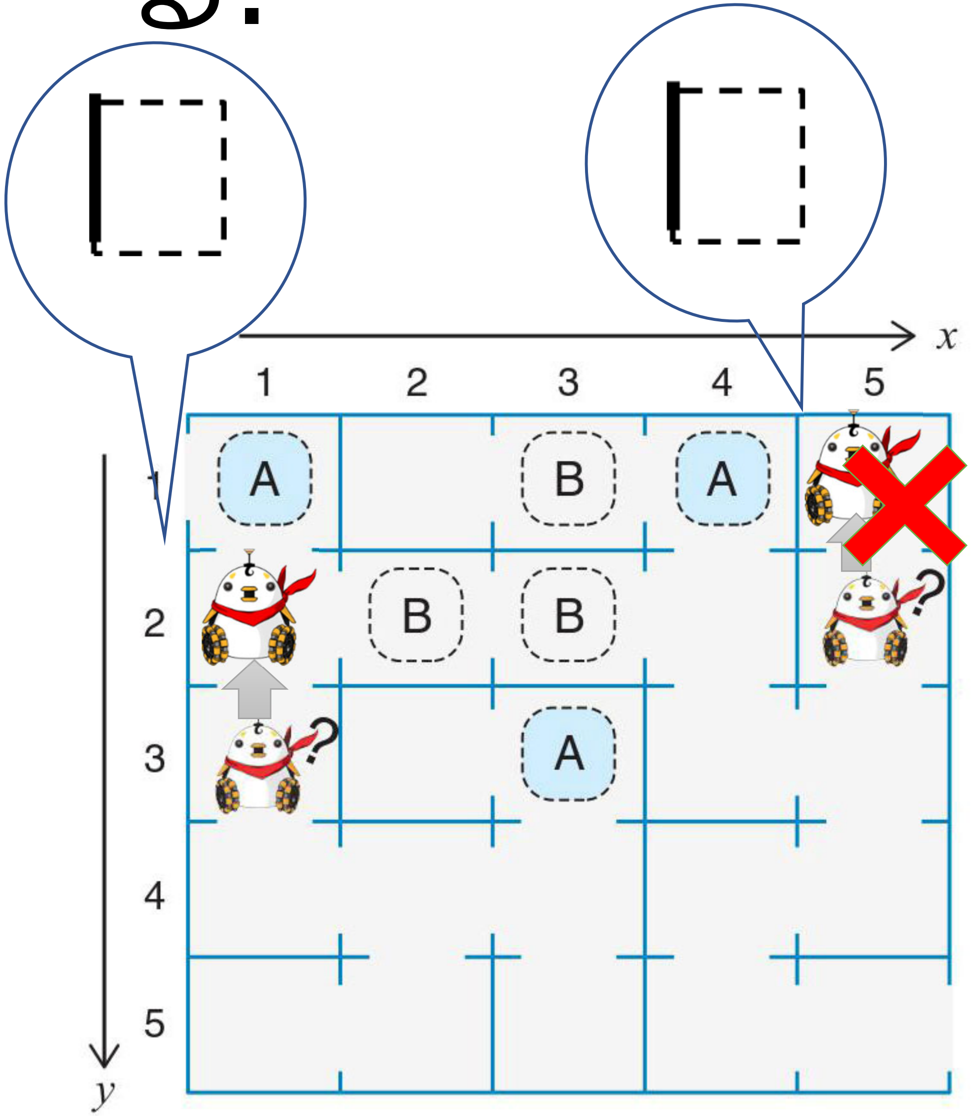


図 9.3　迷路における自己位置推定の問題

- 移動してみることによって，自分の居場所の認識がクリアになることがある．
- このように<u>**複数時間にまたがるセンサ情報と移動に関わる行動情報**</u>を蓄積し統合することで，自らの位置を特定していくのが**自己位置推定**の問題である．

9.1.2 マルコフ決定過程

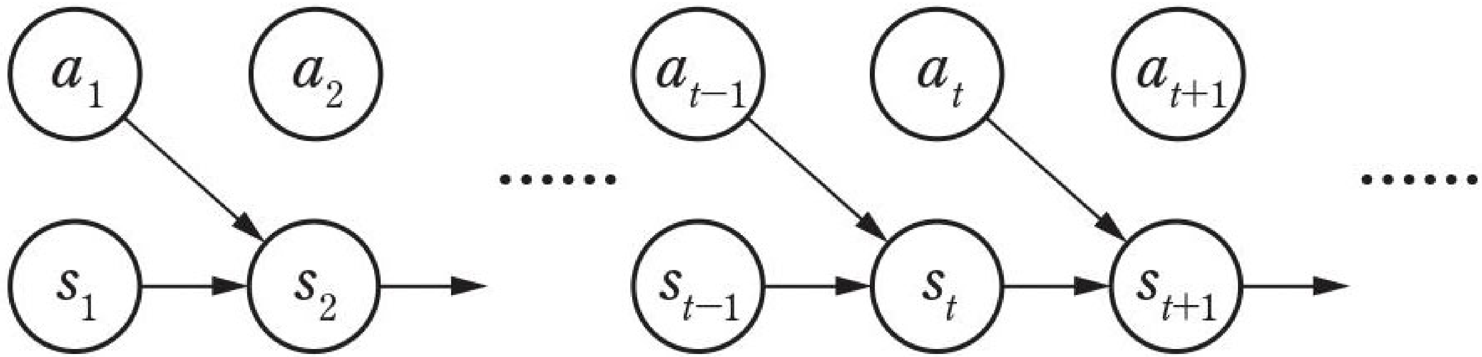


図 7.8 マルコフ決定過程のグラフィカルモデル

$$P(s_{t+1}|s_{1:t}, a_{1:t}) = P(s_{t+1}|s_t, a_t)$$

$$s_{1:t} = \{s_1, s_2, \ldots, s_t\}$$
$$a_{1:t} = \{a_1, a_2, \ldots, a_t\}$$

s_tが観測可能でないということが位置推定の問題

# 9.1.2 部分観測マルコフ決定過程
POMDP(Partially Observable Markov Decision Process)

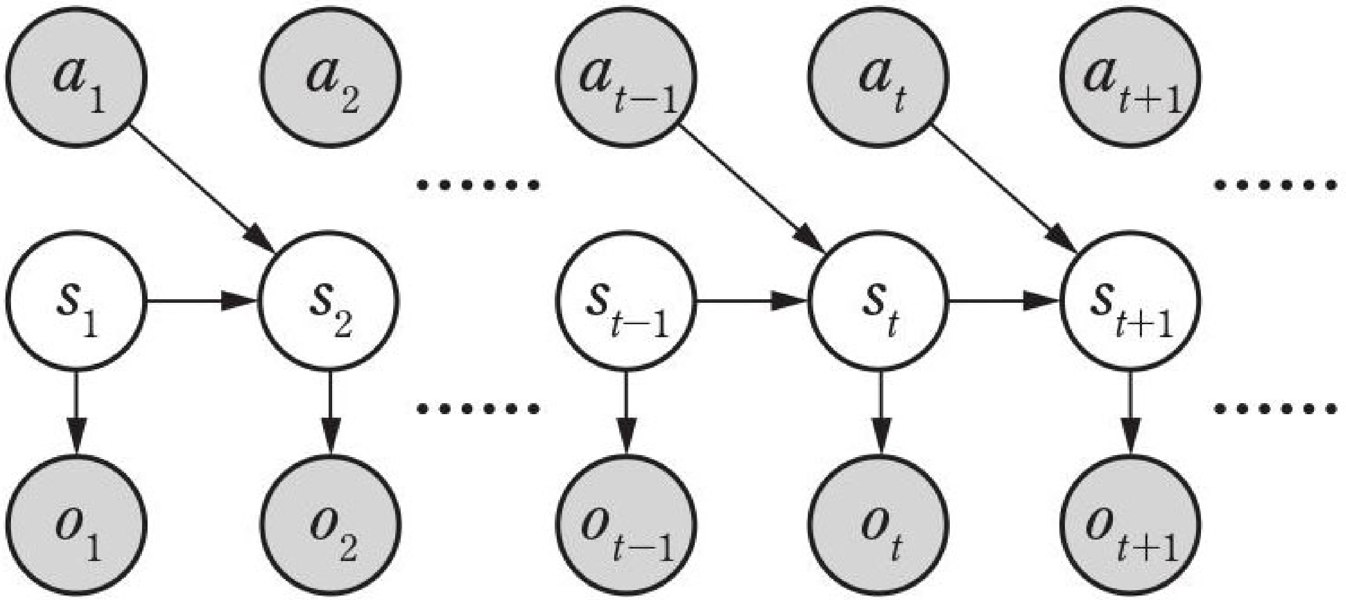


図 9.5　部分観測マルコフ決定過程のグラフィカルモデル

$P(o_t|s_t)$により観測o_tが得られる

Contents

9.2.1 ベイズフィルタ

- 時刻t の時点では，ロボットは$o_{1:t}$,$a_{1:t-1}$ の情報を得ている.
- これより，ロボットが知るべきはその条件下でのs_t の情報である.
- これを純粋にベイズ則を適用することで求めるのが**ベイズフィルタ**である.

地道なベイズ則の適用によって
行動aと観測oから隠れた状態 s を見抜く！

導出

諦めずに式を追うんだ！
そうじゃないと迷子になるぜーっ！

- 時刻t において位置s_t に存在する確率を$P(s_t | o_{1:t}, a_{1:t-1}) = F_t(s_t)$ とする.

$$
\begin{aligned}
F_t(s_t) &= P(s_t|o_{1:t}, a_{1:t-1}) && (9.1)\\
&= \frac{P(s_t, o_t|o_{1:t-1}, a_{1:t-1})}{P(o_t|o_{1:t-1}, a_{1:t-1})} \cdots \text{乗法定理の逆} && (9.2)\\
&\propto P(s_t, o_t|o_{1:t-1}, a_{1:t-1}) \cdots \text{分母は } s_t \text{に依存しない} && (9.3)\\
&= P(o_t|s_t, o_{1:t-1}, a_{1:t-1})P(s_t|o_{1:t-1}, a_{1:t-1}) \cdots \text{乗法定理} && (9.4)\\
&= P(o_t|s_t)P(s_t|o_{1:t-1}, a_{1:t-1}) \cdots o_t \text{は } s_t \text{のみに依存} && (9.5)
\end{aligned}
$$

導出の続き

$$= P(o_t|s_t) \sum_{s_{t-1}} P(s_t, s_{t-1}|o_{1:t-1}, a_{1:t-1}) \cdots \text{周辺化の逆} \tag{9.6}$$

$$= P(o_t|s_t) \sum_{s_{t-1}} P(s_t|s_{t-1}, o_{1:t-1}, a_{1:t-1}) P(s_{t-1}|o_{1:t-1}, a_{1:t-1})$$

$$\cdots \text{乗法定理，} s_{t-1} \text{ と } a_{t-1} \text{ は独立} \tag{9.7}$$

$$= P(o_t|s_t) \sum_{s_{t-1}} P(s_t|s_{t-1}, a_{t-1}) P(s_{t-1}|o_{1:t-1}, a_{1:t-2})$$

$$\cdots \text{マルコフ性の仮定} \tag{9.8}$$

$$= \underbrace{P(o_t|s_t)}_{\text{センサ情報}} \sum_{s_{t-1}} \underbrace{P(s_t|s_{t-1}, a_{t-1})}_{\text{状態遷移確率}} \underbrace{F_{t-1}(s_{t-1})}_{\text{1 ステップ前の存在確率}} \tag{9.9}$$

$$:= G_t(s_t) \cdots F_t(s_t) \text{ に比例する値} \tag{9.10}$$

9.2.2 ベイズフィルタのアルゴリズム

Algorithm 9.1 ベイズフィルタ

1. $F_0(s_0)$ を初期化する．$F_0(s_0) = P(s_0)$
2. **for** $t = 1$ to T **do**
3. a_{t-1} で移動し，o_t を観測する．
4. すべての s_t に対して下記の G_t を計算する．

$$G_t(s_t) \leftarrow P(o_t|s_t) \sum_{s_{t-1}} P(s_t|s_{t-1}, a_{t-1}) F_{t-1}(s_{t-1}) \tag{9.11}$$

5. $F_t(s_t) \leftarrow G_t(s_t) / \sum_s G_t(s)$ (9.12)
6. **end for**

演習9-1 導出の確認

1. 教科書の式(9.1)～式(9.10)をノートに書き写そう.
2. 順番に一行ずつ各行の式変形がなぜそのようになるか,
   説明してみよう.
   （適宜，教科書の「確率モデル」に関する部分を参照）

演習9-1 導出の確認 解答

1. 教科書の式(9.1)～式(9.10)をノートに書き写そう.
2. 順番に一行ずつ各行の式変形がなぜそのようになるか, 説明してみよう.
（適宜，教科書の「確率モデル」に関する部分を参照）

解答省略

できましたか？

機械学習における確率モデルの式変形のエッセンスが盛りだくさんに含まれた導出ですので，是非自力で出来るようになりましょう！
めちゃくちゃ勉強になります！

Contents

通路上 (1)

- ５つだけのマスがあり，このなかをホイールダック２号は移動する．
- 移動は**80%の確率で成功**する．
- **70% の確率で正しい観測**が得られるが，誤認識が発生した場合はそれぞれ**2% の確率でのこり15 個の選択肢**の中から誤った観測が得られるものとする．

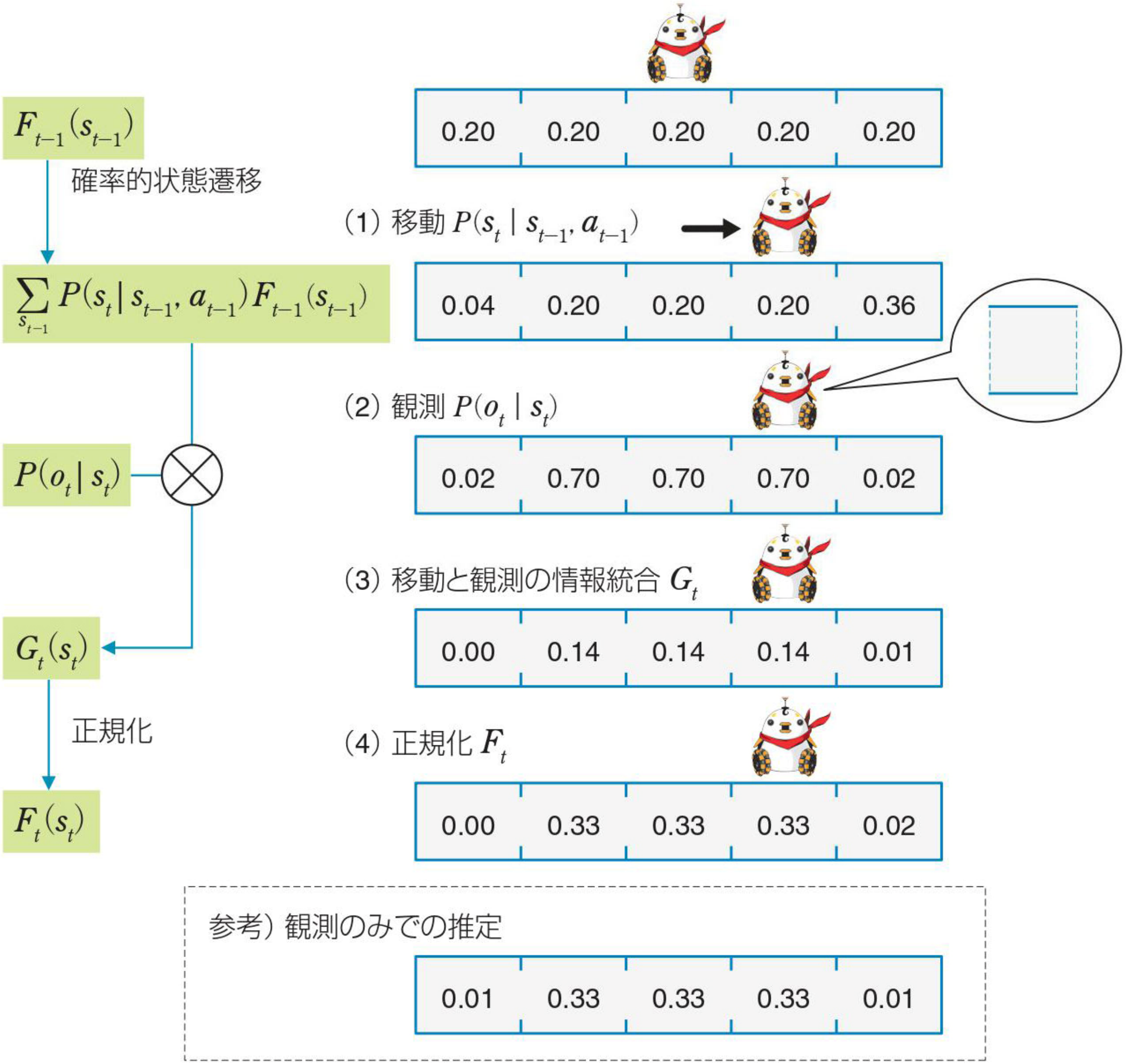


図 9.6 ホイールダック 2 号の位置推定 1 ステップ目

通路上(2)

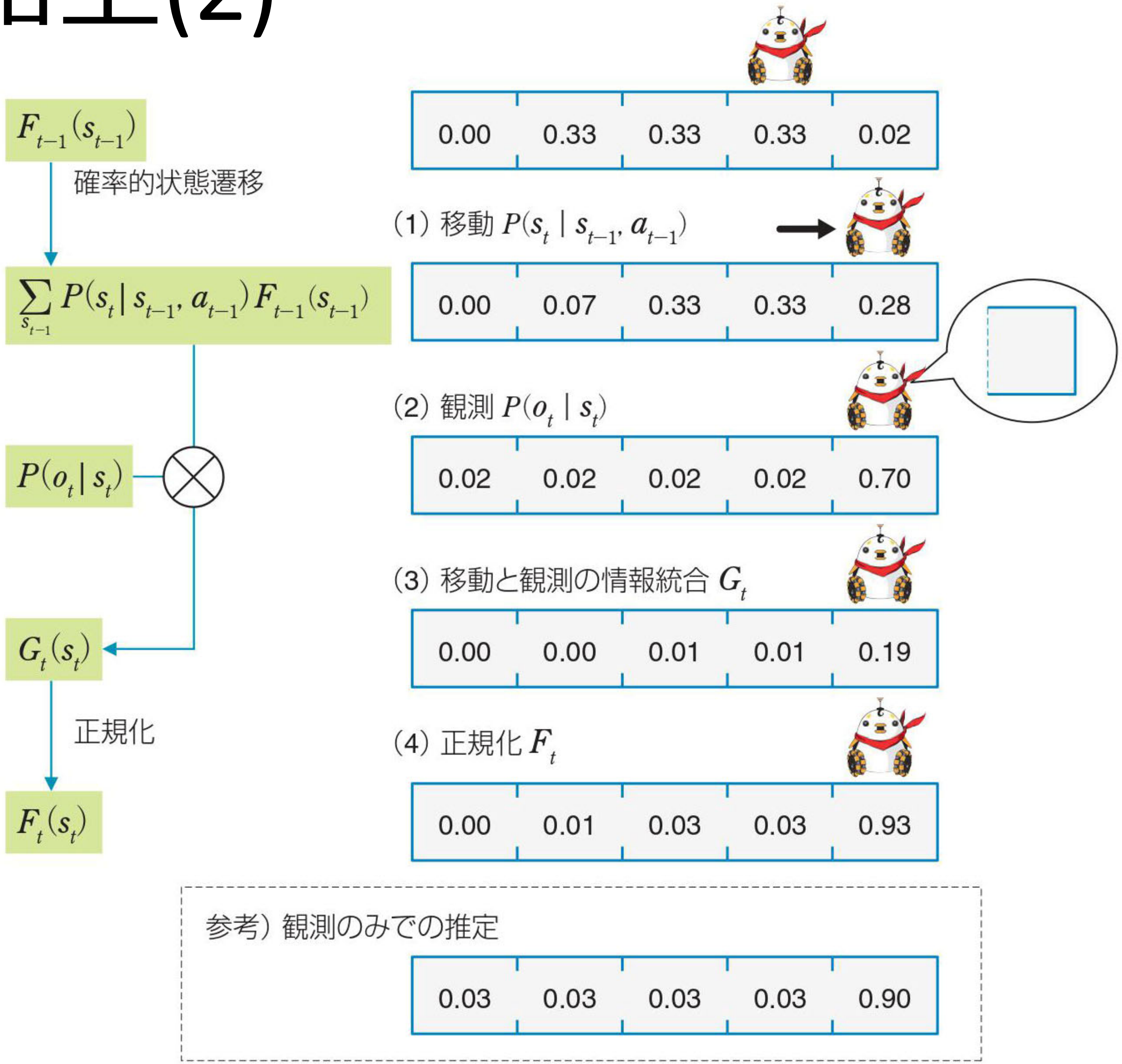
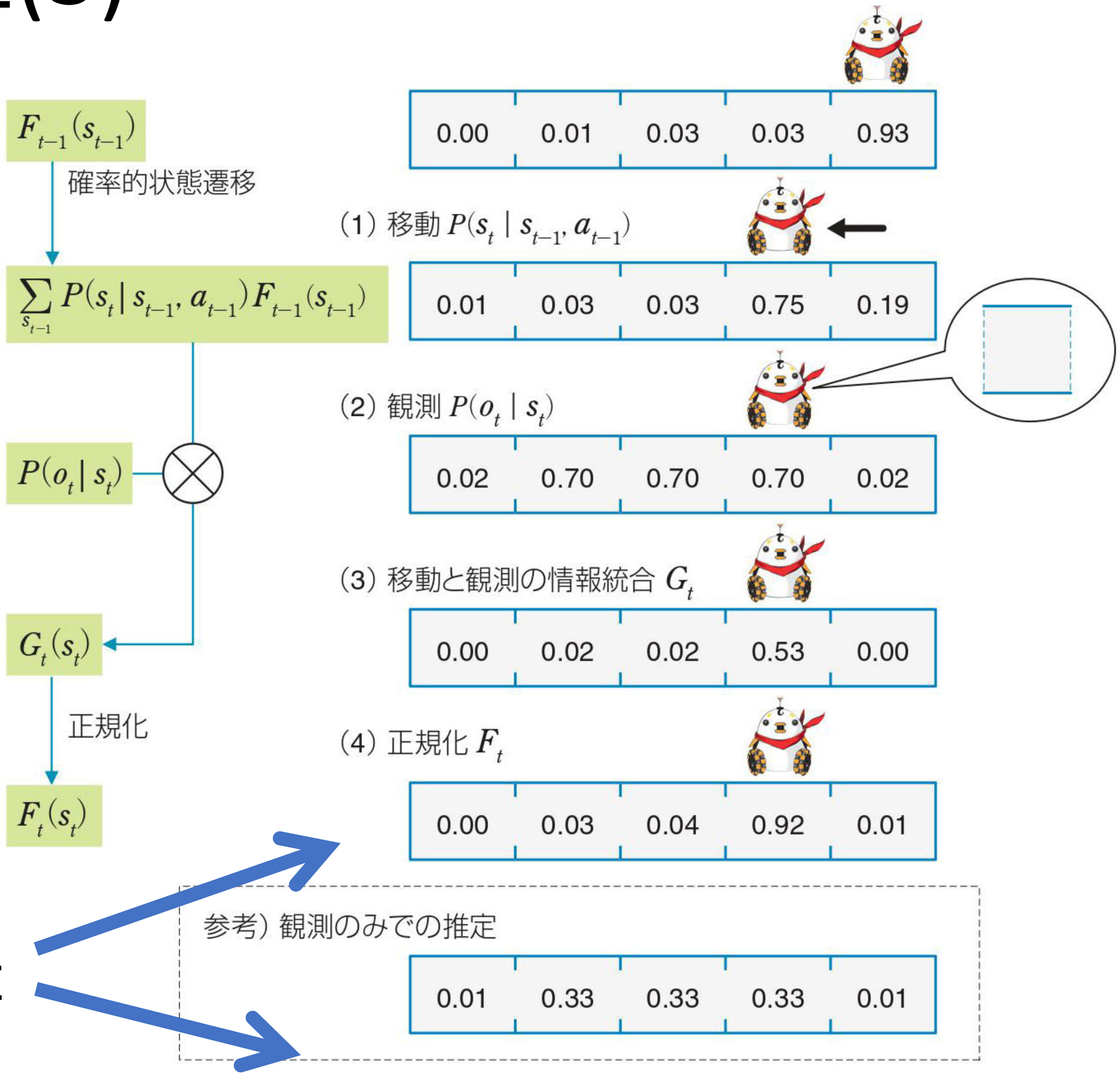


図 9.7 ホイールダック 2 号の位置推定 2 ステップ目

通路上(3)



大きな差

図 9.8 ホイールダック 2 号の位置推定 3 ステップ目

ベイズフィルタまとめ

- その時刻の観測のみで自己位置推定を行うことは $P(s_t|o_t)$ を計算することである.
- これに対して，ベイズフィルタでは理論的に$P(s_t|o_{1:t}, a_{1:t-1})$ を計算しているために，これまでの全ての観測と全ての行動を考慮にいれて自己位置推定を行えていることに起因する.

自己位置推定は時間を超えた情報統合がポイント

演習9-2 ベイズフィルタ

ベイズフィルタに関して最も不適切な説明になっているものを以下から選べ.

1. ベイズフィルタではロボットが移動し観測が得られる度に自己位置の存在確率がアップデートされる.
2. ベイズフィルタでは時刻tにおいてその時の観測o_tのみを用いて自己位置推定を行う.
3. ベイズフィルタで行っているのは基本的には自己位置のベイズ推論である.
4. ベイズフィルタにおける自己位置の更新では基本的に状態遷移モデルと観測モデルは共に既知とする.

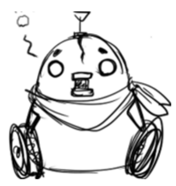
演習9-2 ベイズフィルタ

ベイズフィルタに関して最も不適切な説明になっているものを以下から選べ.

1. ベイズフィルタではロボットが移動し観測が得られる度に自己位置の存在確率がアップデートされる.
2. ベイズフィルタでは時刻tにおいてその時の観測o_tのみを用いて自己位置推定を行う.
3. ベイズフィルタで行っているのは基本的には自己位置のベイズ推論である.
4. ベイズフィルタにおける自己位置の更新では基本的に状態遷移モデルと観測モデルは共に既知とする.

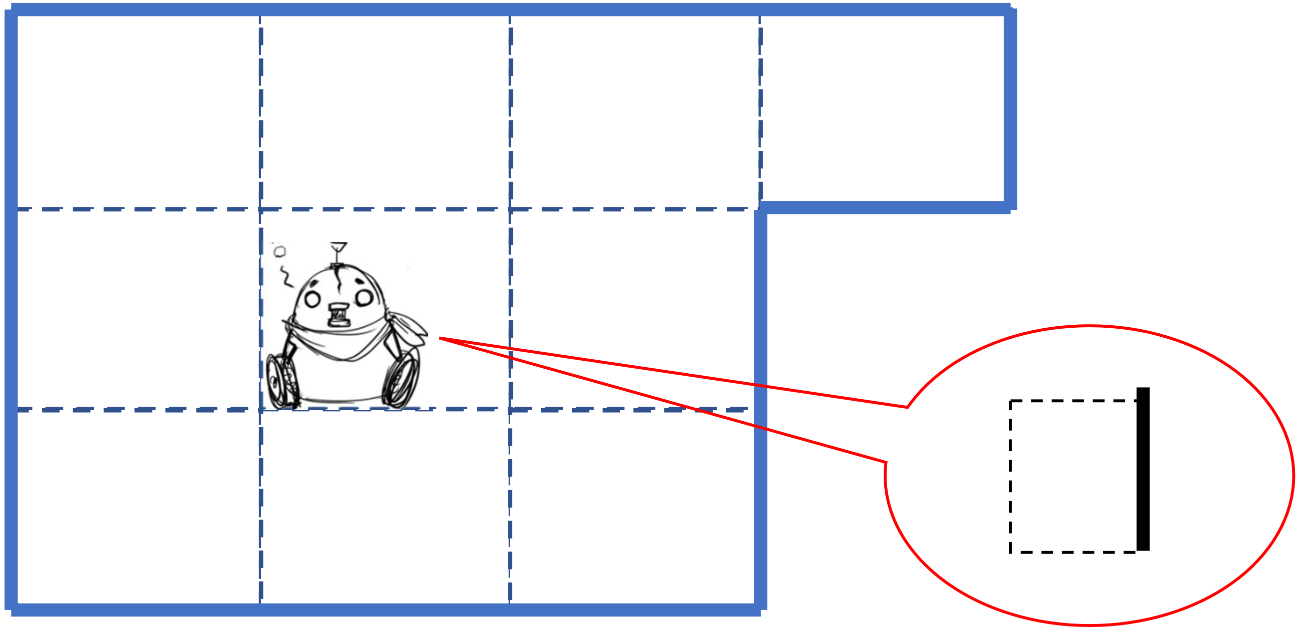
はじまりは無情報

1/10	1/10	1/10	1/10
1/10	1/10	1/10	
1/10	1/10	1/10	



ホイールダック２号はスタート時**無情報**であるとする.
無情報＝まったく情報がない＝＞一様分布
全てが等確率ということで初期化する.
１０セルあるので1/10.

演習9-3



前スライドの状況の後にホイールダック２号が「停止行動」をとり，観測を行ったところ右のような観測を得た．
この観測を得た後のホイールダック２号が
各位置に居る確率をそれぞれのマスに対して示せ．

「停止行動」では確率１で$s_t=s_{t-1}$となるとする．
観測確率に関する条件は教科書の例と同じとする

演習9-3 解説1

1/10	1/10	1/10	1/10
1/10	1/10	1/10	
1/10	1/10	1/10	

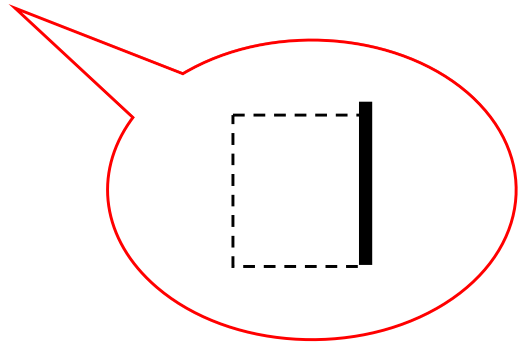
$$\sum_{s_{t-1}} \underbrace{P(s_t|s_{t-1}, a_{t-1})}_{\text{状態遷移確率}} \quad \underbrace{F_{t-1}(s_{t-1})}_{\text{1 ステップ前の存在確率}}$$

$s_t=s_{t-1}$の部分のみ$P(s_t|s_{t-1}, a_{t-1})=1$ なので，$F_{t-1}(s_{t-1})$の値が，そのまま各セルに残ることになる．

演習9-3 解説2

2/100	2/100	2/100	2/100
2/100	2/100	70/100	
2/100	2/100	2/100	

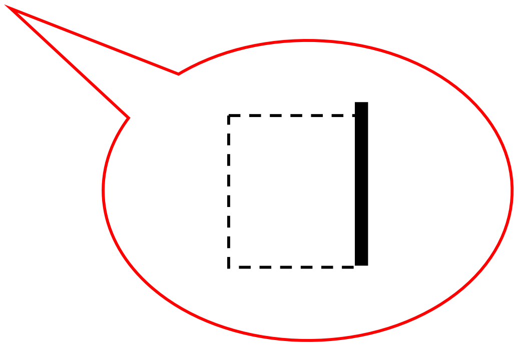
$$\underbrace{P(o_t|s_t)}_{\text{センサ情報}}$$



各セルにおいて右の観測が得られる確率は
上記のとおりとなる.

演習9-3解説3

2/1000	2/1000	2/1000	2/1000
2/1000	2/1000	70/1000	
2/1000	2/1000	2/1000	

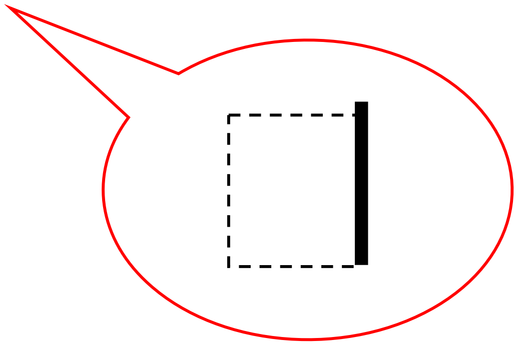


「状態遷移後の存在確率」と「センサ情報の観測確率」を掛けあわせてG_tの値を各セルに書き込む

$$G_t(s_t) = \underbrace{P(o_t|s_t)}_{\text{センサ情報}} \times \sum_{s_{t-1}} \underbrace{P(s_t|s_{t-1}, a_{t-1})}_{\text{状態遷移確率}} \underbrace{F_{t-1}(s_{t-1})}_{\text{1 ステップ前の存在確率}}$$

演習9-3解答

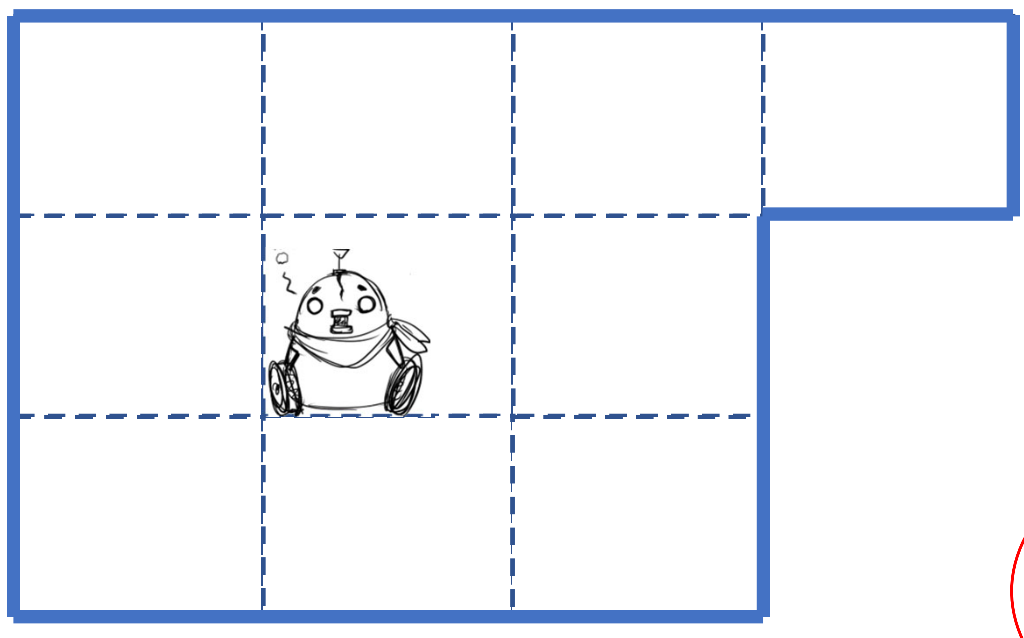
2/88	2/88	2/88	2/88
2/88	2/88	70/88	
2/88	2/88	2/88	



全セルの値を正規化することによって，確率分布へと変える.

$$F_t(s_t) \leftarrow G_t(s_t)/\sum_s G_t(s)$$

演習9-4



演習9-3の後にホイールダック２号は左に移動し，□を観測した．
その後の自己位置の確率を上記セル上に示せ．

演習9-4 解説1

2/88	2/88	2/88	2/88
2/88	2/88	70/88	
2/88	2/88	2/88	

0.2

0.8

各セルから左に0.8の確率で移動，0.2の確率で移動しない.
状態遷移確率をかけて足し込む.

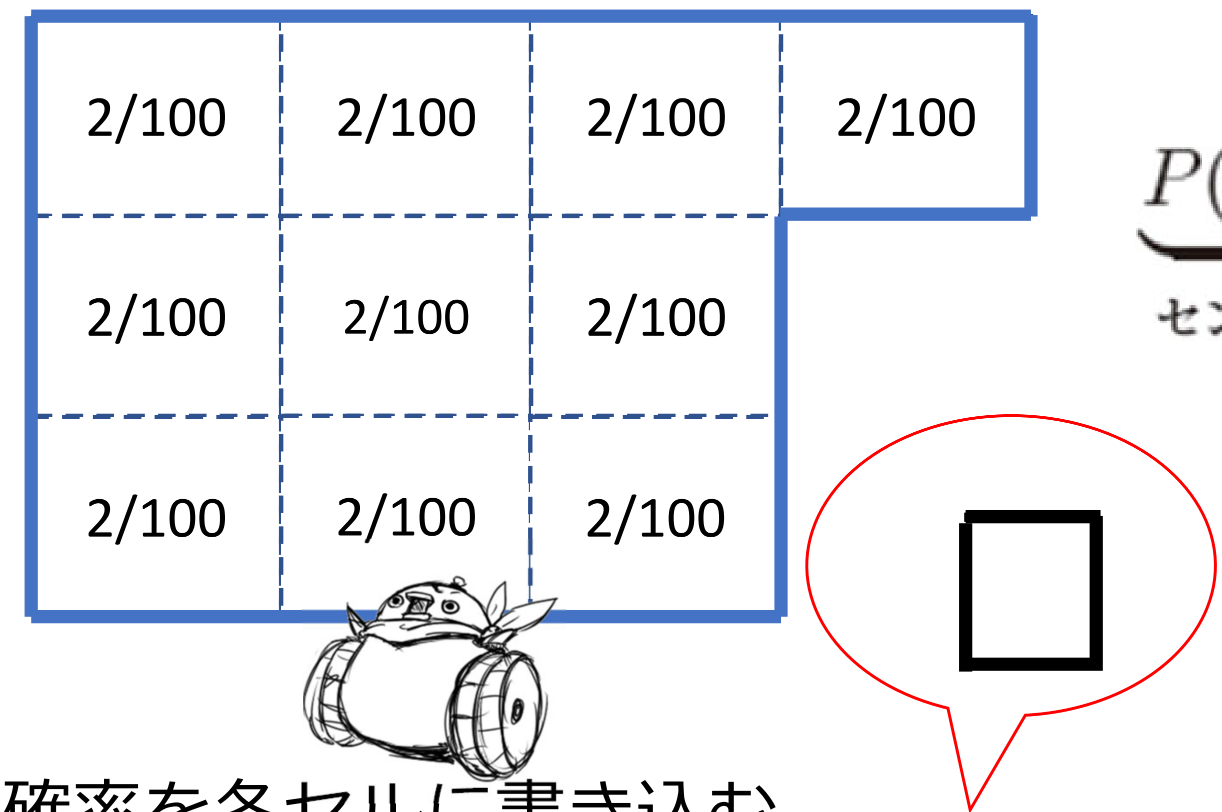
演習9-4 解説2

36/880	20/880	20/880	4/880
36/880	564/880	140/880	
36/880	20/880	4/880	

状態遷移後の確率

$$\sum_{s_{t-1}} \underbrace{P(s_t|s_{t-1}, a_{t-1})}_{\text{状態遷移確率}} \underbrace{F_{t-1}(s_{t-1})}_{\text{1 ステップ前の存在確率}}$$

演習9-4 解説3



$$\underbrace{P(o_t|s_t)}_{\text{センサ情報}}$$

□の観測確率を各セルに書き込む.
全ての位置で2%の誤認識でしか，□は観測されないので
全ての$P(o_t|s_t)$は0.02となる.

演習9-4 解説4

全セル同じ

2/100

×

36/880	20/880	20/880	4/880
36/880	564/880	140/880	
36/880	20/880	4/880	

$$G_t(s_t) = \underbrace{P(o_t|s_t)}_{\text{センサ情報}} \times \sum_{s_{t-1}} \underbrace{P(s_t|s_{t-1}, a_{t-1})}_{\text{状態遷移確率}} \underbrace{F_{t-1}(s_{t-1})}_{\text{1 ステップ前の存在確率}}$$

演習9-4解答

36/880	20/880	20/880	4/880
36/880	564/880	140/880	
36/880	20/880	4/880	

全セルの値を正規化することによって，確率分布へと変える．
ここでは，全セルの和が2/100 になるので，結果上記のように

$$F_t(s_t) \leftarrow G_t(s_t)/\sum_s G_t(s)$$

まとめ

- 位置推定はなぜ必要で，どのような問題なのかについて学んだ.
- 部分観測マルコフ決定過程について学んだ.
- ベイズフィルタのアルゴリズムを導出した.
- 例を通して自己位置推定の基本的手続きについて確認した.