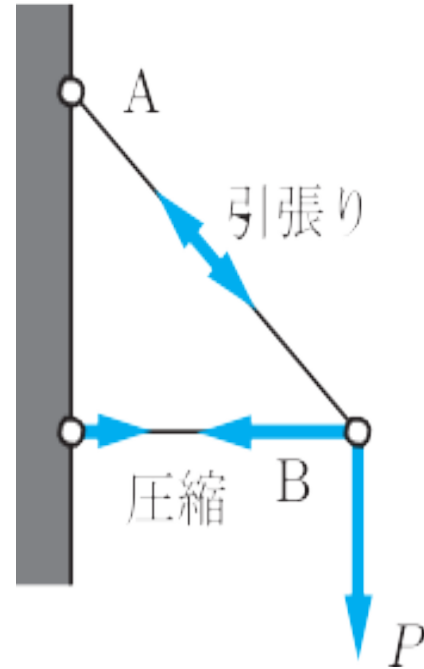


材料力学 1 : 応力、ひずみ、ヤング率

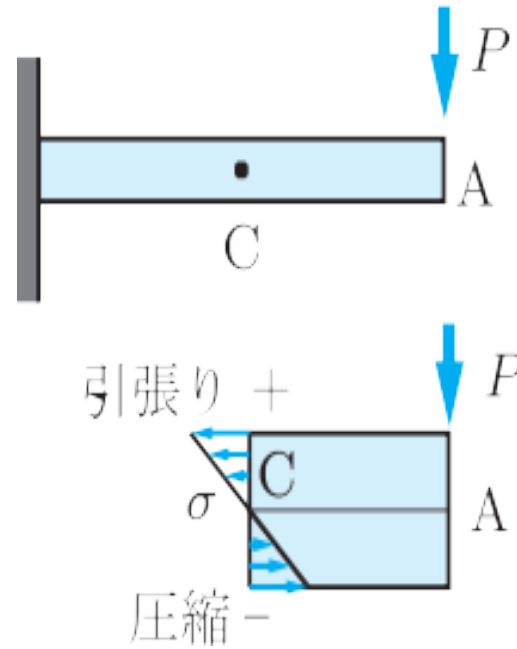
機械工学概論 第3回

荷重（物体に作用する力）の種類

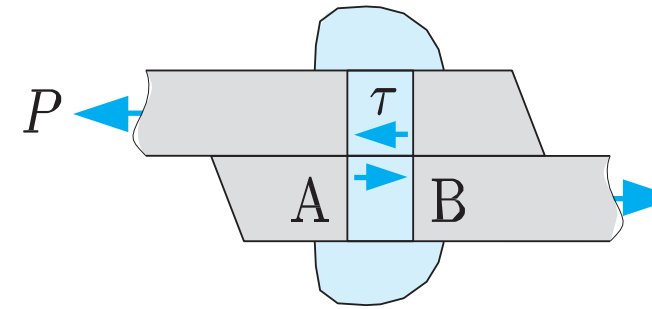
- 引張荷重
- 圧縮荷重
- 曲げ荷重
- せん断荷重
- ねじり荷重



(a)

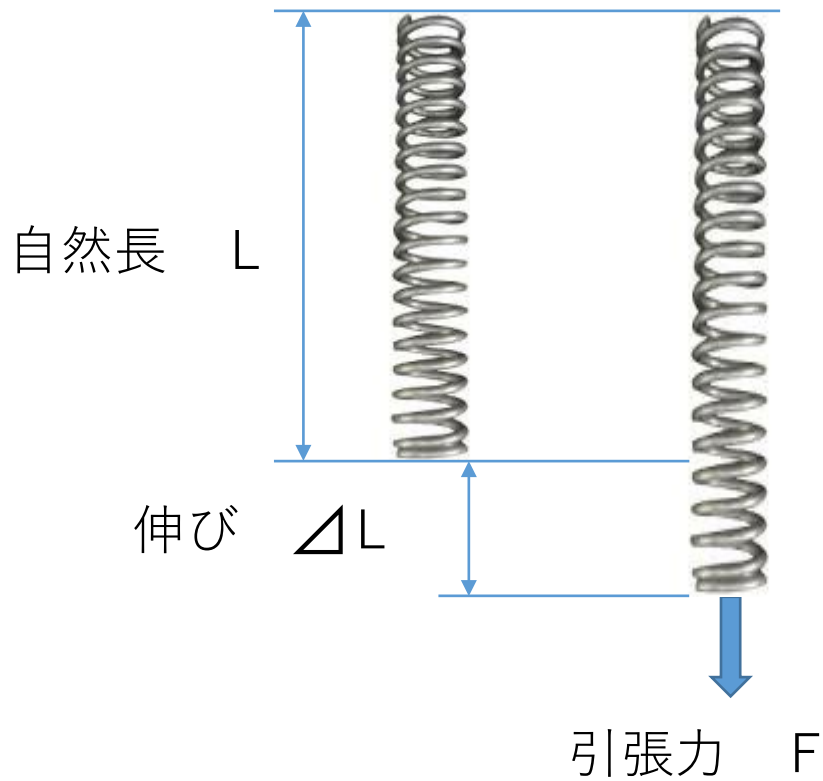


(b)



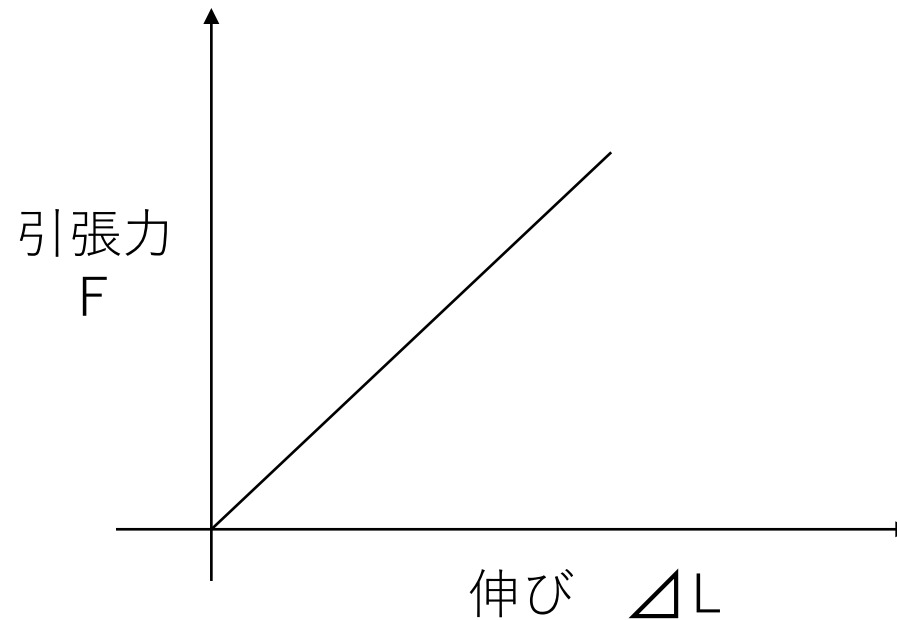
(c)

フックの法則

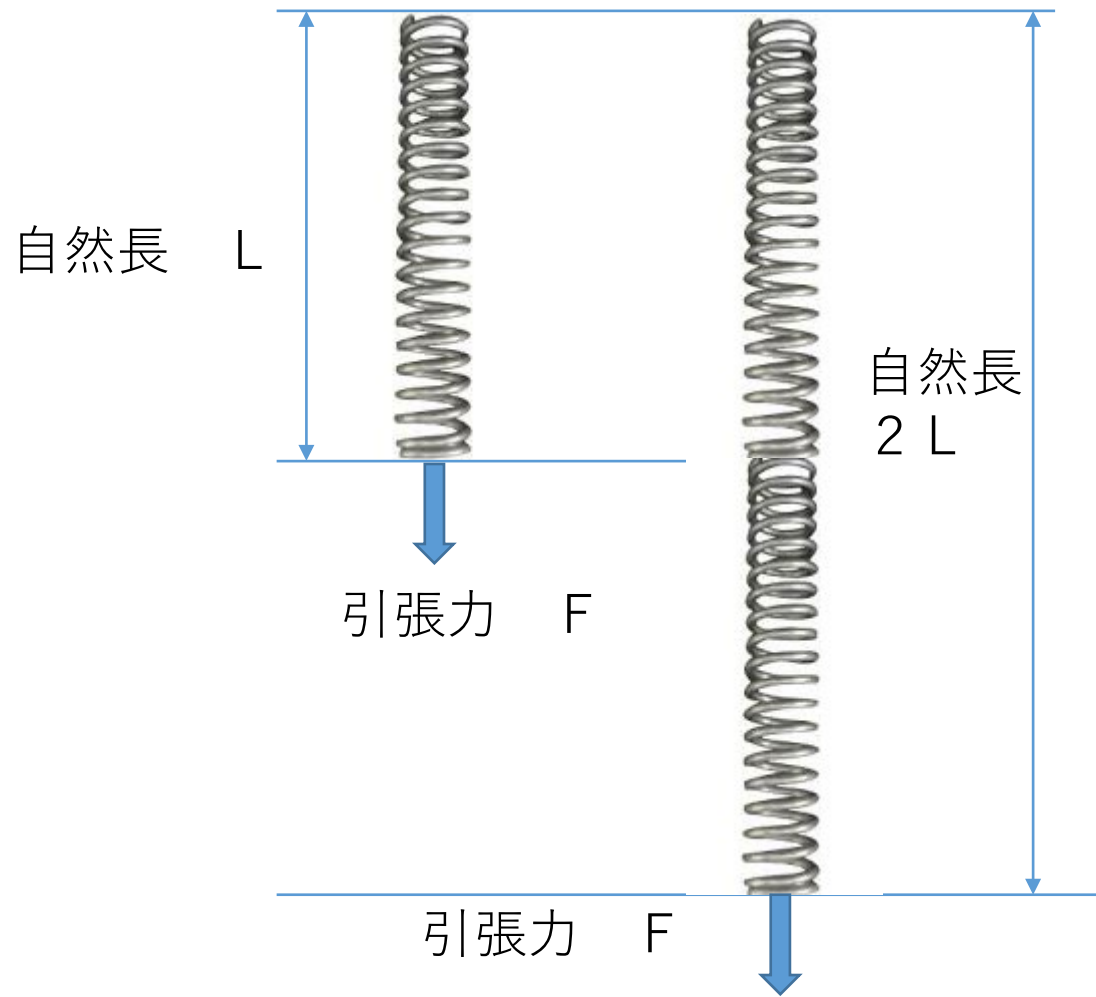


伸び量は引張力に比例する。

$$F = k \Delta L \quad k : \text{バネ定数}$$



フックの法則　：　クイズ 1



2 倍の長さのバネを同じ力で引っ張ったときの伸び量は、もとの伸び量の何倍か？

- ① $1/2$ 倍　　② 1倍　　③ 2倍

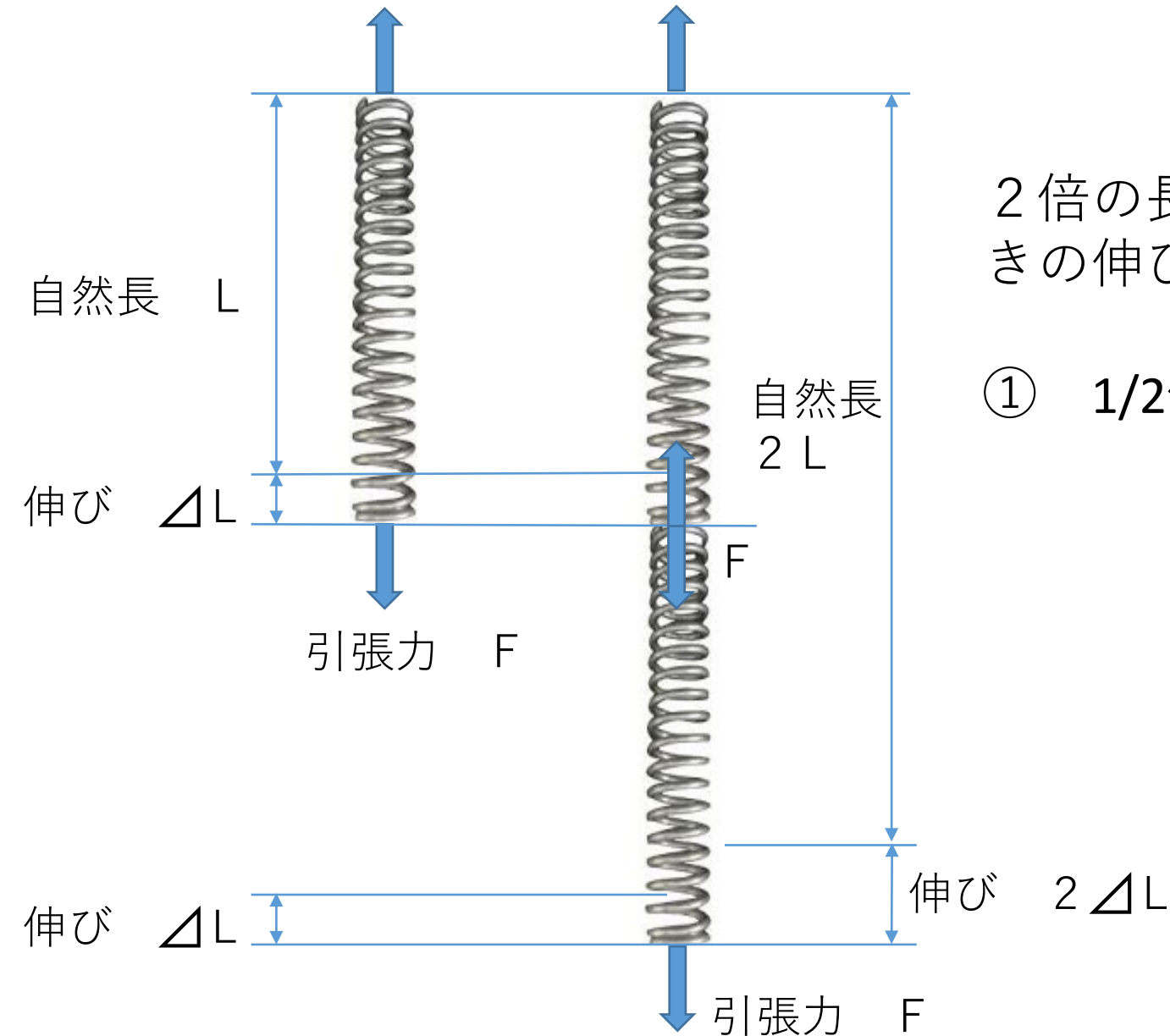
フックの法則 : クイズ1 正解

2 倍の長さのバネを同じ力で引っ張ったときの伸び量は、もとの伸び量の何倍か？

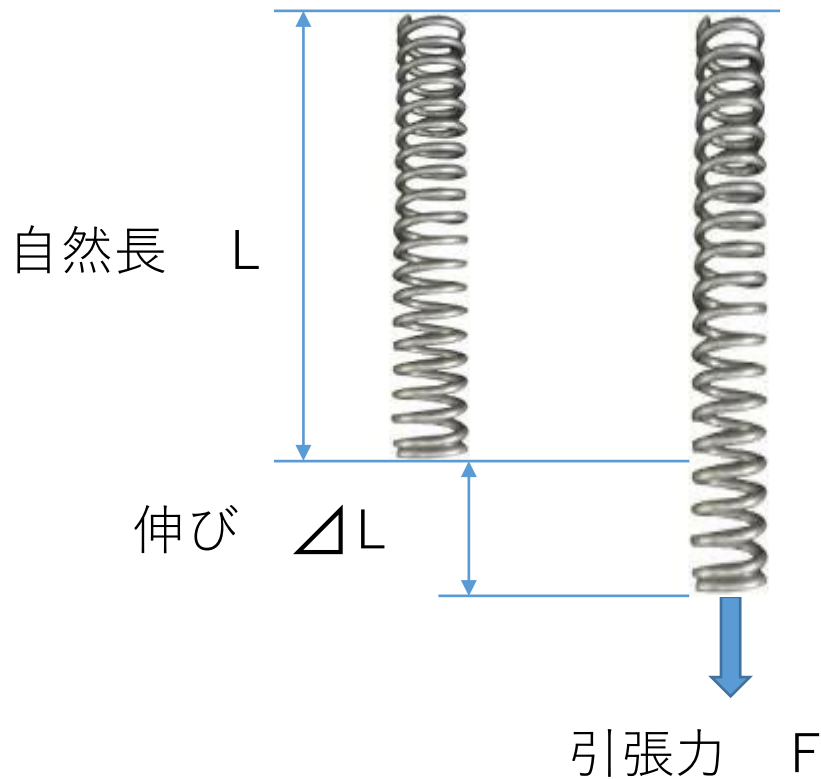
- ① 1/2倍 ② 1倍 ③ 2倍

$$\begin{array}{lcl} L & \Rightarrow & \Delta L \\ 2L & \Rightarrow & 2\Delta L \end{array}$$

$$\frac{\text{伸び}}{\text{自然長}} = \frac{\Delta L}{L} = \text{一定 (ひずみ } \varepsilon)$$



フックの法則の変形 1



伸び量は引張力に比例する。

$$F = k \Delta L \quad k : \text{バネ定数}$$



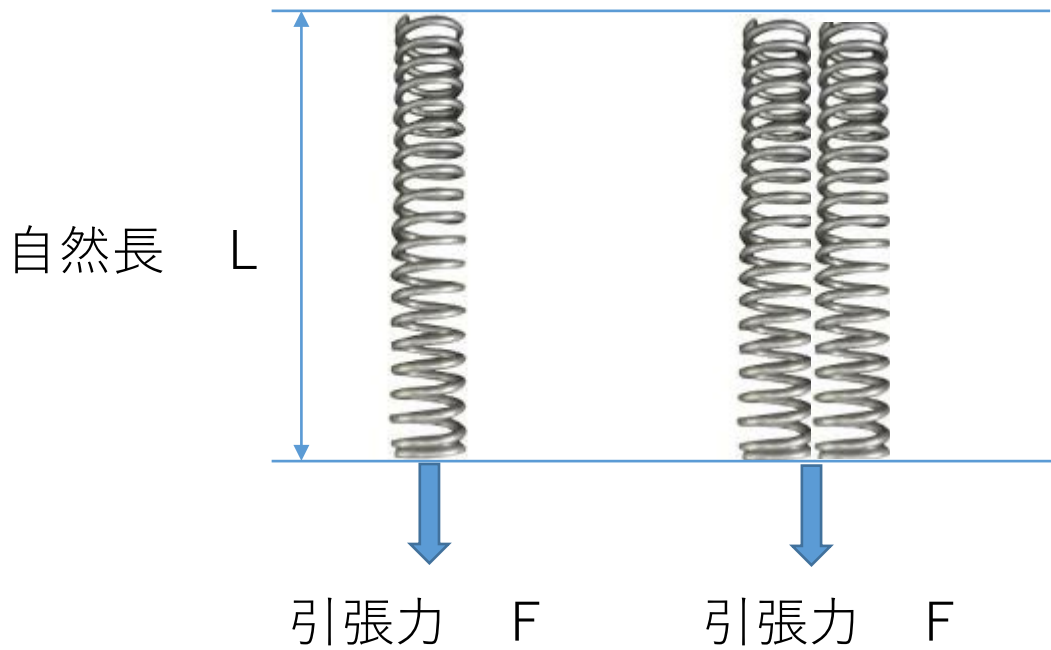
ひずみは引張力に比例する。

$$F = k' \varepsilon$$

圧縮も含む

$$\varepsilon : \text{ひずみ} = \frac{\text{変形量}}{\text{自然長}}$$

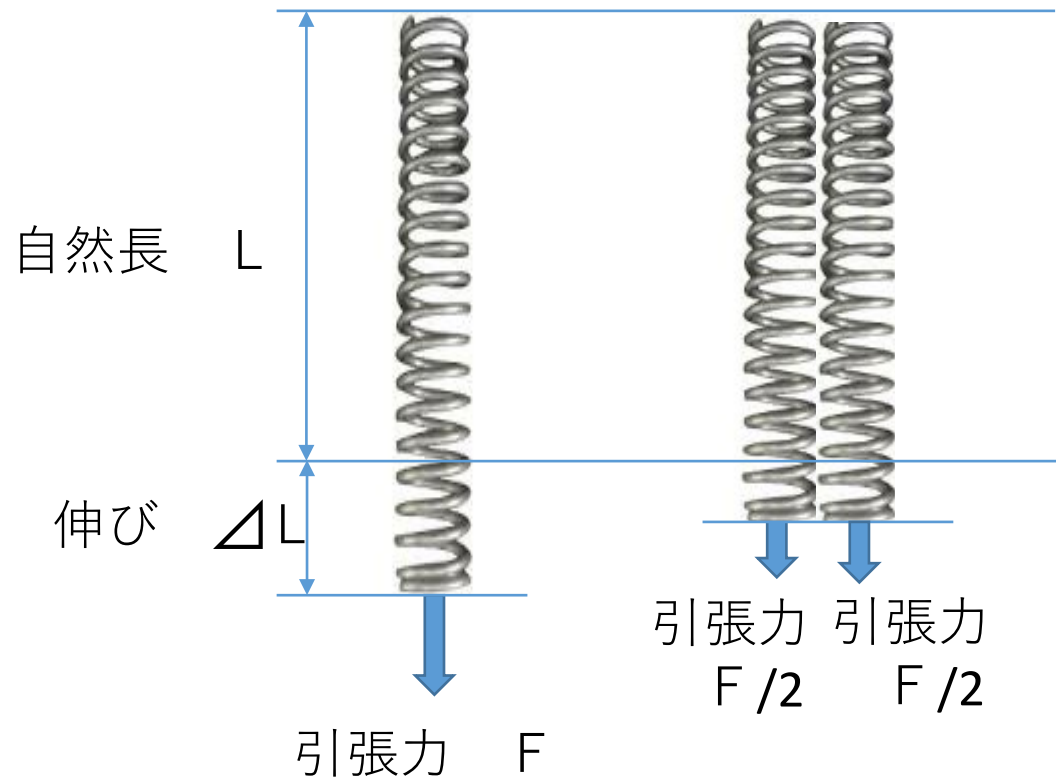
フックの法則 : クイズ 2



2本束ねたバネを同じ力で引っ張ったときの伸び量は、もとの伸び量の何倍か？

- ① $1/2$ 倍 ② 1倍 ③ 2倍

フックの法則 : クイズ2 正解



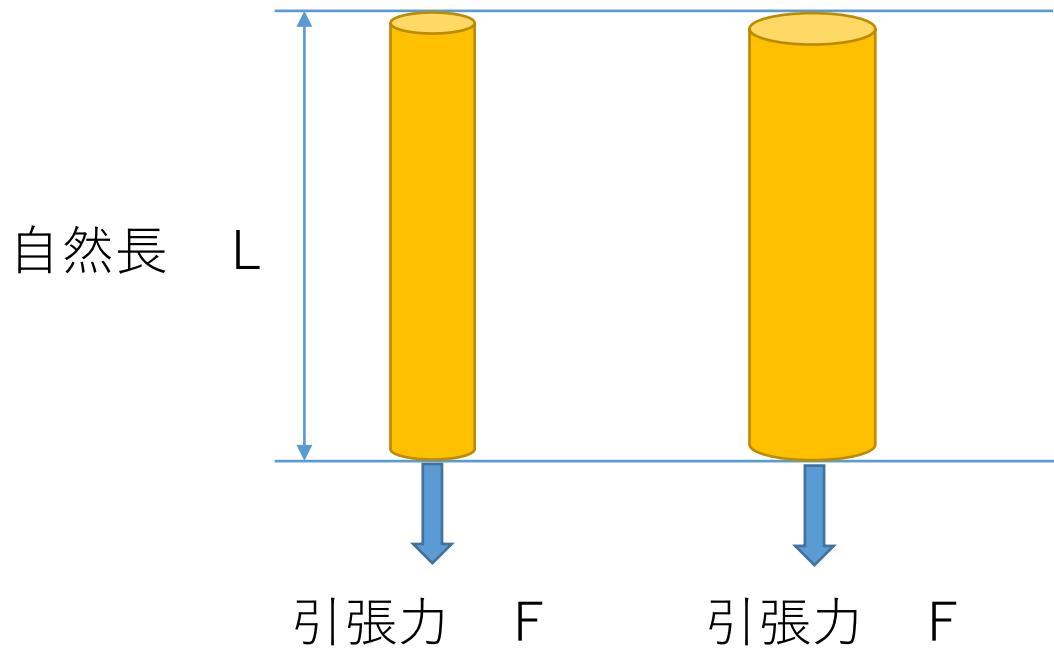
2本束ねたバネを同じ力で引っ張ったときの伸び量は、もとの伸び量の何倍か？

- ① $1/2$ 倍 ② 1倍 ③ 2倍

N本のバネの伸び量は、 $1/N$ 倍

↓
1本あたりの伸び量は一定

フックの法則 : クイズ 2'



断面積が2倍の丸棒を同じ力で引っ張ったときの伸び量は、もとの伸び量の何倍か？

- ① 1/2倍 ② 1倍 ③ 2倍

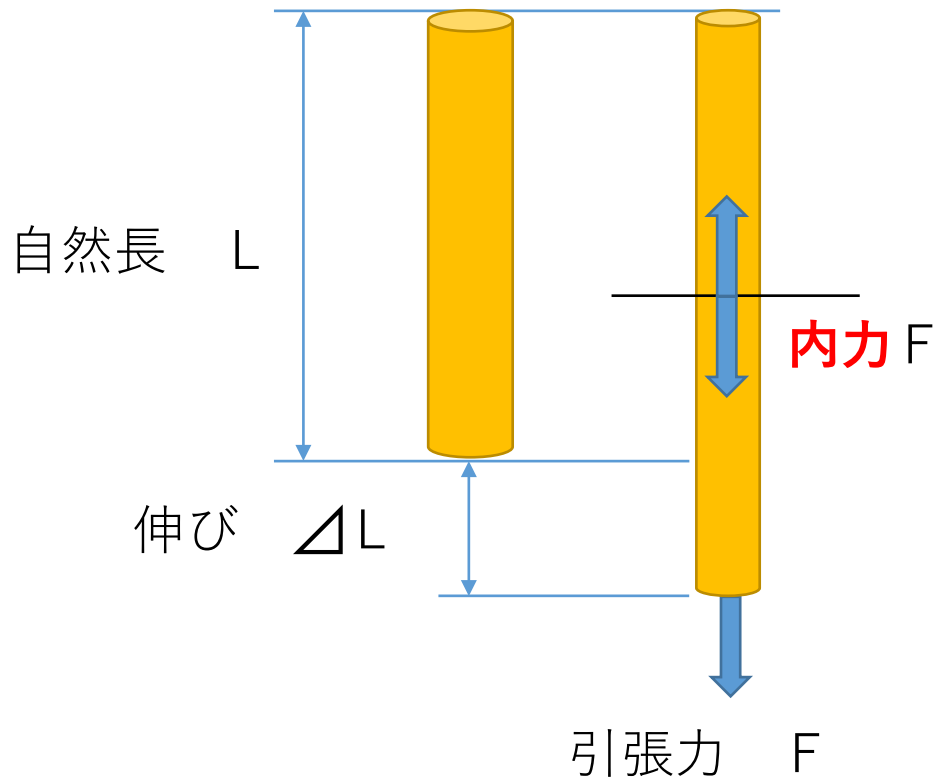
正解 ① 1/2倍

断面積 N 倍の丸棒の伸び量は $1/N$ 倍



単位面積あたりに加わる力 が等しければ
伸び量 (ひずみ) も等しい

フックの法則の変形 2



$$F = k' \varepsilon$$



$$\sigma = E \varepsilon$$

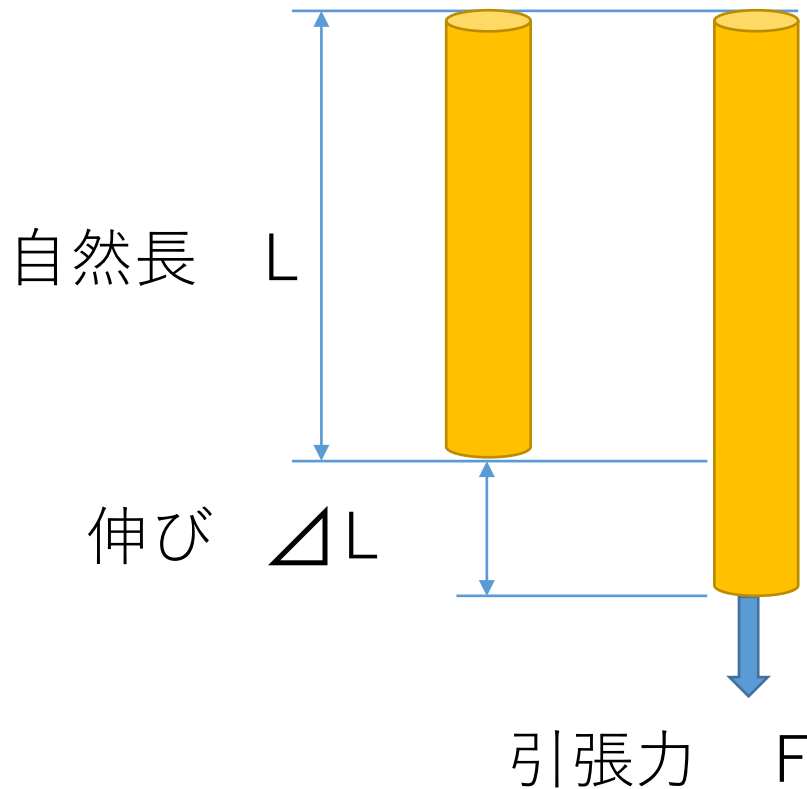
$$\varepsilon: \text{ひずみ} = \frac{\text{変形量}}{\text{自然長}}$$

$$\sigma: \text{応力} = \frac{\text{力}}{\text{断面積}}$$

応力：単位面積あたりの**内力**

E：ヤング率(縦弾性係数)

棒材の圧縮・引張変形



$$\sigma = E \varepsilon$$

$$\sigma: \text{応力} = \frac{\text{力}(N)}{\text{断面積}(m^2)} = F/A$$

E : ヤング率

$$\varepsilon: \text{ひずみ} = \frac{\text{変形量}(m)}{\text{自然長}(m)} = \Delta L/L$$

単位

$$\sigma = E \varepsilon$$

$$\varepsilon: \text{ひずみ} = \frac{\text{変形量}(m)}{\text{自然長}(m)} \Rightarrow \text{無次元}$$

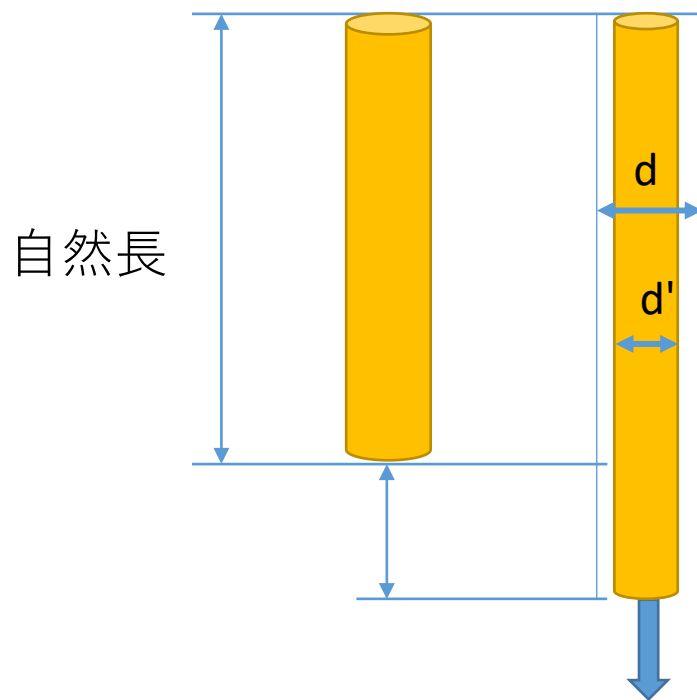
$$\sigma: \text{応力} = \frac{\text{力}(N)}{\text{断面積}(m^2)} \Rightarrow \frac{N}{m^2} = Pa$$

$$E: \text{ヤング率} = \frac{\text{応力}(Pa)}{\text{ひずみ}(\text{無次元})} \Rightarrow Pa$$

ヤング率の例

材料	ヤング率 (GPa)
木材	10
アルミ	70
鋼（鉄）	200
カーボンナノチューブ	1000

縦ひずみ、横ひずみ、ポアソン比



ε : 加重方向のひずみ(**縦ひずみ**)

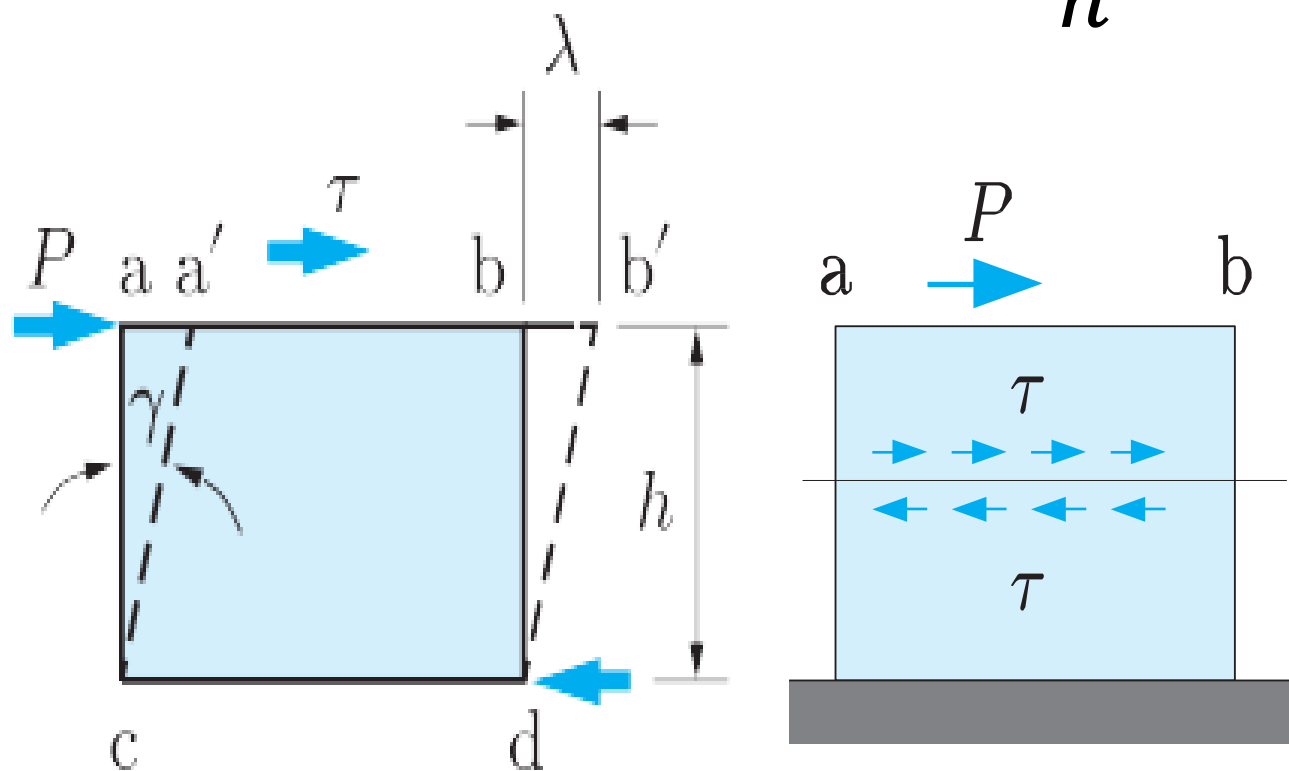
d:元の直径、d':変形後の直径

$$\frac{d-d'}{d} = \varepsilon' \quad \varepsilon': \text{横ひずみ}$$

$$\nu = - \frac{\text{横ひずみ}_{\varepsilon'}}{\text{縦ひずみ}_{\varepsilon}} : \text{ポアソン比}$$

せん断ひずみ ($\gamma = \frac{\lambda}{h}$), せん断応力 ($\tau = \frac{P}{A}$)

(A : 断面積)



$$\tau = G\gamma$$

G : 横弾性係数

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

(a) 下面を固定した直方体の上面に
水平荷重がかかる場合の τ および γ

問 1 面積 5 cm^2 を m^2 であらわしなさい。

(解) $5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

$$1 \text{ m}^2 = 1 \times 10^4 \text{ cm}^2$$

$$5 \text{ cm}^2 = 5 / (1 \times 10^4) \text{ m}^2$$

27 N/cm²は何MPaか？

(解) 0.27 MPa

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

$$27 \text{ N/cm}^2 = 27 \times 10^4 \text{ N/m}^2$$

直径20mmの丸棒に120Nの引張荷重を加えたとき、棒の内部に生じる応力はいくらか？

(解) 400 kPa

まず、丸棒の面積を求める。単位は m^2

$$20 \text{ mm} = 20 \times 10^{-3} \text{ m} \quad \text{面積 } 3.14 \times 400 \times 10^{-6} / 4 \text{ m}^2$$

$$\text{応力} = \text{荷重} / \text{面積} \quad 120 / (314 \times 10^{-6}) \doteq 4 \times 10^5$$

断面積 10 mm^2 の円形断面に 1000N の引張荷重が垂直に作用している。引張応力を求めなさい。 (解) 100 MPa

$$1000 / (10 \times 10^{-6}) = 100 \times 10^6$$

2500Nの引張荷重を受ける丸棒に27MPaの応力が発生している。丸棒の直径を求めなさい。

(解) 約 **11mm**

丸棒の直径を $d\text{ mm}$ とすると、
丸棒の面積は $\pi d^2 / 4\text{ mm}^2$

$$27 \times 10^6 = 2500 / (\pi d^2 / 4 \times 10^{-6})$$

$$\text{※ } 1\text{ MPa} = 1\text{ N} / 1\text{ mm}^2$$

問6 長さ 5 m の材料を圧縮したところ、
0.02% のひずみを生じた。変形量を求めな
さい。(解) 1 mm

0.02 % のひずみ \Rightarrow ひずみ = 0.0002

変形量 = 長さ \times ひずみ

$$5000 \times 0.0002 = 1$$

直径20mm, 長さ5mの丸棒に27000Nの引張荷重を加えたところ2mmの伸びを生じた。この棒に発生した引張応力と縦ひずみを求めなさい。

$$\frac{27000 \times 4}{\pi \times 0.02^2} = 9000 \times 10^4 = 90 \times 10^6 \text{ (Pa)}$$

90MPa

$$\frac{0.002}{5} = 4 \times 10^{-4} = 0.04 \times 10^{-2}$$

0.04 %

問8 ヤング率190GPaの軟鋼に0.05%のひずみを生じさせる応力を求めなさい.

$$\sigma = E\varepsilon$$

$$= 190 \times 10^9 \times 0.05 \times 10^{-2}$$

$$= 95 \times 10^6 \text{ [Pa]}$$

$$= 95 \text{ [MPa]}$$

引張強さ 300MPa の材料を用いて、引張荷重 30kN を受ける丸棒を設計する。
安全率 3 とするときの丸棒の直径を求めなさい。 (答 20mm)

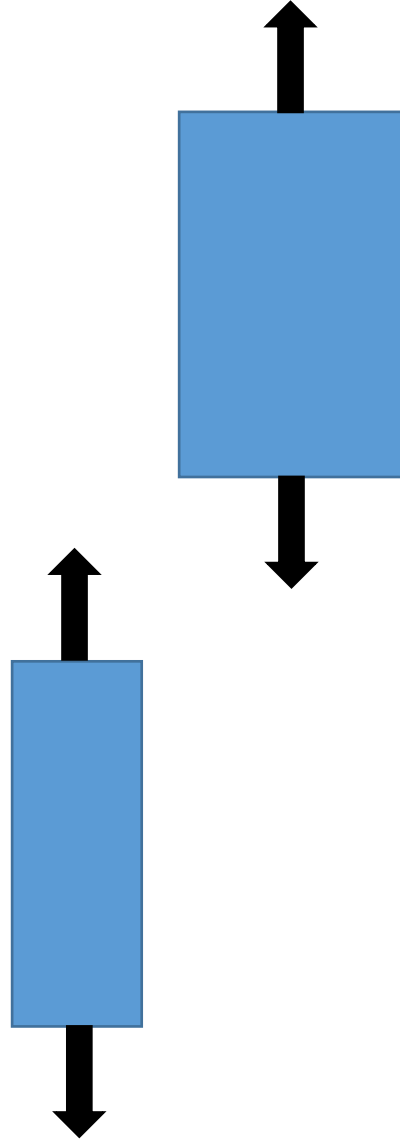
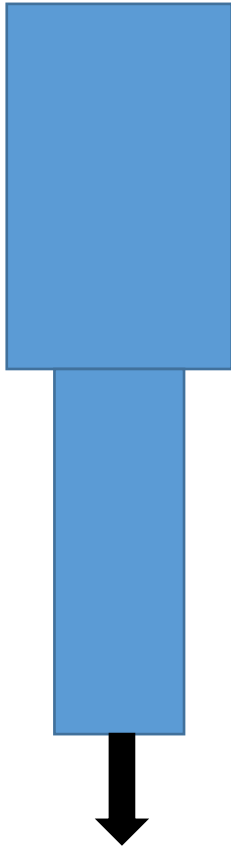
$$100 \times 10^6 = \frac{30 \times 10^3}{\pi d^2 / 4}$$

$$d = \sqrt{\frac{4}{1 \times 10^4}} = 0.02 \text{ (m)}$$

直径20mm, 長さ3mの軟鋼棒に5000Nの引張力を加えると伸びはいくらになるか。ただし, ヤング率は200 GPaとする。 (解)0.25mm

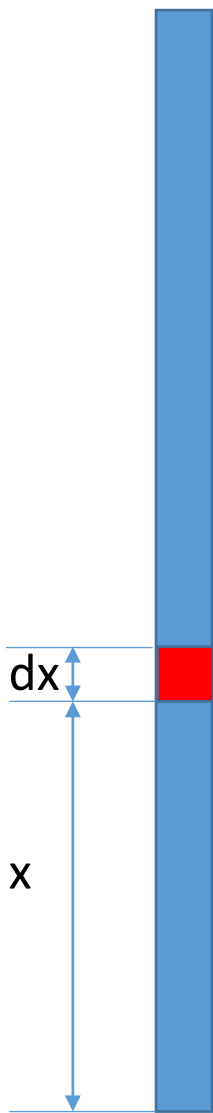
$$\lambda = \frac{Pl}{AE} = \frac{5000 \times 3}{3 \times \frac{0.02^2}{4} \times 200 \times 10^9}$$
$$= 0.25 \times 10^{-3}$$

演習問題のヒント 問8



このように
二つに分けて
それぞれの伸びを
計算するとよい。

演習問題のヒント 問9



1. 下端から x [m] にある長さ dx [m] の微小部分を考え、この微小部分の伸び量をまず求める。
2. この部分にかかる力は？
(= 下端から x [m] のワイヤの質量 \times 重力加速度)
3. この部分の伸び量は？
4. 3で求めた伸び量には dx が含まれる。
これを0から1000mまで積分する。
つまり、3の伸び量に積分記号をつけて0から1000mまで積分する。