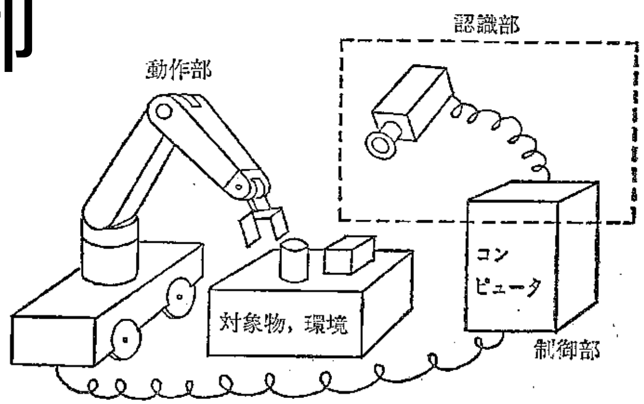
ロボティクス
第7回
ロボット制御

李　周浩

ロボットの制御



出典：吉川，ロボット制御基礎論

制御：
対象となるシステムを考え，その「出力」を，望みの状態に近づけること．システムへの「入力」を設計して実現.

1）位置制御

a) PTP制御(point-to-point control, pose-to-pose control)

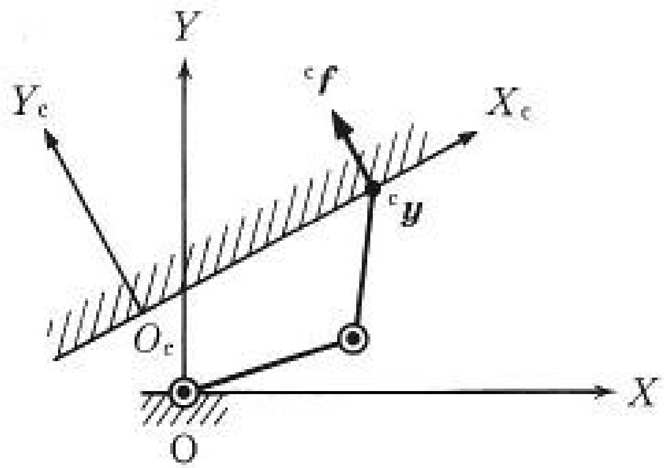
一定の目標位置・姿勢へ手先を移動させる

b) CP制御(continuous path control)

与えられた目標軌道に追従させる

2）力制御

押しつけ力を制御する など



3） 位置と力のハイブリッド制御

位置制御の方向，力制御の方向が存在

4）コンプライアンス制御

「しなやかさ」等を制御する

その他：　何を制御すれば目標のタスクが実現されるか？

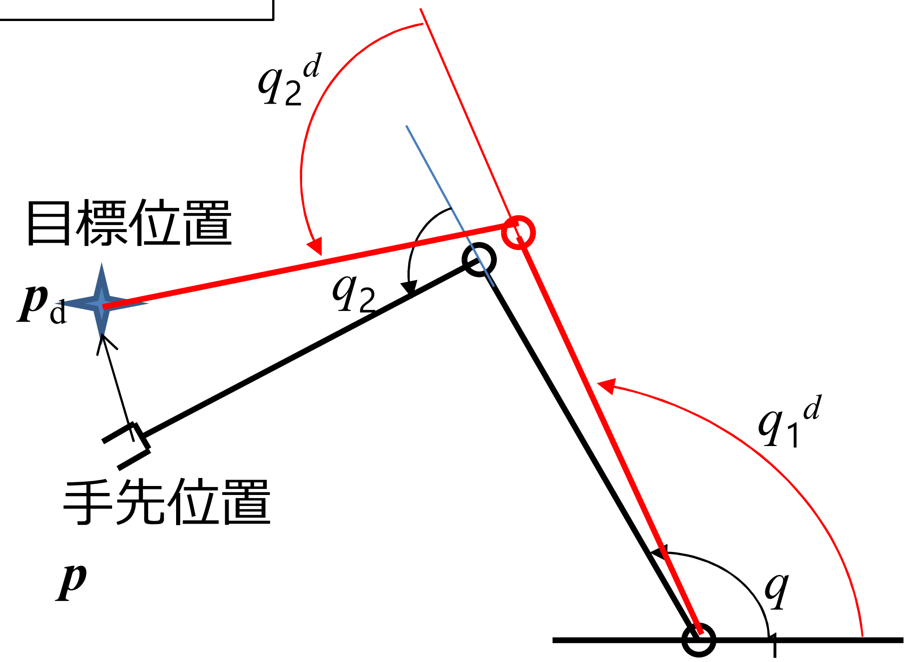
ロボットの位置制御（１／２）
関節サーボ

問題：手先を，目標位置に位置決めする

<u>問題設定１</u>：

関節角度センサが搭載され，

関節角度 $\boldsymbol{q} = [q_1, q_2]^{\mathrm{T}}$ が既知



【手順】

1）　逆運動学問題の解法により

目標手先位置P_d を実現する

目標関節角度qdを算出

$$\boldsymbol{P}_d = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{q}_d) \longrightarrow \boldsymbol{q}_d = \boldsymbol{f}^{-1}(\boldsymbol{P}_d)$$

2）各関節のモータにより，

$\boldsymbol{q} \rightarrow \boldsymbol{q}_d$

となるようにモータを作動

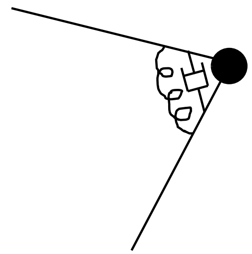
関節サーボ：各関節の線形フィードバック制御

問題：$\boldsymbol{q} \rightarrow \boldsymbol{q}_d$を実現するための，モータの動作方法

モータトルクを以下の通り決定する

$$\tau_1 = -K_{p1}\,(q_1(t) - q_{d1}) - K_{v1}\,\dot{q}_1(t)$$

第１関節　　(7.41）と同じ



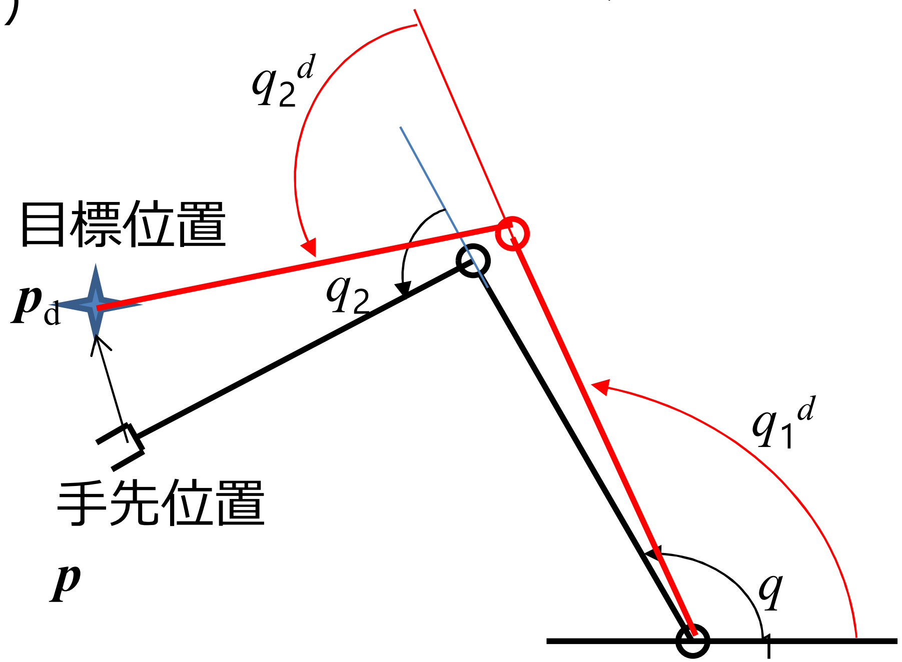
$$\tau_2 = -\underbrace{K_{p2}\,\boxed{(q_2(t) - q_{d2})}}_{\text{比例フィードバック（仮想バネ）}} - \underbrace{K_{v2}\,\dot{q}_2(t)}_{\text{速度フィードバック（仮想ダンパー．抵抗）}}$$

第２関節

時刻t における
関節角度誤差

ベクトル表記

$$\boldsymbol{\tau} = -K_P(\boldsymbol{q}(t) - \boldsymbol{q}_{\mathbf{d}}) - K_v\dot{\boldsymbol{q}}(t)$$



本当に$\boldsymbol{q} \rightarrow \boldsymbol{q}_d$となるか？　　制御の安定性，収束性

制御されたロボットの挙動

制御対象のロボットダイナミクス

$$\underbrace{M(q)\ddot{q}}_{\text{慣性項}} + \underbrace{h(q,\dot{q})}_{\text{非線形項}} + \underbrace{g(\mathrm{q})}_{\text{重力項}} = \underbrace{\tau}_{\text{制御入力}} \qquad ※$$

$$\tau = -K_p(\mathrm{q} - \mathrm{q}_d) - K_v\dot{q} = -K_p e - K_v\dot{e} \qquad ※※$$

$$e := q - q_d$$

(※）式に（※※）を代入し，以下の　<u>閉ループダイナミクス</u>を得る．

$$M(q)\ddot{q} + h(q,\dot{q}) + g(\mathrm{q}) + \mathrm{K}_v\,\dot{e} + K_p e = 0 \qquad ※※※$$

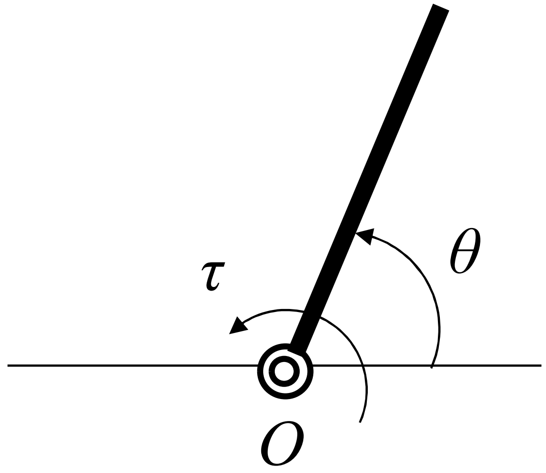
この閉ループダイナミクスの挙動（q, dq/dtの挙動）を調べることで，
制御性能がわかる．→　詳細は「制御工学」＆大学院講義にて

なぜ，「閉ループ」なのか？

【例1】水平面内を運動する　１リンクロボットのPDフィードバック

ロボットのダイナミクスは次式で与えられるとする.

$$I\ddot{\theta} = \tau \qquad (1)$$



このロボットに式（２）制御
(関節座標PDフィードバック）を行う.

$$\tau = -K_P(\theta - \theta_d) - K_v\dot{\theta} \qquad (2)$$

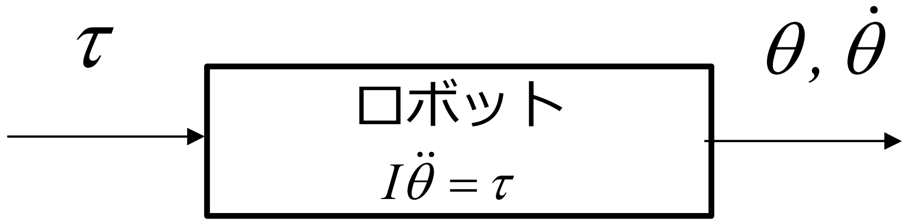
式(2)を式（１）に代入し，閉ループダイナミクス（３）を得る.

$$I\ddot{\theta} + K_v\dot{\theta} + K_P(\theta - \theta_d) = 0 \qquad (3)$$

ここで，誤差変数 $\Delta\theta := \theta(t) - \theta_d$ を導入すると,
次式を得る.

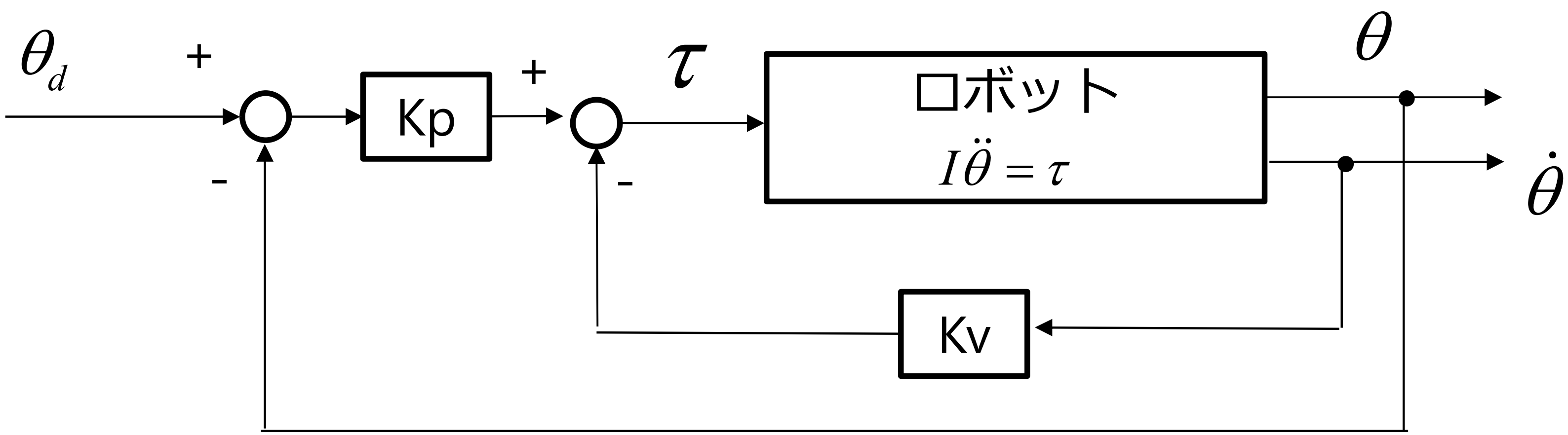
$$I\Delta\ddot{\theta} + K_v\Delta\dot{\theta} + K_P\Delta\theta = 0$$

閉ループダイナミクス(1リンクの例）
ー関節座標系PDフィードバックー



制御則

$$\tau = -K_P(\theta - \theta_d) - K_v\dot{\theta}$$

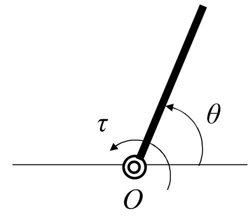


閉ループダイナミクス

$$I\ddot{\theta} + K_v\dot{\theta} + K_P(\theta - \theta_d) = 0$$

【例２】(数値例)

$$I\Delta\ddot{\theta}+K_v\Delta\dot{\theta}+K_P\Delta\theta=0$$



例１において，I=1, K_v=5, K_p=6とする.
初期値　$\theta(0)=\theta_0$，$\dot{\theta}(0)=0$　に対する閉ループ系の挙動を求めよ.

閉ループダイナミクスは以下の，線形同次微分方程式となる.

$$\Delta\ddot{\theta}+5\Delta\dot{\theta}+6\Delta\theta=0$$

特性方程式とその根は次で与えられる.

$$m^2+5m+6=0 \qquad m=-2,-3$$

よって微分方程式の解の一般形は次式で与えられる.

$$\Delta\theta(t)=C_1e^{-2t}+C_2e^{-3t}$$

初期値より，$\Delta\theta(0)=C_1+C_2=\theta_0-\theta_d \qquad \Delta\dot{\theta}(0)=-2C_1-3C_2=0$

$$\Delta\theta(t)=3(\theta_0-\theta_d)e^{-2t}-2(\theta_0-\theta_d)e^{-3t}$$

$$\theta(t)=\theta_d+3(\theta_0-\theta_d)e^{-2t}-2(\theta_0-\theta_d)e^{-3t}$$

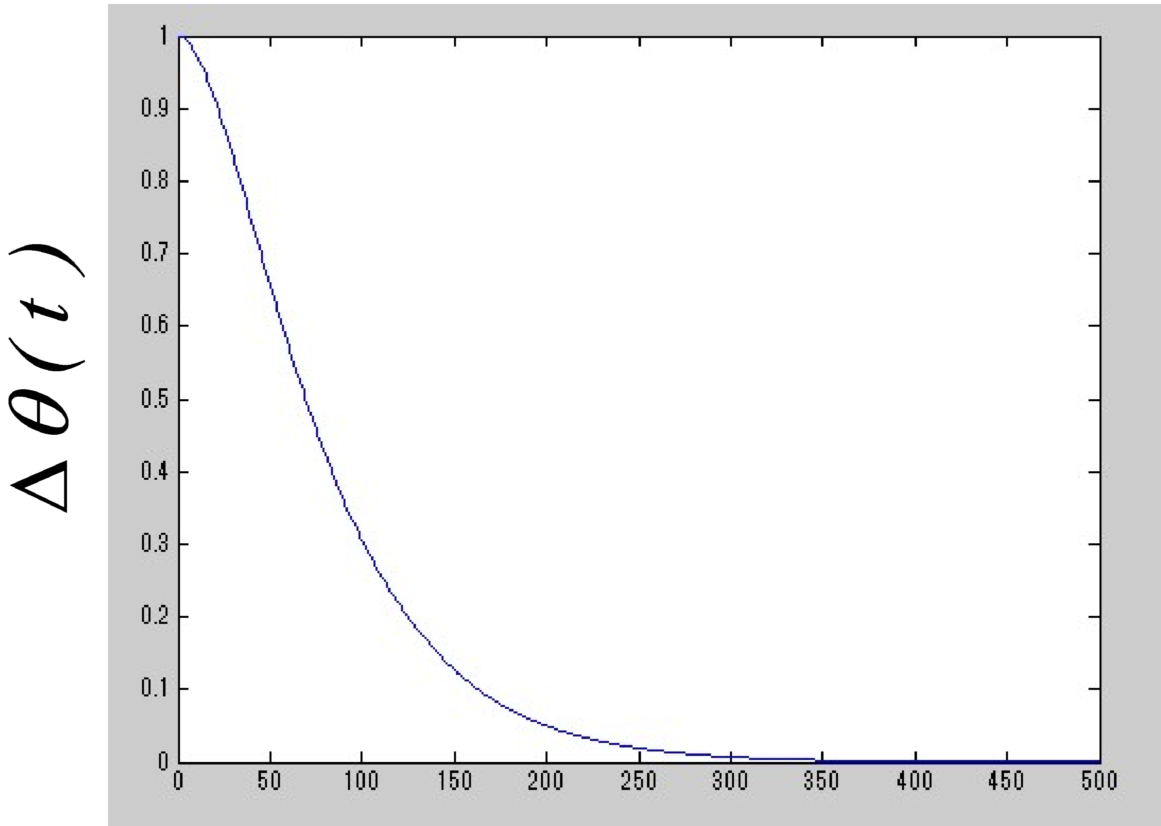
$$\Delta\theta(t)\to 0 \quad as\ t\to\infty, \quad \theta(t)\to\theta_d\ \ as\ t\to\infty$$

【例２】(数値例）

例１において，I=1, Kv=5, Kp=6とする.
初期値　$\theta(0)=\theta_0$， $\dot{\theta}(0)=0$ に対する閉ループ系の挙動を求めよ.

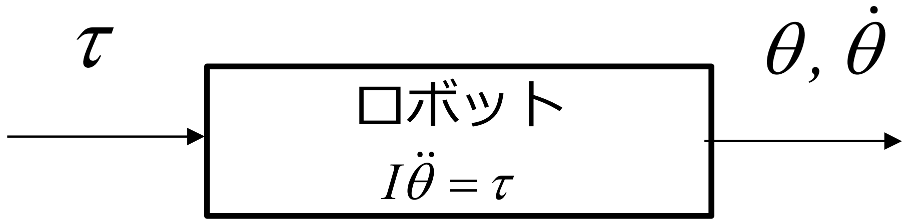
$$\Delta\theta(t)=3(\theta_0-\theta_d)e^{-2t}-2(\theta_0-\theta_d)e^{-3t}$$

$\theta_0-\theta_d=1.0$としてプロット



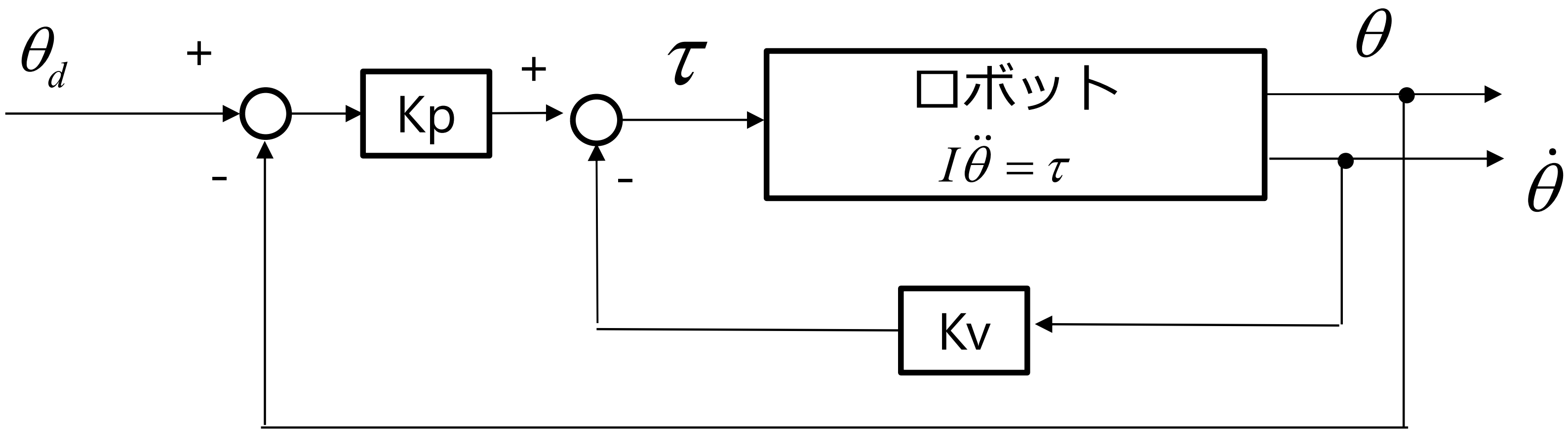
$t \times 0.01$ [s]

閉ループダイナミクス(1リンクの例）
ー関節座標系PDフィードバックー



制御則

$$\tau = -K_P(\theta - \theta_d) - K_v\dot{\theta}$$



閉ループダイナミクス

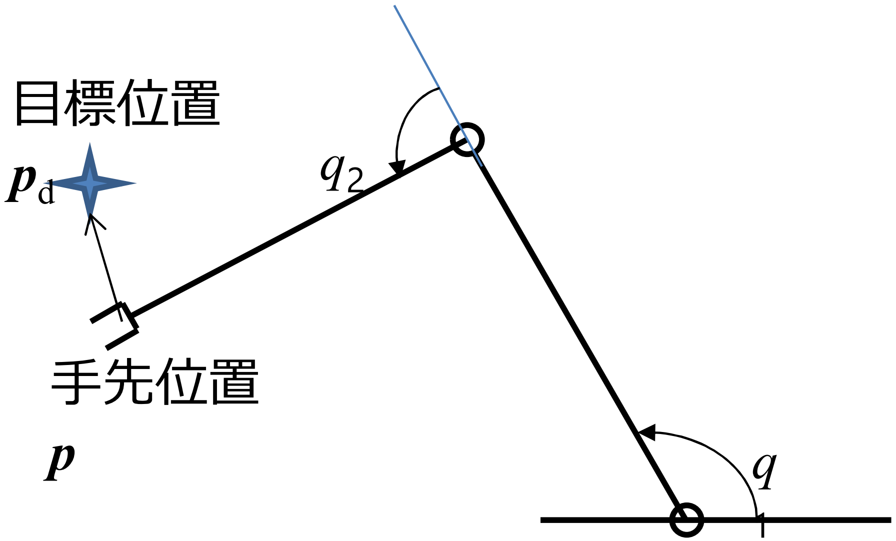
$$I\ddot{\theta} + K_v\dot{\theta} + K_P(\theta - \theta_d) = 0$$

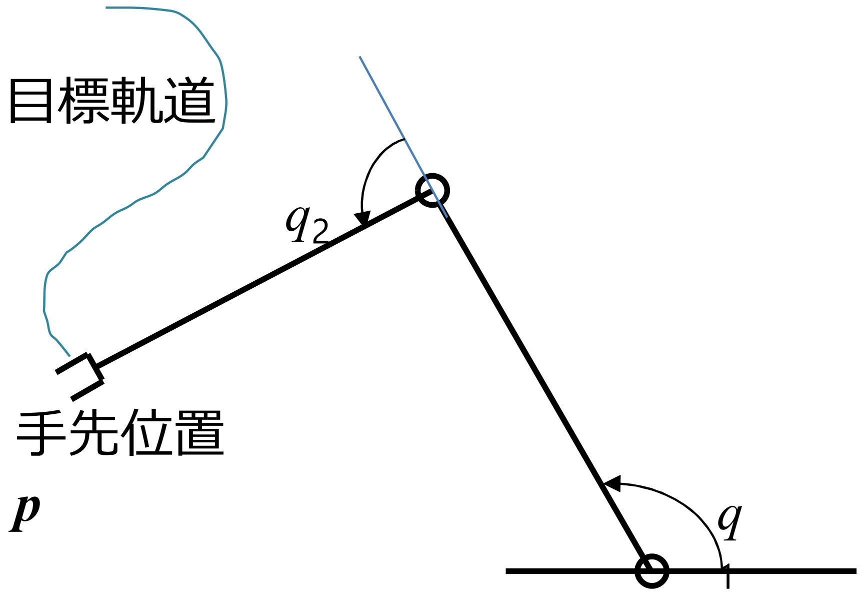
ロボティクス
第8回
軌道計画
ロボット制御

李　周浩

軌道生成

目標位置だけではなく，実際のロボットではどの経路を通るかが重要になる.





目標軌道は複数の目標位置と目標位置間の補間で生成できる.

例えば，最初の位置からものを把持し（p_1），ものを持ち上げ（p_2），移動し（p_3），机に置く（p_4）という作業なら，ロボットの目標位置が4つあり，ロボットは順番に目標位置を通る必要がある.

軌道計画：時刻や移動速度などが設定された通過点（目標点）を計画すること.

軌道生成（軌道補間）：軌道計画で計画された通過点を滑らかに結ぶ軌道を作ること.

ロボットマニピュレータにおいて軌道は，関節変数qによるものと手先位置姿勢rによるものがある.

関節変数での軌道生成

始点と終点が与えられた場合

1. 1次補間

   時刻における始点と終点の位置条件だけで決める補間

2. 3次多項式補間

   時刻における始点と終点の位置と速度条件で決める補間

3. 5次多項式補間

   時刻における始点と終点の位置，速度，加速度条件で決める補間

4. 4-1-4次多項式補間

   始点から加速，等速，減速して終点に至る軌道を生成する補間

関節変数のある要素をyとすると

$$y(t) = a_0 + a_1 t + \cdots + a_n t^n$$

と表す．tは時間変数でyは時間関数である．

始点と終点が与えられた場合

- 1次補間（境界条件数：2）

時刻における始点と終点の位置だけで決める補間

$$y(t) = a_0 + a_1 t$$

1次式を用いて関節変数の軌道を表す．例えば0秒で始点$\theta_{始点}$，t_f秒で終点$\theta_{終点}$，とするなら，

$$y(0) = a_0 + a_1 \cdot 0 = a_0 = \theta_{始点}$$

$$y(\mathrm{t}_f) = \theta_{始点} + a_1 \cdot \mathrm{t}_f = \theta_{終点}$$

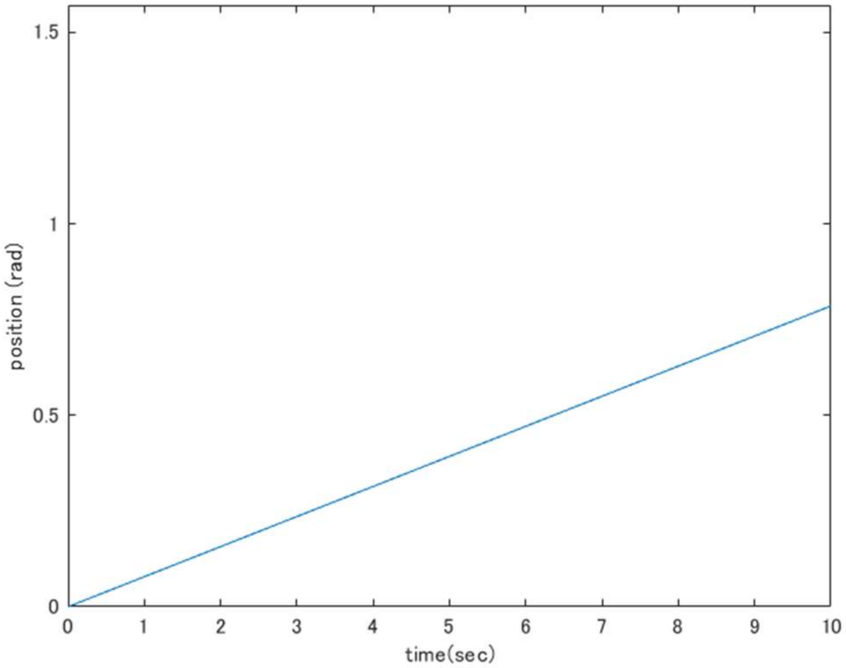
$$y(0) = a_0 + a_1 \cdot 0 = a_0 = \theta_{始点}$$

$$y(\mathrm{t}_f) = \theta_{始点} + a_1 \cdot \mathrm{t}_f = \theta_{終点}$$

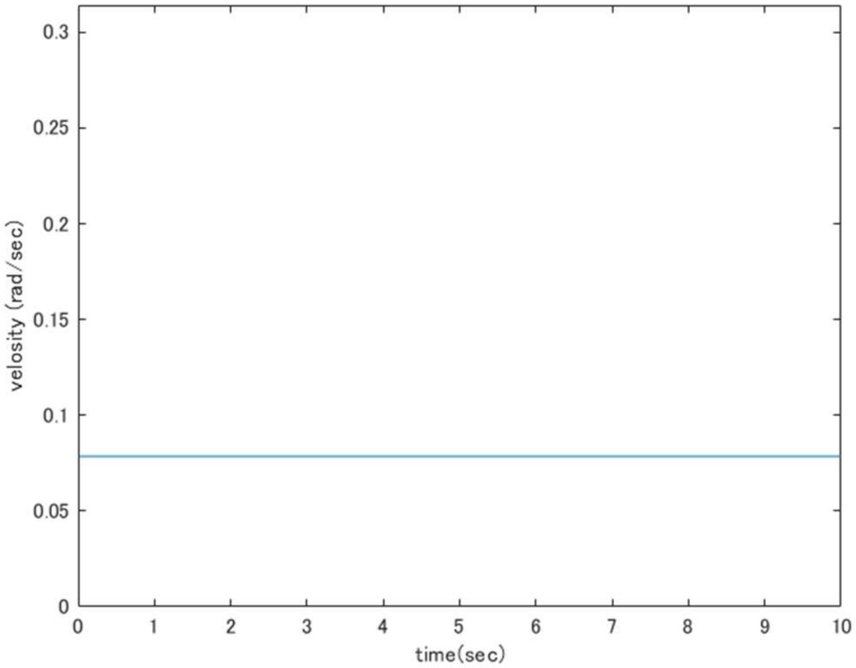
従って，y(t)は

$$y(t) = \theta_{始点} + \frac{\theta_{終点} - \theta_{始点}}{\mathrm{t}_f} t$$

$\theta_{始点} = 0, \theta_{終点}$ =π/4の場合



位置



速度

始点と終点が与えられた場合

- 3次補間（境界条件数：4）

時刻における始点と終点の位置，速度条件で決める補間

$$y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$

3次式を用いて関節変数の軌道を表す．例えば0秒で始点 $\theta_{始点}$，$\dot{\theta}_{始点}$，t_f秒で終点$\theta_{終点}$，$\dot{\theta}_{終点}$とするなら，

$$y(0) = a_0 = \theta_{始点}$$

$$\dot{y}(0) = a_1 = \dot{\theta}_{始点}$$

$$y(\mathrm{t}_f) = a_0 + a_1\mathrm{t}_f + a_2{\mathrm{t}_f}^2 + a_3{\mathrm{t}_f}^3 = \theta_{始点}$$

$$\dot{y}(\mathrm{t}_f) = a_1 + 2a_2\mathrm{t}_f + 3a_3{\mathrm{t}_f}^2 = \dot{\theta}_{始点}$$

$$y(0) = a_0 = \theta_{始点}$$

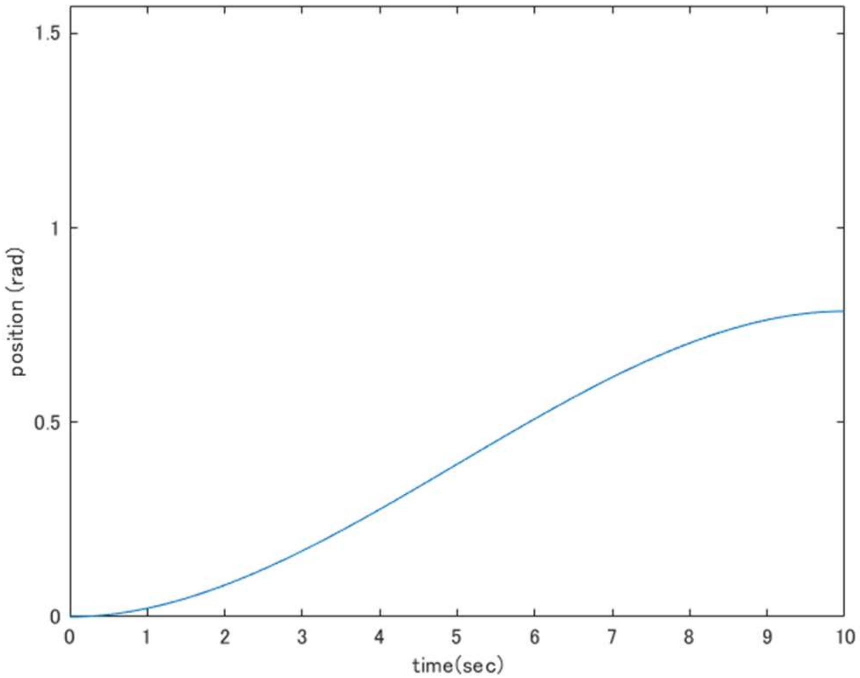
$$\dot{y}(0) = a_1 = \dot{\theta}_{始点}$$

$$y(\mathrm{t}_f) = a_0 + a_1 \mathrm{t}_f + a_2 {\mathrm{t}_f}^2 + a_3 {\mathrm{t}_f}^3 = \theta_{終点}$$

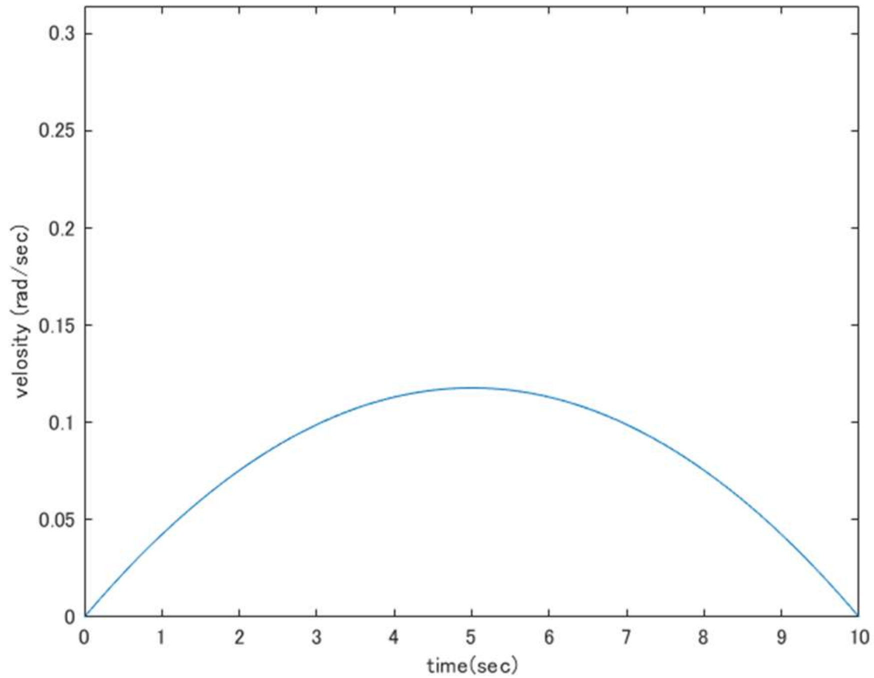
$$\dot{y}(\mathrm{t}_f) = a_1 + 2a_2 \mathrm{t}_f + 3a_3 {\mathrm{t}_f}^2 = \dot{\theta}_{終点}$$

$$y(t) = \theta_{始点} + \dot{\theta}_{始点} t + \frac{1}{{\mathrm{t}_f}^2}\left(3\left(\theta_{終点} - \theta_{始点}\right) - \left(\dot{\theta}_{終点} + 2\dot{\theta}_{始点}\right)\mathrm{t}_f\right) t^2 + \frac{1}{{\mathrm{t}_f}^3}\left(-2\left(\theta_{終点} - \theta_{始点}\right) + \left(\dot{\theta}_{終点} + \dot{\theta}_{始点}\right)\mathrm{t}_f\right) t^3$$

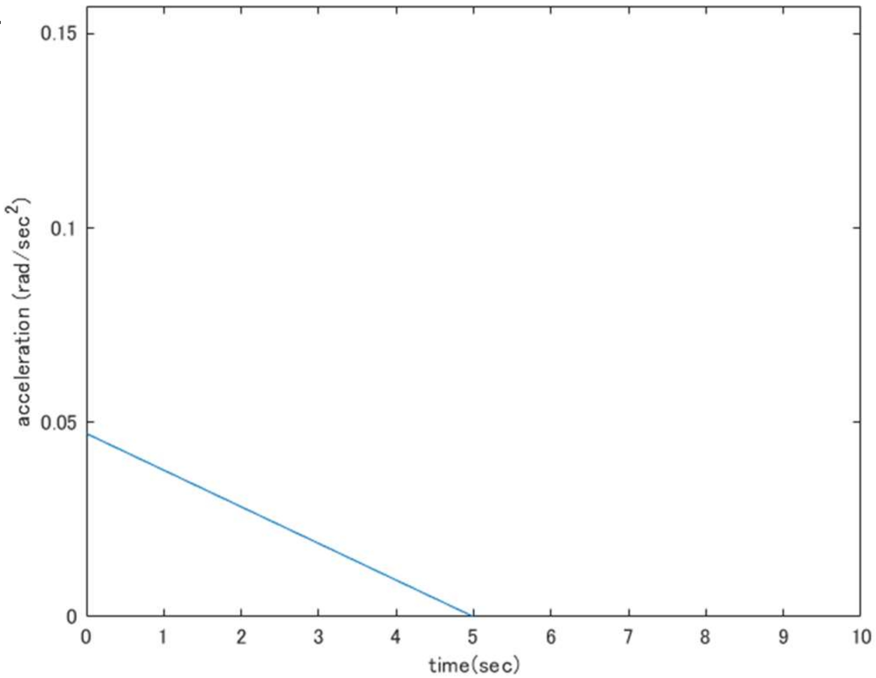
$\theta_{始点} = 0, \theta_{終点}$ =π/4, 始点と終点の速度=0の場合



位置



速度



加速度

始点と終点が与えられた場合

- 5次補間（境界条件数：6）

時刻における始点と終点の位置，速度，加速度
条件で決める補間

$$y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5$$

5次式を用いて関節変数の軌道を表す．例えば0秒で始点

$\theta_{始点}$，$\dot{\theta}_{始点}$，$\ddot{\theta}_{始点}$，t_f秒で終点$\theta_{終点}$，$\dot{\theta}_{終点}$，$\ddot{\theta}_{終点}$
とするなら，

$$y(0) = a_0 = \theta_{始点}$$

$$\dot{y}(0) = a_1 = \dot{\theta}_{始点}$$

$$\ddot{y}(0) = 2a_2 = \ddot{\theta}_{始点}$$

$$y(\mathrm{t}_f) = a_0 + a_1 \mathrm{t}_f + a_2 {\mathrm{t}_f}^2 + a_3 {\mathrm{t}_f}^3 + a_4 {\mathrm{t}_f}^4 + a_5 {\mathrm{t}_f}^5 = \theta_{終点}$$

$$\dot{y}(\mathrm{t}_f) = a_1 + 2a_2 \mathrm{t}_f + 3a_3 {\mathrm{t}_f}^2 + 4a_4 {\mathrm{t}_f}^3 + 5a_5 {\mathrm{t}_f}^4 = \dot{\theta}_{終点}$$

$$\ddot{y}(\mathrm{t}_f) = 2a_2 + 6a_3 \mathrm{t}_f + 12a_4 {\mathrm{t}_f}^2 + 20a_5 {\mathrm{t}_f}^3 = \ddot{\theta}_{終点}$$

$$a_0 = \theta_{始点}$$

$$a_1 = \dot{\theta}_{始点}$$

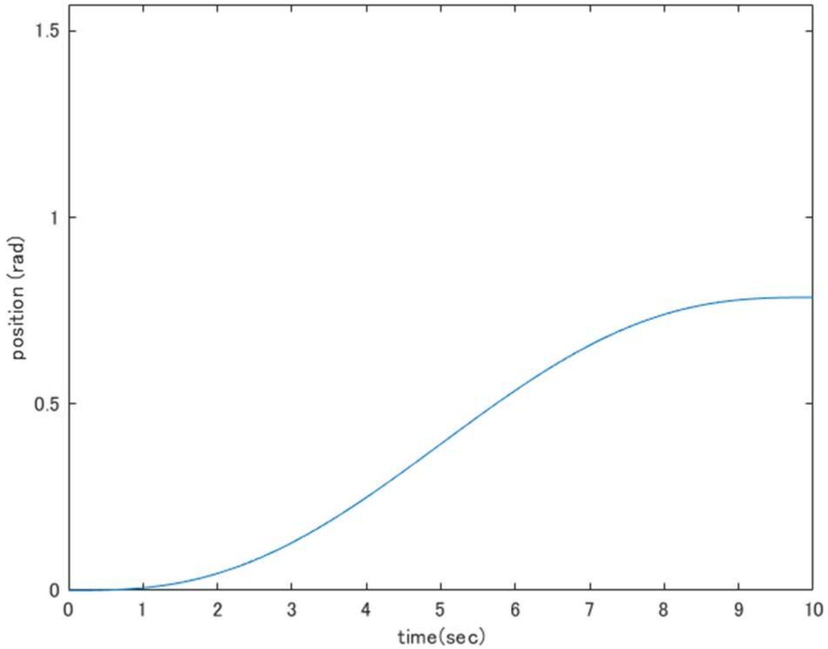
$$a_2 = \frac{1}{2}\dot{\theta}_{始点}$$

$$a_3 = \frac{1}{2{\mathrm{t}_f}^3}\left(20\left(\theta_{終点} - \theta_{始点}\right) - \left(8\dot{\theta}_{終点} + 12\dot{\theta}_{始点}\right)\mathrm{t}_f \right.$$
$$\left. + \left(\ddot{\theta}_{終点} - 3\ddot{\theta}_{始点}\right){\mathrm{t}_f}^2\right)$$

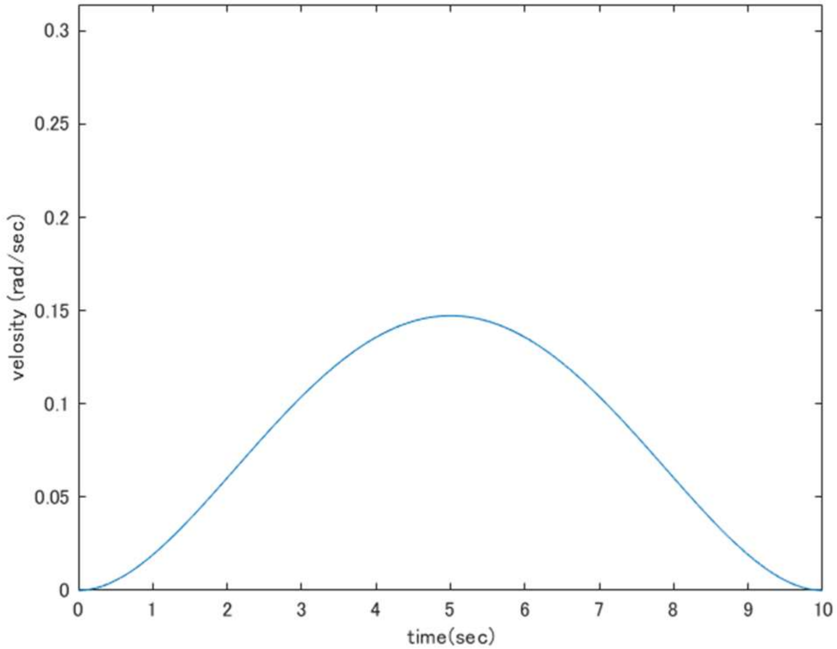
$$a_4 = \frac{1}{2{\mathrm{t}_f}^4}\left(-30\left(\theta_{終点} - \theta_{始点}\right) + \left(14\dot{\theta}_{終点} + 16\dot{\theta}_{始点}\right)\mathrm{t}_f \right.$$
$$\left. - \left(2\ddot{\theta}_{終点} - 3\ddot{\theta}_{始点}\right){\mathrm{t}_f}^2\right)$$

$$a_5 = \frac{1}{2{\mathrm{t}_f}^5}\left(12\left(\theta_{終点} - \theta_{始点}\right) - 6\left(\dot{\theta}_{終点} + \dot{\theta}_{始点}\right)\mathrm{t}_f \right.$$
$$\left. + \left(\ddot{\theta}_{終点} - \ddot{\theta}_{始点}\right){\mathrm{t}_f}^2\right)$$

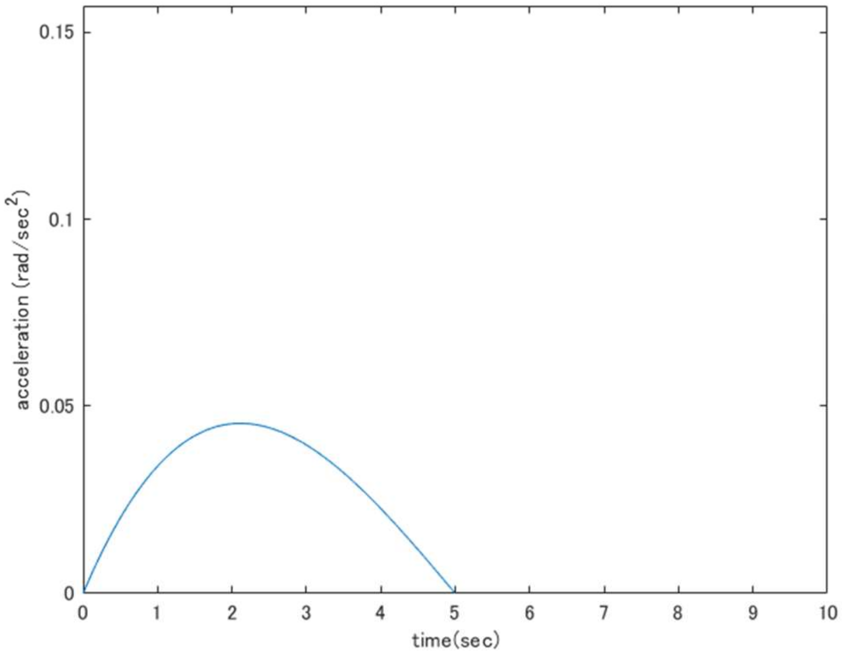
$\theta_{始点} = 0, \theta_{終点}$ =π/4, 始点と終点の速度及び加速度=0の場合



位置



速度

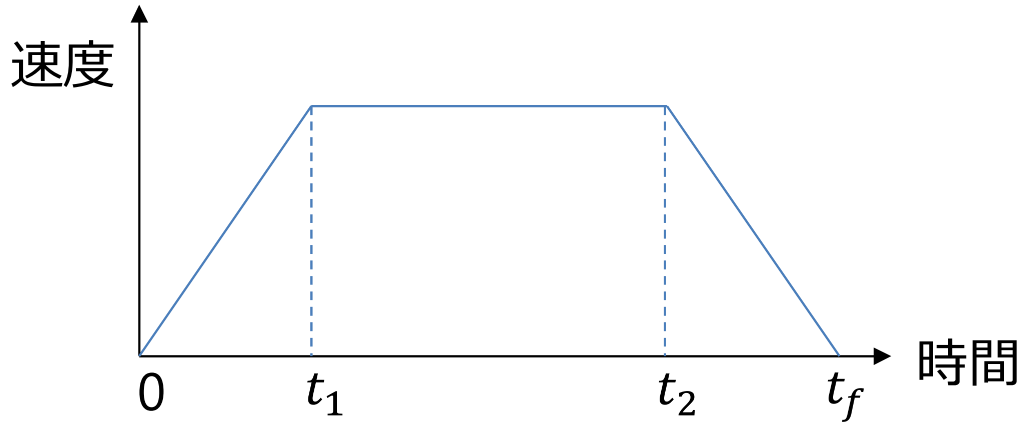


加速度

始点と終点が与えられた場合

- 4-1-4多項式

始点から加速，等速，減速を経て終端点に至る軌道を補間．
$\theta_{始点}$と$\theta_{終点}$の間に中間点θ_1とθ_2を設ける．各点を$0, t_1, t_f - t_1, t_f$で通過させる．中間点θ_1とθ_2の間は等速で移動させる．



$$y(t) = a_{10} + a_{11}t + a_{12}t^2 + a_{13}t^3 + a_{14}t^4$$

$$y(t) = a_{20} + a_{21}(t - t_1)$$

$$y(t) = a_{30} + a_{31}(t - t_f) + a_{32}(t - t_f)^2 + a_{33}(t - t_f)^3 + a_{34}(t - t_f)^4$$

$$y(t) = a_{10} + a_{11}t + a_{12}t^2 + a_{13}t^3 + a_{14}t^4$$

から

t=0で関節角度は$\theta_{始点}$，速度と加速度は0

$y(0) = a_{10} = \theta_{始点}$

$\dot{y}(0) = a_{11} = 0$

$\ddot{y}(0) = a_{12} = 0$

$$y(t) = a_{30} + a_{31}(t - t_f) + a_{32}(t - t_f)^2 + a_{33}(t - t_f)^3 + a_{34}t^4$$

から

t= t_fで関節角度は$\theta_{終点}$，速度と加速度は0

$y(t_f) = a_{30} = \theta_{終点}$

$\dot{y}(t_f) = a_{31} = 0$

$\ddot{y}(t_f) = a_{32} = 0$

$$y(t) = a_{10} + a_{11}t + a_{12}t^2 + a_{13}t^3 + a_{14}t^4$$
$$y(t) = a_{20} + a_{21}(t - t_1)$$
から

t= t_1で関節角度はθ_1，速度は連続，加速度は0

$$y(t_1) = a_{10} + a_{13}{t_1}^3 + a_{14}{t_1}^4 = a_{20}$$

赤字：0

$$\dot{y}(t_1) = 3a_{13}{t_1}^2 + 4a_{14}{t_1}^3 = a_{21}$$
$$\ddot{y}(t_1) = 6a_{13}t_1 + 12a_{14}{t_1}^2 = 0$$

$$y(t) = a_{20} + a_{21}(t - t_1)$$
$$y(t) = a_{30} + a_{31}(t - t_f)$$
から
$$+a_{32}(t - t_f)^2 + a_{33}(t - t_f)^3 + a_{34}(t - t_f)^4$$

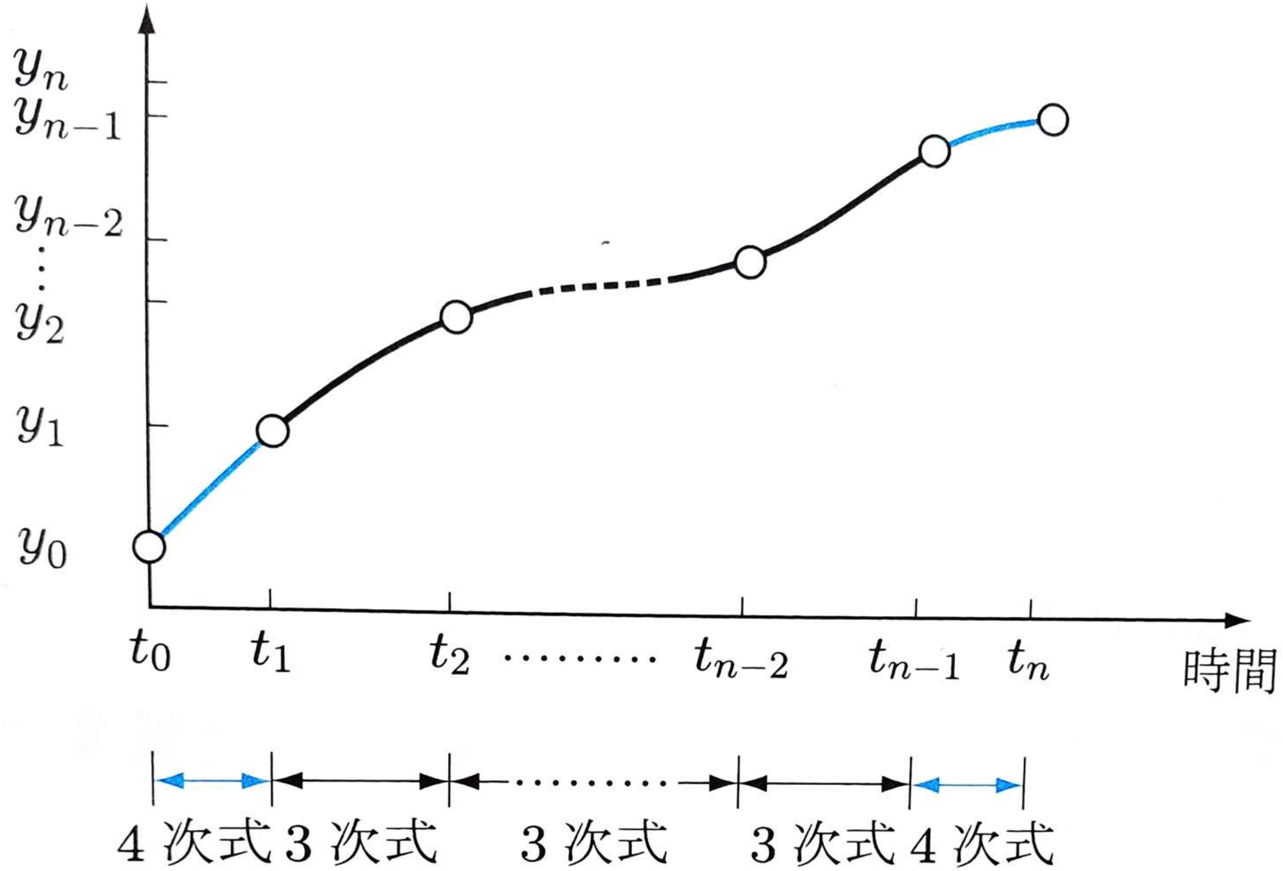
t= $t_f - t_1$で関節角度はθ_2，速度は連続，加速度は0

$$y(t_f - t_1) = a_{20} + a_{21}(t_f - 2t_1) = a_{30} + a_{33}{t_1}^3 + a_{34}{t_1}^4$$
$$\dot{y}(t_f - t_1) = a_{21} = 3a_{33}{t_1}^2 - 4a_{34}{t_1}^3$$
$$\ddot{y}(t_f - t_1) = 0 = -6a_{33}t_1 + 12a_{34}{t_1}^2$$

関節変数での軌道生成

始点と中間点(複数)と終点が与えられた場合

4-3…3-4次多項式補間

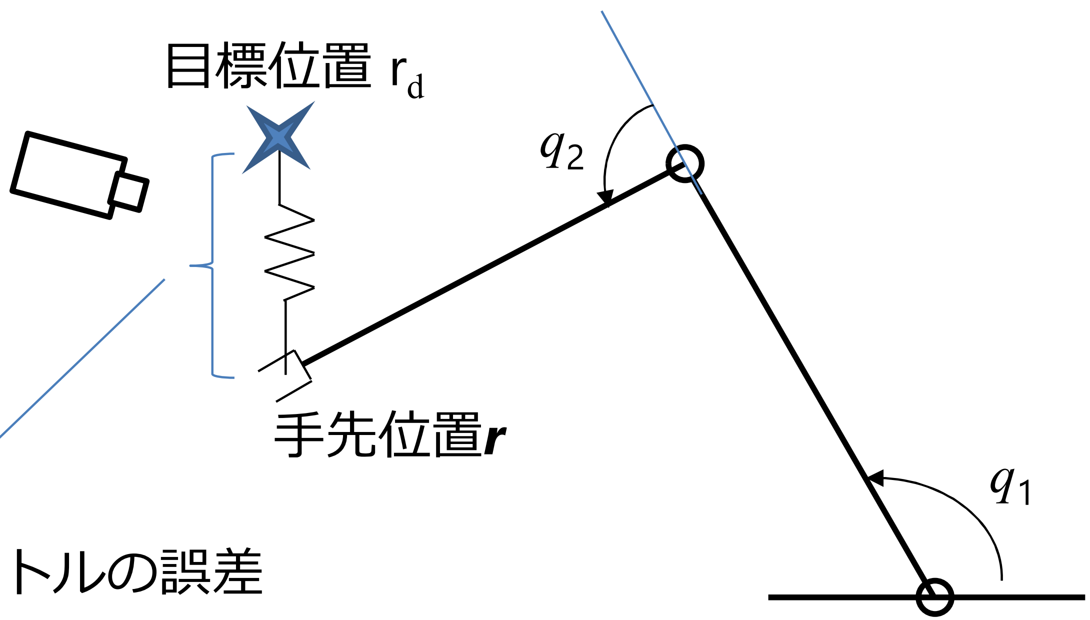


ロボットの位置制御（２／２）
作業座標サーボ

手先力 $\boldsymbol{f}$ を実現する関節トルク $\boldsymbol{\tau}$ は
次式で表される
（運動学，静力学にて説明済み）

$$\boldsymbol{\tau} = J^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{q})\,\boldsymbol{f}$$

$J(\boldsymbol{q})$: ヤコビ行列



したがって，手先力　$-K_p \underbrace{(\mathrm{r}(t) - \mathrm{r_d})}_{\text{手先位置ベクトルの誤差}}$

を発生することを考える。

これを実現する関節トルクは以下で与えられる.

$$\boldsymbol{\tau} = -J(\boldsymbol{q})^{\mathrm{T}} K_p (\mathrm{r}(t) - \mathrm{r_d})$$

これに，関節の粘性摩擦の項を入れて，次式を得る.

$$\boldsymbol{\tau} = -J(\boldsymbol{q})^{\mathrm{T}} K_p (\mathrm{r}(t) - \mathrm{r_d}) \quad - K_v \dot{\boldsymbol{q}}(t)$$

ロボットの位置制御（２／２）
作業座標サーボ

さらに，重量補償を加えると，次式を得る.

$$\boldsymbol{\tau} = -J(\boldsymbol{q})^{\mathrm{T}} K_p\,(\mathrm{r}(t) - \mathrm{r_d}) - K_{\boldsymbol{v}}\dot{\boldsymbol{q}} + \mathrm{g}(\boldsymbol{q})$$

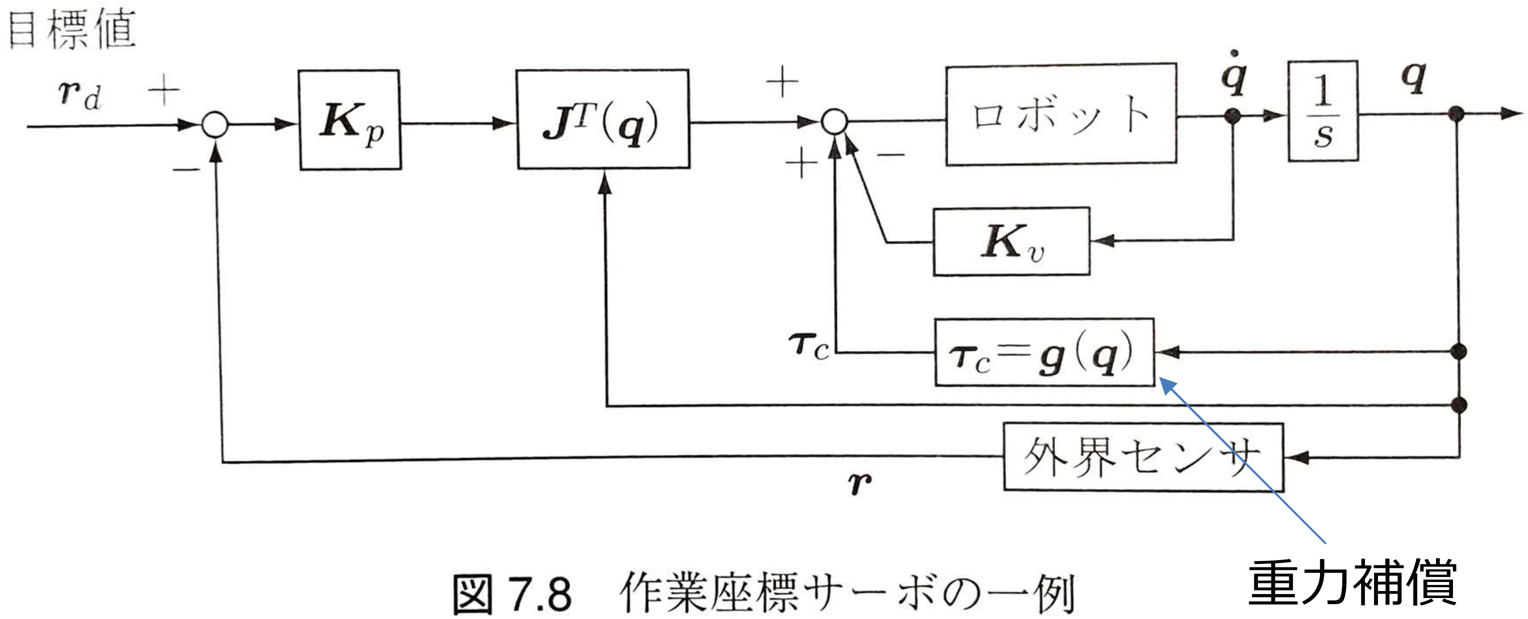


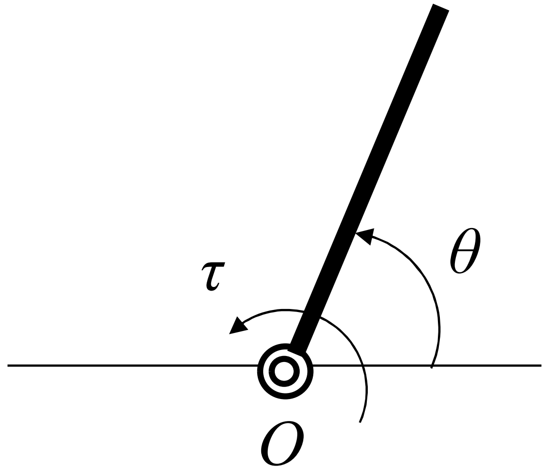
図 7.8　作業座標サーボの一例

（128ページの再掲載）

【例1】水平面内を運動する　１リンクロボットのPDフィードバック

ロボットのダイナミクスは次式で与えられるとする.

$$I\ddot{\theta} = \tau \qquad (1)$$



このロボットに式（２）制御
(関節座標PDフィードバック）を行う.

$$\tau = -K_P(\theta - \theta_d) - K_v\dot{\theta} \qquad (2)$$

式(2)を式（１）に代入し，閉ループダイナミクス（３）を得る.

$$I\ddot{\theta} + K_v\dot{\theta} + K_P(\theta - \theta_d) = 0 \qquad (3)$$

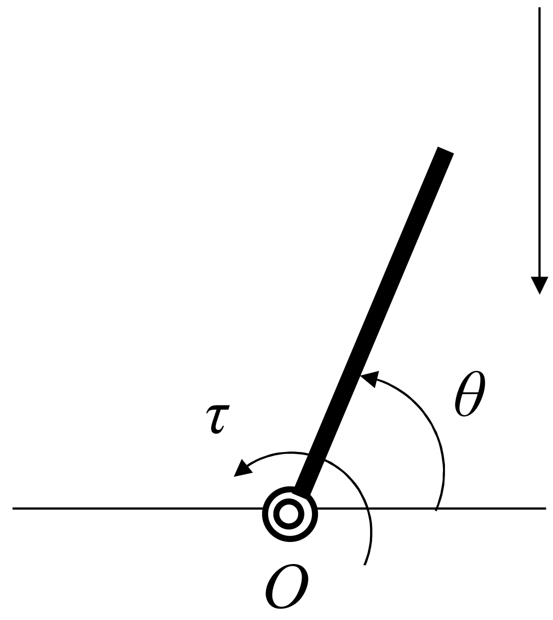
ここで，誤差変数 $\Delta\theta := \theta(t) - \theta_d$ を導入すると，
次式を得る.

$$I\Delta\ddot{\theta} + K_v\Delta\dot{\theta} + K_P\Delta\theta = 0$$

重力環境下におけるロボット制御（重力補償）

重力環境下におけるロボットのダイナミクス

$$I\ddot{\theta} + mgl_g \cos\theta = \tau \qquad (1)$$



このロボットに式（２）制御
(関節座標PDフィードバック）を行う.

$$\tau = -K_P(\theta - \theta_d) - K_v\dot{\theta} \qquad (2)$$

閉ループダイナミクスは，次式で与えられる.

$$I\ddot{\theta} + K_v\dot{\theta} + K_p(\theta - \theta_d) + mgl_g \cos\theta = 0 \qquad (3)$$

線形化

閉ループダイナミクス（再掲）

$$I\ddot{\theta}+K_v\dot{\theta}+K_p(\theta-\theta_d)+mgl_g\cos\theta=0 \quad (3)$$

$\cos\theta$ をθ=θ_d まわりでテイラー展開する.

$$\cos\theta \cong \cos\theta_d-\sin\theta_d\cdot(\theta-\theta_d)-\frac{1}{2}\cos\theta_d\cdot(\theta-\theta_d)^2+\cdots$$

$\theta-\theta_d<<1$ として，二次以上の高次項を無視することで，線形化ダイナミクス（４）を得る.

$$I\Delta\ddot{\theta}+K_v\Delta\dot{\theta}+K_p\Delta\theta-mgl_g\sin\theta_d\cdot\Delta\theta+mgl_g\cos\theta_d=0$$

$$I\Delta\ddot{\theta}+K_v\Delta\dot{\theta}+(K_p-mgl_g\sin\theta_d)\Delta\theta+mgl_g\cos\theta_d=0 \quad (4)$$

関数f(x)のx=aまわりにおけるテイラー展開

$$f(x)=f(a)+\frac{df(a)}{dx}(x-a)+\frac{1}{2}\frac{d^2f(a)}{dx^2}(x-a)^2+\cdots+\frac{1}{n!}\frac{d^nf(a)}{dx^n}(x-a)^n+\cdots$$

線形化ダイナミクスにおける重力の影響

$$I\Delta\ddot{\theta} + K_v\Delta\dot{\theta} + (K_p - mgl_g \sin\theta_d)\Delta\theta + mgl_g \cos\theta_d = 0 \qquad (4)$$

静止状態を考える.

$$(K_p - mgl_g \sin\theta_d)\Delta\theta + mgl_g \cos\theta_d = 0$$

$$\Delta\theta = -\frac{mgl_g \cos\theta_d}{K_p - mgl_g \sin\theta_d}$$

十分大きなゲイン $K_p \to \infty$ により，Δθ → 0

（実際には，ゲインはあまり大きく出来ない．）

誤差の方向の例：θd=0のとき， $\Delta\theta = -\frac{mgl_g}{K_p}$

→　水平よりアームが下がった状態で釣り合う.

重力補償付き関節座標系フィードバック

重力環境下におけるロボットのダイナミクス

$$I\ddot{\theta} + mgl_g \cos\theta = \tau \qquad (1)$$

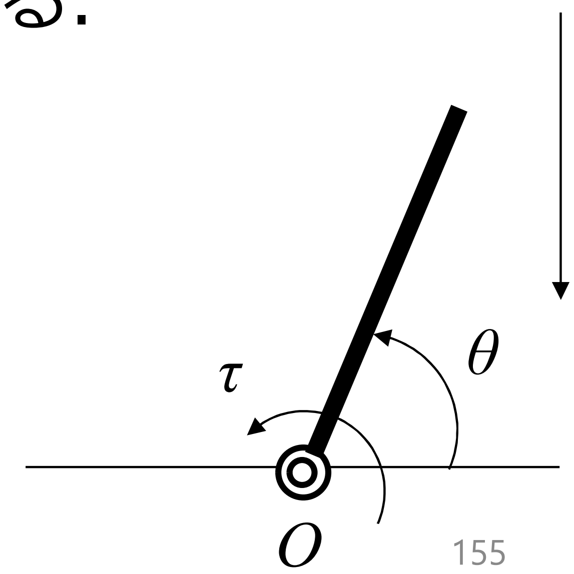
このロボットに式（２）制御
(重力補償付きPDフィードバック）を行う.

$$\tau = -K_P(\theta - \theta_d) - K_v\dot{\theta} + mgl_g \cos\theta \qquad (2)$$

閉ループダイナミクスは，次式で与えられる.

$$I\ddot{\theta} + K_v\dot{\theta} + K_p(\theta - \theta_d) = 0 \qquad (3)$$

$$\theta \to \theta_d$$



重力補償付き関節座標系フィードバック (一般形)

ダイナミクスが式（１）で与えられるロボットを考える.

$$M(q)\ddot{q}+h(q,\dot{q})+\underbrace{g(\mathrm{q})}_{\text{重力項}}=\tau \quad (1)$$

このロボットの関節角度を, $q \rightarrow q_d$ に制御するために,
以下の重力補償付き関節座標フィードバックを考える.

$$\tau=-K_P(q-q_d)-K_v\dot{q}+g(q) \qquad (2)$$

制御則（２）を式（１）に代入し, 次の閉ループダイナミクスを得る.

$$M(q)\ddot{q}+h(q,\dot{q})+K_v\dot{q}+K_p\Delta q=0 \quad (3)$$

式（３）は一般に非線形微分方程式であるが, $q \rightarrow q_d$ が理論的に保証される. (証明は大学院生講義にて)

CP制御（軌道追従制御）
ー計算トルク制御法ー

今までは，PTPであった．
ここでは，時々刻々目標値が変化する場合 $q_d(t)$を考える．

ロボットのダイナミクスのモデルが厳密にわかっている状況を想定する．このとき，次式の制御則を考える．

$$\tau = M(q)\ddot{q}_d(t) + h(q,\dot{q}) + g(q) - M(q)\{K_P(q - q_d) + K_v(\dot{q} - \dot{q}_d)\} \quad (1)$$

この制御則（１）をロボットダイナミクスに代入し，式(2)の閉ループダイナミクスを得る．

$$M(q)\{\Delta\ddot{q} + K_v\Delta\dot{q} + K_p\Delta q\} = 0$$

$$\Delta\ddot{q} + K_v\Delta\dot{q} + K_p\Delta q = 0 \quad (2)$$

(証明は大学院生講義にて)

よって， $\Delta q \to 0 \;\; as \;\; t \to \infty$ となる．(Kv>0, Kp>0のとき）

CP制御（軌道追従制御）
ー計算トルク制御法ー

$$\tau = M(q)\underline{\ddot{q}_d(t)} + h(q,\dot{q}) + g(q) - M(q)\{K_P(q-q_d) + K_v(\dot{q}-\dot{q}_d)\} \quad (1)$$

角度qと，角速度dq/dtのみ使用.
加速度は，その目標値のみ．加速度信号自体は使っていない.

加速度は一般に制御に使わない.
ノイズが大きく，精度も低いため.

計算トルク制御法の例

重力環境下におけるロボットのダイナミクス

$$I\ddot{\theta} + mgl_g \cos\theta = \tau \qquad (1)$$

このロボットに式（２）の制御を行う．

$$\tau = I\ddot{\theta}_d - I\{K_P \Delta\theta + K_v \Delta\dot{\theta}\} + mgl_g \cos\theta \qquad (2)$$

(2)を(1)に代入し，閉ループダイナミクス（３）を得る．

$$\Delta\ddot{\theta} + K_v \Delta\dot{\theta} + K_p \Delta\theta = 0 \qquad (3)$$