

مدارهای الکتریکی و الکترونیکی

فصل نهم: پاسخ فرکانسی

استاد درس: محمود ممتازپور

ceit.aut.ac.ir/~momtazpour

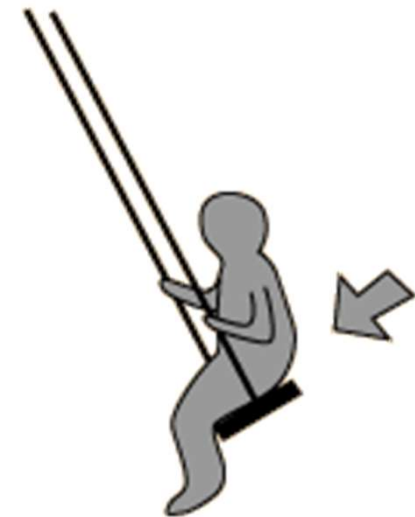
فهرست مطالب

- تشدید
- پاسخ فرکانسی و تابع انتقال
- فیلتر فرکانس

تشدید

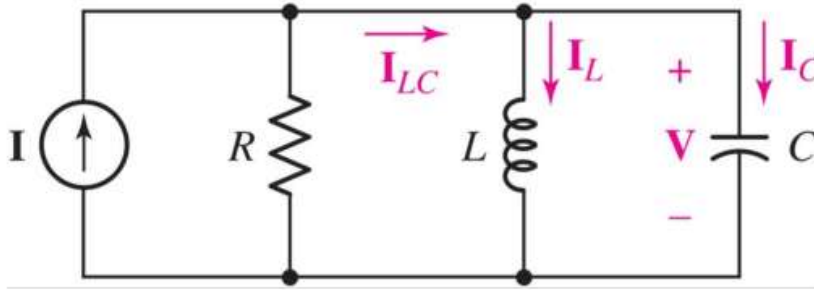
- رزونانس یا تشدید پدیده‌ای است که در آن یک نیروی خارجی باعث می‌شود سیستم با دامنه بیشتری نوسان کند.
- به فرکانسی که در آن تشدید اتفاق می‌افتد **فرکانس تشدید** گویند.

Tacoma bridge, 1940, US



تشدید الکتریکی

□ در مدار زیر، فرکانس منبع سینوسی چقدر باشد تا نسبت $\frac{V}{I}$ بیشینه شود (تشدید رخ دهد)؟



$$\square \frac{V}{I} = Z_{eq} = \frac{R}{1 + jR(c\omega - \frac{1}{L\omega})} \rightarrow Z_{max} = R$$

□ فرکانس تشدید $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ است.

□ سلف و خازن شروع به تبادل انرژی بین خود می‌کنند و دیگر از منبع انرژی نمی‌گیرند.

تشدید

□ در مثال قبل دیدید زمانی که تشدید رخ می‌دهد، قسمت موهومی امپدانس صفر می‌شود.

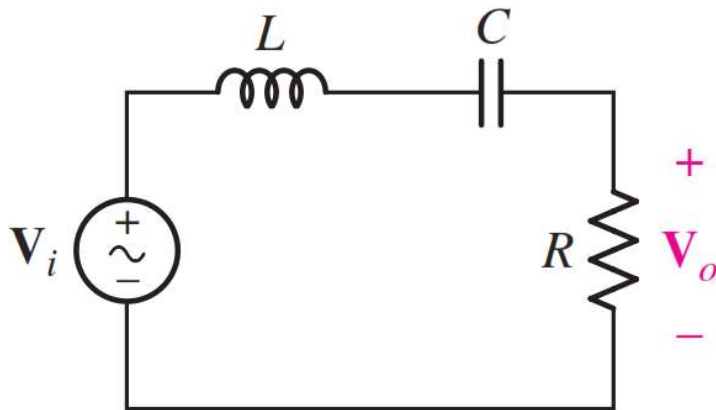
$$\square Z_{eq} = \frac{R}{1 + jR(c\omega - \frac{1}{L\omega})} \rightarrow Z_{max} = R$$

□ این امر برای همه مدارهای RLC صادق است. یعنی تشدید وقتی رخ می‌دهد که **قسمت موهومی امپدانس یا ادمیتانس صفر شود.**

□ در این حالت جریان و ولتاژ مدار هم فاز می‌شوند (چون امپدانس معادل مدار یک عدد حقیقی است و مانند یک مقاومت عمل می‌کند)

تشدید: مثال

□ در مدار RLC سری، فرکانس تشدید چقدر است؟



- $Z_{eq} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$
- $\text{Im}g(Z_{eq}) = 0 \rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

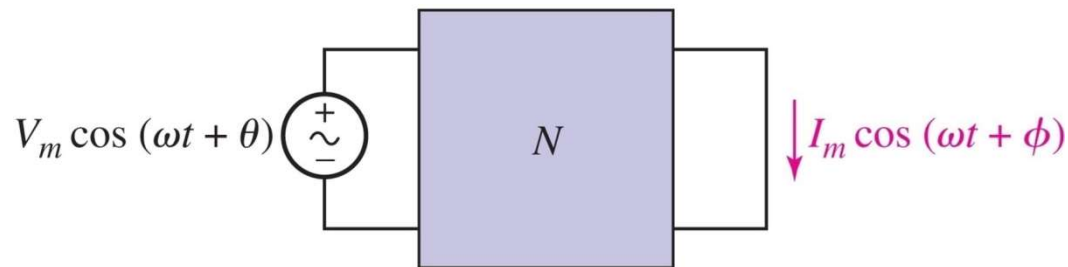
پاسخ فرکانسی

□ در یک مدار مرتبه n با ورودی سینوسی، تحلیل پاسخ فرکانسی عبارت است از یافتن:

□ نسبت دامنه خروجی به ورودی مدار $(\frac{I_m}{V_m})$ که به آن بهره A می‌گویند.

□ و اختلاف فاز آنها $(\phi - \theta)$

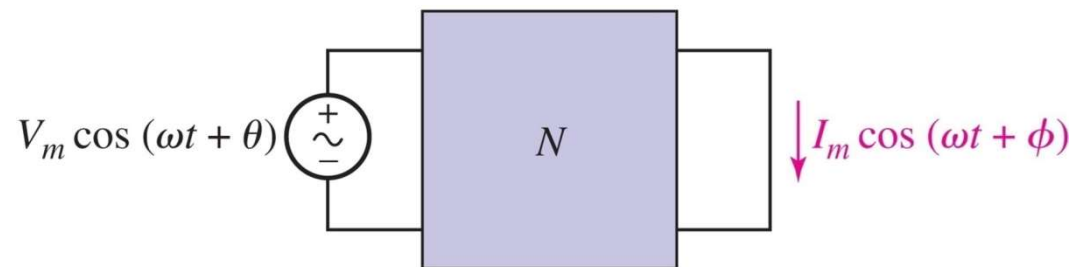
در فرکانس‌های مختلف



□ برای این کار از تابع انتقال استفاده می‌کنیم.

تابع انتقال

□ نسبت فازور خروجی به فازور ورودی را تابع انتقال $\mathbf{H}(j\omega)$ گویند.



□ $\mathbf{H}(j\omega) = \frac{I_m e^{j\phi}}{V_m e^{j\theta}}$

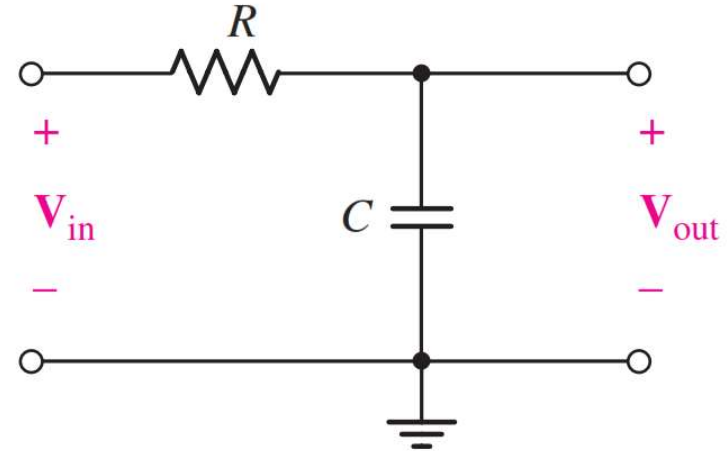
□ $A = |\mathbf{H}(j\omega)| = \frac{I_m}{V_m}$

□ $Phase = \angle \mathbf{H}(j\omega) = \phi - \theta$

هر سه تابعی از فرکانس هستند.

فیلتر پایین گذر RC

$$V_{out} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + R} V_{in} = \frac{1}{1 + j\omega RC} V_{in}$$



□ با فرض ولتاژ خازن به عنوان خروجی مدار، تابع انتقال برابر است با:

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Bode Diagram

دیاگرام بود

- دیاگرام بود نموداری است که اندازه و زاویه تابع انتقال را بر حسب فرکانس و در مقیاس لگاریتمی نشان می‌دهد.
- محور افقی بیانگر فرکانس و در مقیاس لگاریتمی است.
- محور عمودی نمودار اندازه در مقیاس دسیبل (dB) است.
- محور عمودی نمودار زاویه در مقیاس خطی است.

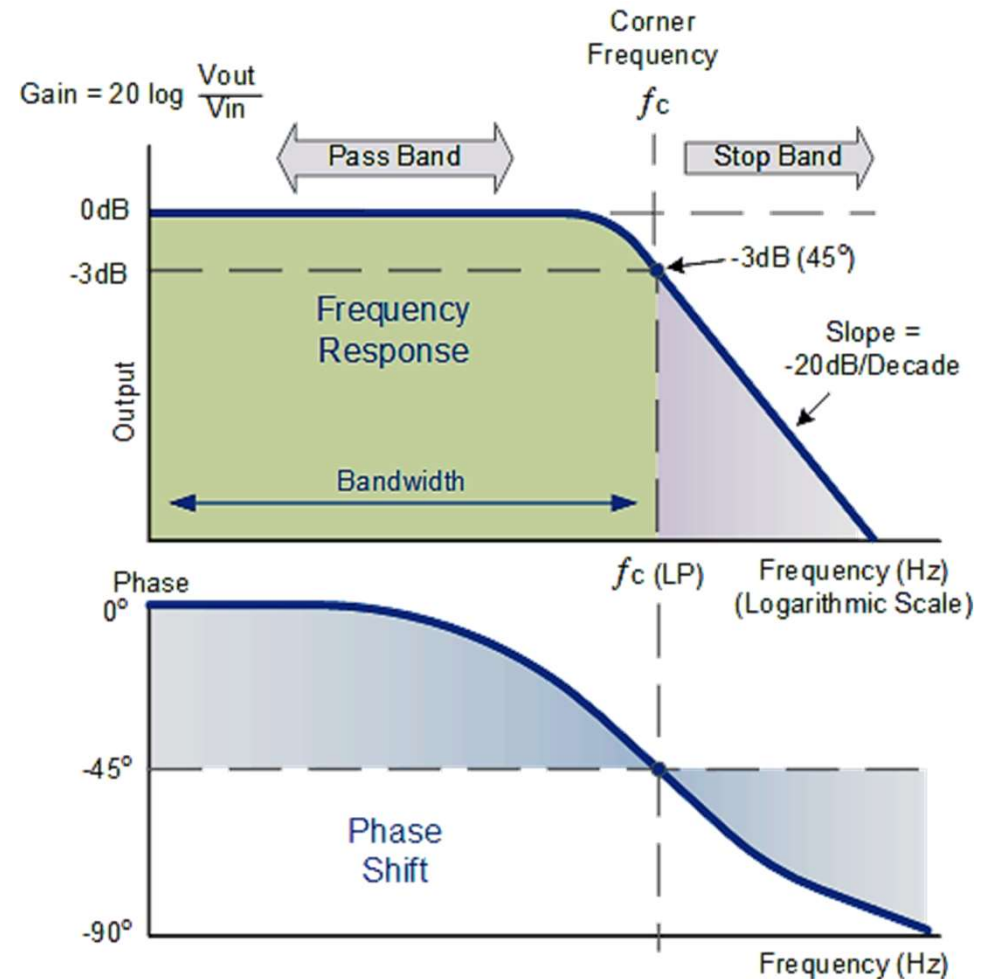
$$H_{dB} = 20 \log |\mathbf{H}(j\omega)|$$

دیاگرام بود فیلتر پایین گذر RC

- $H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1+j\omega RC}$
- $|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 R^2 C^2}}$
- $\angle H(j\omega) = -\tan^{-1} \omega RC$

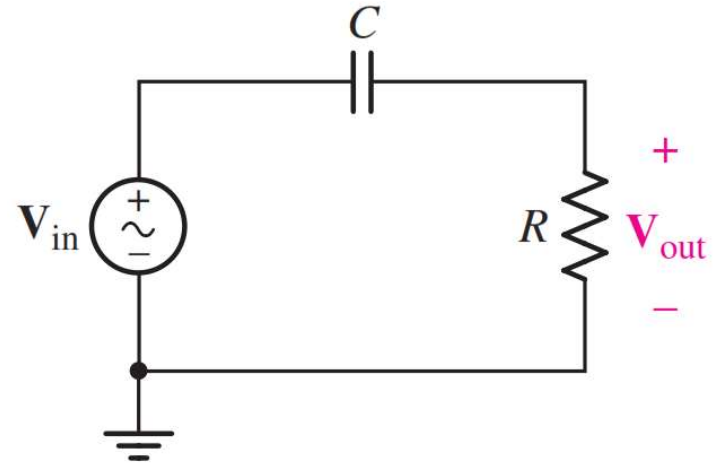
□ **فرکانس قطع:** جایی که اندازه تابع انتقال برابر با $\frac{1}{\sqrt{2}}$ برابر ماکزیمم آن می شود.

□ $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$



فیلتر بالاگذر RC

$$V_{out} = \frac{R}{\frac{1}{j\omega C} + R} V_{in} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} V_{in}$$



□ تابع انتقال:

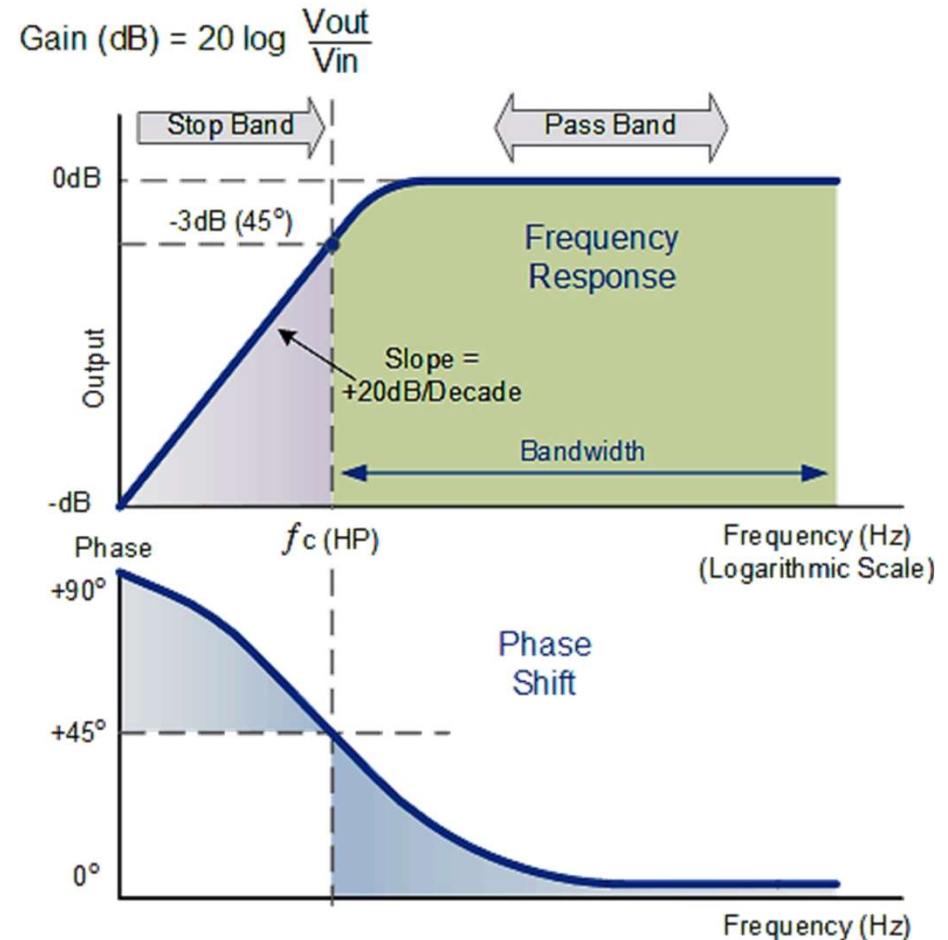
$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

دیاگرام بود فیلتر بالاگذر RC

- $H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j\omega RC}{1+j\omega RC}$
- $|H(j\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1+\omega^2 R^2 C^2}}$
- $\angle H(j\omega) = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \omega RC$

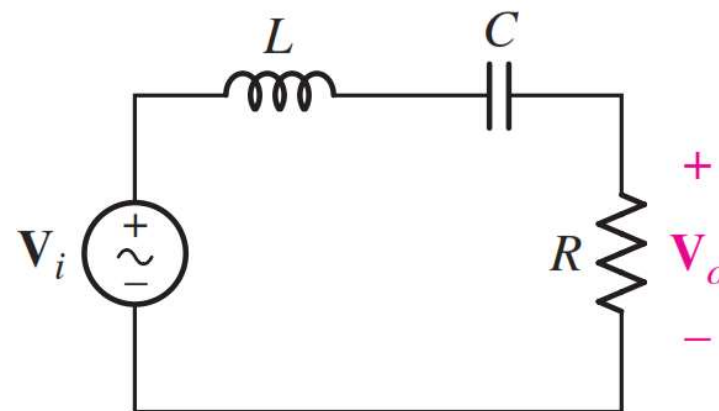
□ فرکانس قطع:

□ $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$



فیلتر میان‌گذر RLC

$$V_{out} = \frac{R}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R} V_{in}$$

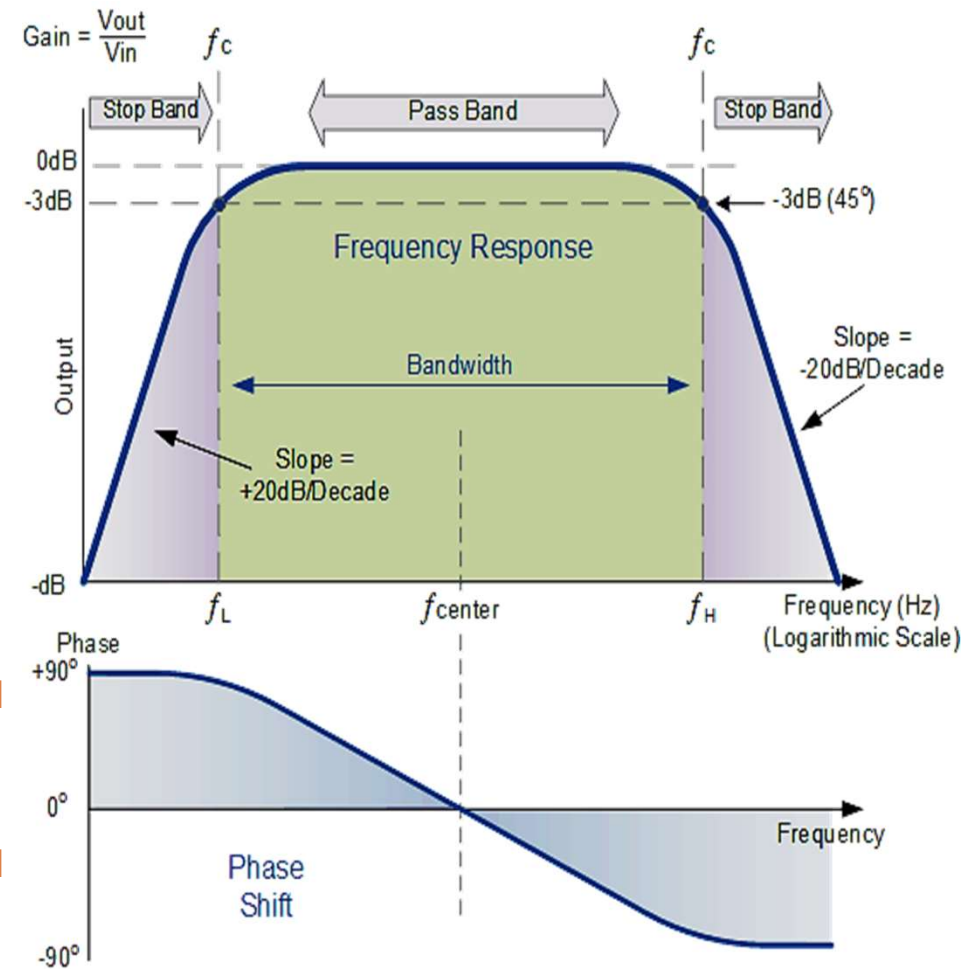


□ تابع انتقال:

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC - \omega^2 LC}$$

دیاگرام بود فیلتر میان گذر RLC

- $H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC - \omega^2 LC}$
- $|H(j\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2}}$
- $\angle H(j\omega) = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\omega RC}{1 - \omega^2 LC}$



□ فرکانس‌های قطع f_H و f_L را بیابید.

□ **پهنای باند:** فاصله میان دو فرکانس قطع: $BW = 2\pi(f_H - f_L)$