



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
(پلی تکنیک تهران)

نیمسال اول ۹۹-۹۸  
تهیه و تنظیم: مهری رشیدی

گروه آموزشی ریاضیات عمومی  
تمرینات ریاضی عمومی - سری پنجم  
دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

تدریس یاران محترم: لطفا ابتدا سوالات ذیل را در کلاس حل نمایید و در صورت داشتن وقت اضافه به حل سوالات منتخب خود پردازید.

۱. (آدامز) اگر تابع  $f(x)$  بر بازه  $[a, b]$  دوبار مشتق پذیر باشد و  $f(a) = f(b) = 0$ ، نشان دهید که

$$\int_a^b (x-a)(x-b)f''(x)dx = -2 \int_a^b f(x)dx.$$

۲. حدود زیر را محاسبه کنید.

(a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 nx(1-x^2)^n dx,$

(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^2 \frac{\sin(nx)}{x} dx.$

۳. انتگرال های زیر را محاسبه کنید.

(a)  $\int e^{2x} \sin 3x dx$

(b)  $\int \frac{dx}{x(\sqrt{1-x^2})^3}$

(c)  $\int \frac{\cos x}{(\sin^2 x + 4)^{\frac{5}{2}}} dx$

(d)  $\int \frac{dx}{x^3 + 9x}$

(e)  $\int e^{2x} \sin e^x dx$

(f)  $\int \frac{9x+9}{(x-1)(x^2+4x+13)} dx$

(g)  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^5 x} dx$

(h)  $\int \sqrt{\tan x} dx$

۴. (آدامز) یک فرمول بازگشتی برای  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \sin x dx$  بیابید و با استفاده از آن  $I_6$  را محاسبه کنید.

۵. (آدامز) یک فرمول بازگشتی برای  $I_n = \int \sec^n x dx$  بیابید و با استفاده از آن  $I_6$  را محاسبه کنید.

۶. نشان دهید

$$\int_0^\pi x e^{\sin x} dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi e^{\sin x} dx.$$

۷. مطلوبست محاسبه انتگرال های زیر:

(a)  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^n x}{\sin^n x + \cos^n x} dx$

(b)  $I = \int_2^4 \frac{\sqrt{\ln(9-x)}}{\sqrt{\ln(9-x)} + \sqrt{\ln(3+x)}} dx$



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
(پلی تکنیک تهران)

نیمسال اول ۹۹-۹۸  
تهیه و تنظیم: مهری رشیدی

گروه آموزشی ریاضیات عمومی  
تمرینات ریاضی عمومی - سری پنجم دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

۸. معادله زیر را حل کنید.

$$3 \sinh(x) + \frac{9}{5} \cosh(x) = -\frac{9}{5}.$$

۹. انتگرال های زیر را محاسبه کنید.

$$1. \int \frac{4xe^{x^2}}{e^{2x^2} + 2e^{x^2} + 2} dx \quad 2. \int_1^{\sqrt{e}} \frac{\arcsin(\ln x)}{x} dx \quad 3. \int \frac{\sinh \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx \quad 4. \int \frac{\operatorname{sech}^2 x}{1 + \tanh^2 x} dx$$

۱۰. حدود زیر را محاسبه کنید.

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{k} \tan\left(\frac{k\pi}{4n+4}\right),$$

$$(b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$$

راهنمایی: برای قسمت اول از تابع  $f(x) = \frac{\tan x}{x}$  استفاده کنید.

۱۱. رفتار همگرایی یا واگرایی انتگرال های زیر را بررسی کنید.

$$(a) \int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^3}} dx,$$

$$(b) \int_0^{\infty} \frac{x}{1+x^2 \sin^2 x} dx,$$

$$(c) \int_2^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x(\ln x)^2} dx$$

$$(d) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec^2 \theta}{\tan^2 \theta - 1} d\theta$$

۱۲. طول قوس منحنی پارامتری  $x = \sin^{-1} t, y = \ln \sqrt{1-t^2}, 0 \leq t \leq \frac{1}{2}$  را بیابید.

۱۳. مطلوبست محاسبه حجم حاصل از دوران ناحیه محدود به منحنی  $y = \cos x$  و بالای محور  $x$ ، در بازه  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$  حول خط  $x = -1$ .

۱۴. محیط خم بسته  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$  را بیابید.

۱۵. (آدامز) (مساحت مخروط) با دوران پاره خط واصل بین  $(0,0)$  و  $(r,h)$  حول محور  $y$ ، مساحت قسمت خمیده مخروط دایره ای قائم به شعاع قاعده  $r$  و ارتفاع  $h$  را محاسبه کنید.



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
(پلی تکنیک تهران)

نیمسال اول ۹۹-۹۸  
تهیه و تنظیم: مهری رشیدی

گروه آموزشی ریاضیات عمومی  
تمرینات ریاضی عمومی - سری پنجم  
دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

۱۶. (آدامز) خم  $y = \ln x$ ,  $(0 < x \leq 1)$  را حول محور  $y$  دوران می‌دهیم. مساحت رویه شیپوری شکل حاصل را بیابید.

۱۷. (آدامز) مساحت رویه حاصل از دوران  $x^2 + 4y^2 = 4$  را حول محور  $y$  بیابید.

۱۸. (آدامز) حجم حاصل از دوران ناحیه محصور بین  $y = x$  و  $x = 4y - y^2$  را حوی محور  $x$  و  $y$  به روش واشری و لایه های استوانه ای بیابید.