



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
(پلی تکنیک تهران)

نیمسال اول ۹۸-۹۹  
تهیه و تنظیم: مهری رشیدی

گروه آموزشی ریاضیات عمومی  
تمرینات ریاضی عمومی - سری چهارم  
دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

تدریس یاران محترم: لطفا ابتدا سوالات ذیل را در کلاس حل نمایید و در صورت داشتن وقت اضافه به حل سوالات منتخب خود بپردازید.

۱. فرض کنید  $h(x)$  تابعی باشد که  $h(1) = -2, h'(1) = -2, h''(1) = 3, h(2) = 6, h'(2) = 5, h''(2) = 13$  و نیز فرض کنید  $h''(x)$  پیوسته باشد. مقدار انتگرال  $\int_1^2 h''(u) du$  را محاسبه کنید.

۲. اگر  $g(x) = \int_{\tan x}^{\frac{x^2}{\sqrt{2+t^4}}} dt$  ، در اینصورت  $g'(x)$  را بدست آورید.

۳. اگر  $f(x) = \int_0^x (1-t^2) \cos^2 t dt$  ، روی کدام بازه  $f(x)$  صعودی است.

۴. اگر  $f(x) = \int_0^{\sin x} \sqrt{1+t^2} dt$  و  $g(y) = \int_y^1 f(x) dx$  در اینصورت  $g''(\frac{\pi}{6})$  را محاسبه کنید.

۵. (آدامز) حدود زیر را محاسبه کنید.

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( \left(1 + \frac{1}{n}\right)^5 + \left(1 + \frac{2}{n}\right)^5 + \dots + \left(1 + \frac{n}{n}\right)^5 \right),$$

$$(b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{n} \left( \sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{n\pi}{n} \right)$$

$$(c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+1}} + \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+n}}.$$

۶. ثابت کنید اگر  $f(x), g(x)$  دو تابع روی بازه  $[a, b]$  باشند بنحویکه  $f \geq 0$  تابعی پیوسته و انتگرال پذیر باشد، در اینصورت نقطه ای مانند  $x_0 \in (a, b)$  وجود دارد بطوریکه

$$\int_a^b f(x) g(x) dx = g(x_0) \int_a^b f(x) dx.$$

۷. فرض کنید  $a < b$  و  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی پیوسته باشد بطوریکه  $\int_a^b f(x) dx = 0$ . نشان دهید  $c \in (a, b)$  وجود دارد بطوریکه  $\int_a^c f(x) dx = c f(c)$ .

۸. فرض کنید  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی پیوسته باشد  $\int_0^1 f(x) dx = 1$ . نشان دهید  $c \in [0, 1]$  وجود دارد بطوریکه  $f(c) = 3c^2$ .



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
(پلی تکنیک تهران)

نیمسال اول ۹۹-۹۸  
تهیه و تنظیم: مهری رشیدی

گروه آموزشی ریاضیات عمومی  
تمرینات ریاضی عمومی - سری چهارم  
دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

۹. (آدامز) مقدار متوسط توابع زیر را بیابید.

(a)  $f(t) = 1 + \sin t; \quad t \in [a, b]$

(b)  $f(x) = |x + 1| \operatorname{sgn} x; \quad x \in [-2, 2]$

۱۰. (آدامز) با استفاده از انتگرال معین، تابعی مانند  $F(x)$  تعریف کنید که مشتق آن به ازای هر  $x$  برابر باشد با  $\frac{\sin x}{1+x^2}$  و در رابطه  $F(17) = 0$  صدق کند.