



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

نیمسال اول ۹۸-۹۹
تهیه و تنظیم: زهره فتحی

گروه آموزشی ریاضیات عمومی
تمرینات ریاضی عمومی ۲- سری دوم دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

۱. شیء با تندی قائم ثابت $\frac{dz}{dt}$ روی خم $y = x^2$ ، $z = x^3$ در حرکت است، سرعت و شتاب این شیء را وقتی در نقطه $(2, 4, 8)$ است، بیابید. (آدامز ۱.۱۱ سوال ۱۸)

۲. سرعت، تندی و شتاب ذره‌ای را بیابید که مکانش در لحظه t برابر با $r(t)$ است. مسیر حرکت ذره را توصیف کنید.

(الف) $r(t) = 3 \cos t i + 4 \cos t j + 5 \sin t k$

(ب) $r(t) = t^2 i - t^2 j + k$

(ج) $r(t) = a \cos t \sin t i + a \sin^2 t j + a \cos t k$

۳. خم‌های زیر را بر حسب طول قوس پارامتری کنید.

(الف) $\gamma(t) = (t, \int_0^t \sin(k \frac{s}{\sqrt{t}}) ds, \int_0^t \cos(k \frac{s}{\sqrt{t}}) ds)$

(ب) $r = a \cos^2 t i + a \sin^2 t j + b \cos(2t) k$ ، $0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$ (آدامز- تمرینات ۴.۱۱)

۴. صفحه $x + y + z = 1$ استوانه $z = x^2$ را در یک سهمی قطع می‌کند. با استفاده از $t = x$ به عنوان پارامتر، این سهمی را پارامتری کنید.

۵. منحنی‌های زیر را پارامتری کنید.

(الف) $\begin{cases} x + y = 1 \\ z = \sqrt{1 - x^2 - y^2} \end{cases}$ (آدامز، تمرینات ۳.۱۱)

(ب) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ z = x + y \end{cases}$

(ج) $\begin{cases} 1 - z = x^2 - y^2 \\ 4x^2 + 9y^2 = 9 \end{cases}$ (امیرکبیر ۹۷)

(د) $\begin{cases} xy + z = 1 \\ x^2 + y + z = 2 \end{cases}$ (آدامز)

(ه) $\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ 2x - 4y - z - 1 = 0 \end{cases}$ (آدامز، تمرینات ۳.۱۱)

(و) $\begin{cases} yz + x = 1 \\ xz - x = 1 \end{cases}$ (آدامز، تمرینات ۳.۱۱)

۶. کنج فرنه، انحناء، تاب و معادله صفحه بوسان را برای خم $r(t) = e^t i + e^t \sin t j + e^t \cos t k$ در نقطه $(1, 0, 1)$ بیابید. (امیرکبیر ۹۶)



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

نیمسال اول ۹۸-۹۹
تهیه و تنظیم: زهره فتحی

گروه آموزشی ریاضیات عمومی
تمرینات ریاضی عمومی ۲-سری دوم
دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

۷. خمیدگی و تاب خم پارامتری

$$x = 2 + \sqrt{2} \cos t \quad y = 1 - \sin t \quad z = 3 + \sin t$$

را در نقطه دلخواه t بیابید. (آدامز، تمرینات ۵.۱۱، سوال ۹)

۸. ثابت کنید یک منحنی در صفحه با معادله پارامتری $\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$ دارای انحنای زیر است:

$$\kappa = \frac{|x'y'' - y'x''|}{(x'^2 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

۹. فرض کنید

$$r(t) = (e^t, \sqrt{2}t, e^{-t})$$

τ ، κ را محاسبه کنید.

۱۰. خم $\gamma(t) = (\cos t \sin t, \sin^2 t, \cos t)$ مفروض است. مطلوب است محاسبه $T(\circ)$ ، $N(\circ)$ ، $B(\circ)$ ، $\kappa(\circ)$ و $\tau(\circ)$.
(امیرکبیر ۹۷)

۱۱. خم C با معادله پارامتری $r(t) = (t^2, t, \frac{1}{3}t^3)$ را در نظر بگیرید.

(الف) مطلوب است کنج فرنه در لحظه $t = 0$.

(ب) معادله صفحه بوسان در لحظه $t = 0$.

۱۲. فرض کنید خم γ بر حسب طول قوس پارامتری شده و سه بار مشتق پذیر باشد. $|\gamma'''(s) \times \frac{dN}{ds}|$ را بیابید.
(امیرکبیر ۹۵ و ۹۳)

۱۳. نشان دهید اگر به ازای هر s ، $\kappa(s)$ برابر با ثابت مثبت c و $\tau(s)$ برابر با صفر باشد، آنگاه خم $r = r(s)$ یک دایره است.

۱۴. فرض کنید $a, b > 0$ ، $c = a^2 + b^2$ و خم مارپیچ $r(s) = (a \cos \frac{s}{c}, a \sin \frac{s}{c}, \frac{b}{c}s)$ بر حسب طول قوس پارامتری شده باشد. نشان دهید زاویه بین بردار یکه قائم $B(s)$ و محور z ها ثابت است.