CURVATURA

CURVATURA - DEFINIÇÃO MATEMÁTICA

-Para contornos representados por curvas paramétricas da forma

$$c(t) = (x(t), y(t))$$

-A curvatura pode ser calculada pela expressão

$$k(t) = \frac{\dot{x}(t)\,\ddot{y}(t) - \ddot{x}(t)\,\dot{y}(t)}{\left(\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2\right)^{3/2}}$$

-A derivação desta equação envolve a utilização dos conceitos de vetor tangente, vetor normal e curva reparametrizada pelo comprimento de arco.

CURVATURA - DEFINIÇÃO MATEMÁTICA

-O conceito de curvatura está relacionado ao de taxa de variação da direção do vetor tangente à curva parametrizada para um dado valor do parâmetro em questão

-Em termos mais práticos, a curvatura está relacionada ao conceito de aceleração radial de uma partícula que descreve um movimento cuja trajetória é dada por uma curva parametrizada

- A curvatura em conjunto com o conceito de torção, são características locais que podem fornecer uma descrição global sobre o comportamento de uma curva

CURVATURA – DEFINIÇÃO MATEMÁTICA

-Para contornos representados por funções complexas da forma

$$u(t) = x(t) + j\,y(t)$$

-Neste caso, deri ezes tal função obtém-se

$$\dot{u}(t) = \dot{x}(t) + j\,\dot{y}(t)$$

$$\ddot{u}(t) = \ddot{x}(t) + j\,\ddot{y}(t)$$

-Além disso, observando o produto da primeira e segun

$$\dot{u}(t)\,\ddot{u}^*(t) = \dot{x}(t)\,\dot{y}(t) + \ddot{x}(t)\,\ddot{y}(t) - \mathrm{j}(\dot{x}(t)\,\ddot{y}(t) - \ddot{x}(t)\,\dot{y}(t))$$

CURVATURA – DEFINIÇÃO MATEMÁTICA

-Como pode-se notar a menos do sinal negativo, a parte imaginária deste produto coincide com o numerador da expressão para a curvatura. Além disso, tem-se que

$$\left|\dot{u}(t)\right|^3 = \left(\sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2}\right)^3 = \left(\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2\right)^{\frac{3}{2}}$$

-Desta forma, a curvatura também pode ser estimada pela ex

$$k(t) = \frac{-\operatorname{Im}\{\dot{u}(t)\ddot{u}^*(t)\}}{\left|\dot{u}(t)\right|^3}$$