

ATRIBUTOS GEOMÉTRICOS INVARIANTES ÀS TRANSFORMAÇÕES AFINS PARA REPRESENTAÇÃO DE NUVENS DE PONTOS E UM ARCABOUÇO PARA EXTRAÇÃO DE MOMENTOS ALGÉBRICOS

Artur Rodrigues Rocha Neto¹

¹Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática
Universidade Federal do Ceará

29 de Dezembro de 2020

Sumário

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Sequência

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Visão Computacional: onde se enquadra

Artur Rodrigues
Rocha Neto

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação
Teórica

Imagens 3D e Nuvens de
Pontos

Momentos

Decomposição em Valores
Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes

Arcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de
Invariância

Resultados em Tarefa de
Classificação

Conclusões

Referências

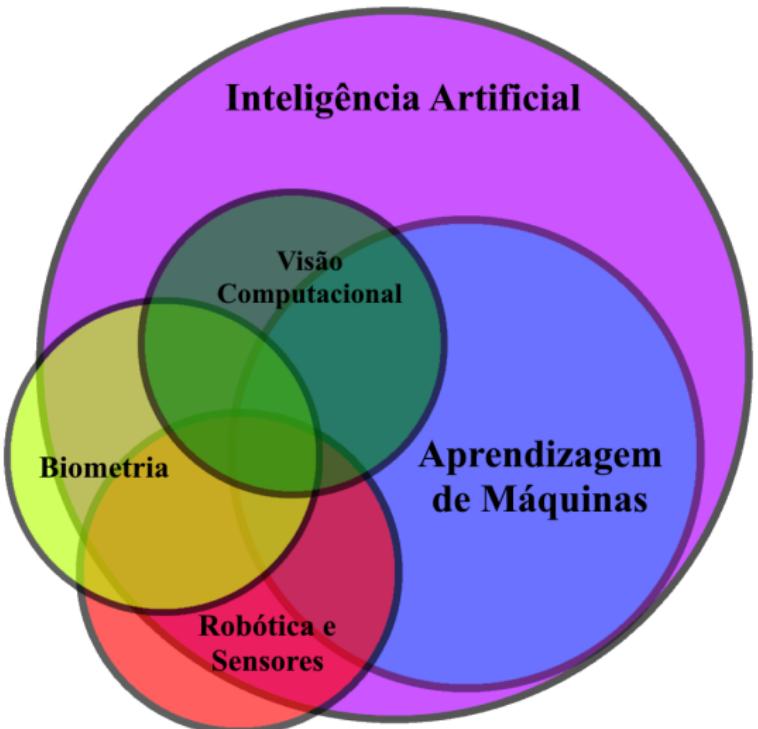


Figura: Visão computacional e sua relação com outras áreas.

Fonte: [Gonzalez Viejo et al., 2019], adaptado pelo autor.

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação
TeóricaImagens 3D e Nuvens de
Pontos

Momentos

Decomposição em Valores
Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
InvariáveisArcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de
InvariânciaResultados em Tarefa de
Classificação

Conclusões

Referências

Imagen: partições do mundo real



Figura: Sobreposição de elementos de uma imagem. Fonte: FOM, adaptado pelo autor.

[Introdução](#)[Contextualização](#)[Objetivos](#)[Fundamentação
Teórica](#)[Imagens 3D e Nuvens de
Pontos](#)[Momentos](#)[Decomposição em Valores
Singulares](#)[Metodologia](#)[Atributos Geométricos
Invariantes](#)[Arcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos](#)[Resultados](#)[Sugestões de Momentos](#)[Teste Numérico de
Invariância](#)[Resultados em Tarefa de
Classificação](#)[Conclusões](#)[Referências](#)

Atributos

► Segundo [Gonzalez and Woods, 2009]:

- Contornos (bordas)
- Área e perímetro
- Textura
- Assinaturas de frequência
- **Momentos**

Problema:

Algumas limitações das imagens 2D dificultam seu uso em certos cenários e desafios.

Introdução

Contextualização
Objetivos

Fundamentação Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos
Momentos
Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariante
Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos
Teste Numérico de Invariância
Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

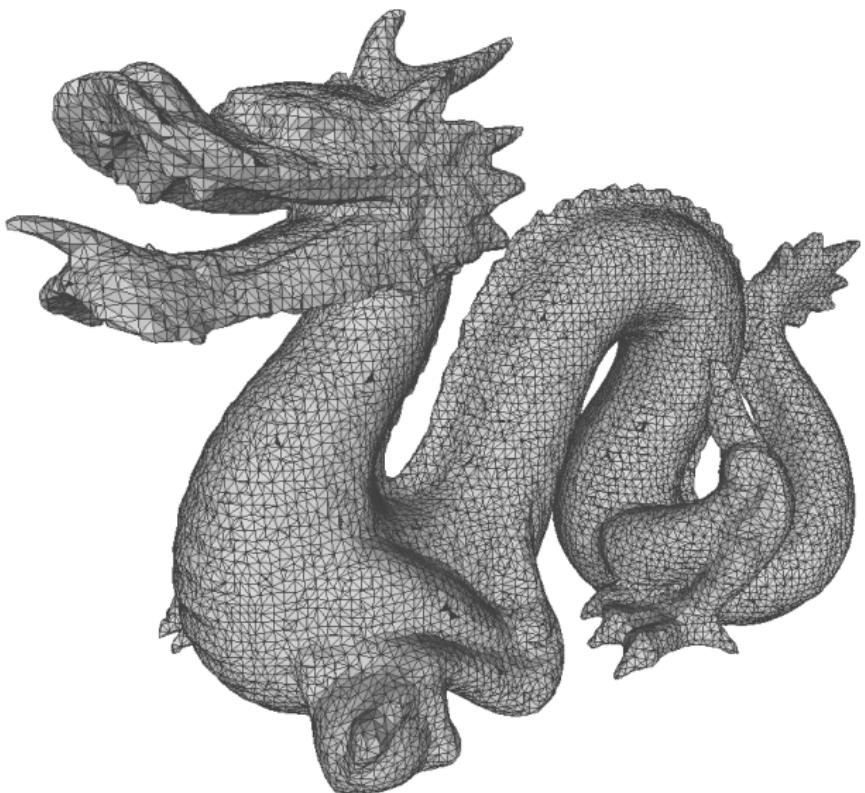


Figura: Fonte: [Levoy et al., 2005], adaptado pelo autor.

Problema: invariâncias

- ▶ Transformações afim: translação, escalamento uniforme e rotação.

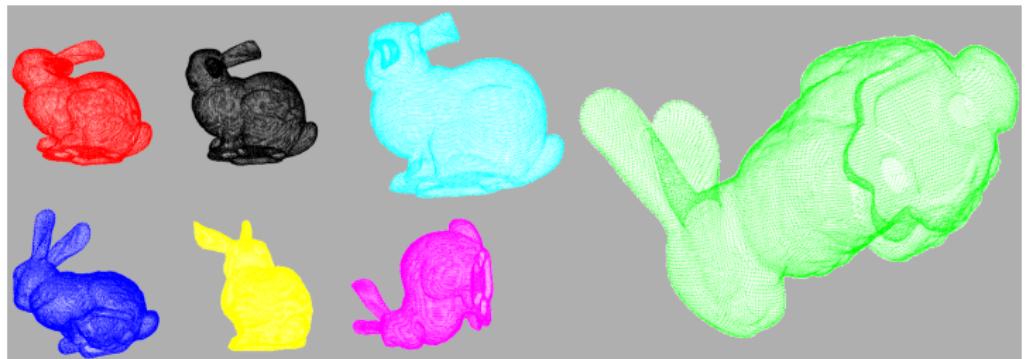


Figura: Uma mesma imagem 3D, transformada de maneira afim diversas vezes. Fonte: [Levoy et al., 2005], adaptado pelo autor.

- ▶ Como extrair atributos que independem das transformações efetuadas nas nuvens?

Resultados Preliminares

Artigo

Revisitando Momentos de Zernike para Reconhecimento de Padrões em Nuvens de Pontos, apresentado no *XIV Congresso Brasileiro de Inteligência Computacional - CBIC*, em 04 de Novembro de 2019.

Síntese

Pretendia-se resolver o problema das invariâncias na etapa de **extração de atributos**. O uso de Momentos, especificamente os **Momentos Ortogonais de Zernike**, mostrou grande capacidade descritiva em problemas de classificação, mas para alcançar a invariância à rotação **era necessário uma formulação com capacidade descritiva reduzida**.

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação

Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos
Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Objetivos

1. Propor um novo formato de representação para nuvens de pontos que agrupa atributos geométricos invariantes às transformações de translação, escalameto uniforme e rotação.

Introdução

[Contextualização](#)[Objetivos](#)

Fundamentação

Teórica

[Imagens 3D e Nuvens de Pontos](#)[Momentos](#)[Decomposição em Valores Singulares](#)

Metodologia

[Atributos Geométricos Invariantes](#)[Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos](#)

Resultados

[Sugestões de Momentos](#)[Teste Numérico de Invariância](#)[Resultados em Tarefa de Classificação](#)

Conclusões

Referências

Objetivos

1. Propor um novo formato de representação para nuvens de pontos que agrupa atributos geométricos invariantes às transformações de translação, escalameto uniforme e rotação.
2. O segundo objetivo é apresentar um arcabouço de sistema de extração de atributos e montagem de vetor de atributos baseado em Momentos que tenha como entrada uma nuvem de pontos no formato proposto pelo primeiro objetivo.

Objetivos

1. Propor um novo formato de representação para nuvens de pontos que agrupa atributos geométricos invariantes às transformações de translação, escalameto uniforme e rotação.
2. O segundo objetivo é apresentar um arcabouço de sistema de extração de atributos e montagem de vetor de atributos baseado em Momentos que tenha como entrada uma nuvem de pontos no formato proposto pelo primeiro objetivo.
3. Objetivos adicionais: avaliar a invariância do formato e dos Momentos calculados a partir do sistema de extração de atributos; experimentar o poder de descrição do método em estudo de caso ilustrativo (classificação de faces humanas).

Sequência

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação
Teórica

Imagens 3D e Nuvens de
Pontos

Momentos

Decomposição em Valores
Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes

Arcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos
Teste Numérico de
Invariância

Resultados em Tarefa de
Classificação

Conclusões

Referências

IntroduçãoContextualização
Objetivos**Fundamentação Teórica**

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

MetodologiaAtributos Geométricos
Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

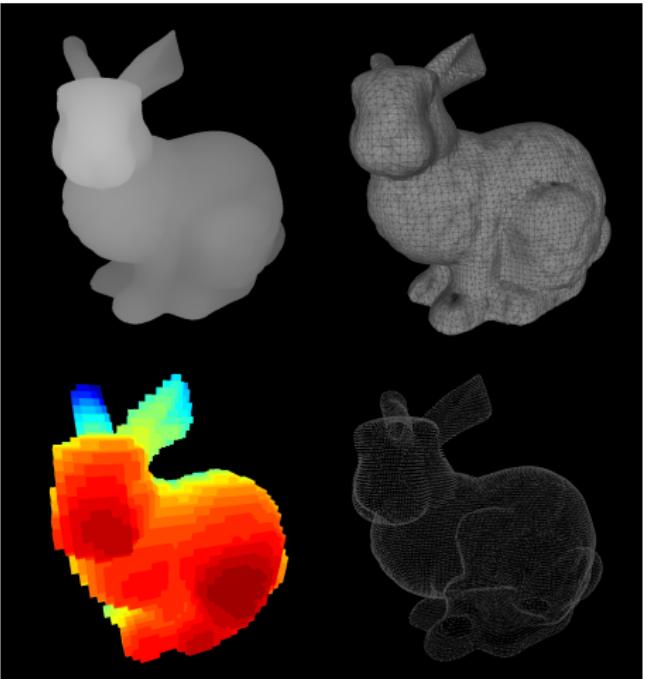
Conclusões**Referências**

Figura: Da esquerda para direita, de cima para baixo: mapa de profundidade, malha triangular, *voxel* e nuvem de pontos.

Nuvens de Pontos: definição

- ▶ Formato mais comum e mais simples.
- ▶ Definido como uma lista de pontos no \mathbb{R}^3 .
- ▶ Não guardam informação topológica [Kobbelt and Botsch, 2004].

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots \\ x_N & y_N & z_N \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\bar{c} = [\bar{x} \quad \bar{y} \quad \bar{z}] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [x_i \quad y_i \quad z_i] \quad (2)$$

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação

Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos
Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Introdução

Contextualização
Objetivos

Fundamentação Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariante

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

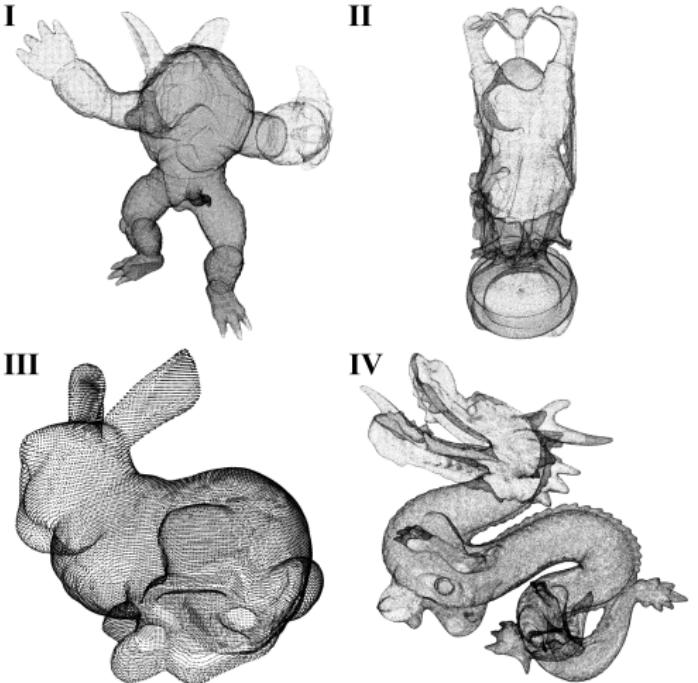
Conclusões**Referências**

Figura: I: *Armadillo*, II: *Happy Buddha*, III: *Bunny*, IV: *Dragon*.

Fonte: [Levoy et al., 2005], adaptado pelo autor.

Introdução

Contextualização
Objetivos

Fundamentação
Teórica

Imagens 3D e Nuvens de
Pontos

Momentos

Decomposição em Valores
Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes

Arcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos
Teste Numérico de
Invariância
Resultados em Tarefa de
Classificação

Conclusões

Referências

Momentos: histórico

- ▶ Análise de corpos algébricos.
- ▶ Destaque na Topologia.
- ▶ Podem ser categorizados em **estatísticos** e **algébricos**.
- ▶ Extração de características de uma função em comparação a outra.



Figura: Felix Hausdorff, 1917.

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação
TeóricaImagens 3D e Nuvens de
Pontos

Momentos

Decomposição em Valores
Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
InvariantesArcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de
InvariânciaResultados em Tarefa de
Classificação

Conclusões

Referências

Momentos Estatísticos: definição

- ▶ Dada uma variável aleatória x descrita por uma função densidade de probabilidade $f(x)$, o Momento $\mu_n(x)$ dessa variável **representa uma característica da distribuição** em torno de um **valor referencial c** (e.g média).

$$\mu_n(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - c)^n f(x) dx \quad (3)$$

- ▶ n é a *ordem do momento*; diferentes ordens exprimem diferentes características (e.g média, variância, assimetria).

Introdução[Contextualização](#)
[Objetivos](#)**Fundamentação Teórica**[Imagens 3D e Nuvens de Pontos](#)[Momentos](#)
[Decomposição em Valores Singulares](#)**Metodologia**[Atributos Geométricos](#)
[Invariante](#)[Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos](#)**Resultados**[Sugestões de Momentos](#)
[Teste Numérico de Invariância](#)
[Resultados em Tarefa de Classificação](#)**Conclusões****Referências**

$$\mu_n(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - c)^n f(x) dx$$

Figura: O Momento estatístico (amarelo) é fruto do somatório do produto de duas funções (azul e vermelha).

Momentos Algébricos: definição

- ▶ Momentos são escalares que exprimem a **semelhança entre duas funções**: uma **função de base** g (também chamada função aproximadora) e uma **função alvo** f (também chamada função de descrição).
- ▶ Essa semelhança pode ser vista como a projeção ou sobreposição de f sobre g [Flusser et al., 2009].
- ▶ Dada duas funções $\{(f(x), g(x)) \mid x \in K\}$ definidas em um corpo qualquer K :

$$\mu = \langle g, f \rangle = \int_a^b g(x)f(x)dx \quad (4)$$

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação

Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

$$\mu_n(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - c)^n f(x) dx$$

$$\mu = \langle g, f \rangle = \int_a^b g(x) f(x) dx$$

Figura: Momento Estatístico face à definição algébrica.

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação
TeóricaImagens 3D e Nuvens de
Pontos

Momentos

Decomposição em Valores
Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
InvariantesArcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de
InvariantesResultados em Tarefa de
Classificação

Conclusões

Referências

Momentos Algébricos: Visão Computacional

- ▶ Trabalho seminal de [Ming-Kuei Hu, 1962].
 - ▶ Classificação de dígitos.
 - ▶ Função de base estatística ganha um novo nome:
Momento Geométrico.
 - ▶ Álgebra de Invariantes: definição do vetor de atributos.
- ▶ Passos da literatura:
 1. encontrar uma função de base que descreva o problema;
 2. montar uma função Momento a partir dessa; e
 3. definir combinações invariantes (vetor de atributos).

Momentos Ortogonais: definição

- ▶ Dependendo da função de base, os Momentos podem ser categorizados em **Geométricos e Ortogonais** [Flusser et al., 2009].
- ▶ Foco deste trabalho: Momentos Ortogonais.
- ▶ Propriedade da Ortogonalidade: conceito de independência, baixa sobreposição dos dados.

Seja $\Psi = \{\psi_i \mid i \in \mathbb{N}\}$ um conjunto de funções de base de uma certa Função Momento μ . As funções desse conjunto são ortogonais entre si caso

$$\langle \psi_i, \psi_j \rangle = \omega \delta_{i,j}, \quad (5)$$

$$\delta_{i,j} = \begin{cases} 0, & \text{se } i \neq j, \\ 1, & \text{se } i = j. \end{cases} \quad (6)$$

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação

Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Momentos Ortogonais: invariância

- ▶ Não define um Momento Ortogonal, mas é uma propriedade desejável.
- ▶ Transformações afim: translação, escalamento uniforme e rotação.

Seja $\mathcal{F}(f)$ um atributo calculado a partir de uma função f e seja H um grupo de transformações. Dizemos que \mathcal{F} é um atributo invariante no espaço de H se

$$\mathcal{F}(hf) = \mathcal{F}(f), \quad (7)$$

para $\forall h \in H$.

Momentos Ortogonais: Zernike

- ▶ Extração de atributos em Imagens 2D.
- ▶ Polinômios de base introduzidos na óptica por [Zernike, 1934].
- ▶ Reconhecimento de Padrões: [Teague, 1980].
 - ▶ reconhecimento de impressões digitais [Kaur and Pannu, 2019]
 - ▶ classificação robusta de formas geométricas em grandes cenas [Abbas et al., 2019]
- ▶ Função de base composta por uma **parte radial** e uma **parte angular**.
- ▶ Definido no corpo complexo:
 - ▶ parte real
 - ▶ parte imaginária
 - ▶ **magnitude**

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação
TeóricaImagens 3D e Nuvens de
Pontos

Momentos

Decomposição em Valores
Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
InvariantesArcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de
InvariânciaResultados em Tarefa de
Classificação

Conclusões

Referências

Momentos de Zernike: Polinômio Radial

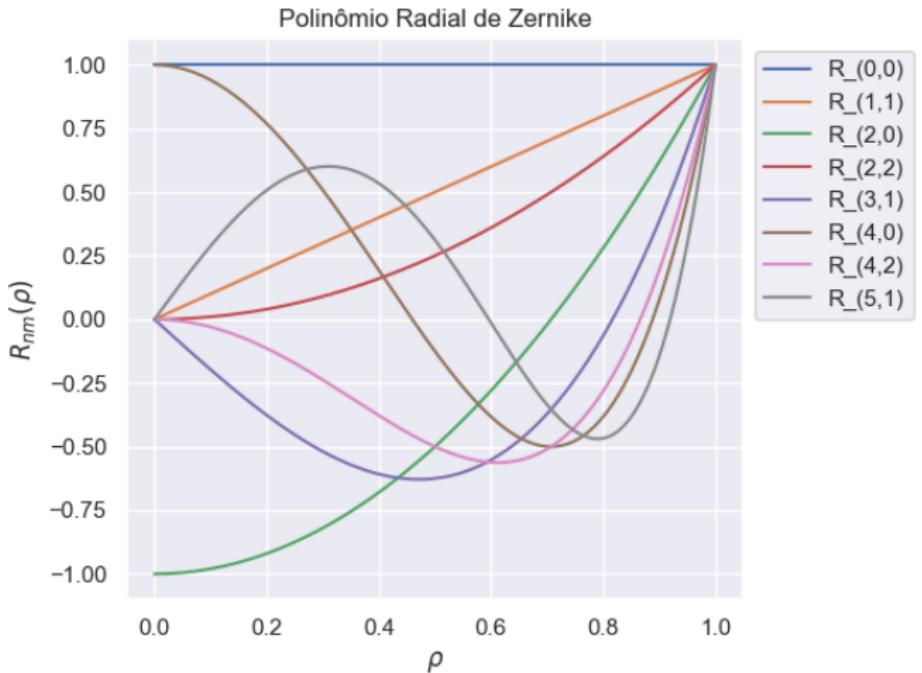


Figura: Visualização do polinômio $R_{nm}(\rho)$: $n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $m \in \{0, 1, 2\}$ e $\rho \in [0, 1]$

Introdução

Contextualização
ObjetivosFundamentação
TeóricaImagens 3D e Nuvens de
Pontos

Momentos

Decomposição em Valores
Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
InvariantesArcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de
InvariânciaResultados em Tarefa de
Classificação

Conclusões

Referências

Momentos de Zernike: formulação

$$R_{nm}(\rho) = \sum_{s=0}^{\frac{(n-|m|)}{2}} (-1)^s \frac{(n-s)!}{s! \left(\frac{n+|m|}{2} - s \right)! \left(\frac{n-|m|}{2} - s \right)!} \rho^{n-2s} \quad (8)$$

$$V_{nm}(\rho, \theta) = R_{nm}(\rho) e^{jm\theta} \quad (9)$$

$$\mathcal{Z}_{nm}(f) = \langle V_{nm}(\rho, \theta), f(x, y) \rangle \quad (10)$$

- ▶ Referência: Seção 2.2.3 da dissertação.

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação

Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Momentos Ortogonais: Harmônicos Esféricos

- ▶ Extração de atributos em Imagens 3D.
- ▶ Harmônicos Esféricos: conjunto de funções especiais definidas na superfície da esfera unitária.
- ▶ Função de base é, assim como os Momentos de Zernike, composta de uma **parte radial** e uma **parte angular** [Novotni and Klein, 2004].
- ▶ Definido no corpo complexo:
 - ▶ parte real
 - ▶ parte imaginária
 - ▶ **magnitude**

Introdução

Contextualização
ObjetivosFundamentação
TeóricaImagens 3D e Nuvens de
Pontos

Momentos

Decomposição em Valores
Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
InvariantesArcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos
Teste Numérico de
InvariânciaResultados em Tarefa de
Classificação

Conclusões

Referências

Harmônicos Esféricos: visualização

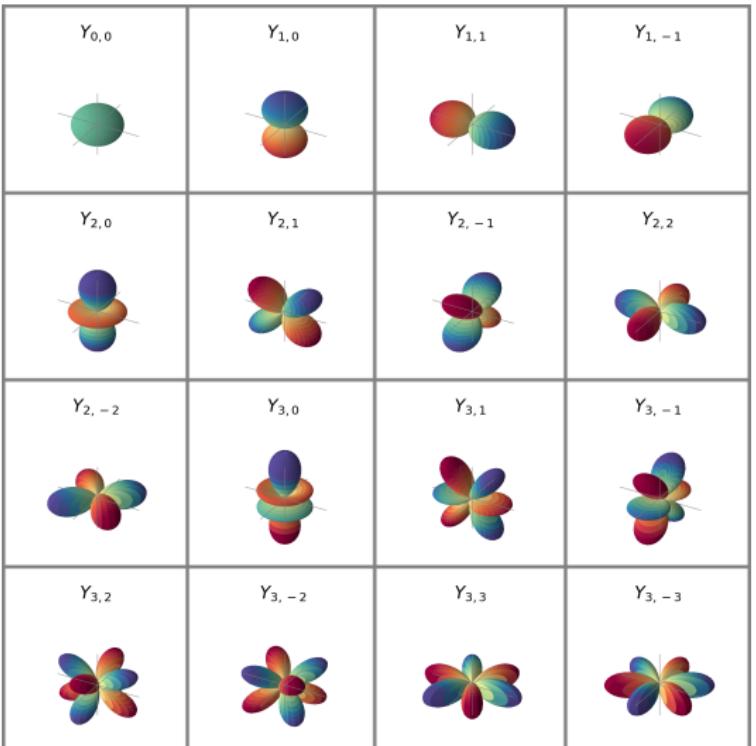


Figura: Visualização das partes reais dos Harmônicos Esféricos $Y_{nm}(\theta, \phi)$ com $n \in [0, 3]$ e $m \in [-3, 3]$

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação

Teórica

Imagens 3D e Nuvens de
Pontos

Momentos

Decomposição em Valores
Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
InvariantesArcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de
InvariânciaResultados em Tarefa de
Classificação

Conclusões

Referências

Momentos Harmônicos Esféricos: formulação

$$Y_{nm}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} e^{jm\theta} P_{nm}(\cos \phi) \quad (11)$$

$$\Xi_{nm}(\rho, \theta, \phi) = R_{nm}(\rho) Y_{nm}(\theta, \phi) \quad (12)$$

$$\Omega_{nm}(f) = \langle \Xi_{nm}(\rho, \theta, \phi), f(x, y, z) \rangle \quad (13)$$

- Referência: Seção 2.3.4 da dissertação.

Decomposição Matricial

- ▶ Decomposição (ou fatorização) de matrizes: método que representa uma matriz como o produto de duas ou mais outras matrizes.
- ▶ **A matrizes resultantes da decomposição podem ser analisadas separadamente, evidenciando propriedades da matriz decomposta.**
- ▶ Autodecomposição: seja A uma matriz simétrica $n \times n$:

$$A = PDP^T$$

$$= \begin{bmatrix} & p_1 & \\ & p_2 & \\ \vdots & & \\ & p_n & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & & & \\ | & | & \dots & | \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \\ | & | & \dots & | \end{bmatrix} \quad (14)$$

Decomposição em Valores Singulares (DVS)

- DVS: generalização da fatorização em autovalores e autovetores que pode ser aplicada em matrizes de qualquer dimensão.

Seja B uma matriz $m \times n$, a DVS de B é escrita como o produto entre três matrizes $U_{m,m}$, $\Sigma_{m,n}$ e $V_{n,n}$, tal que

$$B^T B = U \Sigma V^T$$

$$= \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \dots & b_{1,m} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \dots & b_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m,1} & b_{m,2} & \dots & b_{m,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{m,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} | & | & & | \\ v_1 & v_2 & \dots & v_n \\ | & | & & | \end{bmatrix} \quad (15)$$

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação

Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

DVS: formulação

$$B^T B = U \Sigma V^T \quad (16)$$

- ▶ U é uma matriz quadrada (e unitária, se for definida no corpo dos complexos) e representa uma rotação.
- ▶ Σ é uma matriz diagonal de valores reais e não negativos $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m \mid \sigma_i \geq \sigma_{i+1}\}$ chamados *valores singulares* e representa uma transformação de escalamento.
- ▶ V^T é uma matriz ortornormal que guarda em suas linhas $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ os eixos (ou direções) de dispersão da matriz original B , denominados *vetores singulares*.

DVS: formulação compacta

- ▶ Seja M uma matriz $m \times n$. É muito comum aplicar uma representação compacta da Decomposição em Valores Singulares que reduz o espaço de dados para um valor igual ao posto r da matrix B . É possível mostrar que os valores singulares σ_1 a σ_r são não nulos, e os demais iguais a zero. A versão compacta da DVS pode ser escrita tal como o produto da Equação 15, mas agora com matrizes de dimensão $U_{m,r}$, $\Sigma_{r,r}$ e $V_{r,r}$, tal que

$$M = U\Sigma V^T$$

$$= \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \dots & b_{1,r} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \dots & b_{2,r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m,1} & b_{m,2} & \dots & b_{m,r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} | & | & & | \\ v_1 & v_2 & \dots & v_r \\ | & | & & | \end{bmatrix} \quad (17)$$

DVS: visualização

- Em muitas ocasiões, r pode ser mostrada como igual à menor dimensão da matriz. Para nuvens de pontos X , a matriz U passa a representar a forma mais simples da superfície.

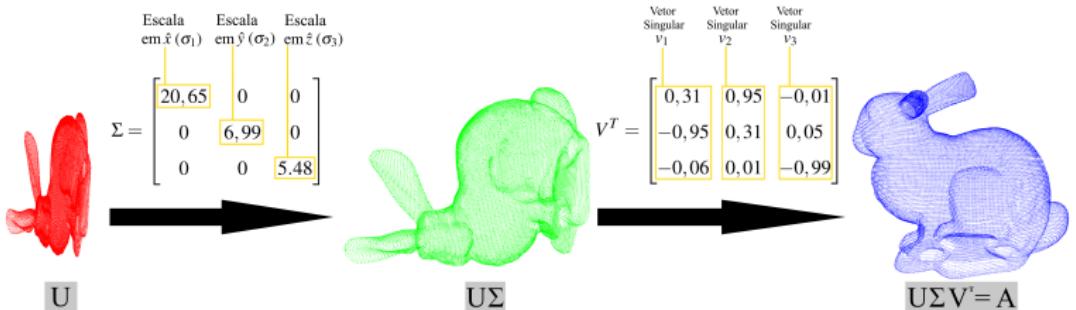


Figura: Efeito da Decomposição em Valores Singulares visualizado em uma nuvem de pontos.

Sequência

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Atributos Geométricos Invariantes

- Chamada Matriz RABG e denotada por M , o formato de representação para nuvens de pontos proposto carrega atributos geométricos invariantes de natureza radial e angular e é calculada a partir de informações locais à nuvem (centro geométrico e DVS).

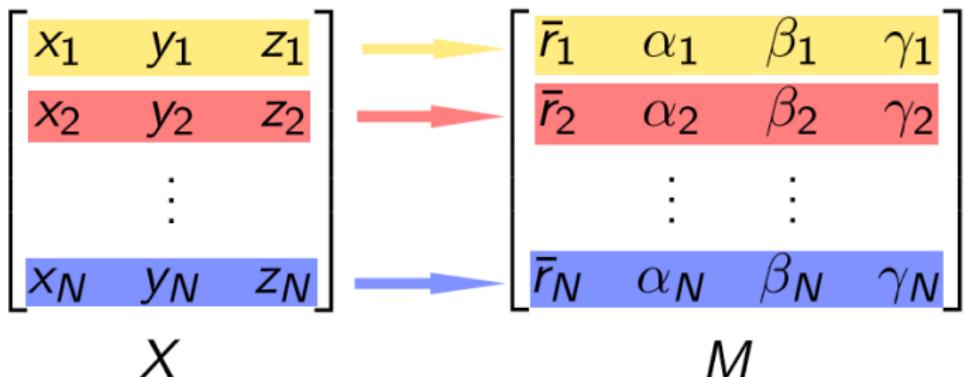


Figura: Relação entre os pontos de nuvem de pontos X e sua representação invariante M .

Matriz RABG: invariância à translação

- ▶ Seja uma nuvem de pontos X , calculamos uma versão normalizada em translação \bar{X} como

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} - & \bar{p}_1 & - \\ - & \bar{p}_2 & - \\ \vdots & & \\ - & \bar{p}_N & - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_1 & y'_1 & z'_1 \\ x'_2 & y'_2 & z'_2 \\ \vdots & & \\ x'_N & y'_N & z'_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - \bar{x} & y_1 - \bar{y} & z_1 - \bar{z} \\ x_2 - \bar{x} & y_2 - \bar{y} & z_2 - \bar{z} \\ \vdots & & \\ x_N - \bar{x} & y_N - \bar{y} & z_N - \bar{z} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

tal que \bar{x} , \bar{y} e \bar{z} são as coordenadas do centro geométrico de X (Equação 2).

Matriz RABG: invariância à escala

- De \bar{X} , calcularemos um vetor-coluna Q que armazenará os tamanhos de cada vetor dos pontos da nuvem:

$$Q = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \|\bar{p}_1\| \\ \|\bar{p}_2\| \\ \vdots \\ \|\bar{p}_N\| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{x_1'^2 + y_1'^2 + z_1'^2} \\ \sqrt{x_2'^2 + y_2'^2 + z_2'^2} \\ \vdots \\ \sqrt{x_N'^2 + y_N'^2 + z_N'^2} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

- Depois, encontraremos em Q a maior distância r_{max} e construiremos um vetor de distâncias normalizadas \bar{Q} :

$$\bar{Q} = [\bar{r}_1 \quad \bar{r}_2 \quad \dots \quad \bar{r}_N]^T = \left[\frac{r_1}{r_{max}} \quad \frac{r_2}{r_{max}} \quad \dots \quad \frac{r_3}{r_{max}} \right]^T. \quad (20)$$

Matriz RABG: invariância à rotação

- A partir da DVS de \bar{X} , encontra-se os vetores singulares v_j . Associando cada vetor singular à normal de um plano π_j , montamos uma matriz S que guardará os ângulos que cada ponto de \bar{X} faz com esses ângulos:

$$S = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \vdots & & \\ \alpha_N & \beta_N & \gamma_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \angle(\bar{p}_1, v_0) & \angle(\bar{p}_1, v_1) & \angle(\bar{p}_1, v_2) \\ \angle(\bar{p}_2, v_0) & \angle(\bar{p}_2, v_1) & \angle(\bar{p}_2, v_2) \\ \vdots & & \\ \angle(\bar{p}_N, v_0) & \angle(\bar{p}_N, v_1) & \angle(\bar{p}_N, v_2) \end{bmatrix}, \quad (21)$$

tal que

$$\angle(a, b) = \sin^{-1} \left(\frac{|a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z|}{\|a\| \|b\|} \right). \quad (22)$$

Matriz RABG: ângulos singulares

nício

Artur Rodrigues
Rocha Neto

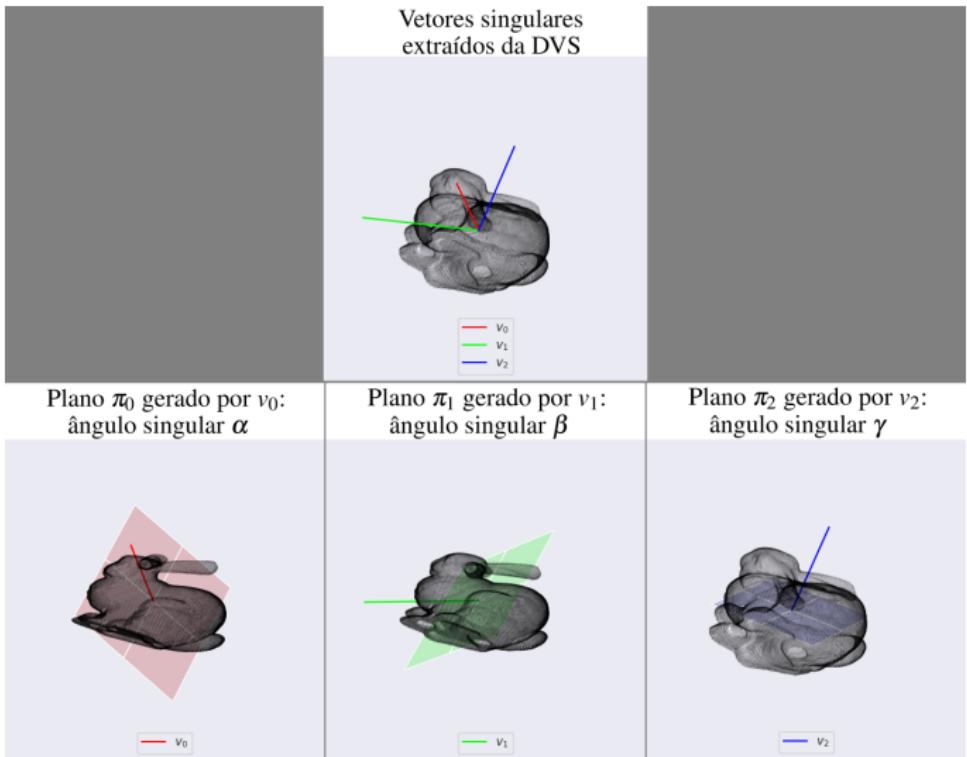


Figura: Planos singulares gerados por cada vetor singular.

Introdução

Contextualização
ObjetivosFundamentação
TeóricaImagens 3D e Nuvens de
Pontos
Momentos
Decomposição em Valores
Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes
Arcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos
Teste Numérico de
Invariância
Resultados em Tarefa de
Classificação

Conclusões

Referências

Matriz RABG: montagem

- ▶ Montamos a Matriz RABG M a partir do vetor coluna \bar{Q} e da matriz S :

$$M = [\bar{Q} \quad S] = \begin{bmatrix} \bar{r}_1 & \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \bar{r}_2 & \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \vdots & \vdots & & \\ \bar{r}_N & \alpha_N & \beta_N & \gamma_N \end{bmatrix}. \quad (23)$$

- ▶ Podemos dizer que a Matriz RABG é uma **representação normalizada em termos radiais e angulares.**
- ▶ A Invariância da Matriz RABG é demonstrada matematicamente na Seção 3.3 da dissertação.

[Introdução](#)[Contextualização](#)[Objetivos](#)[Fundamentação](#)[Teórica](#)[Imagens 3D e Nuvens de Pontos](#)[Momentos](#)[Decomposição em Valores Singulares](#)[Metodologia](#)[Atributos Geométricos Invariante](#)[Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos](#)[Resultados](#)[Sugestões de Momentos](#)[Teste Numérico de Invariância](#)[Resultados em Tarefa de Classificação](#)[Conclusões](#)[Referências](#)

Arcabouço de Extração: **motivação**

- ▶ A Matriz RABG representa um conjunto de atributos geométricos invariantes.
- ▶ Sua construção aumenta a dimensão do problema:
 $N \times 3 \rightarrow N \times 4$.
- ▶ **Lembrando:** um Momento μ é calculado a partir da semelhança de uma função g para com uma função f .
- ▶ Se definirmos como g e como f devem ser escritas, garantindo que a única entrada da função μ seja uma Matriz RABG, os Momentos resultantes herdarão invariância completa do formato.

Introdução

Contextualização
Objetivos

Fundamentação Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos
Momentos
Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes
Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos
Teste Numérico de Invariância
Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Arcabouço de Extração: função f

- ▶ A função alvo f deve ser escolhida tal que $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cuja entrada seja a distância normalizada \bar{r} , correspondente à primeira coluna da Matriz RABG. Dada uma Matriz RABG M , a função alvo deve ser escrita, portanto, como um $f(\bar{r})$.

Introdução

Contextualização
Objetivos

Fundamentação
Teórica

Imagens 3D e Nuvens de
Pontos
Momentos
Decomposição em Valores
Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes
Arcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos
Teste Numérico de
Invariância
Resultados em Tarefa de
Classificação

Conclusões

Referências

Arcabouço de Extração: função g

- ▶ A função de base g deve ser escolhida tal que $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, cujas entradas são os ângulos singulares guardados nas demais colunas de M : α , β e γ . Dada uma Matriz RABG M , a função de base deve ser escrita, portanto, como um $g(\alpha, \beta, \gamma)$.

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação
Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Arcabouço de Extração: função μ

- A Função Momento $\mu(M)^{(g,f)}$ é o somatório dos produtos de g por f ao longo de todas as linhas da Matriz RABG de entrada M :

$$\mu(M)^{(g,f)} = \sum_{i=1}^N g(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i) f(\bar{r}_i). \quad (24)$$

- Seja $\Upsilon = \{v_1, v_2, \dots, v_I\}$ o conjunto de todos os parâmetros adicionais das funções de base g e alvo f , definimos a Função Momento Geral $\mu_\Upsilon(M)^{(g,f)}$ como

$$\mu_\Upsilon(M)^{(g,f)} = \sum_{i=1}^N g_\Upsilon(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i) f_\Upsilon(\bar{r}_i). \quad (25)$$

- Vetor de atributos: $\Lambda(M)_\Upsilon^{(g,f)}$.

Sequência

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Introdução

Contextualização
Objetivos

Fundamentação

Teórica

Imagens 3D e Nuvens de
Pontos

Momentos

Decomposição em Valores
Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes

Arcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de
Invariância

Resultados em Tarefa de
Classificação

Conclusões

Referências

Funções de Base Escolhidas

- ▶ Para demonstrar a invariância e capacidade descritiva da contribuição como um todo, foram montadas três Funções Momentos a partir de três conjuntos de funções de base e alvo diferentes.

1. $\mu_{pqr}(M)$ (*Legendre*)
2. $\mu_{pqr}(M)$ (*Chebyshev*)
3. $\mu_{nm}(M)$ (*Zernike*)

Sugestão de Momentos de Legendre

- ▶ Polinômios de Legendre de ordem k :

$$L_{k+1}(x) = \frac{(2k+1)xL_k(x) - kL_{k-1}(x)}{k+1} \quad (26)$$

$$L_0(x) = 1, \quad L_1(x) = x \quad (27)$$

- ▶ Função de base g , função alvo f e função Momento μ :

$$g_{pqr}(\alpha, \beta, \gamma)^{(Legendre)} = L_p(\alpha)L_q(\beta)L_r(\gamma) \quad (28)$$

$$f(\bar{r})^{(Legendre)} = \bar{r} \quad (29)$$

$$\mu_{pqr}(M)^{(Legendre)} = \sum_{i=1}^N L_p(\alpha_i)L_q(\beta_i)L_r(\gamma_i)\bar{r}_i \quad (30)$$

Sugestão de Momentos de Chebyshev

- ▶ Polinômios de Chebyshev de ordem k :

$$C_{k+1}(x) = 2xC_k(x) - C_{k-1}(x) \quad (31)$$

$$C_0(x) = 1, \quad C_1(x) = x \quad (32)$$

- ▶ Função de base g , função alvo f e função Momento μ :

$$g_{pqr}(\alpha, \beta, \gamma)^{(Chebyshev)} = C_p(\alpha)C_q(\beta)C_r(\gamma) \quad (33)$$

$$f(\bar{r})^{(Chebyshev)} = \bar{r} \quad (34)$$

$$\mu_{pqr}(M)^{(Chebyshev)} = \sum_{i=1}^N C_p(\alpha_i)C_q(\beta_i)C_r(\gamma_i)\bar{r}_i \quad (35)$$

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação

Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariante

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Sugestão de Momentos de Zernike

- ▶ Função de base g , função alvo f e função Momento μ :

$$g_m(\alpha, \beta, \gamma)^{(Zernike)} = \prod_{\theta \in \{\alpha, \beta, \gamma\}} \cos(m\theta) + \prod_{\phi \in \{\alpha, \beta, \gamma\}} \sin(m\phi) \quad (36)$$

$$f_{nm}(\bar{r})^{(Zernike)} = R_{nm}(\bar{r}). \quad (37)$$

$$\mu_{nm}(M)^{(Zernike)} = \sum_{i=1}^N \left[\left(\prod_{\theta \in \{\alpha_i, \beta_i, \gamma_i\}} \cos(m\theta) + \prod_{\phi \in \{\alpha_i, \beta_i, \gamma_i\}} \sin(m\phi) \right) R_{nm}(\bar{r}_i) \right] \quad (38)$$

IntroduçãoContextualização
Objetivos**Fundamentação Teórica**

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariante

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões**Referências**

Teste Numérico de Invariância

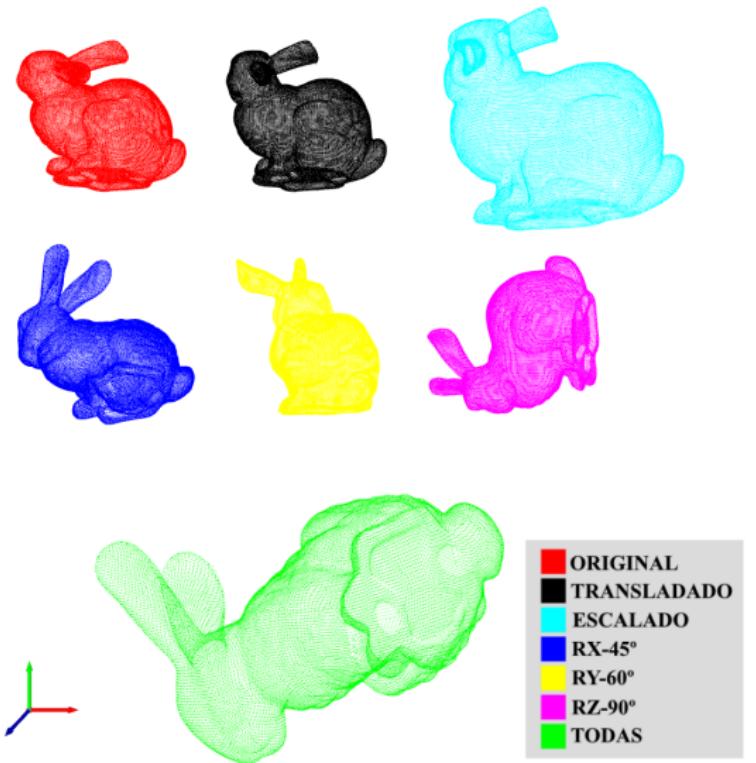


Figura: Nuvens utilizadas para o teste numérico de invariância.

Invariância: Momentos de Legendre

Momento	Original	Transladado	Escalado	RX-45º	Todas	Variância
$\mu_{000}^{(Legendre)}$	19335.90	19335.90	19335.90	19335.94	19335.87	4.65e-04
$\mu_{001}^{(Legendre)}$	7645.90	7645.90	7645.90	7645.92	7645.89	6.84e-05
$\mu_{001}^{(Legendre)}$	-2349.16	-2349.16	-2349.16	-2349.17	-2349.16	8.78e-06
$\mu_{010}^{(Legendre)}$	10213.83	10213.83	10213.83	10213.86	10213.82	1.32e-04
$\mu_{011}^{(Legendre)}$	3444.31	3444.31	3444.31	3444.32	3444.31	1.38e-05
$\mu_{012}^{(Legendre)}$	-2240.35	-2240.35	-2240.35	-2240.35	-2240.34	7.02e-06
$\mu_{020}^{(Legendre)}$	2219.17	2219.17	2219.17	2219.17	2219.16	1.08e-05
$\mu_{021}^{(Legendre)}$	-347.77	-347.77	-347.77	-347.77	-347.77	1.40e-07
$\mu_{022}^{(Legendre)}$	-2220.43	-2220.43	-2220.43	-2220.43	-2220.43	7.89e-06
$\mu_{100}^{(Legendre)}$	15128.62	15128.62	15128.62	15128.66	15128.60	2.84e-04
$\mu_{101}^{(Legendre)}$	4897.43	4897.43	4897.43	4897.44	4897.42	2.83e-05
$\mu_{102}^{(Legendre)}$	-3731.33	-3731.33	-3731.33	-3731.33	3731.32	1.77e-05
$\mu_{110}^{(Legendre)}$	6094.18	6094.18	6094.18	6094.19	6094.17	4.30e-05
$\mu_{111}^{(Legendre)}$	1785.31	1785.31	1785.31	1785.31	1785.31	3.37e-06
$\mu_{112}^{(Legendre)}$	-1751.10	-1751.10	-1751.10	-1751.10	-1751.10	3.71e-06
$\mu_{120}^{(Legendre)}$	-1956.32	-1956.32	-1956.32	-1956.32	-1956.31	4.89e-06
$\mu_{121}^{(Legendre)}$	-972.11	-972.11	-972.11	-972.11	-972.11	1.33e-06
$\mu_{122}^{(Legendre)}$	51.44	51.44	51.44	51.44	51.44	1.26e-08
μ_{200}	12409.93	12409.93	12409.93	12409.96	12409.91	2.01e-04

Invariância: Momentos de Chebyshev

Momento	Original	Transladado	Escalado	RX-45º	Todas	Variância
$\mu_{000}^{(Chebyshev)}$	19335.90	19335.90	19335.90	19335.94	19335.87	4.65e-04
$\mu_{001}^{(Chebyshev)}$	7645.90	7645.90	7645.90	7645.92	7645.89	6.84e-05
$\mu_{002}^{(Chebyshev)}$	-9577.52	-9577.52	-9577.52	-9577.54	-9577.50	1.23e-04
$\mu_{010}^{(Chebyshev)}$	10213.83	10213.83	10213.83	10213.86	10213.82	1.32e-04
$\mu_{011}^{(Chebyshev)}$	3444.31	3444.31	3444.31	3444.32	3444.31	1.38e-05
$\mu_{012}^{(Chebyshev)}$	-6391.74	-6391.74	-6391.74	-6391.76	-6391.73	5.41e-05
$\mu_{020}^{(Chebyshev)}$	-3486.41	-3486.41	-3486.41	-3486.42	-3486.41	1.07e-05
$\mu_{021}^{(Chebyshev)}$	-3012.33	-3012.33	-3012.33	-3012.34	-3012.33	1.01e-05
$\mu_{022}^{(Chebyshev)}$	-1741.22	-1741.22	-1741.22	-1741.22	-1741.22	8.74e-06
$\mu_{100}^{(Chebyshev)}$	15128.62	15128.62	15128.62	15128.66	15128.60	2.84e-04
$\mu_{101}^{(Chebyshev)}$	4897.43	4897.43	4897.43	4897.44	4897.42	2.83e-05
$\mu_{102}^{(Chebyshev)}$	-10017.97	-10017.97	-10017.97	-10018.00	-10017.96	1.26e-04
$\mu_{110}^{(Chebyshev)}$	6094.18	6094.18	6094.18	6094.19	6094.17	4.30e-05
$\mu_{111}^{(Chebyshev)}$	1785.31	1785.31	1785.31	1785.31	1785.31	3.37e-06
$\mu_{112}^{(Chebyshev)}$	-4366.19	-4366.19	-4366.19	-4366.20	-4366.18	2.26e-05
$\mu_{120}^{(Chebyshev)}$	-7651.30	-7651.30	-7651.30	-7651.32	-7651.29	7.33e-05
$\mu_{121}^{(Chebyshev)}$	-2928.62	-2928.62	-2928.62	-2928.63	-2928.61	1.09e-05
$\mu_{122}^{(Chebyshev)}$	4300.26	4300.26	4300.26	4300.27	4300.25	2.19e-05
$\mu_{200}^{(Chebyshev)}$	10101.27	10101.27	10101.27	10101.30	10101.26	1.38e-04

Invariância: Momentos de Zernike

Momento	Original	Transladado	Escalado	RX-45º	Todas	Variância
$\mu_{00}^{(Zernike)}$	11442.29	11442.29	11442.29	11442.29	11442.29	3.30e-24
$\mu_{11}^{(Zernike)}$	12384.89	12384.89	12384.89	12384.92	12384.87	1.79e-04
$\mu_{20}^{(Zernike)}$	-31884.65	-31884.65	-31884.65	-31884.41	-31884.80	1.31e-02
$\mu_{22}^{(Zernike)}$	-1210.51	-1210.51	-1210.51	-1210.52	-1210.50	1.76e-05
$\mu_{31}^{(Zernike)}$	-30426.03	-30426.03	-30426.03	-30425.95	-30426.08	1.44e-03
$\mu_{33}^{(Zernike)}$	-803.60	-803.60	-803.60	-803.60	-803.59	9.79e-06
$\mu_{40}^{(Zernike)}$	-20653.73	-20653.73	-20653.73	-20654.03	-20653.54	2.06e-02
$\mu_{42}^{(Zernike)}$	475.41	475.41	475.41	475.40	475.43	1.10e-04
$\mu_{44}^{(Zernike)}$	-2368.22	-2368.22	-2368.22	-2368.24	-2368.21	8.04e-05
$\mu_{51}^{(Zernike)}$	17036.03	17036.03	17036.03	17035.78	17036.19	1.38e-02
$\mu_{53}^{(Zernike)}$	-2289.09	-2289.09	-2289.09	-2289.14	-2289.06	5.31e-04
$\mu_{55}^{(Zernike)}$	-3323.07	-3323.07	-3323.07	-3323.10	-3323.05	3.00e-04
$\mu_{60}^{(Zernike)}$	51828.82	51828.82	51828.82	51828.67	51828.90	4.44e-03
$\mu_{62}^{(Zernike)}$	5734.00	5734.00	5734.00	5734.04	5733.97	4.91e-04
$\mu_{64}^{(Zernike)}$	1485.92	1485.92	1485.92	1485.86	1485.97	1.06e-03
$\mu_{66}^{(Zernike)}$	1983.84	1983.84	1983.84	1983.86	1983.82	1.66e-04

Introdução

Contextualização
Objetivos

Fundamentação Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos
Momentos
Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariantes
Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos
Teste Numérico de Invariância
Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

[Introdução](#)[Contextualização](#)[Objetivos](#)[Fundamentação
Teórica](#)[Imagens 3D e Nuvens de
Pontos](#)[Momentos](#)[Decomposição em Valores
Singulares](#)[Metodologia](#)[Atributos Geométricos
Invariantes](#)[Arcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos](#)[Resultados](#)[Sugestões de Momentos](#)[Teste Numérico de
Invariância](#)[Resultados em Tarefa de
Classificação](#)[Conclusões](#)[Referências](#)

Cenário de Classificação

- ▶ Base Bosphorus [Savran et al., 2008].
- ▶ 4666 amostras de 105 indivíduos.
- ▶ Imagens 2D e 3D de faces em formato de nuvens de pontos com variação de expressões (e.g feliz, neutro, raiva), poses (i.e rotações ao longo do eixo do pescoço) e diferentes tipos de oclusão (e.g mão no rosto, óculos, mão na boca, cachecol).
- ▶ Considerado um desafio resolvido para essa base, usaremos esse cenário como referência.

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariante

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

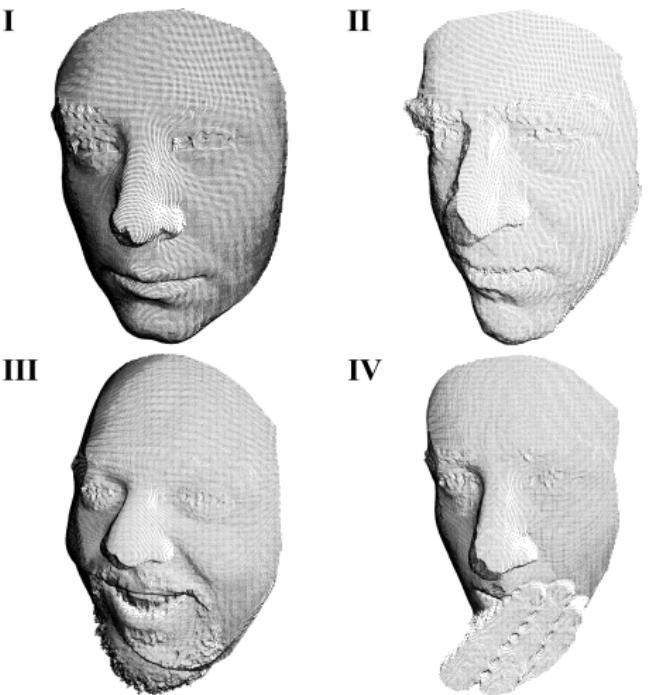
Conclusões**Referências**

Figura: Exemplos de faces da Base Bosphorus. I: face neutra. II: expressão de raiva. III: expressão de alegria. IV: oclusão de boca.

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação
TeóricaImagens 3D e Nuvens de
Pontos

Momentos

Decomposição em Valores
Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
InvariantesArcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de
InvariânciaResultados em Tarefa de
Classificação

Conclusões

Referências

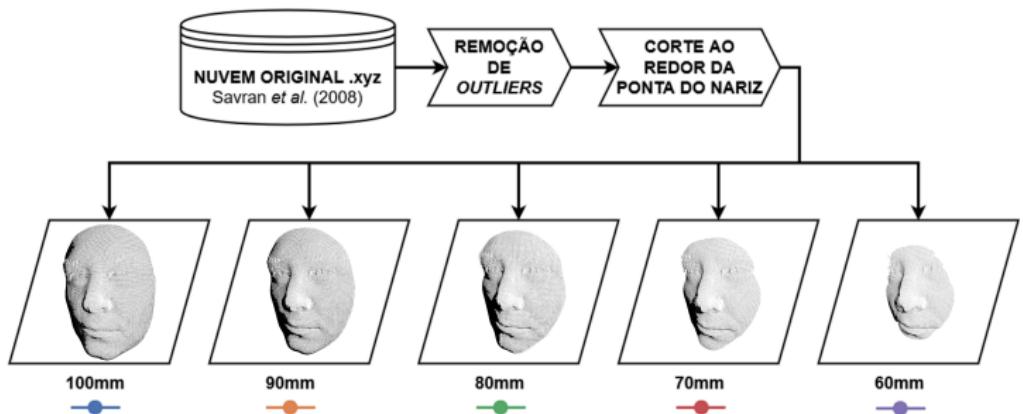


Figura: Visualização das etapas de pré-processamento submetidas às nuvens de faces.

- ▶ Apenas uma amostra por classe.
- ▶ Classificador utilizado: distância mínima euclidiana.

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação

Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariante

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Taxas de acerto dos Momentos de Lengedre

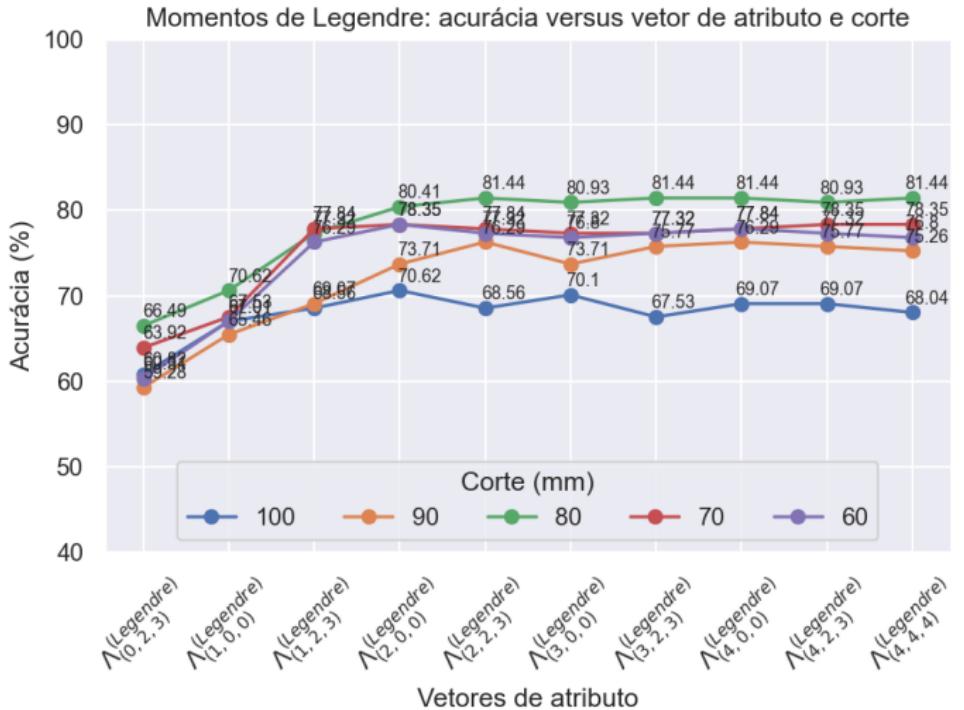


Figura: Resultados: Momentos de Legendre.

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação

Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariante

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Taxas de acerto dos Momentos de Chebyshev

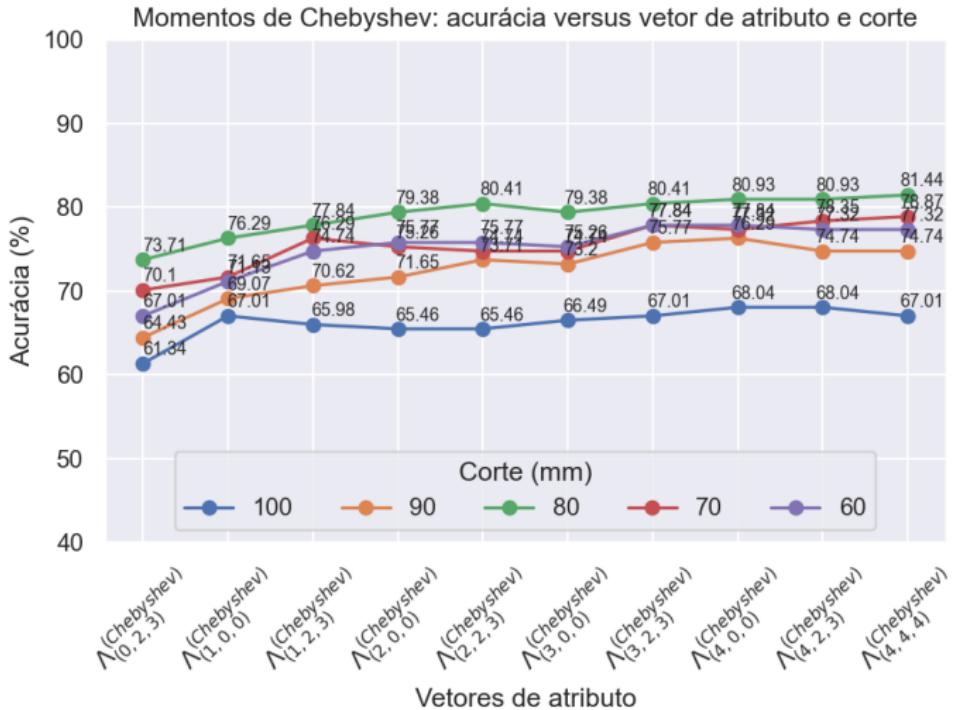


Figura: Resultados: Momentos de Chebyshev.

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação
TeóricaImagens 3D e Nuvens de
Pontos

Momentos

Decomposição em Valores
Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
InvariantesArcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de
InvariânciaResultados em Tarefa de
Classificação

Conclusões

Referências

Taxas de acerto dos Momentos de Zernike

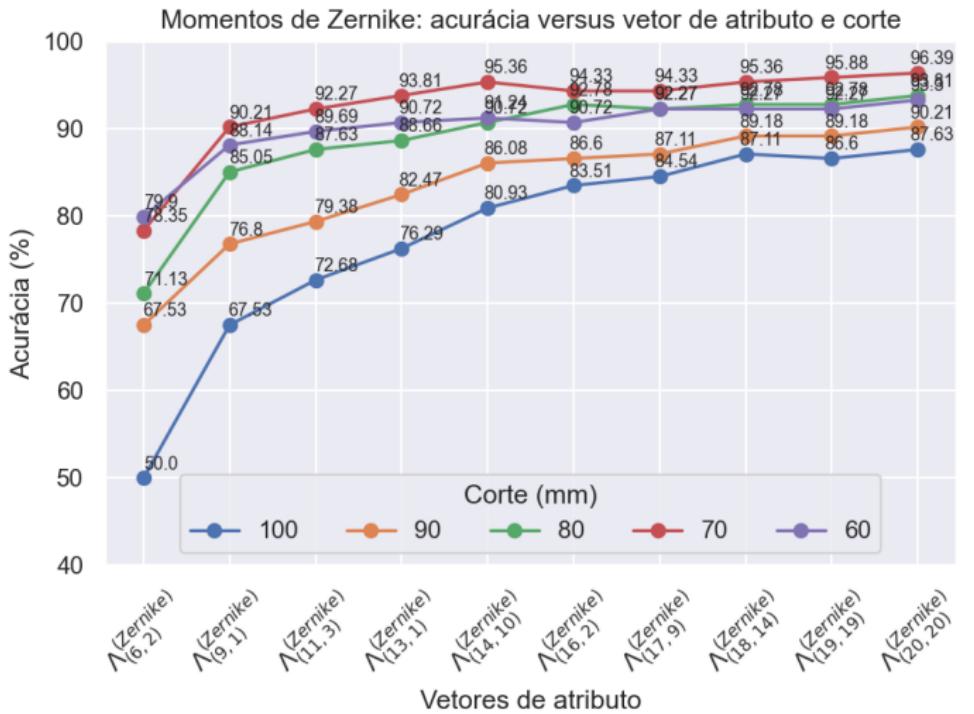


Figura: Resultados: Momentos de Zernike.

Sequência

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

[Introdução](#)[Contextualização](#)
[Objetivos](#)[Fundamentação
Teórica](#)[Imagens 3D e Nuvens de
Pontos](#)[Momentos](#)
[Decomposição em Valores
Singulares](#)[Metodologia](#)[Atributos Geométricos
Invariantes](#)[Arcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos](#)[Resultados](#)[Sugestões de Momentos](#)
[Teste Numérico de
Invariância](#)
[Resultados em Tarefa de
Classificação](#)[Conclusões](#)[Referências](#)

Conclusões

- ▶ Espera-se que este trabalho contribua no debate sobre a análise de imagens tridimensionais e suas aplicações em Visão Computacional.
- ▶ A apresentação de um formato invariante e um sistema de extração de atributos que herda essa invariância representa uma nova percepção para estudo de Momentos em Reconhecimento de Padrões.
- ▶ A partir das definições inscritas no Capítulo 3 e dos resultados de classificação apresentados no Capítulo 4 da dissertação, mostramos que o método como um todo (formato mais arcabouço) é viável do ponto de vista prático.

Introdução

Contextualização
Objetivos

Fundamentação

Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos
Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos
Teste Numérico de Invariância
Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Conclusões (cont.)

- ▶ A taxa de acerto de 96,39% dos Momentos de Zernike para o corte radial de 70mm põe essa sugestão de Momento em patamar semelhante a outros métodos mais complexos e dependentes, como o de [Li et al., 2015] e [Emambakhsh and Evans, 2017].
- ▶ É importante salientar: até o momento, o formato Matriz RABG apresenta uma clara limitação quanto à presença de *outliers* na nuvem.

[Introdução](#)[Contextualização](#)[Objetivos](#)[Fundamentação](#)[Teórica](#)[Imagens 3D e Nuvens de Pontos](#)[Momentos](#)[Decomposição em Valores Singulares](#)[Metodologia](#)[Atributos Geométricos Invariante](#)[Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos](#)[Resultados](#)[Sugestões de Momentos](#)[Teste Numérico de Invariância](#)[Resultados em Tarefa de Classificação](#)[Conclusões](#)[Referências](#)

Trabalhos Futuros

1. Uso do formato Matriz RABG em conjunção de método locais;
2. Exploração de mais funções de base e alvo;
3. Matriz RABG como entrada para outros extratores de atributo;
4. Estudar a capacidade de reconstrução de nuvem a partir da Matriz RABG;
5. Implementações mais otimizadas, inclusive em arquiteturas específicas; e
6. Generalização dimensional do método como um todo.

Muito Obrigado!

(:

Introdução

Contextualização
Objetivos

Fundamentação Teórica

Imagens 3D e Nuvens de
Pontos
Momentos
Decomposição em Valores
Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariante
Arcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos
Teste Numérico de
Invariância
Resultados em Tarefa de
Classificação

Conclusões

Referências

Sequência

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Referências I

 Abbas, S., Farhan, S., Fahiem, M. A., and Tauseef, H. (2019).

Efficient shape classification using zernike moments and geometrical features on mpeg-7 dataset.

Advances in Electrical and Computer Engineering,
19(1):45–51.

 Emambakhsh, M. and Evans, A. (2017).

Nasal Patches and Curves for Expression-Robust 3D Face Recognition.

IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 39(5):995–1007.

 Flusser, J., Zitova, B., and Suk, T. (2009).

Moments and moment invariants in pattern recognition. John Wiley & Sons.

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação

Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Referências II

-  Gonzalez, R. C. and Woods, R. C. (2009). *Processamento digital de imagens*. Pearson Educación.
-  Gonzalez Viejo, C., Torrico, D. D., Dunshea, F. R., and Fuentes, S. (2019). Emerging technologies based on artificial intelligence to assess the quality and consumer preference of beverages. *Beverages*, 5(4):62.
-  Kaur, H. and Pannu, H. S. (2019). Zernike moments-based fingerprint recognition using weighted-support vector machine. *Modern Physics Letters B*, 33(21):1950245.

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação

Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariáveis

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação

Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariáveis

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Referências III

 Kobbelt, L. and Botsch, M. (2004).

A survey of point-based techniques in computer graphics.

Computers & Graphics, 28(6):801–814.

 Levoy, M., Gerth, J., Curless, B., and Pull, K. (2005).

The stanford 3d scanning repository.

URL <http://www-graphics.stanford.edu/data/3dscanrep>, 5.

 Li, H., Huang, D., Morvan, J.-M., Wang, Y., and Chen, L. (2015).

Towards 3d face recognition in the real: a registration-free approach using fine-grained matching of 3d keypoint descriptors.

International Journal of Computer Vision, 113(2):128–142.

Referências IV

-  Ming-Kuei Hu (1962).
Visual pattern recognition by moment invariants.
IEEE Transactions on Information Theory, 8(2):179–187.
-  Novotni, M. and Klein, R. (2004).
Shape retrieval using 3d zernike descriptors.
Computer-Aided Design, 36(11):1047–1062.
-  Savran, A., Alyüz, N., Dibeklioğlu, H., Çeliktutan, O., Gökberk, B., Sankur, B., and Akarun, L. (2008).
Bosphorus database for 3D face analysis.
In *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, volume 5372 LNCS, pages 47–56.

Introdução

Contextualização

Objetivos

Fundamentação

Teórica

Imagens 3D e Nuvens de Pontos

Momentos

Decomposição em Valores Singulares

Metodologia

Atributos Geométricos
Invariantes

Arcabouço de Extração de Atributos Baseado em Momentos

Resultados

Sugestões de Momentos

Teste Numérico de Invariância

Resultados em Tarefa de Classificação

Conclusões

Referências

Introdução[Contextualização](#)
[Objetivos](#)**Fundamentação
Teórica**[Imagens 3D e Nuvens de
Pontos](#)
[Momentos](#)
[Decomposição em Valores
Singulares](#)**Metodologia**[Atributos Geométricos](#)
[Invariante](#)
[Arcabouço de Extração de
Atributos Baseado em
Momentos](#)**Resultados**[Sugestões de Momentos](#)
[Teste Numérico de
Invariância](#)
[Resultados em Tarefa de
Classificação](#)**Conclusões****Referências**

Referências V



Teague, M. R. (1980).

Image analysis via the general theory of moments.
J. Optical Soc. Am., 70(8):920–930.



Zernike, v. F. (1934).

Beugungstheorie des schneidenverfahrens und seiner
verbesserten form, der phasenkontrastmethode.
physica, 1:689–704.