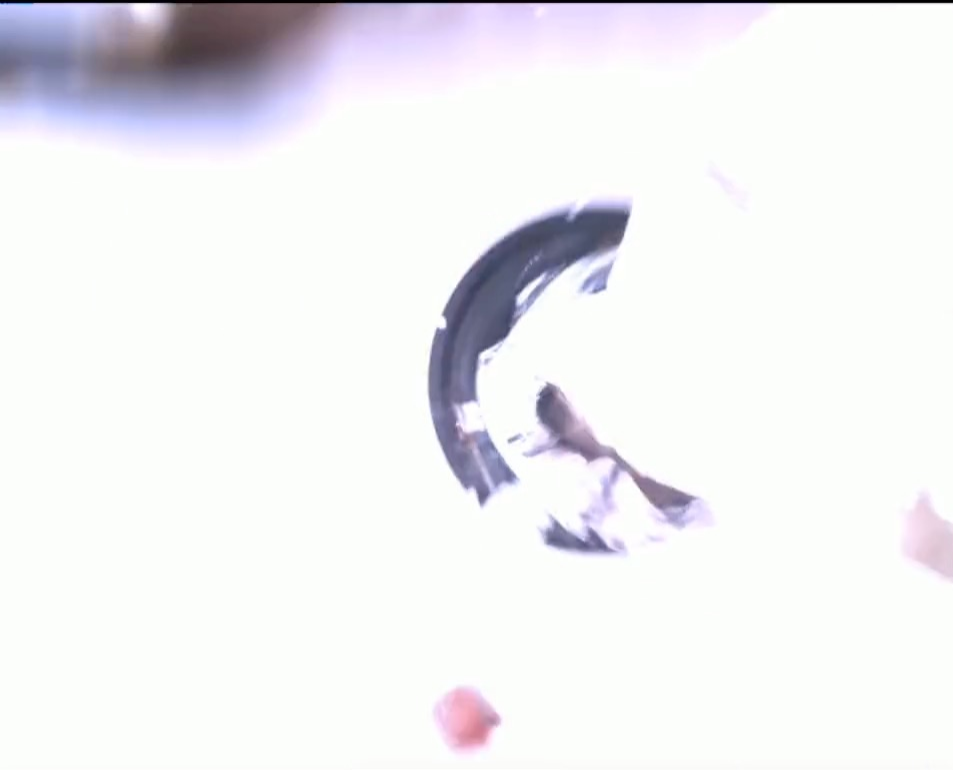


大学物理 B(1)



In memory of Covid19 (2020-2022)

30% speed



real time



力学 (Mechanics)

力学：研究物体机械运动的规律

运动学：描述物体的运动

动力学：物体运动变化的原因

第一章 质点运动学

§ 1.1 质点的运动函数

§ 1.2 位移和速度

§ 1.3 加速度

§ 1.4 二维平面运动

§ 1.5 相对运动和加速参考系

你驾船以 5m/s 的静水速度，在流速 3m/s 的河中逆流而上，书包不慎落入水中顺水漂流，半小时后你发现书包丢失，立刻调头追赶，多长时间能追到？

§ 1.1 质点的运动函数

参考系：

运动的相对性

地面参考系，
实验室参考系，
地心参考系，
太阳参考系

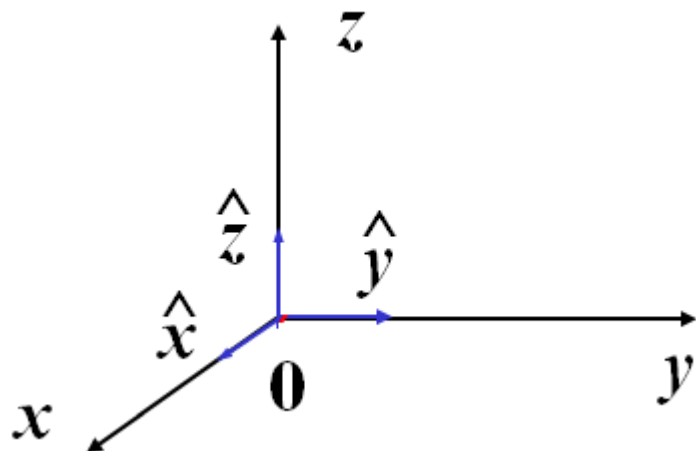
参考物和固结在其上的坐标系，以及一套固结于参考物所在空间各处的同步时钟构成一个参考系

§ 1.1 质点的运动函数

常用坐标系：

直角坐标系，
球极坐标系，
柱坐标系，
自然坐标系

直角坐标系（笛卡尔坐标系）：



单位矢量

$$|\hat{x}| = |\hat{y}| = |\hat{z}| = 1$$

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

我们每天看日出日落, 是以什么作为参考系观察到的.

- ☐ A 地心参考系
- ☒ B 地面参考系

提交

从下面的参考系中选出平动参考系。

☒ A 太阳参考系

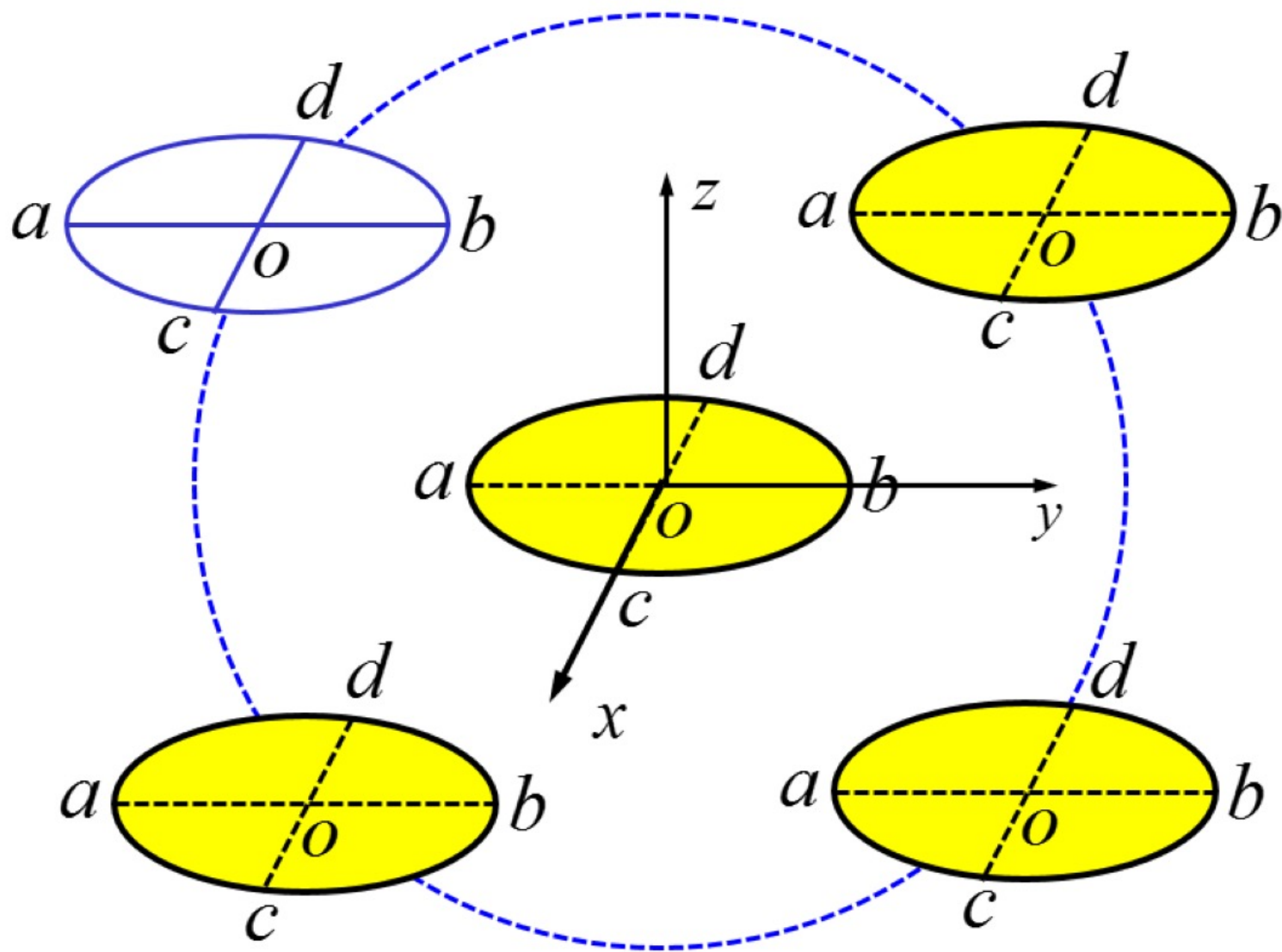
☒ B 地心参考系

☐ C 地面参考系

☒ D 质心参考系

提交

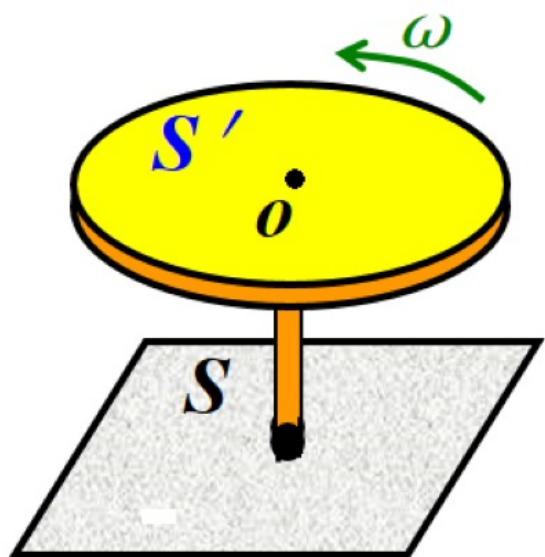
平动参考系



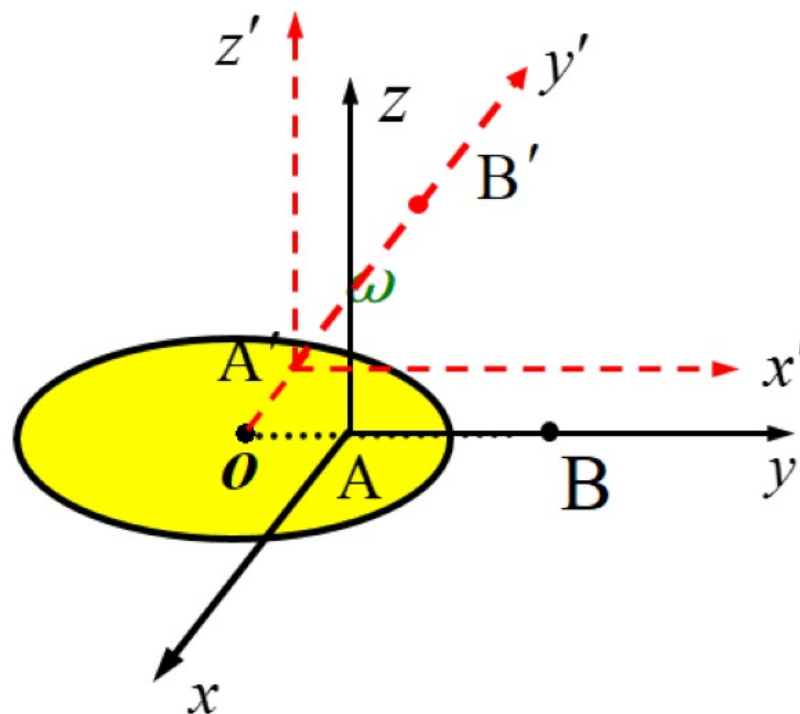
ob方向不变

转动参考系

OA方向改变



地面参考系S



“平动+转动”参考系

常用参考系

- 太阳参考系（太阳-恒星参考系）
 - 太阳中心为原点，指向空间固定方向为坐标轴
- 地心参考系（地心-恒星参考系）
 - 地心为坐标原点，指向空间固定方向为坐标轴
- 地面参考系或者实验室参考系
 - 由于地球自转，是转动参考系
- 质心参考系
 - 物体系的质心在其中静止的平动参考系

质点—数学模型

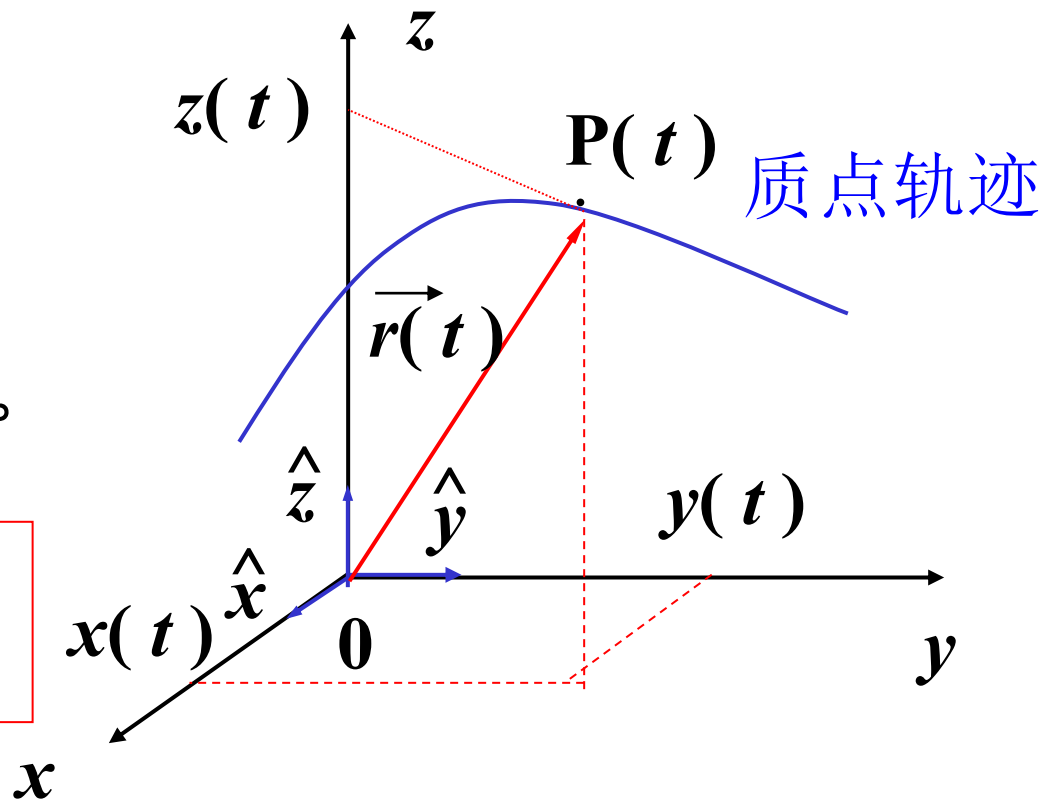
质点运动学：描述
质点（或物体）的
位置随时间的变化。

质点的位置和速度
确定其运动状态。

质点位置随时间 t 变化

质点运动学：描述质点（或物体）的位置随时间的变化。

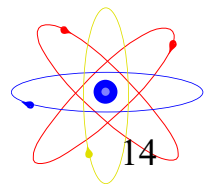
质点的位置和速度确定其运动状态。



位置矢量（或矢径、径矢） $\vec{r} = \vec{r}(t)$ (x, y, z)

轨迹方程

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y} + z(t)\hat{z}$$



一只苍蝇迎头撞上一列高速前进的火车并粘在火车上。在碰撞前后，苍蝇的速度方向发生改变，因此存在某个瞬间苍蝇的速度为0，又因为苍蝇粘在火车上，因此火车在该时刻速度也为0。这个说法有道理吗？

- ☐ A 分析过程严谨合理，说法很有道理
- ☒ B 火车不可能被撞停，上述说法错误

“描述小物体运动时, 用质点模型是好的近似, 而相对大的物体, 用质点模型就不合适了. ”这句话是否正确.

A

是

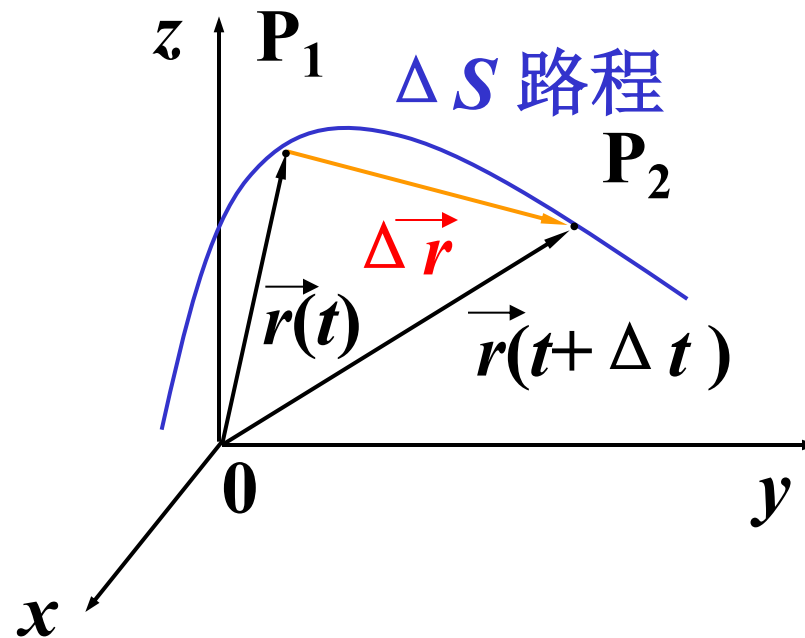
B

否

提交

§ 1.2 位移和速度

位移



矢量差

位移的方向

位移的大小

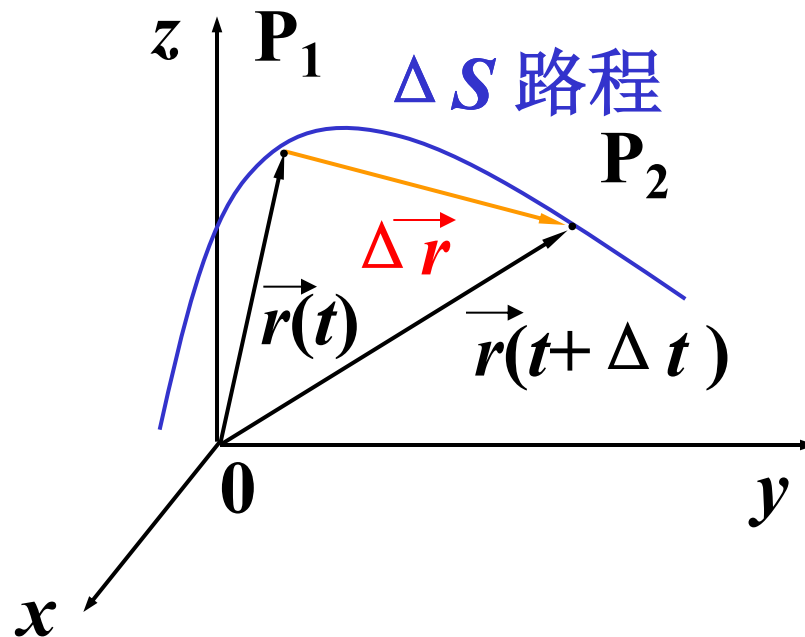
$|\Delta \vec{r}|$

$$|\vec{r}| = r$$

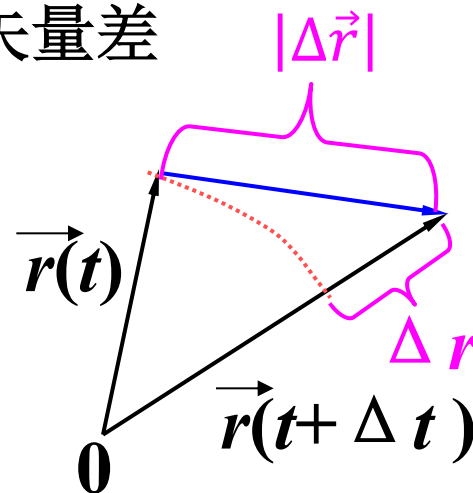
$$|\Delta \vec{r}| = \Delta r ?$$

§ 1.2 位移和速度

位移



矢量差



$$|\Delta \vec{r}| \neq \Delta r$$

位移的方向

位移的大小

$$|\Delta \vec{r}|$$

$$|\vec{r}| = r$$

$$|\Delta \vec{r}| = \Delta r ?$$

如图所示，质点沿曲线运动，由A→B，设 \vec{r} 表示位矢，则下列哪个式代表A到B的直线距离？

$$\left| \int_A^B d\vec{r} \right|, \quad \int_A^B |d\vec{r}|, \quad \int_A^B dr$$

A

第一个

B

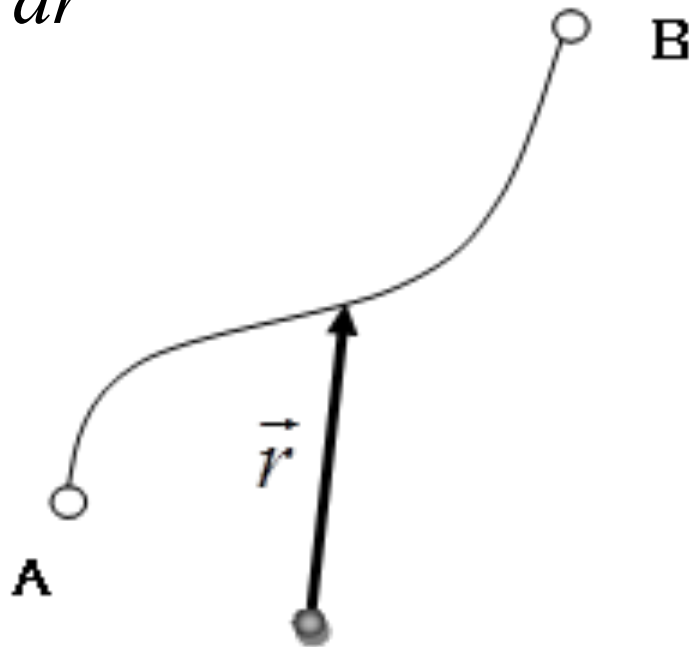
第二个

C

第三个

D

三个都不是



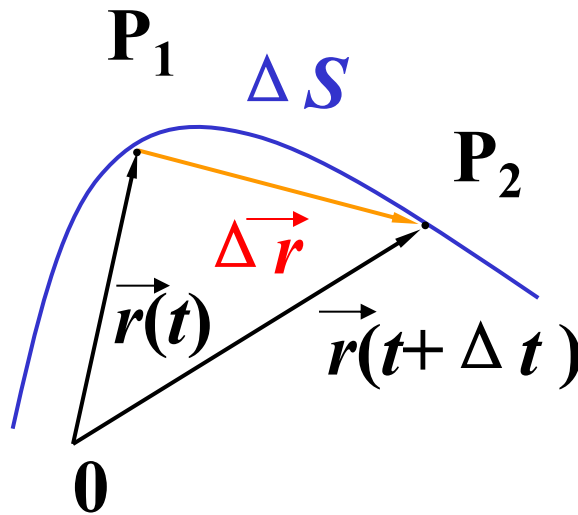
提交

§ 1.2 位移和速度

位移

平均速度

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

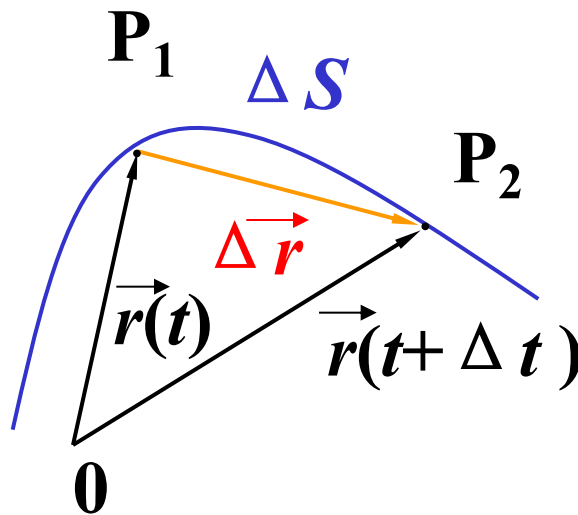


§ 1.2 位移和速度

位移

平均速度

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$



(瞬时)速度

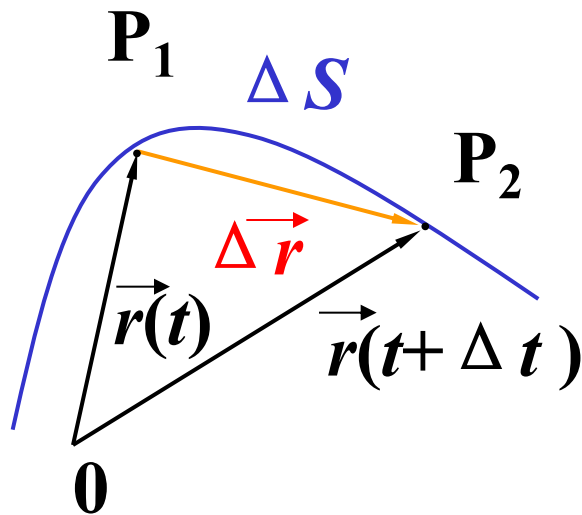
$$\begin{aligned} \vec{v} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \\ &= \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} \end{aligned}$$

§ 1.2 位移和速度

位移

平均速度

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$



(瞬时)速度

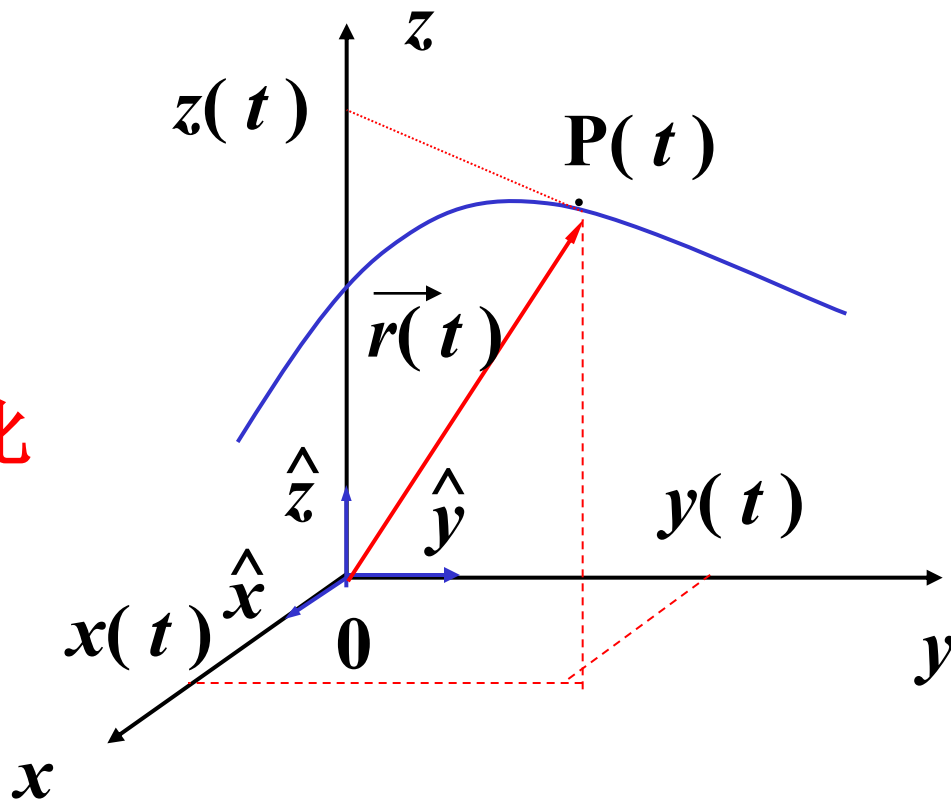
切线方向

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$
$$\text{速率 } v = |\vec{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

直角坐标系中，
单位矢量不随时间变化

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$



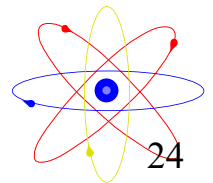
$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \hat{x} + \frac{dy}{dt} \hat{y} + \frac{dz}{dt} \hat{z} = v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad v_y = \dot{y} \quad v_z = \dot{z}$$

$$\vec{v} = \dot{x}\hat{x} + \dot{y}\hat{y} + \dot{z}\hat{z}$$

运动的叠加（或合成）原理 或运动的独立性

速度的叠加：速度是各分速度之矢量和



$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad v_y = \dot{y} \quad v_z = \dot{z}$$

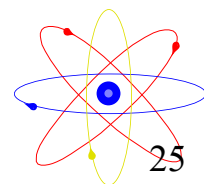
$$\vec{v} = \dot{x}\hat{x} + \dot{y}\hat{y} + \dot{z}\hat{z}$$

运动的叠加（或合成）原理 或运动的独立性

速度的叠加：速度是各分速度之矢量和

速率 $v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

速率量级（见张三慧编力学教材）



$$\dot{\vec{r}} = \dot{r} \hat{r}$$

这个式子

- ☐ A 对
- ☒ B 错
- ☐ C 不会做

提交

极坐标中描述方向的两个单位矢量 $\hat{r}, \hat{\theta}$, 它们时间变化率的大小都是 $\dot{\theta}$.

☒ A 是

☐ B 否

提交

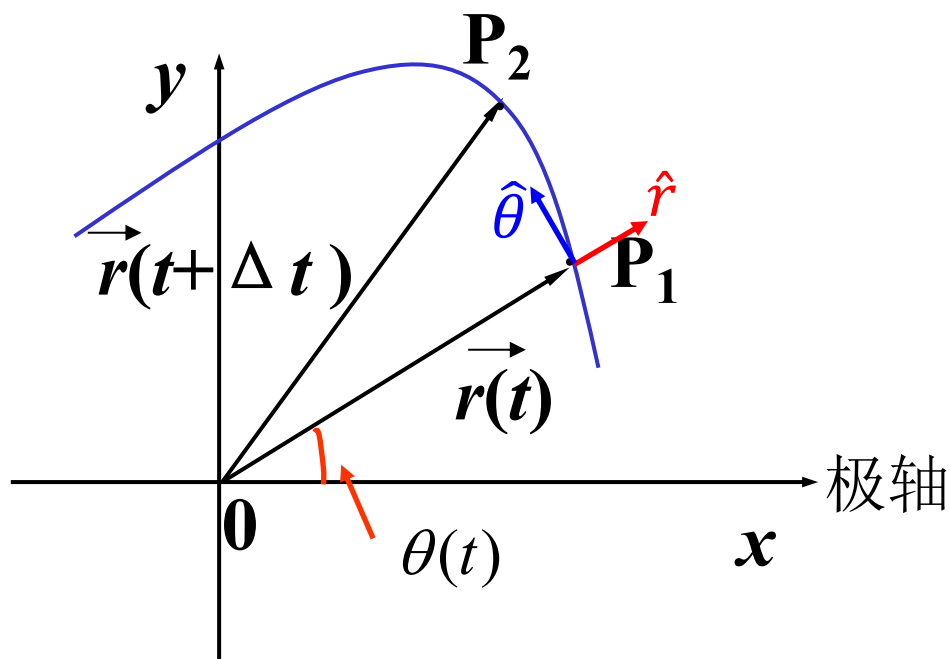
极坐标

$$(x, y) \rightarrow (r, \theta)$$

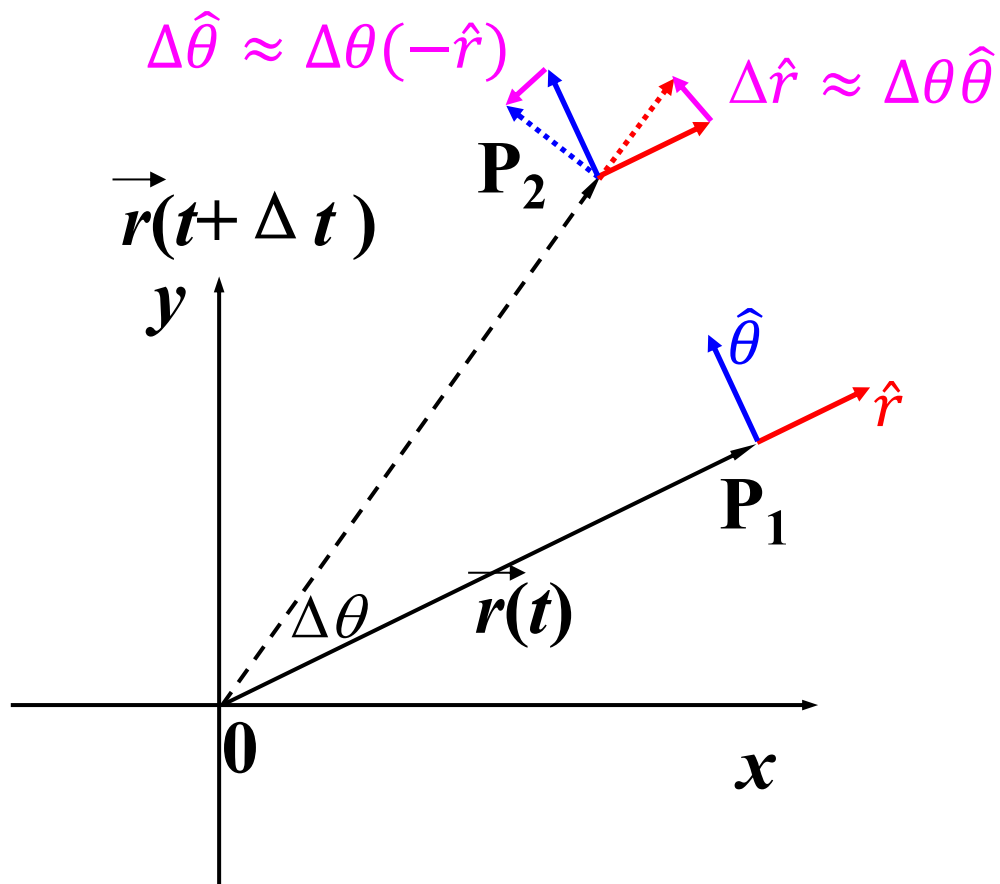
$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y}$$

径向、横向单位矢量 \hat{r} , $\hat{\theta}$

$$\vec{r}(t) = r(t)\hat{r}(t)$$



两个单位矢量是如何随时间变化?



除以 Δt 并取极限:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = -\dot{\theta}\hat{r}$$

$$\frac{d\hat{r}}{dt} = \dot{\theta}\hat{\theta}$$

极坐标中两个单位矢量随时间的变化率的大小都是 $\dot{\theta}$

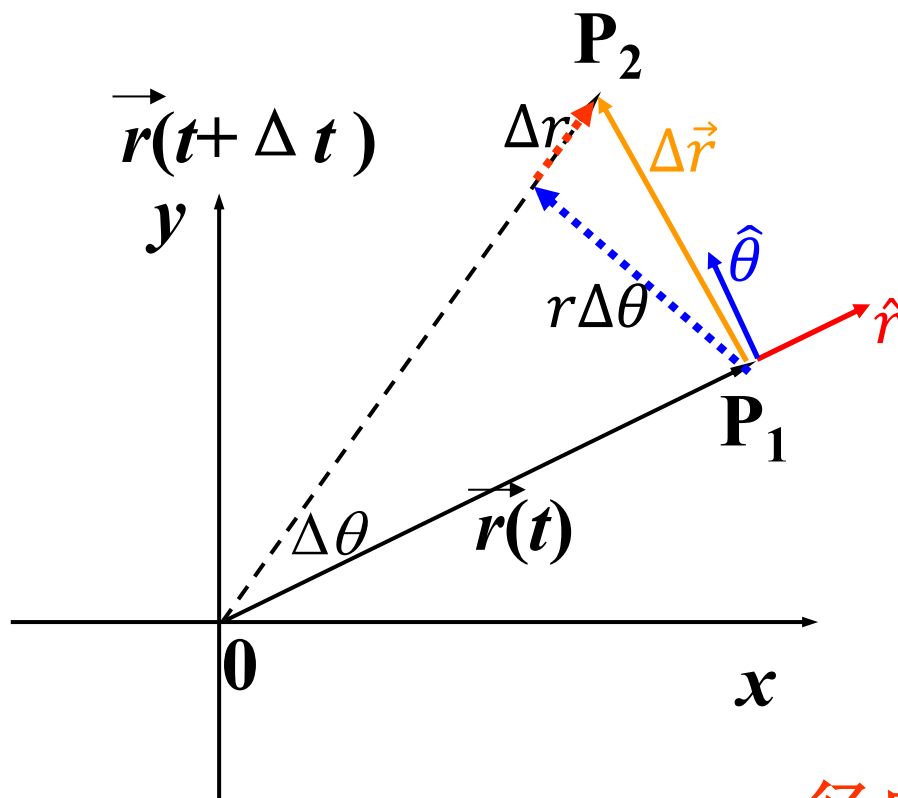
位移、速度在极坐标下的形式

小位移

$$\Delta \vec{r} \approx \Delta r \hat{r} + r \Delta \theta \hat{\theta}$$

位移→速度

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} \hat{r} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} r \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \hat{\theta}$$



径向速度

横向速度

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt} \hat{r} + r \frac{d\theta}{dt} \hat{\theta} \rightarrow \vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta}$$

另一种方法: 位置矢量 (矢径) \rightarrow 速度

$$\vec{r}(t) = r(t)\hat{r}(t)$$

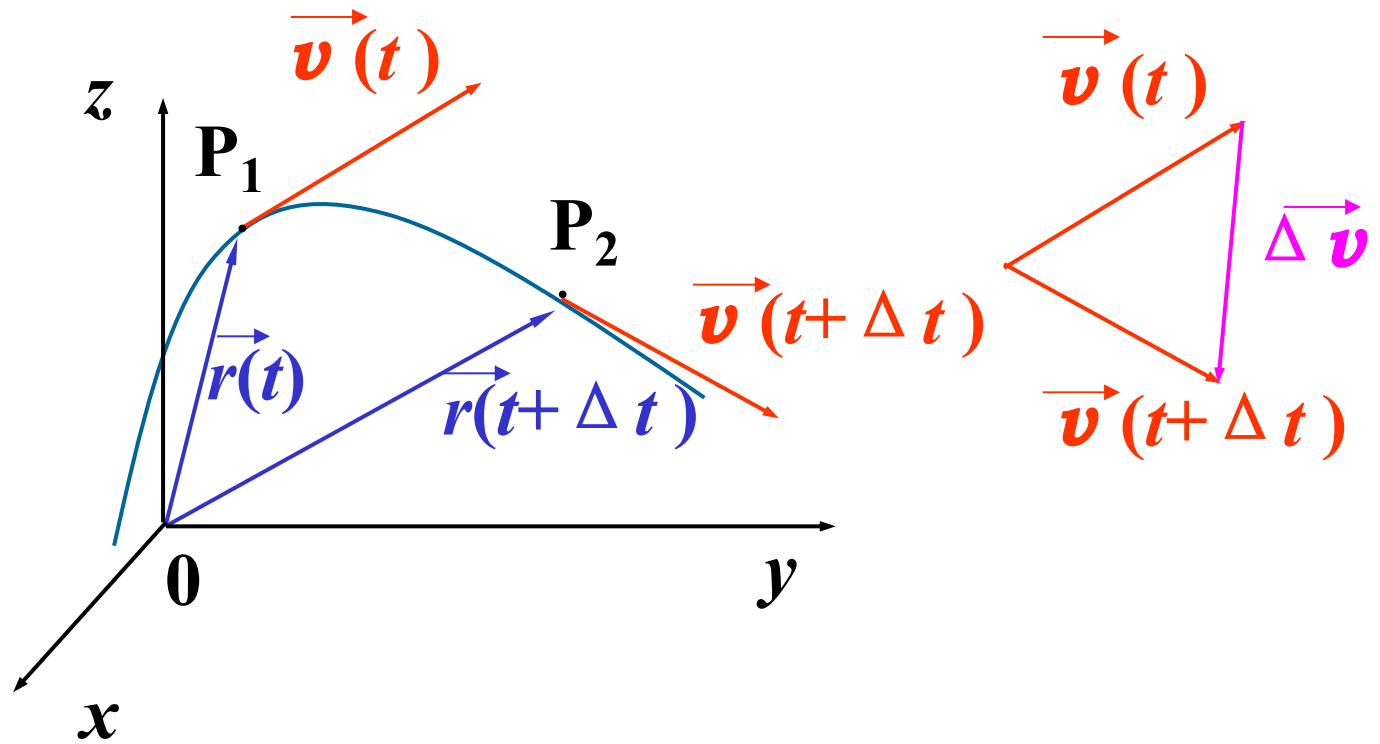
$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dr(t)}{dt}\hat{r}(t) + r(t)\frac{d\hat{r}(t)}{dt} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$$

\approx 哪里去了?

$$\frac{d\hat{r}}{dt} = \dot{\theta}\hat{\theta}$$

§ 1.3 加速度

是联系运动学和动力学的物理量

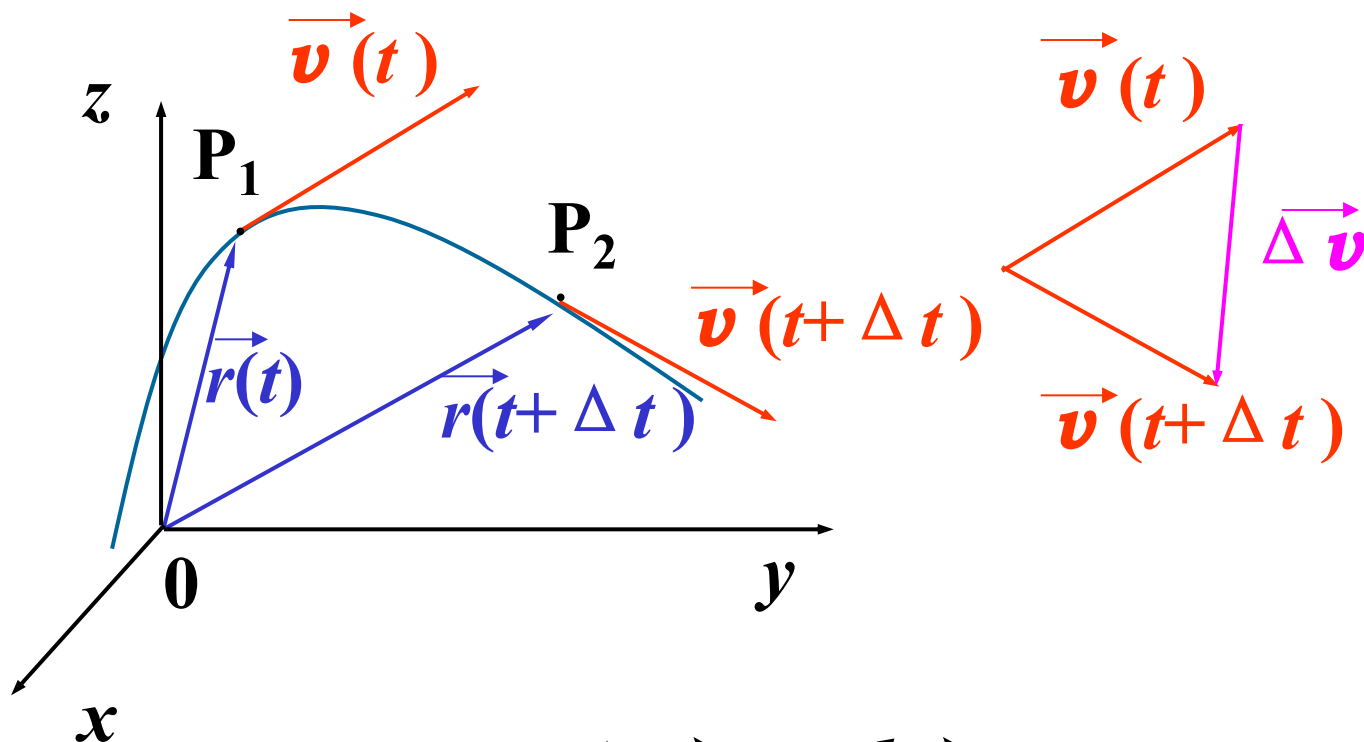


§ 1.3 加速度

是联系运动学和动力学的物理量

平均加速度

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$



瞬时加速度

令 $\Delta t \rightarrow 0$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$$

加速度合成

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \hat{x} + \frac{dv_y}{dt} \hat{y} + \frac{dv_z}{dt} \hat{z}$$

$$= \dot{v}_x \hat{x} + \dot{v}_y \hat{y} + \dot{v}_z \hat{z}$$

$$= \ddot{x} \hat{x} + \ddot{y} \hat{y} + \ddot{z} \hat{z}$$

$$\vec{a} = a_x \hat{x} + a_y \hat{y} + a_z \hat{z}$$

加速度与速度类似也有独立性原理,
这是矢量性质决定的

例: 地面上自由运动质点



\vec{g}

铅直方向加速运动,
水平方向匀速运动

极坐标下的加速度

$$\begin{aligned}\vec{a}(t) &= \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d(\dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta})}{dt} \\ &= \ddot{r}\hat{r} + \dot{r}\frac{d\hat{r}}{dt} + \dot{r}\dot{\theta}\hat{\theta} + r\ddot{\theta}\hat{\theta} + r\dot{\theta}\frac{d\hat{\theta}}{dt}\end{aligned}$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta}$$


径向加速度 \vec{a}_r


横向加速度 \vec{a}_θ

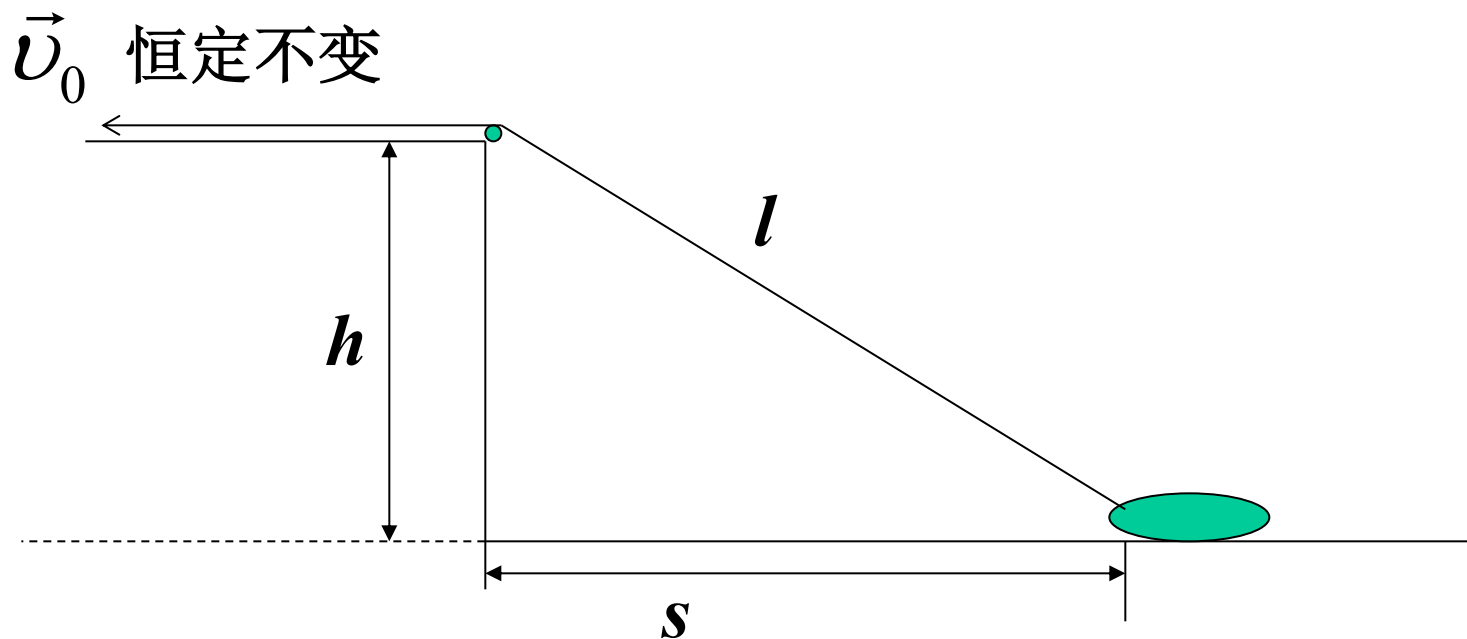
$$\frac{d\hat{r}}{dt} = \dot{\theta}\hat{\theta}$$

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = -\dot{\theta}\hat{r}$$

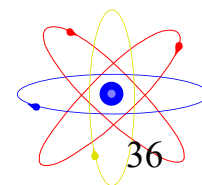
$$\vec{a}_r \neq \frac{d\vec{v}_r}{dt}$$

$$\vec{a}_\theta \neq \frac{d\vec{v}_\theta}{dt}$$

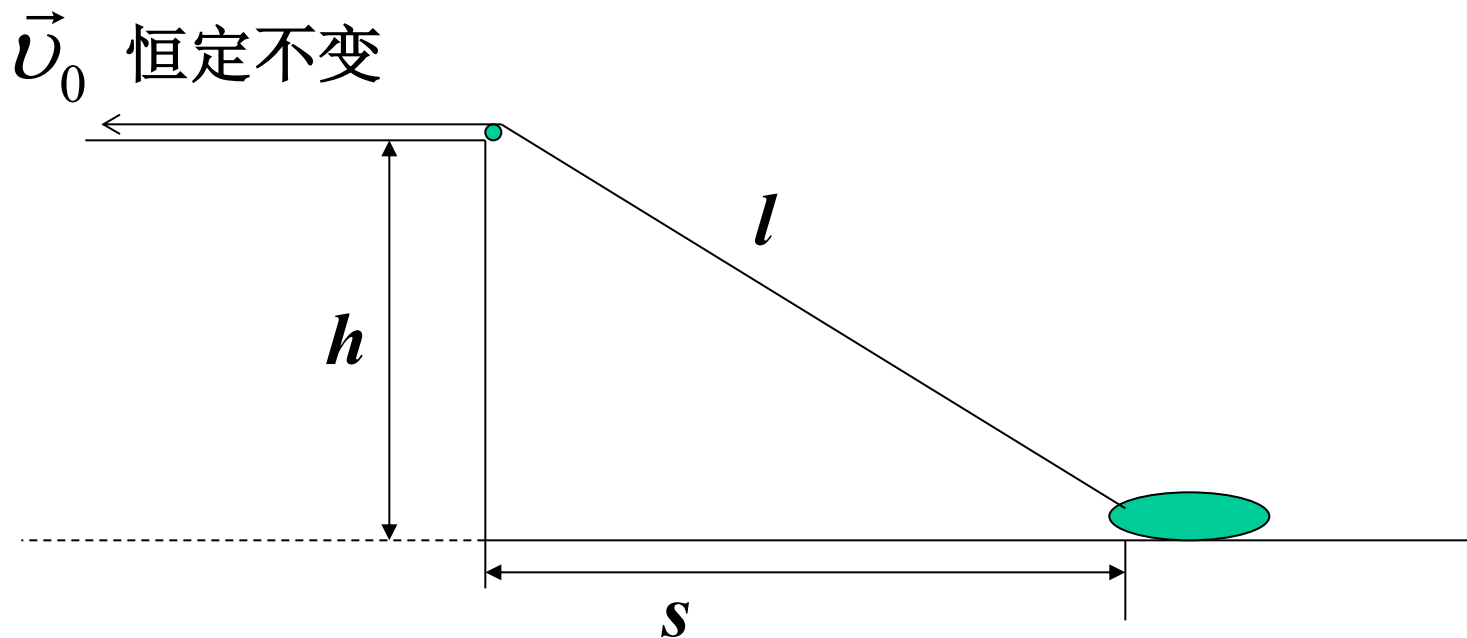
例



求：船速靠岸的速率和加速度的大小



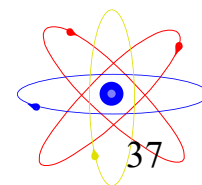
例



求：船速靠岸的速率和加速度的大小

解： $v = \dot{s}$, $\dot{l} = -v_0$ $s^2 = l^2 - h^2$

$$\dot{s} = -\frac{lv_0}{s} \quad \ddot{s} = -\frac{h^2 v_0^2}{s^3}$$



§ 1.4 二维平面运动

直线运动: \vec{a} 与 \vec{v}_0 在同一方向 (一维)

抛体运动: 典型的匀加速运动, $\vec{a} = \vec{g}$

运动平面在 (\vec{v}_0, \vec{g}) 内

圆周运动: 质点相对某个固定点距离不变

匀加速或变加速

直线运动

\vec{a} 与 \vec{v}_0 在同一方向 如自由落体

只用一维描述 $\dot{\hat{x}} = a\hat{x}$

$$\frac{dv}{dt} = a \qquad \int dv = \int a dt$$

匀加速:

$$= a \int dt$$

$$v = at + c$$

$$v(t=0) = v_0 \qquad v = v_0 + at$$

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 + at \rightarrow \int dx = \int (v_0 + at) dt$$

直线为x轴

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 + c$$

$$\int at dt = \frac{1}{2} at^2 + c$$

$$x|_{t=0} = x_0 \quad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

如自由落体，竖直上抛

* 实际有些自由落体受空气阻力很大，如雨点最终匀速运动，此时速率称收尾速率（~10m/s）

一般匀加速运动

质点**非直线**运动
 \vec{a} 为常矢量

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$$

写分量式

$$\frac{dv_x}{dt} = a_x \quad \frac{dv_y}{dt} = a_y \quad \frac{dv_z}{dt} = a_z$$

每个分量式与匀加速直线运动相同

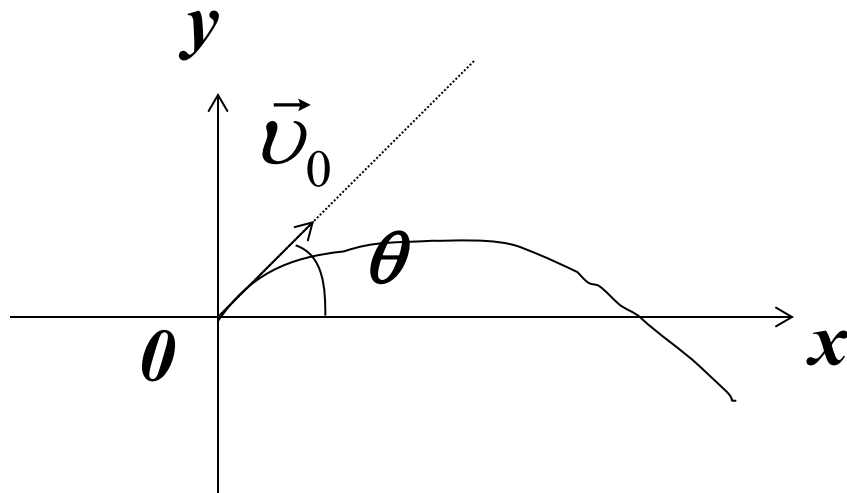
分量式合在一起

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

抛体运动

典型的一般匀加速运动, $\vec{a} = \vec{g}$



运动叠加和运动的独立性

运动平面在 (\vec{v}_0, \vec{g}) 内

$$a_x = 0 \quad a_y = -g$$

$$x_0 = y_0 = 0$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta \quad v_{0y} = v_0 \sin \theta$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t$$

水平方向

$$x = x_0 + v_{0x} t$$

$$x = v_0 t \cos \theta$$

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta$$

匀速

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t$$

代入初始条件后，水平方向：

$$x = x_0 + v_{0x} t$$

$$x = v_0 t \cos \theta$$

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta \quad \text{匀速}$$

竖直方向：

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_y = v_{0y} - g t$$

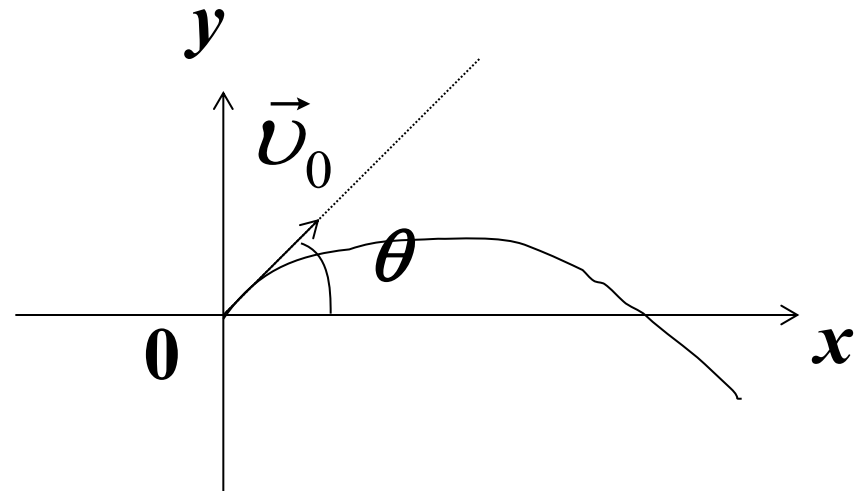
$$v_y = v_0 \sin \theta - g t$$

匀加速

最高点

$$v_y = v_0 \sin \theta - gt = 0$$

$$t = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$$



$$y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

轨迹

$$y = x \tan \theta - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta}$$

* 实际子弹和炮弹受空气阻力很大，弹道导弹则在重力加速度变化的范围运动，但基础是以上的运动学。