

大学物理 B(1)

14-1 气体动理论

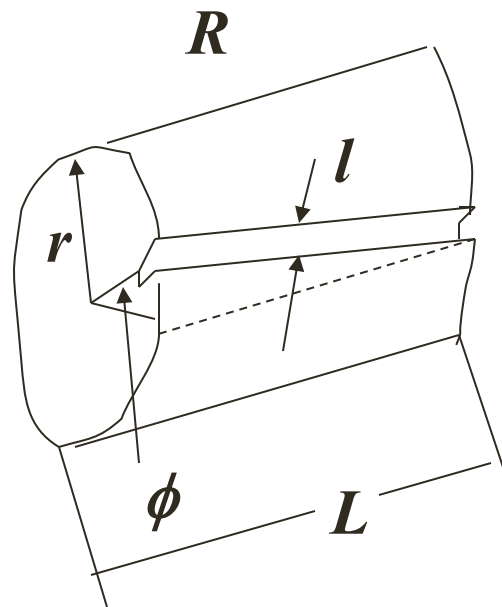
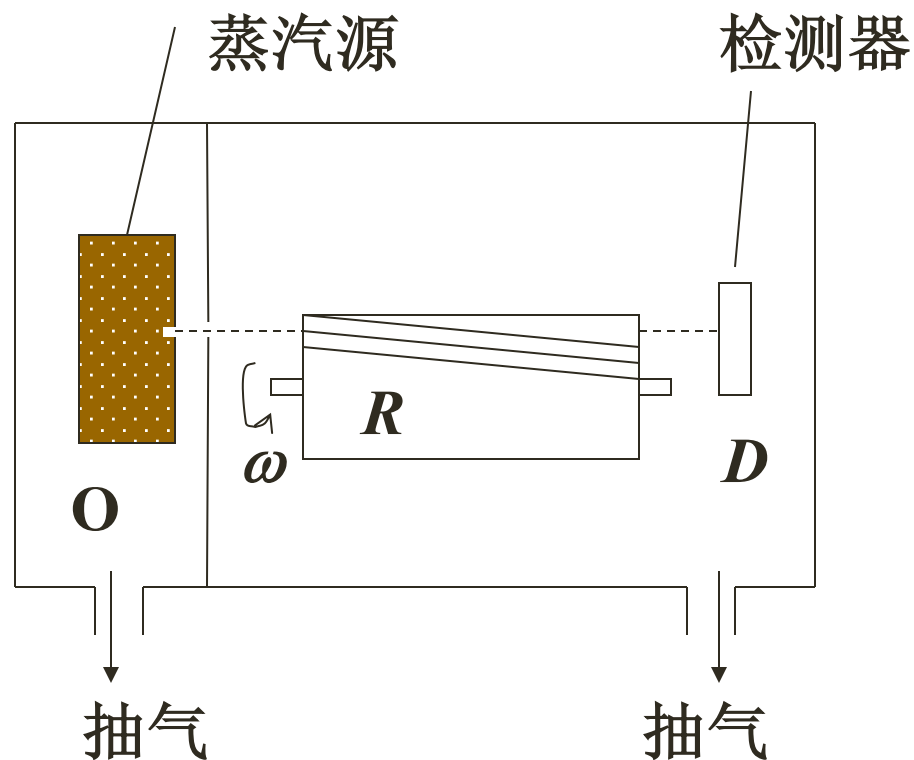
14-2 热一律

15-1 热一律

15-2 热二律

16-1 热二律

§ 9.8 麦克斯韦速率分布律的实验验证



给定 ω

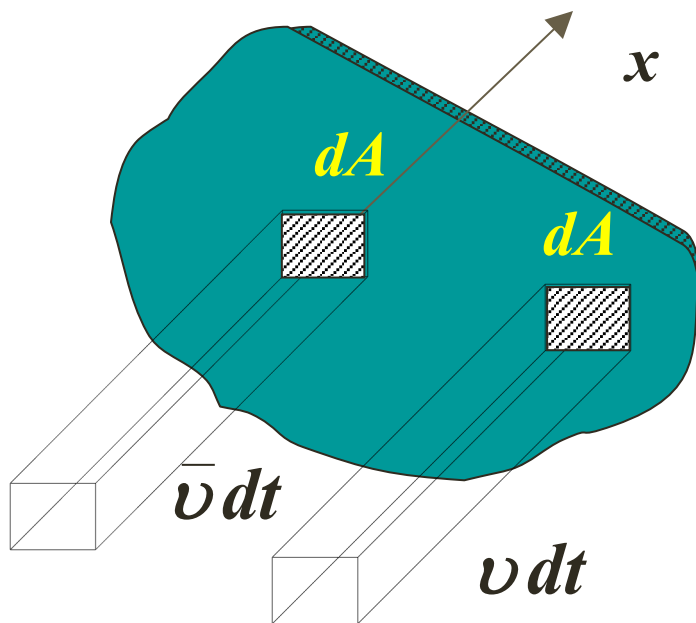
$$\frac{L}{\Delta t \cdot v} = \frac{\phi}{\Delta t \cdot \omega}$$

$$v = \frac{\omega}{\phi} L$$

$$|\Delta v| = \frac{v}{\phi} \Delta \phi = \frac{l}{\phi r} v$$

小孔充分小，改变 ω ，测 D 上的沉积厚度，就可测气体速率分布

从小孔出射的气体分子数目



单位时间内打到单位面积上的分子数目（分子数密度 n ）

$$\Gamma \approx \frac{1}{6} n \bar{v}$$

其中速率在 $v \sim v+dv$ 的分子数目

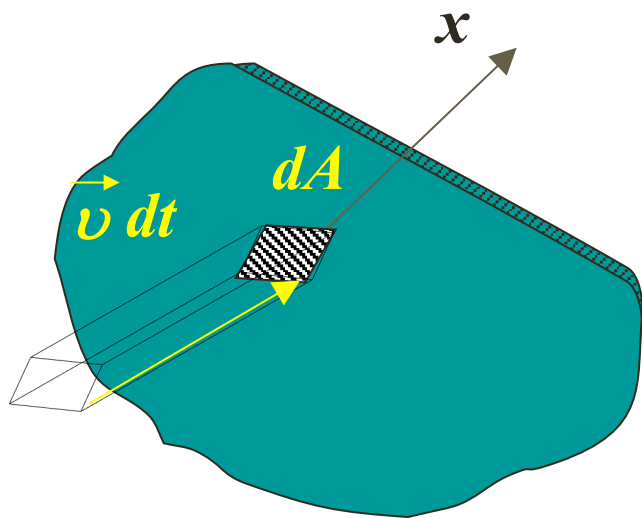
$$\Gamma(v)dv \approx \frac{1}{6} [n f(v)dv] v$$

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-m v^2 / 2kT}$$

泻流的速率分布率

$$\Gamma(v) \propto v^3 e^{-m v^2 / 2kT}$$

严格推导



速度在 $\vec{v} \sim \vec{v} + d\vec{v}$ ，斜柱体内的分子数目

$$\left[G(\vec{v}) dv_x dv_y dv_z n \right] \left[dA dt v_x \right]$$

速度在 $\vec{v} \sim \vec{v} + d\vec{v}$ 的分子，
单位时间打到单位面积上的数目

$$\tilde{N}(\vec{v}) dv_x dv_y dv_z = n G(\vec{v}) v_x dv_x dv_y dv_z$$

只有 $v_x > 0$ 的才打到墙壁

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(v_y) dv_y = \int_{-\infty}^{+\infty} g(v_z) dv_z = 1$$

$$\Gamma = \int \tilde{N}(v) dv_x dv_y dv_z = n \int_0^{+\infty} g(v_x) v_x dv_x = n \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} = \frac{1}{4} n \bar{v}$$

$$\boxed{\Gamma = \frac{1}{4} n \bar{v}} \longrightarrow \Gamma(v) dv = \frac{1}{4} n v f(v) dv$$

$$\tilde{N}(\vec{v}) dv_x dv_y dv_z$$

速率在 $v \sim v+dv$ 泄流分布

$$n G(\vec{v}) v_x dv_x dv_y dv_z = n G(\vec{v}) v \sin \theta \cos \varphi v^2 \sin \theta d\theta d\varphi dv$$

积分所有与方向有关的量

只有 $v_x > 0$ 的才打到墙壁 $\varphi \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

$$\Gamma(v)dv = \int_0^\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} n G(\vec{v}) v \sin \theta \cos \varphi v^2 \sin \theta d\theta d\varphi dv = n\pi G(\vec{v}) v^3 dv$$

$$4\pi G(\vec{v}) v^2 = f(v)$$

$$\Gamma(v)dv = \frac{1}{4} n v f(v) dv$$

压强

$$\begin{aligned} P &= \int 2m v_x \tilde{N}(\vec{v}) dv_x dv_y dv_z = 2nm \int_0^{+\infty} g(v_x) v_x^2 dv_x \\ &= nm \int_{-\infty}^{+\infty} g(v_x) v_x^2 dv_x = nm \overline{v_x^2} = \frac{1}{3} nm \overline{v^2} \end{aligned}$$

泄流中速度平均值

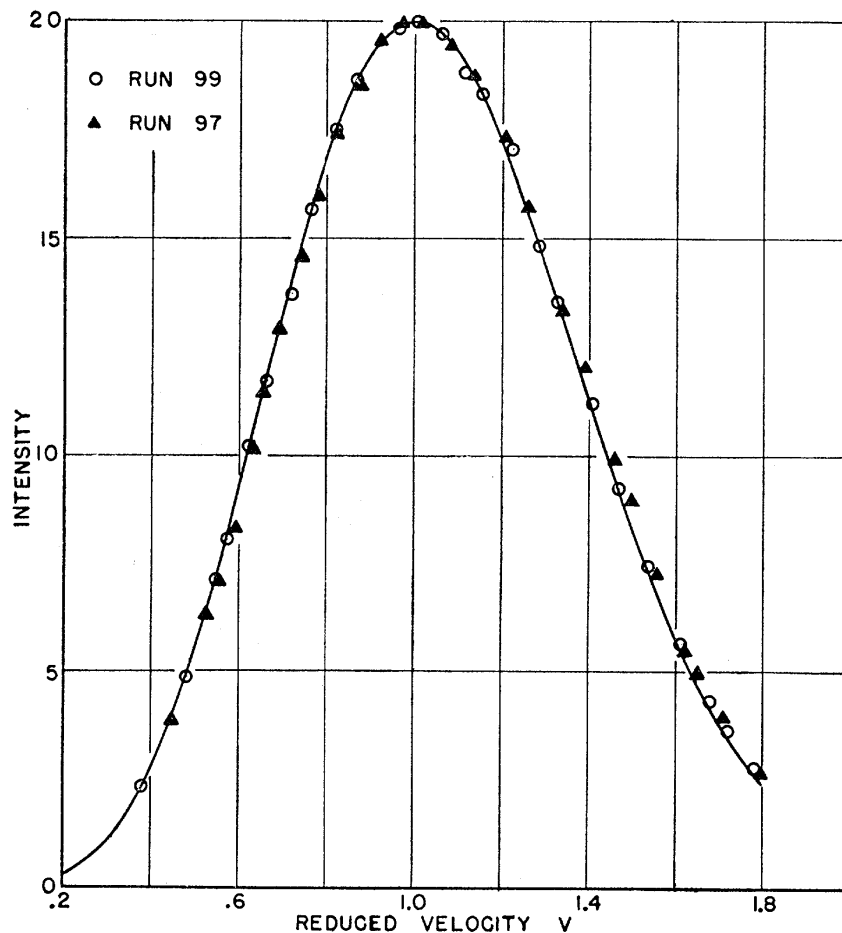
$$\begin{aligned} \bar{v}_x &= \iiint v_x \tilde{N}(\vec{v}) dv_x dv_y dv_z / \iiint \tilde{N}(\vec{v}) dv_x dv_y dv_z \\ &= \int_0^{\infty} v_x^2 g(v_x) dv_x / \int_0^{\infty} v_x g(v_x) dv_x \end{aligned}$$

$$\bar{v}_y = \bar{v}_z = 0$$

泄流中速率平均值？

Velocity Distributions in Potassium and Thallium Atomic Beams*†

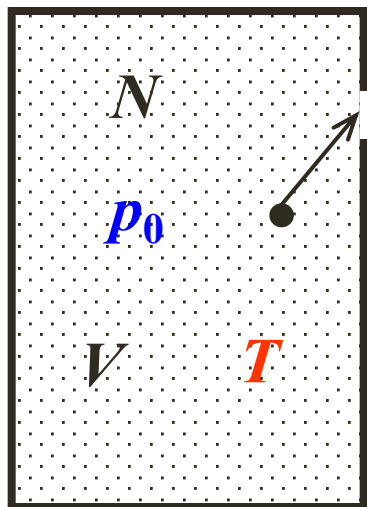
R. C. MILLER‡ AND P. KUSCH
Columbia University, New York, New York



$$\Gamma(v)\Delta v \propto v^4 e^{-m v^2/2kT}$$

[例] 如图所示, 已知: $p_0 \gg p_{\text{外}}, T = \text{const.}, \bar{v} = 445 \text{ m/s},$

体积 $V = 10^3 \text{ cm}^3$, 小孔面积 $\Delta A = 0.1 \text{ mm}^2$ 。



求: 压强由 $p_0 \rightarrow \frac{1}{2} p_0$ 的时间 Δt

解: 设 t 时刻容器内分子数为 N ,

则

$$dN = -\Gamma \Delta A dt = -\frac{N}{4V} \bar{v} \cdot \Delta A dt$$

$$\therefore \frac{dN}{N} = -\frac{\bar{v}}{4V} \Delta A dt$$

$$\text{由 } p = \frac{N}{V} kT, \text{ 有: } \frac{dp}{p} = -\frac{\bar{v}}{4V} \Delta A dt$$

积分：

$$\int_{p_0}^{p_0/2} \frac{dp}{p} = \int_0^{\Delta t} -\frac{\bar{v}}{4V} \Delta A dt$$

得

$$\Delta t = \frac{4V}{\bar{v} \cdot \Delta A} \ln 2$$

例如对氧 气， $T = 300\text{K}$ 时， $\bar{v} = 445\text{ m/s}$,

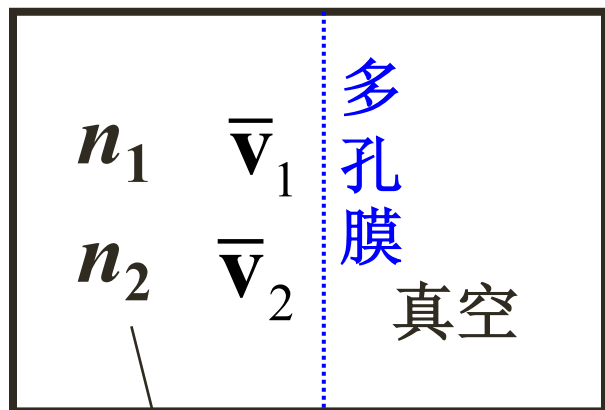
设 $V = 10^3\text{ cm}^3$ ， $\Delta A = 0.1\text{ mm}^2$ ， 则计算得：

$$\Delta t = 62.3\text{ s}$$

Δ * 扩散法分离同位素

^{238}U 中提纯 ^{235}U

同位素丰度:



同位素混合气

$$N_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2}, \quad N_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2}$$

若 $m_1 < m_2$, 则 $\bar{v}_1 > \bar{v}_2$

分离系数

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{(N_1/N_2)_{\text{后}}}{(N_1/N_2)_{\text{前}}} = \frac{(n_1/n_2)_{\text{后}}}{(n_1/n_2)_{\text{前}}} = \frac{\Gamma_1/\Gamma_2}{(n_1/n_2)_{\text{前}}} \\ &= \frac{(n_1/n_2)_{\text{前}} \cdot (\bar{v}_1/\bar{v}_2)}{(n_1/n_2)_{\text{前}}} = \frac{\bar{v}_1}{\bar{v}_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \end{aligned}$$

$$\Gamma = \frac{1}{4} n \bar{v}$$

天然铀 ^{235}U 的丰度为0.71%，而反应堆中
要求 ^{235}U 的丰度为3%。

因为金属U要在2500K以上才能成为铀蒸汽，
所以采用 UF_6 ，它是唯一在室温下具有高蒸汽压
的U化合物。

把 $^{238}\text{UF}_6$ （质量 m_2 ）和 $^{235}\text{UF}_6$ （质量 m_1 ）分离：

$$\alpha = \left(\frac{238 + 19 \times 6}{235 + 19 \times 6} \right)^{1/2} = 1.00429$$

为把 ^{235}U 丰度由0.71%提高到3%，需多级分离。

设级联数为 ν , 则:

$$\alpha^\nu = \frac{3\%/97\%}{0.71\%/99.29\%} = 4.325$$

$$\therefore \nu = \frac{\lg \alpha^\nu}{\lg \alpha} \doteq 3.421 \times 10^2$$

生产核武器时 ^{235}U 浓度
需高达90%，此时，

$\nu \doteq 1.667 \times 10^3$,
这需要占用大量的厂房，
消耗大量的电力。



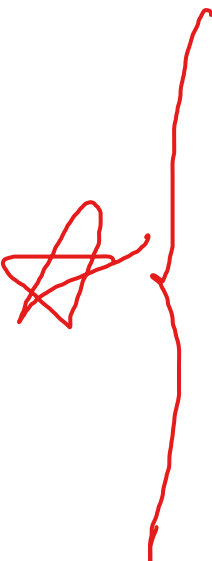
多级扩散器

真空中的容器内存有等摩尔的氢气和氧气的混合气体，由于容器密闭性不好，有少量气体泄漏。则过一段时间后容器中的氢气和氧气相比

- ☐ A 氢气更多
- ☒ B 氧气更多
- ☐ C 一样多

提交

§ 9.9 玻耳兹曼分布律


$$\begin{aligned} f(v) &= 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-m v^2 / 2kT} \\ G(\vec{v}) &= \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m v^2 / 2kT} \\ g(v_x) &= \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-m v_x^2 / 2kT} \end{aligned}$$

在麦克斯韦速度分布率中，有一因子 $e^{-m v^2 / 2kT}$ 即 $e^{-E_k / kT}$

假如气体分子有势能 $E_p = E_p(x, y, z)$, $E = E_p + E_k$

假如气体分子有势能 $E_p = E_p(x, y, z)$, $E = E_p + E_k$

玻耳兹曼推广：气体分子速度在区间 $v_x \sim v_x + dv_x$,
 $v_y \sim v_y + dv_y$, $v_z \sim v_z + dv_z$,
位置在区间 $x \sim x + dx$, $y \sim y + dy$,
 $z \sim z + dz$ 分子数目为

$$dN \propto e^{-E/kT} dv_x dv_y dv_z dx dy dz$$

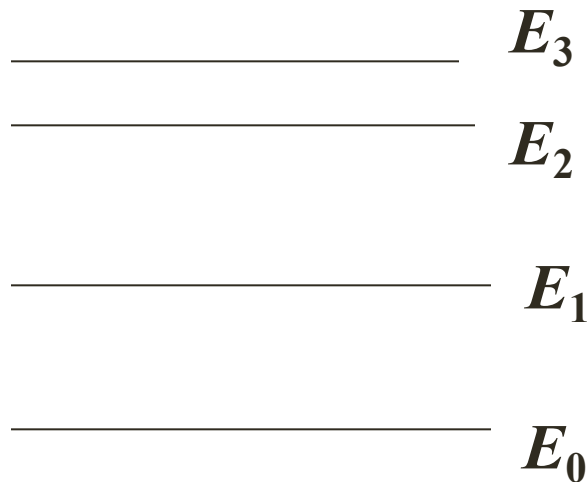
为准确描述玻耳兹曼统计，引入一概念 --- 微观状态

微观状态：一气体分子处于速度区间 $v_x \sim v_x + dv_x$, $v_y \sim v_y + dv_y$, $v_z \sim v_z + dv_z$, 位置区间 $x \sim x + dx$, $y \sim y + dy$, $z \sim z + dz$, 称该分子处于一种微观状态, $dv_x dv_y dv_z dx dy dz$ 所限定的区域称为状态区间。

玻耳兹曼统计：温度 T 的平衡状态下，任何系统的微观粒子按状态的分布，即在某一状态区间的粒子数与该状态区间的一个粒子的能量 E 有关，而且与 $e^{-E/kT}$ 成正比。

玻耳兹曼因子

其它情形，如原子
处于不同能级的
原子数目



$$n_i \propto e^{-E_i/kT}$$

粒子占据
某个能级
的概率

重力场中的气体分子按位置分布

$$dN \propto e^{-(E_k + E_p)/kT} dv_x dv_y dv_z dx dy dz$$

$$E_k = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \quad \text{代入上式, 归一化}$$

分子数 dN' 处于位置区间 $x \sim x+dx$, $y \sim y+dy$, $z \sim z+dz$

$$dN' \propto e^{-E_p/kT} dx dy dz$$

$$\frac{dN'}{dx dy dz} = C e^{-E_p/kT} \quad \text{令 } E_p = 0 \text{ 处 气体密度 } n_0$$

$$n = n_0 e^{-E_p/kT} = n_0 e^{-mgh/kT} = n_0 e^{-\mu gh/RT} \quad \text{气体密度随高度变化}$$

气体成分也随高度变化



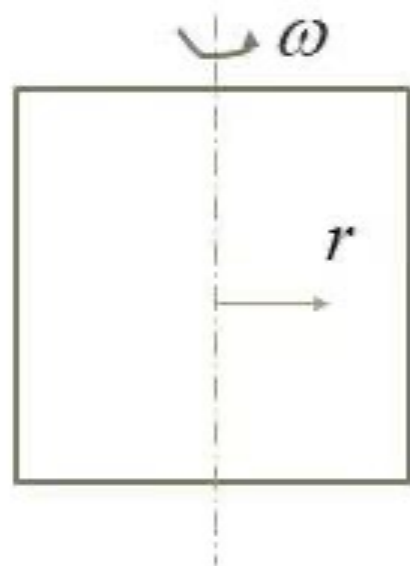
恒温气压公式（高度计）

$$P=nkT$$

设温度不随高度变化 $P = P_0 e^{-\mu gh / RT}$

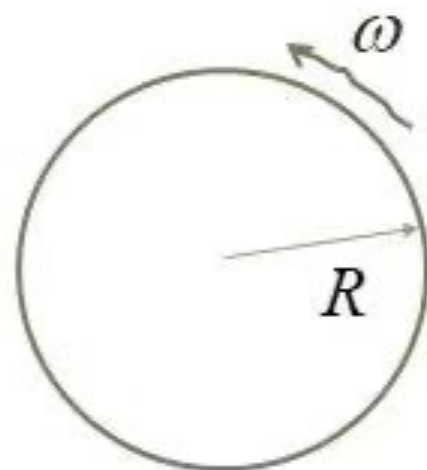
根据压强变化测高度，实际温度也随高度变化，测大气温度有一定的范围，是近似测量。

Δ^* 离心机分离同位素



离心力 $mr\omega^2$

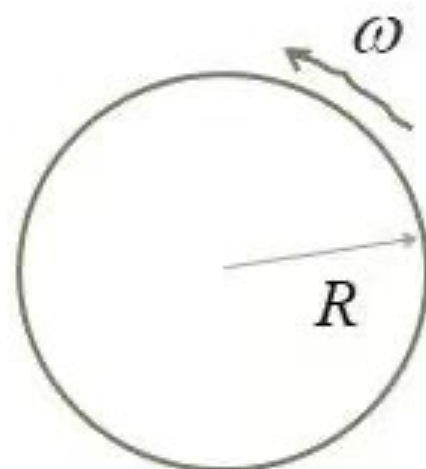
若角速度常量



离心势能 (R 处取零)

$$\frac{1}{2}m\omega^2(R^2 - r^2)$$

$$n = n_R e^{-\frac{m\omega^2(R^2 - r^2)}{2kT}}$$



1(235), 2(238)

UF₆ 从边缘输入，近轴处收集

分离系数

$$\alpha = \frac{(N_1/N_2)_{r=0}}{(N_1/N_2)_{r=R}} = \frac{(n_1/n_2)_{r=0}}{(n_1/n_2)_{r=R}} \\ = e^{(m_2-m_1)\frac{\omega^2 R^2}{2kT}}$$

估算， $R \sim 20\text{cm}$ 100转/秒

$\alpha \sim 1.02$

比扩散法有优势

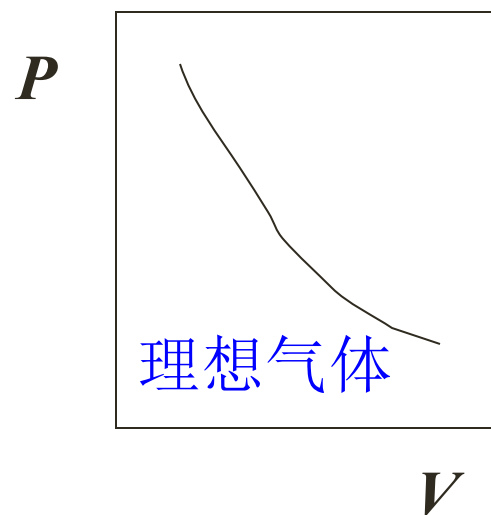
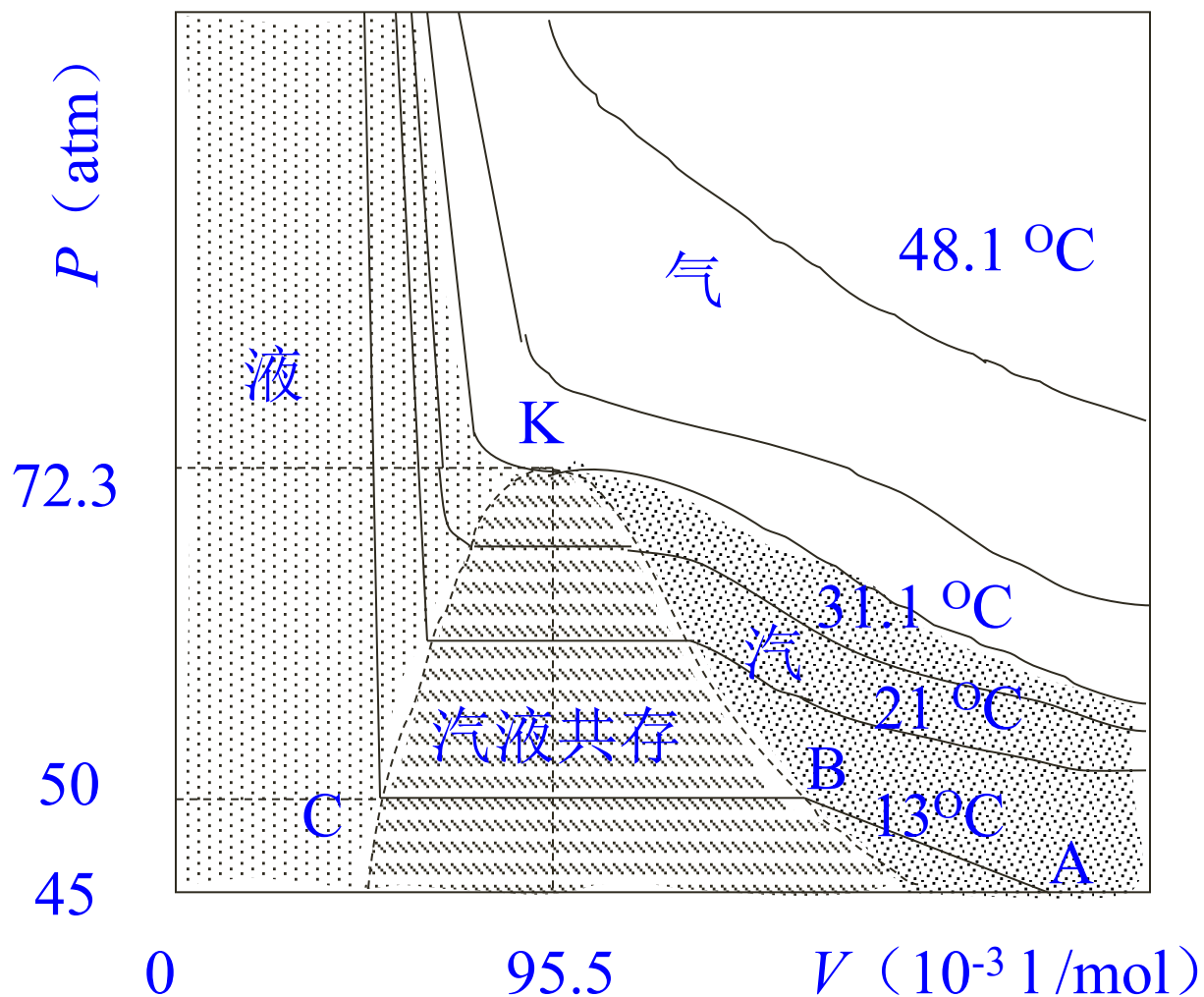
由于高空的大气温度比地面的大气温度更低，高空中的大气压强比用恒温气压公式（采用地面气温计算）估算的结果

- ☐ A 更大
- ☒ B 更小
- ☐ C 一样大
- ☐ D 无法确定

提交

§ 9.10 实际气体等温线

在非常温或非常压的情况下，气体就不能看成理想气体了。



CO_2 等温线

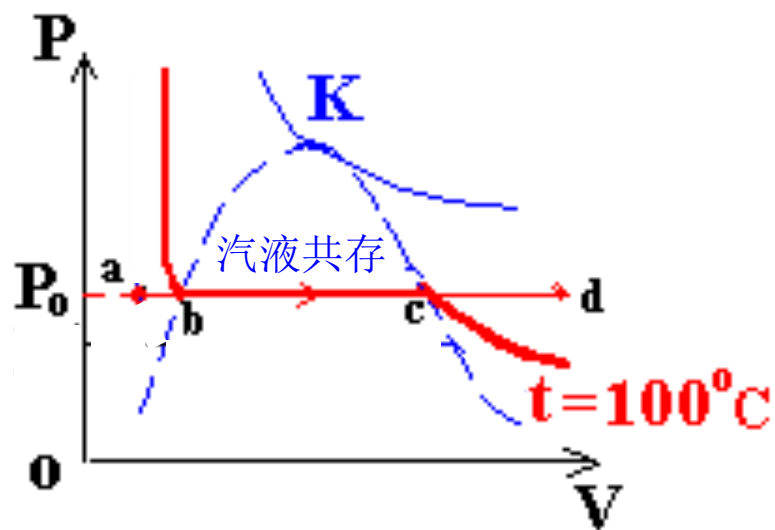


实际气体的等温线可以分成四个区域：
汽态区(能液化)，汽液共存区，液态区，气态区(不能液化)。

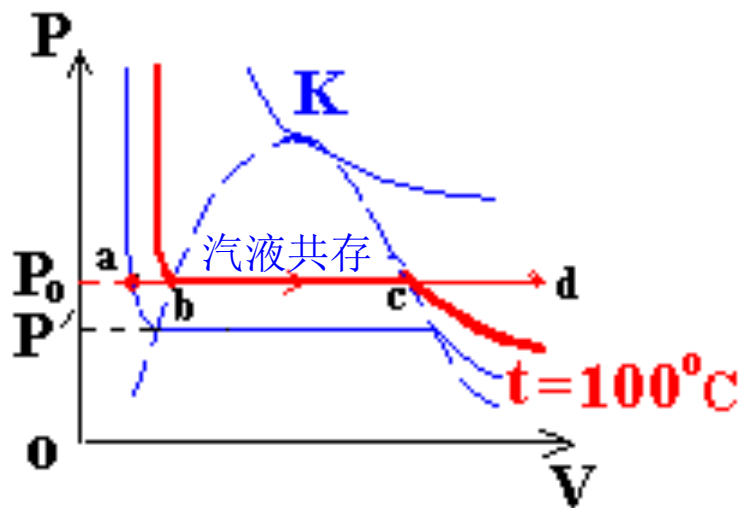
饱和蒸汽压（汽液共存时的压强）与体积无关

临界点以下汽体可等温压缩液化，以上气体不能等温压缩液化

例. 设 $P_0=1\text{ atm}$. 恒压下加热水，起始状态为a点。



$a \rightarrow b$: $P = P_0$ 不变, t 增加, 直到到达 $t = 100^\circ\text{C}$ 的等温线上的b点。这时液体中有小汽泡出现（汽化）。



再继续加热，液体中有大量汽泡产生——沸腾。但温度仍是 $t=100^{\circ}\text{C}$ ，它就是1大气压下水的沸点。

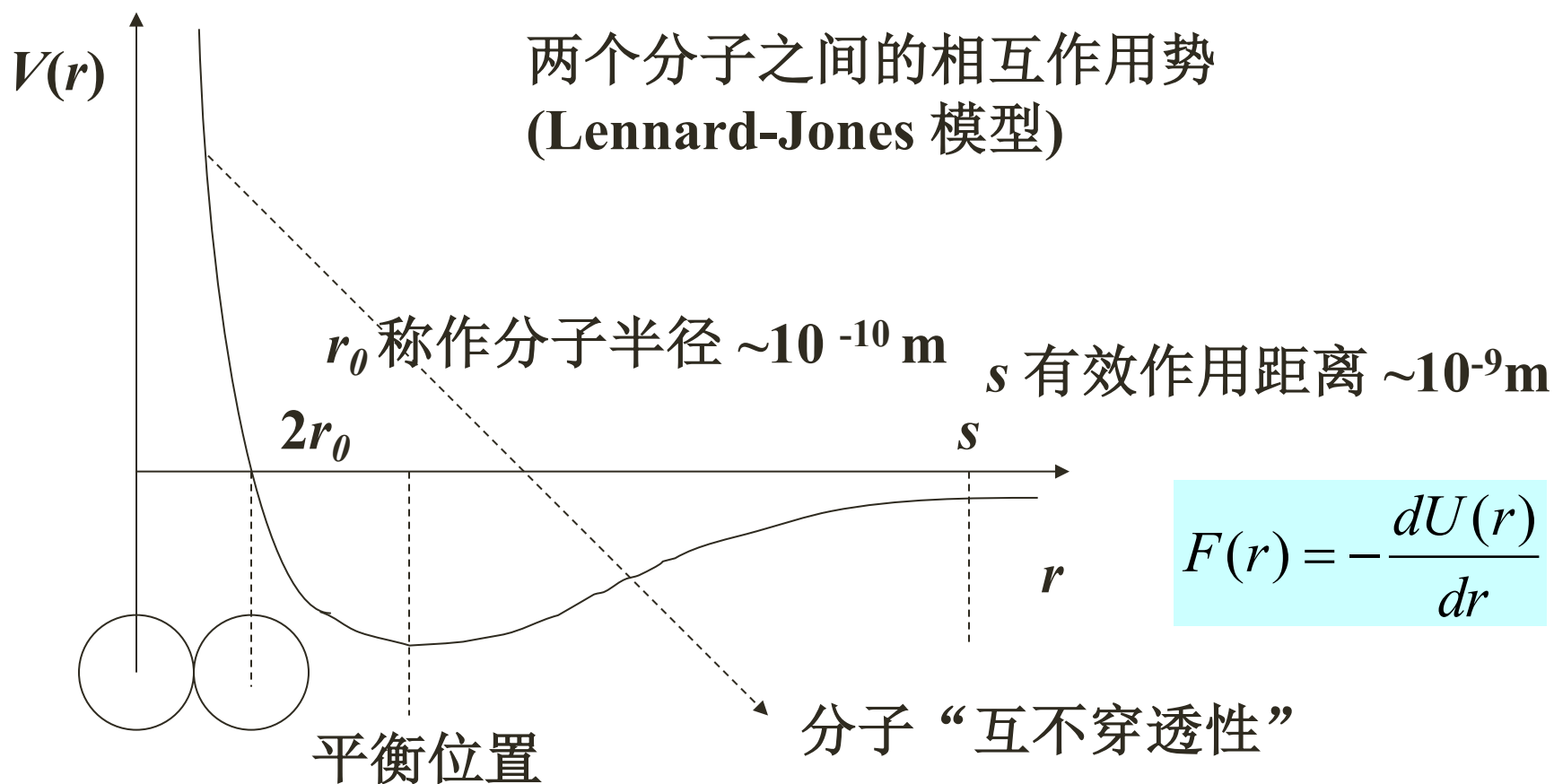
b→c: 继续加热，水与水汽共存，温度保持不变，水吸收汽化热，直到全部变为水蒸气。

c→d: 继续加热水蒸气，水蒸气的温度升高。

如果在压强 $P' < P_0$ 的条件下加热水，因为饱和蒸汽压比较小，水的沸点也比较小，水在不到 100°C 的条件下保持沸腾状态（比如 90°C ），温度上不去，饭就煮不熟。用高压锅制造一个局部高压，沸点就提高了。

§ 9.11 范德瓦尔斯方程

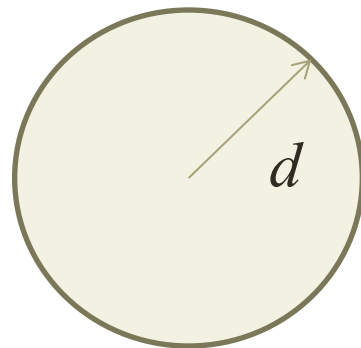
实际气体要考虑分子大小和分子之间的相互作用



分子为刚性球，气体分子本身占有体积，
容器容积应有修正

一摩尔气体

$$P = \frac{RT}{v-b}$$



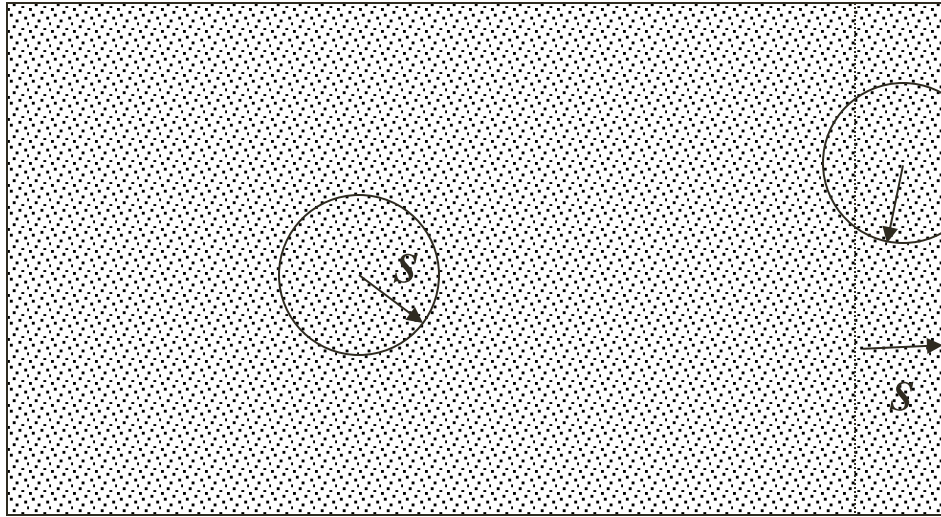
理论上 b 约为分子本身体积的 4 倍

估算 b 值 $\sim 10^{-6} \text{ m}^3$

通常 b 可忽略，但压强增大，容积与 b 可比拟时，
 b 的修正就必须了。

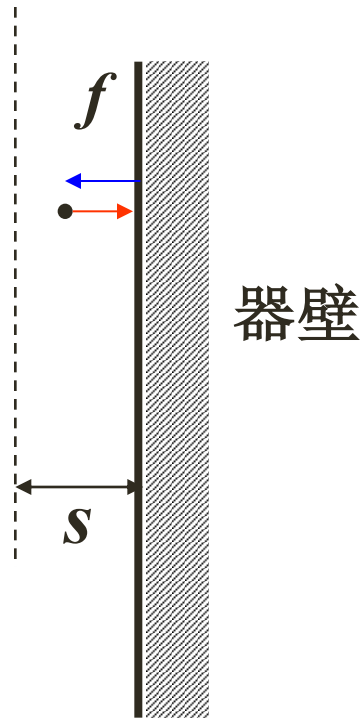
实际 b 值要随压强变化而变化。

分子间引力引起的修正



器壁附近分子受一指向内的引力，降低气体对器壁的压力，称为内压强。

$$P = \frac{RT}{v-b} - P_i$$



器壁分子对气体分子的引力？

$$\Delta I = \int_{-\infty}^0 f dt$$

$$2p_{\perp} + 2\Delta I \longrightarrow$$

$$\longleftarrow \int_{-\infty}^{+\infty} f dt = 2\Delta I$$

器壁分子对气体分子的引力，增大气体分子的冲量，加大对器壁的压强，但同时，气体分子对器壁分子的引力减少对器壁的压强，这两个量刚好互相抵消。

内压强与器壁附近吸引气体分子的气体密度成正比，
同时与在器壁附近被吸引气体分子的气体密度成正比。

$$P_i \propto n^2 \propto \frac{1}{v^2}$$

$$P_i = \frac{a}{v^2}$$

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$$

$$(P + \frac{a}{v^2})(v - b) = RT$$

质量为 M 的气体，摩尔质量 μ

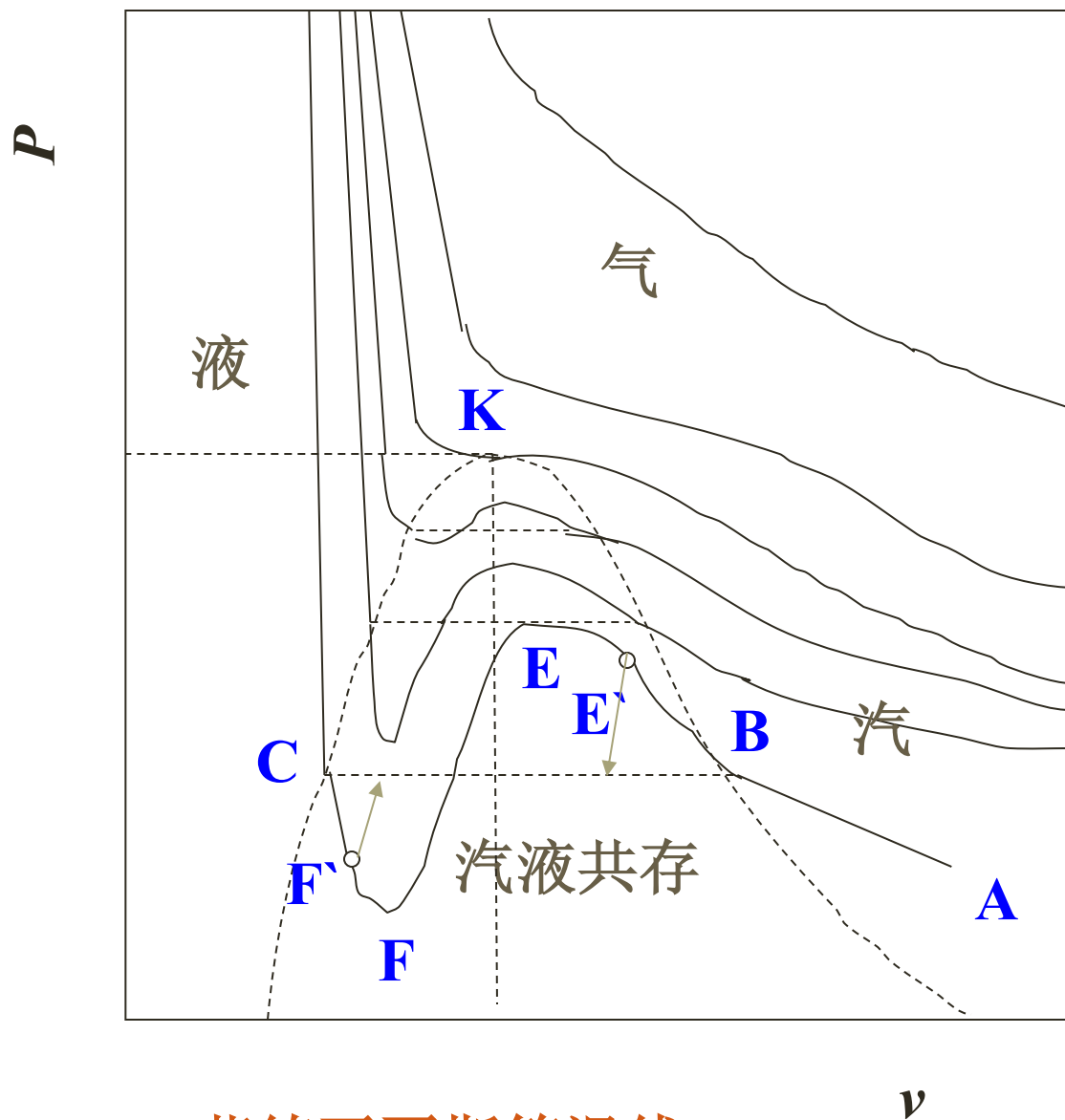
$$\frac{M}{\mu} v = V$$

$$(P + \frac{M^2 a}{\mu^2 v^2})(V - \frac{M}{\mu} b) = \frac{M}{\mu} RT$$

上两式就是范德瓦耳斯方程

对氮气，常温和压强低于 $5 \times 10^7 \text{ Pa}$ 范围 $\begin{cases} a = 0.84 \times 10^5 \text{ Pa l}^2/\text{mol} \\ b = 0.0305 \text{ l/mol} \end{cases}$

* 范德瓦耳斯气体内能是否只与温度有关？



范德瓦耳斯等温线

BE 过饱和蒸汽

遇凝结核心 - 液化

云室 人工降雨

CF 过热液体

遇汽化核心 - 汽化

气泡室

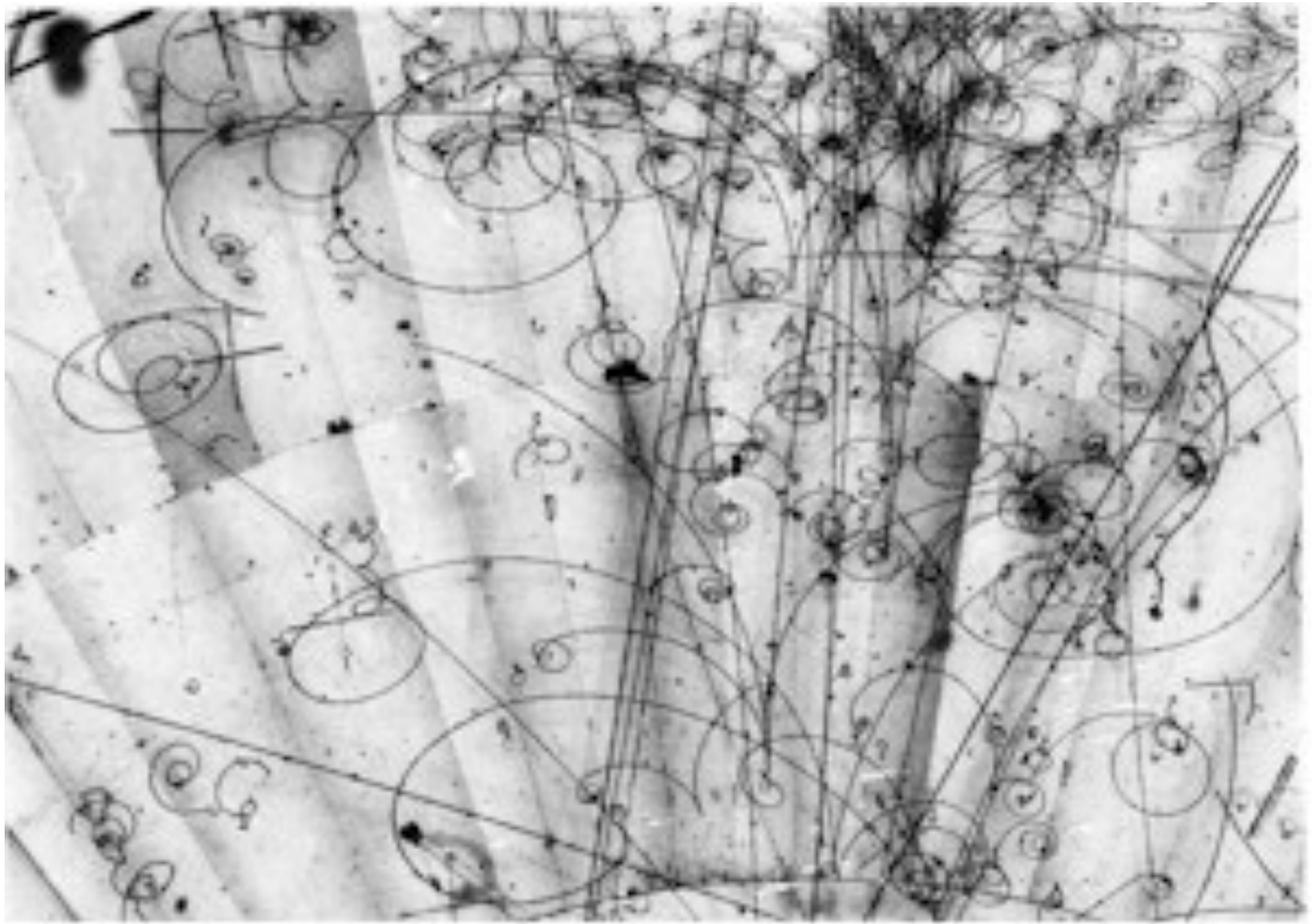
EF 实际不可实现

BC 虚线实际气体

等面积原理



在威尔逊云室（或气泡室）可看到
白亮的带状的痕迹——粒子的径迹



e^- 和 e^+ 等粒子在气泡室(格拉塞)径迹 