

大学物理 B(1)

周次	日期	教学及考试安排
7	4月3日	相对论
	4月5日	清明放假停课
8	4月10日	相对论
	4月12日	相对论
9	4月17日	相对论、振动
	4月19日	移至第9周 周六(22日)上午 期中考试

一刚体定轴转动，角速度不变，则

A

刚体受到的合外力一定为零

B

刚体受到的沿旋转轴方向的合外力矩一定为零

C

刚体受到的合外力矩一定为零

提交

狭义相对论诞生的背景

经典物理理论完美的形式和预言的正确性：

- 1 牛顿力学预言海王星
- 2 热学与分子运动论
- 3 波动光学的成就
- 4 麦克斯韦电磁理论对电磁波的预言

.....

“物理学的大厦已基本建成，后辈物理学家只要做些修补工作就行了”。

著名的英国物理学家J.J.汤姆孙

经典物理的大厦基本建成

在经典物理晴空中飘浮着两朵乌云，令人不安

---K.W.汤姆孙1900 新千年的祝词

- 1)以太 - 迈克尔逊莫雷实验；
- 2)黑体辐射规律 - 能量均分定理

经典物理的大厦基本建成

在经典物理晴空中飘浮着两朵乌云，令人不安

---K.W.汤姆孙1900 新千年的祝词

- 1)以太 - 迈克尔逊莫雷实验；
- 2)黑体辐射规律 - 能量均分定理

两朵乌云背后是另一片更广阔的天地

▲ 相对论

狭义相对论

广义相对论 —— 引力、时空

▲ 量子力学



第八章 狭义相对论基础

special relativity

§ 1 力学相对性原理和伽利略变换

§ 2 狭义相对论的基本假设

§ 3 同时性的相对性

§ 4 洛仑兹变换

§ 5 时间膨胀 长度缩短

§ 6 相对论速度变换

§ 7 相对论的质量和动量

§ 8 相对论能量

* § 9 相对论动量能量的变换

* § 10 相对论力的变换

§ 1 力学相对性原理和伽利略变换

在两个惯性系中考察同一物理事件

时空坐标 (x, y, z, t)

§ 1 力学相对性原理和伽利略变换

在两个惯性系中考察同一物理事件

时空坐标 (x, y, z, t)

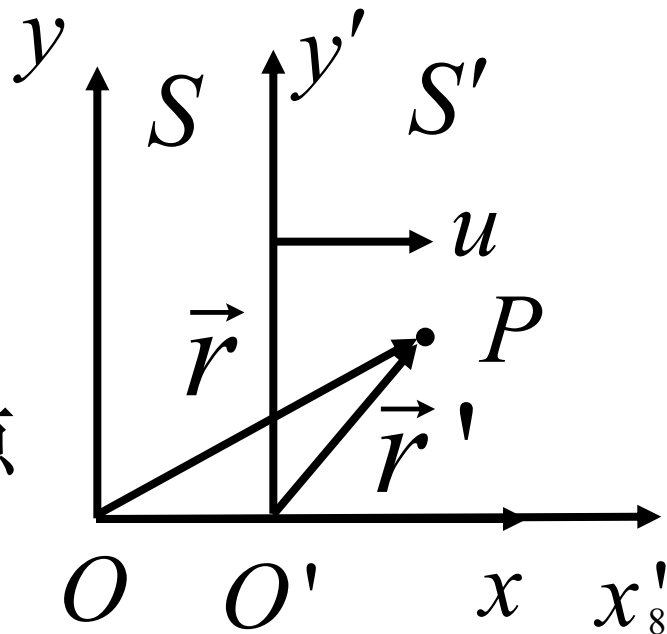
一. 伽利略变换 Galilean transformation

设惯性系S 和相对S 运动的惯性系 S'

时间0点 $(0, 0, 0, 0)$

$t = 0$, O和O'重合

事件P: t 时刻, 物体在P点



S

$$\vec{r}(x, y, z, t)$$

 \vec{v} \vec{a} S'

$$\vec{r}'(x', y', z', t')$$

 \vec{v}' \vec{a}'

时空变换

正变换

$$x' = x - ut$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

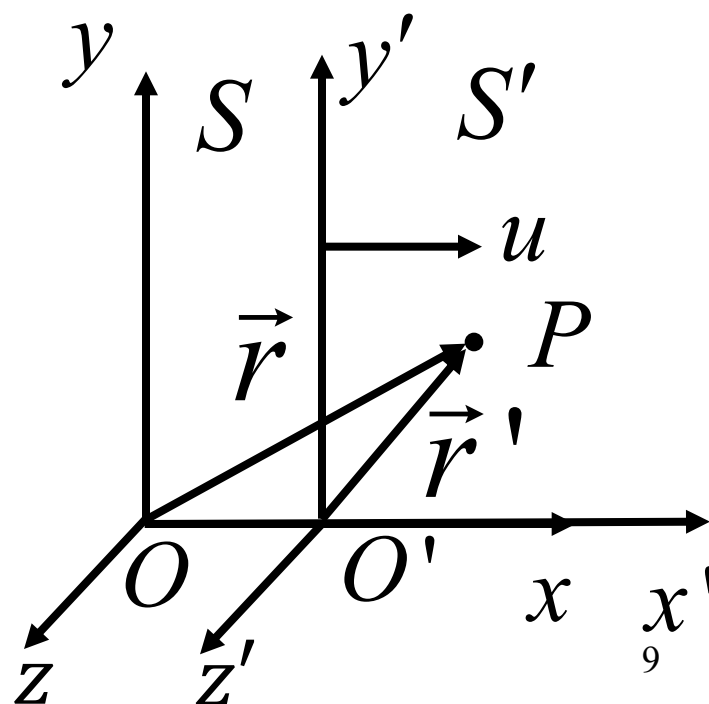
逆变换

$$x = x' + ut'$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$



速度变换与加速度变换

正

$$v'_x = v_x - u$$

$$v'_y = v_y$$

$$v'_z = v_z$$

两个都是
惯性系

$$a'_x = a_x$$

$$a'_y = a_y$$

$$a'_z = a_z$$

逆

$$v_x = v'_x + u$$

$$v_y = v'_y$$

$$v_z = v'_z$$

$$a_x = a'_x$$

$$a_y = a'_y$$

$$a_z = a'_z$$

二. 牛顿的相对性原理

Newton Principle of relativity

S	\vec{F}	m	\vec{a}
S'	\vec{F}'	m'	\vec{a}'

●在牛顿力学中

力与参考系无关

$$\vec{F} = \vec{F}'$$

质量与运动无关

$$m = m'$$

惯性系 S 和惯性系 S'

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}' = m'\vec{a}'$$

力学规律

在任何惯性系中形式相同

或 牛顿力学规律在伽利略变换下形式不变

或 牛顿力学规律是伽利略不变式

或 牛顿力学规律具有伽利略变换对称性

其它推论如：动量守恒定律

S

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_{10} + m_2\vec{v}_{20}$$

S'

$$m'_1\vec{v}'_1 + m'_2\vec{v}'_2 = m'_1\vec{v}'_{10} + m'_2\vec{v}'_{20}$$

绝对
时空
观

电磁学规律呢？

时空不影响运动

请教一个问题。为什么光速在真空中不变呀？

之前一直说的是你背下来就完了。结果今天被问起来，居然发现从来没有仔细想过这个问题。只能告诉人家说实验验证过的。

1月8日 下午 11:02

请教一个问题。为什么光速在真空中不变呀？

之前一直说的是你背下来就完了。结果今天被问起来，居然发现从来没有仔细想过这个问题。只能告诉人家说实验验证过的。

1月8日 下午 11:02

麦克斯韦方程组你相信吧？



被称为人类历史上最伟大的公式。4个式子把所有电磁学问题全搞定



如果你相信它是对的，那它可以直接推出：



$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$



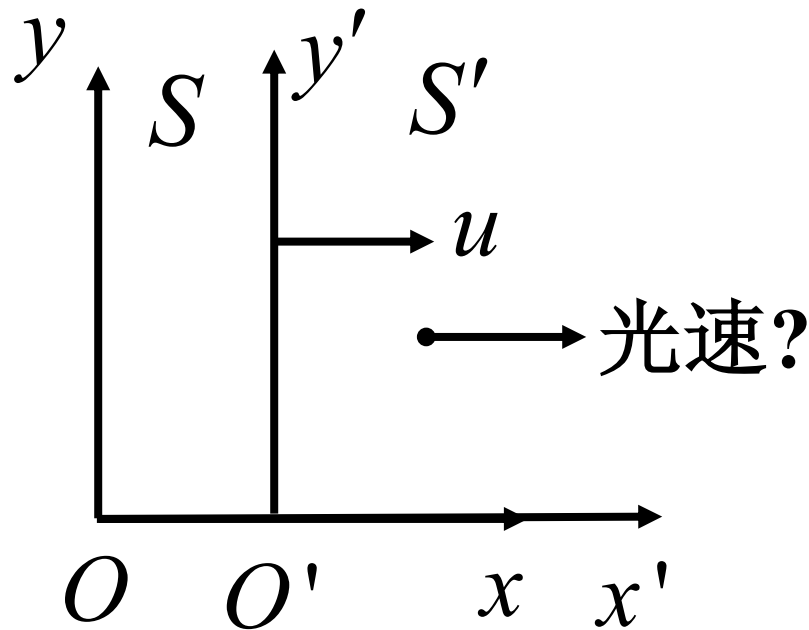
§ 2 狭义相对论的基本假设

一. 伽利略变换的困难

电磁场麦克斯韦方程组不服从伽利略变换

光速 c 是普适常量

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

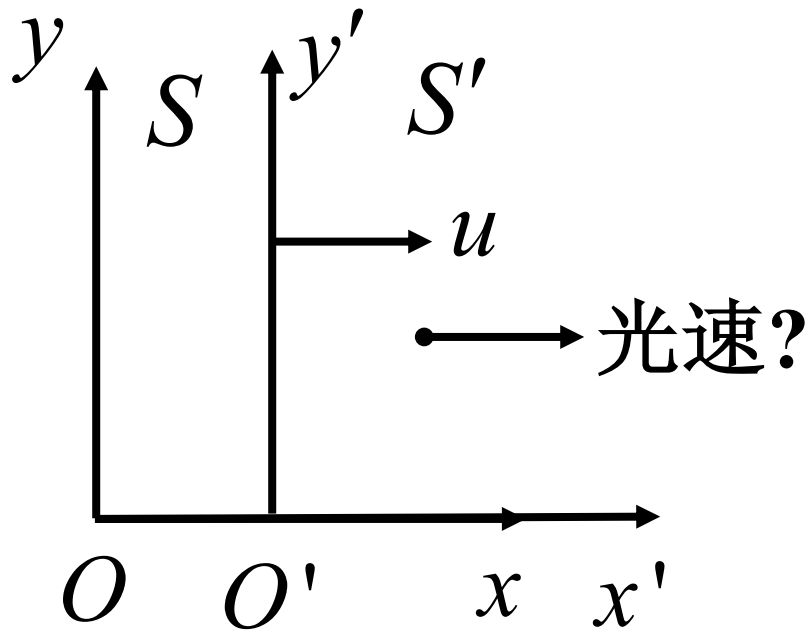


§ 2 狭义相对论的基本假设

一. 伽利略变换的困难

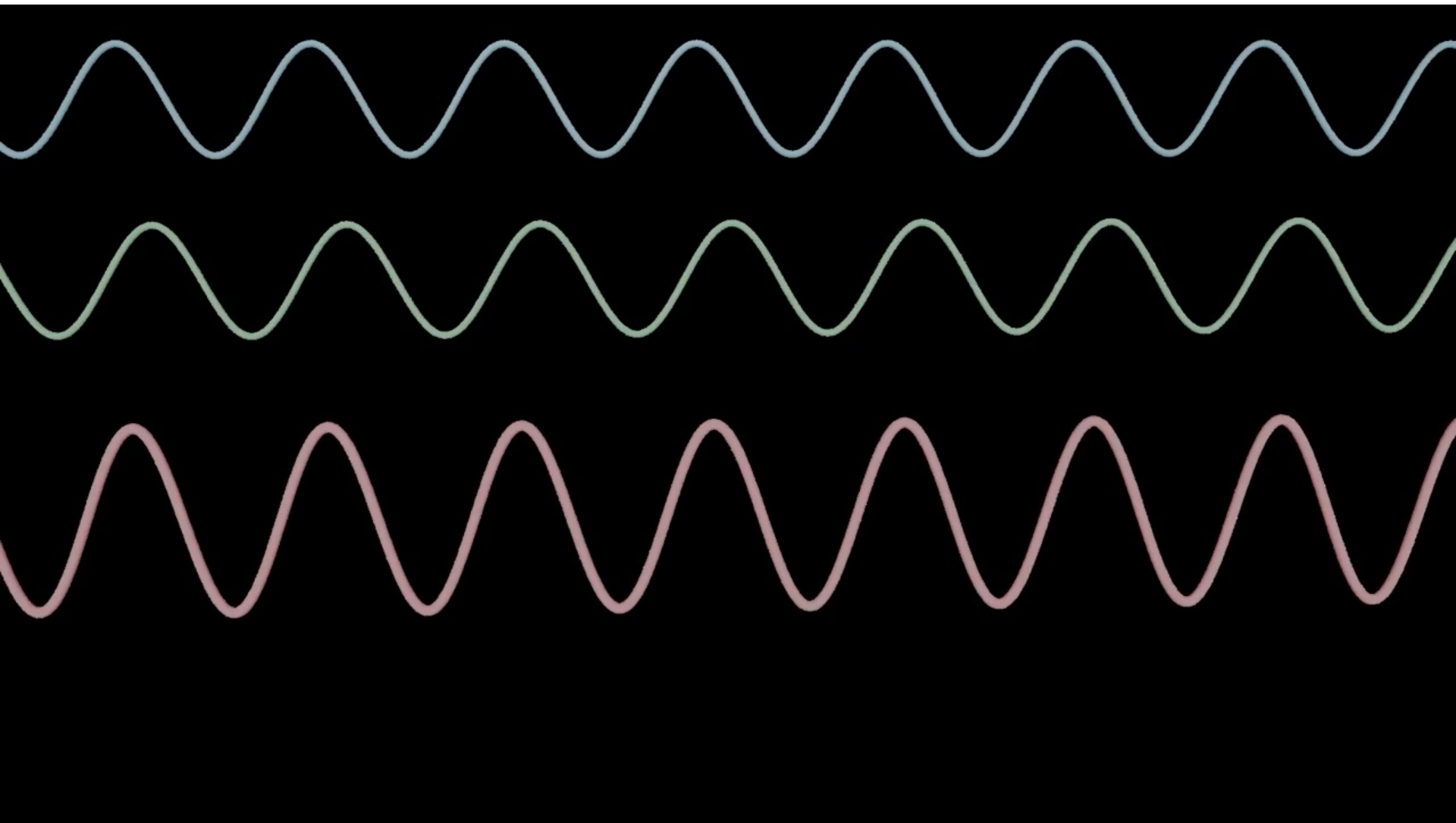
电磁场麦克斯韦方程组不服从伽利略变换

光速 c 是普适常量

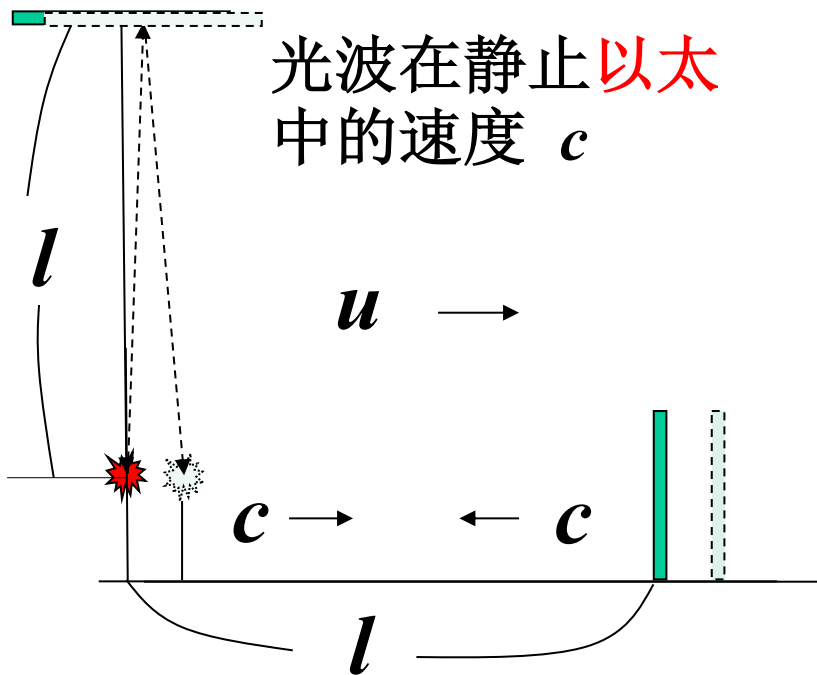


$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

1. 修改电磁学? 让光速可变, 满足伽利略变化
2. 以太? 特殊的惯性系



实验结果： 迈克耳逊-莫雷的 0 结果



$$t_1 = \frac{l}{c-u} + \frac{l}{c+u} = \frac{2l}{c} \frac{1}{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

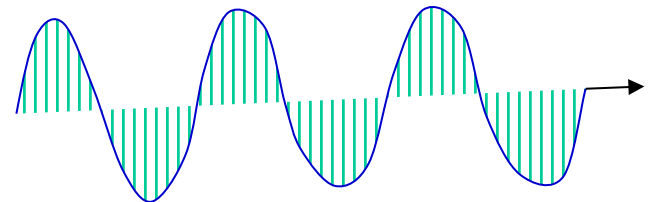
$$t_2 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - u^2}}$$

$$\Delta t \approx \frac{lu^2}{c^3}$$

迈克耳逊干涉仪没有测到!

π_0 介子衰变

爱因斯坦追光理想实验



二. 爱因斯坦的狭义相对论基本假设

(否定了前述两种尝试)

1. 一切物理规律在任何惯性系中形式相同

—— 相对性原理

(否定了特殊的惯性系:以太)

① 公理

② *Einstein* 的相对性理论 是 *Newton*理论的发展



一切物
理规律

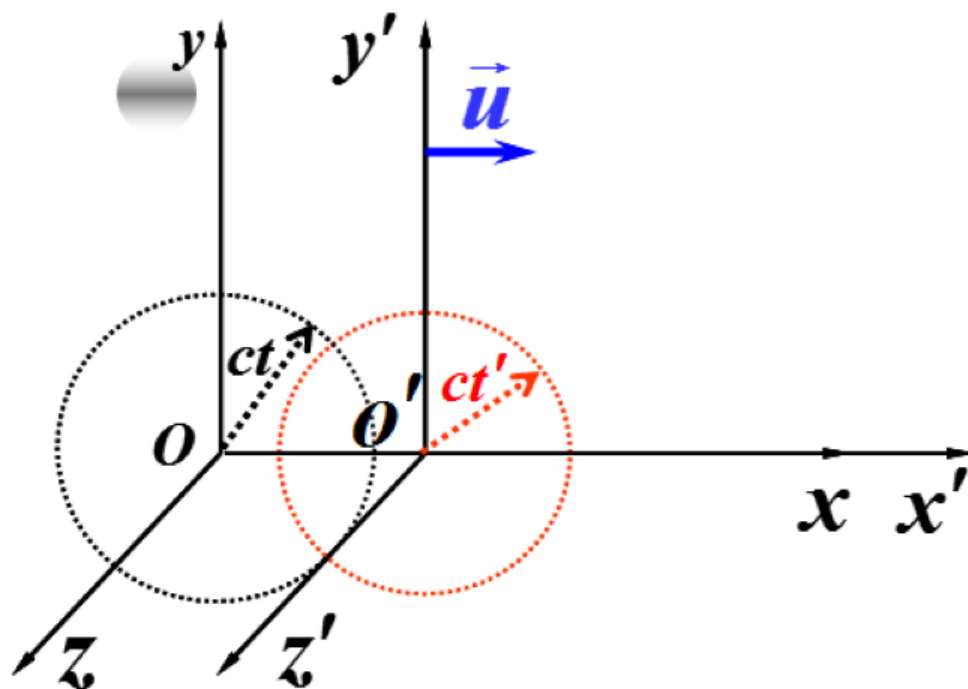


力学
规律

2. 光在真空中的速度与发射体的运动状态无关

—— 光速不变原理

(否定了修改了电磁学的尝试)



在S系看和在S'系看

火车匀速运动，假设地面火车这两个惯性系在 $t=0$ 时刻原点重合，原点处发出闪光，假如闪光装置是在火车上，则 t 时刻光传播到各点构成的面（光波阵面）是

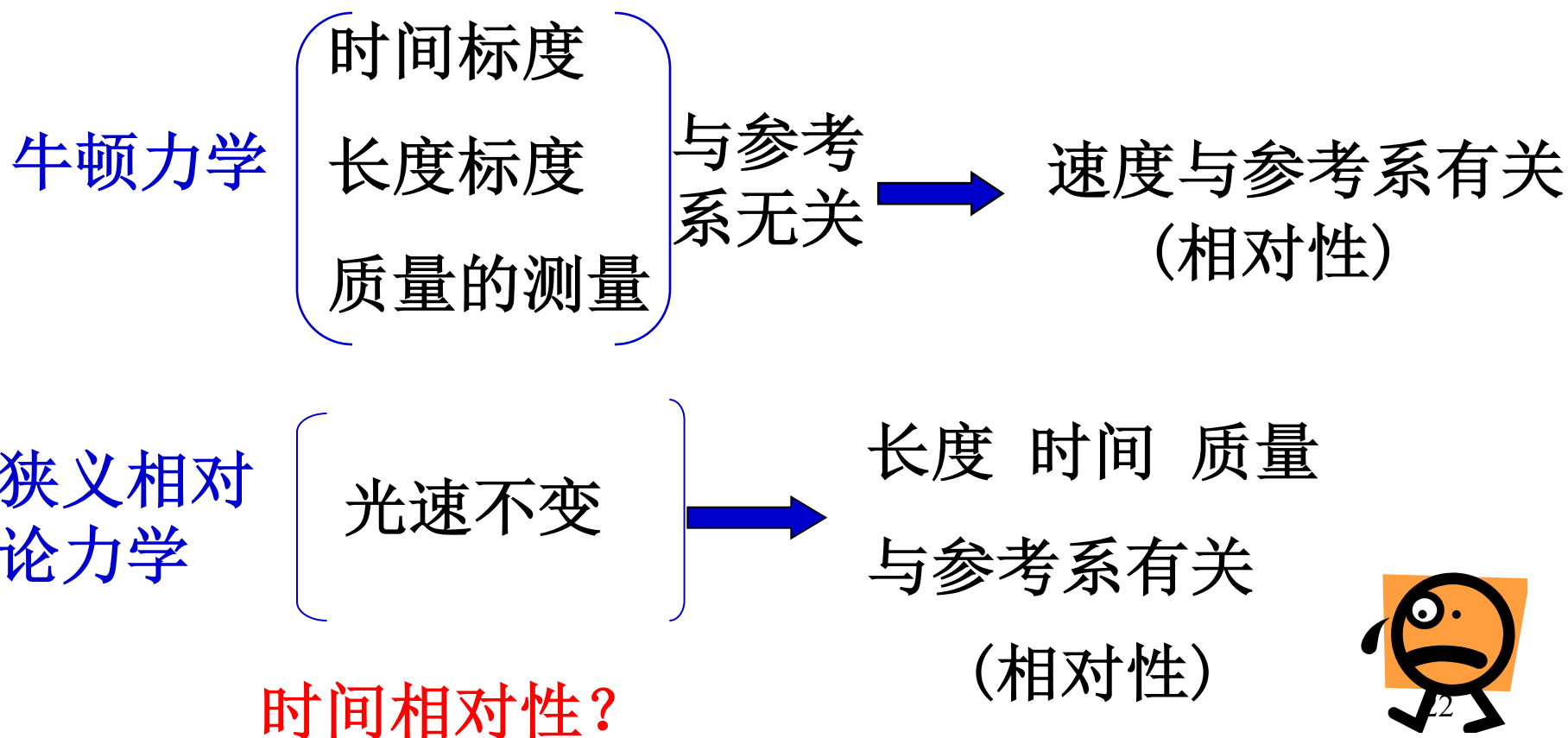
- ☐ A 在火车上观察是球面，地面上看不是球面**
- ☐ B 在火车和地面上观察都是球面，但地面上看到球面波的球心在火车的原点**
- ☒ C 在火车和地面上观察都是球面，球面的球心在各自的原点**

光速不变与伽利略变换

与伽利略的速度变换原理相悖

观念上的改变！

伽利略变换有问题！



§ 3 同时性的相对性

relativity of simultaneity

一. 同时性

1. 什么是时间？

有关同时性的判断，如，事件与钟

2. 同步钟 synchronized clocks

§ 3 同时性的相对性

relativity of simultaneity

一. 同时性

1. 什么是时间？

有关同时性的判断，如，事件与钟

2. 同步钟 synchronized clocks

二. 同时性的相对性

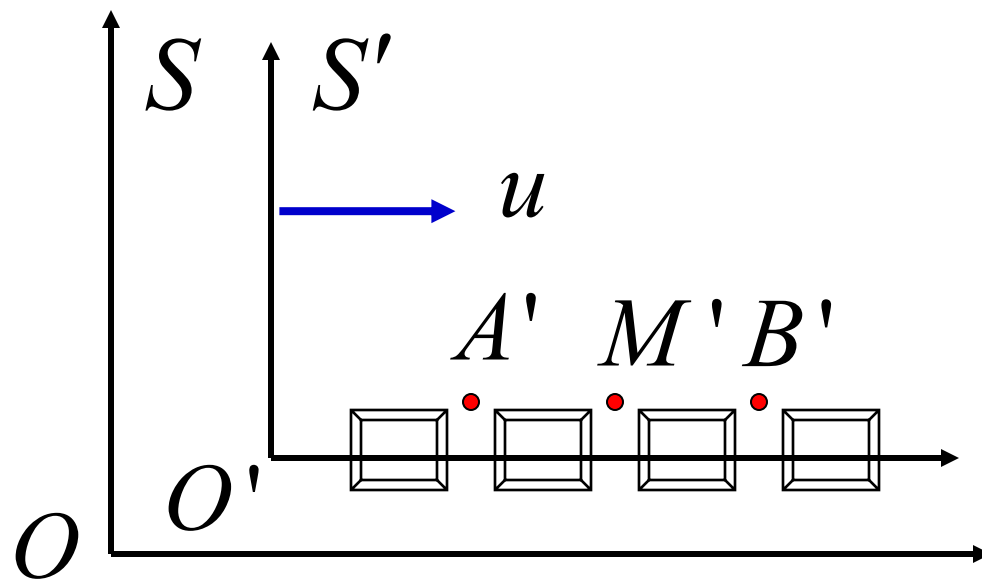
—— 光速不变原理的直接结果

以爱因斯坦火车 (Einstein train) 为例

S' Einstein train

S 地面参考系

实验装置



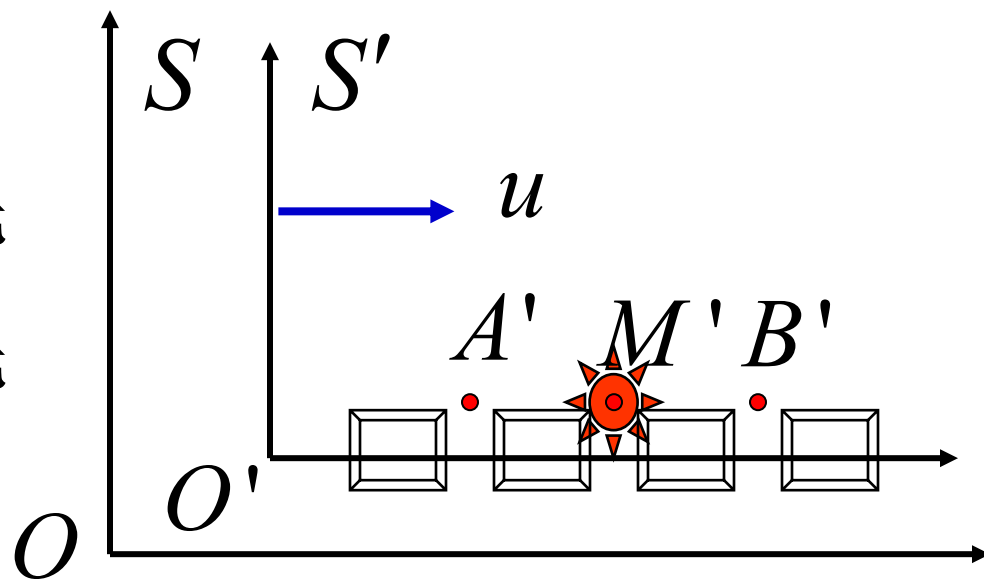
在火车上 A' B' 分别放置信号接收器

中点 M' 放置光信号发生器

$t = t' = 0$ M' 发一光信号

事件1 A' 接收到闪光

事件2 B' 接收到闪光



研究的问题

两事件发生的时序

S' ? S ?

S'

M' 发出的闪光 光速为 c

$A'M' = B'M'$ A', B' 同时接收到光信号

事件1、事件2 同时发生

S 系中的观察者又
如何看呢？

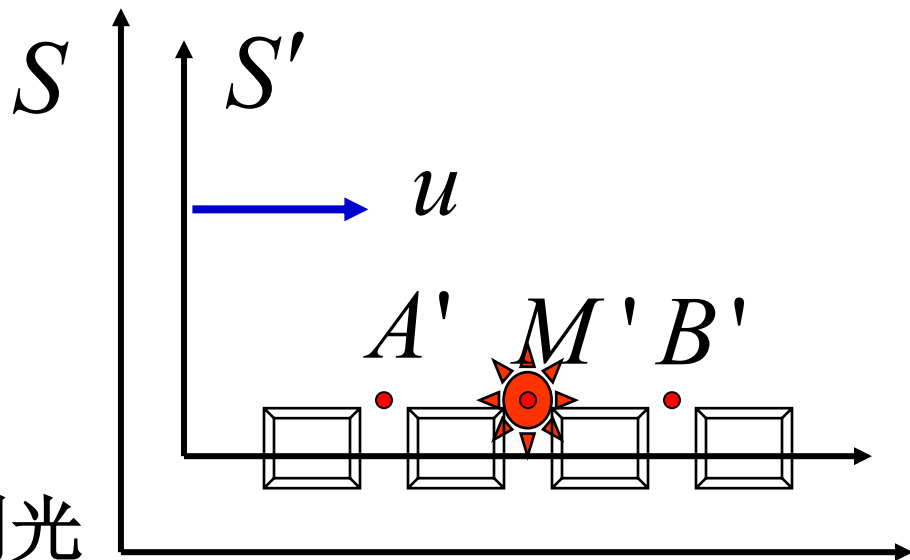
M' 闪光 光速也为 c

A' B' 随 S' 运动

A' 迎着光 比 B' 早接收到光

事件1、事件2 不同时发生

事件1先发生

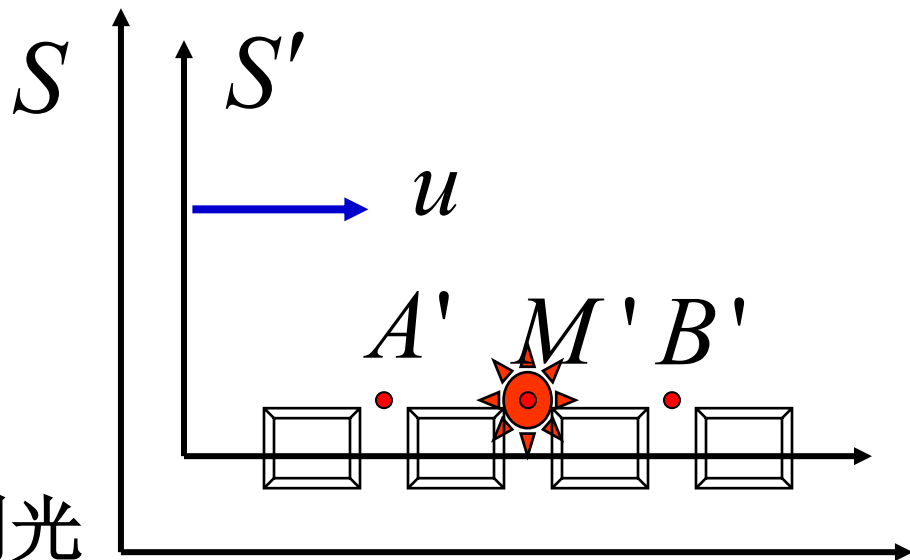


S 系中的观察者又如何看呢?

M' 闪光 光速也为 c

A' B' 随 S' 运动

A' 迎着光 比 B' 早接收到光



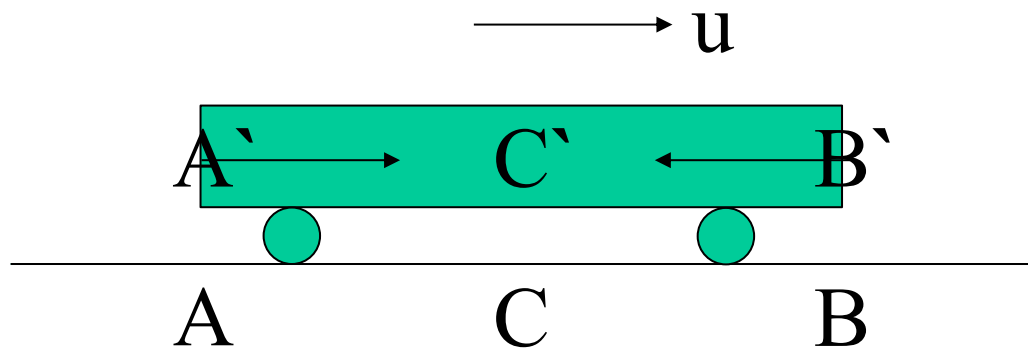
事件1、事件2 不同时发生 事件1先发生

① 同时性的相对性是光速不变原理的直接结果

② 时间间隔是相对的

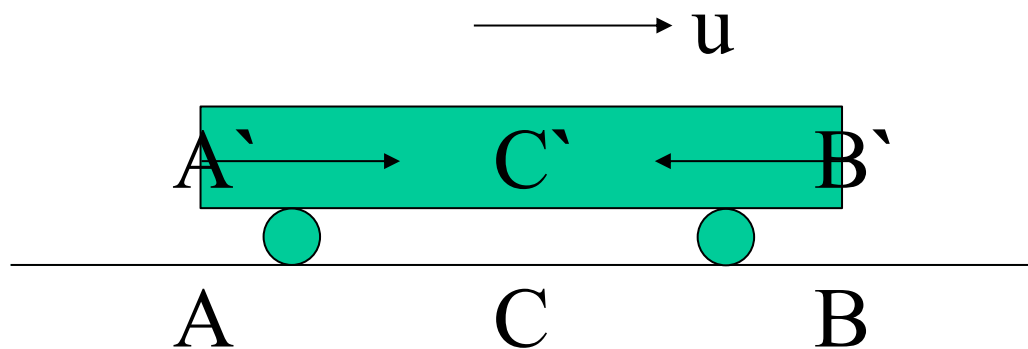
③ 当速度远远小于 c 时，两个惯性系结果相同

同时性与惯性系相关 —— 时间随惯性系变化



一辆车以速度 u 运动。在地面参考系，车两端同时发出闪光。若人在地面C点观察，将同时收到AB发来的光。若人在车上 C' 点观察，由于 C' 向B运动且光速有限，则

- ☒ A 先收到B发来的光
- ☐ B 先收到A发来的光
- ☐ C 同时收到AB发来的光
- ☐ D 不同时收到AB发来的光，所以同时性是相对的

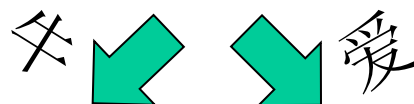


地面系看，
AB同时发光

$$t_{A0} = t_{B0}$$

车参考系：

光需走的路程 $A'C' = C'B'$



两端发来的光速 $c-u < c+u$

$$c = c$$

所需时间 $\delta t_{A'} > \delta t_{B'}$

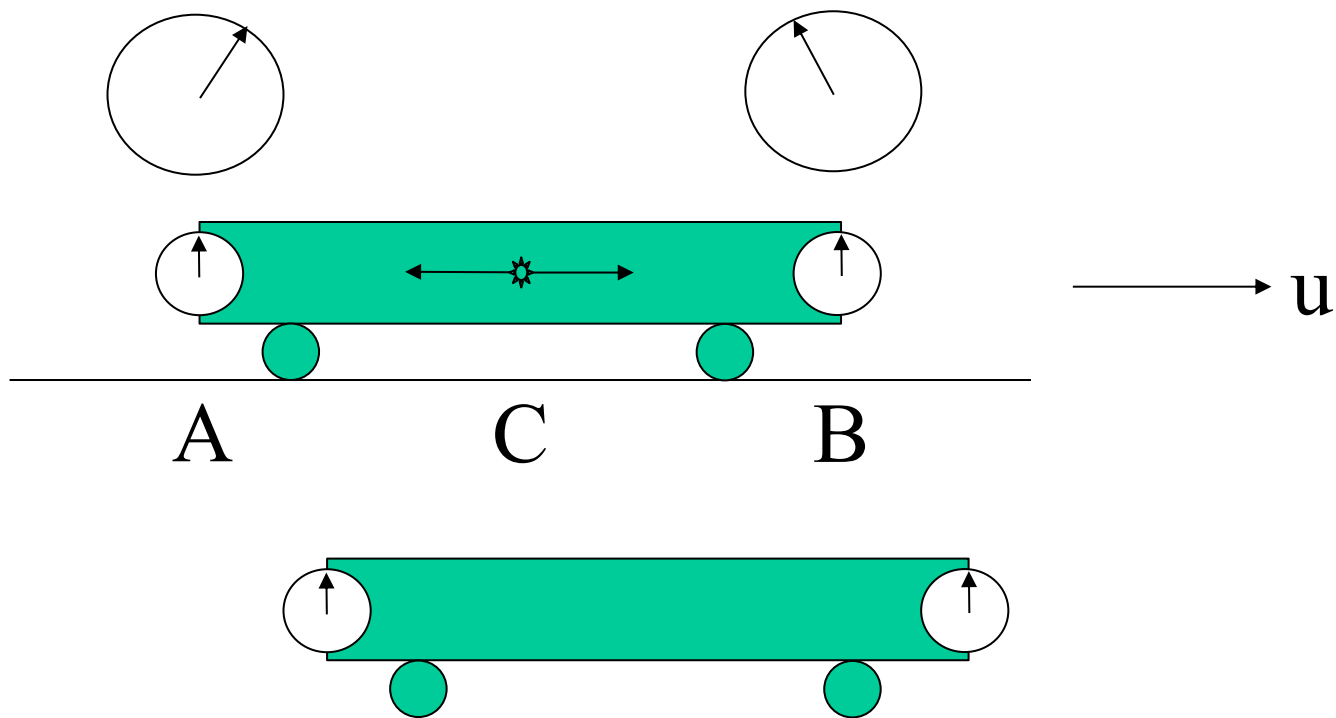
$$\delta t_{A'} = \delta t_{B'}$$

光发出的时间 $t_{A0'} = t_{B0'}$

$$t_{A0'} > t_{B0'}$$

先收到B发来的光

$$t_{A'} > t_{B'}$$



在一个参考系，根据光速不变对准的那些钟，
从另一个有相对运动的参考系看，没有对准。

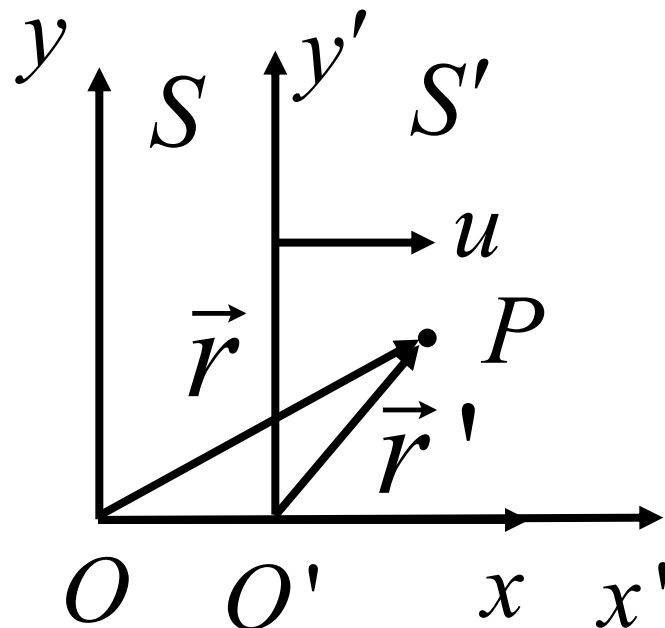
§ 4 洛伦兹变换 Lorentz transformation

一. 洛伦兹变换的导出

$t = t' = 0$ O, O' 重合

此时自原点发出闪光

经一段时间 光传到 P 点



S $P(x, y, z, t)$
 S' $P(x', y', z', t')$? 寻找

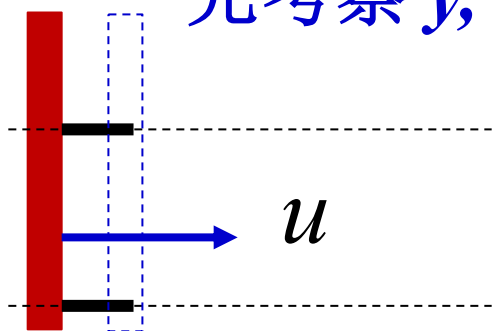
两个参考系中
相应的坐标值
之间的关系

- 由光速不变原理:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$

先考察 y, z 坐标



两个参考系对称

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$x' \neq x$ 与 $t' = t$ 矛盾

伽利略变换不行，寻找新的变换

- 假设线性变换关系

(匀速运动物体在所有惯性系都是匀速运动)

$$x' = a x + b t$$

$$t' = \xi x + \eta t \quad \text{求 } a, b, \xi, \eta$$

代入光速不变关系式

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

$$(ax + bt)^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 (\xi x + \eta t)^2$$

$$ab = c^2 \xi \eta, \quad a^2 - c^2 \xi^2 = c^2 \eta^2 - b^2 = 1$$

$$x' = a x + b t \qquad t' = \xi x + \eta t$$

$$x' = 0, \quad \frac{dx}{dt} = u \qquad x = 0, \quad \frac{dx'}{dt'} = -u$$

$$au + b = 0 \qquad -u = \frac{b}{\eta}$$

$$a = \eta, \quad b = c^2 \xi, \quad b = -au$$

$$a \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

二. 结果

坐标变换式

正变换

洛伦兹变换
(满足光速
不变原理,
不需要以太)

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

伽利略变换

$$x' = x - ut$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

令 $\beta \equiv \frac{u}{c}$ $\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ 则

正变换

$$x' = \gamma (x - c\beta t)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma \left(t - \frac{\beta}{c} x \right)$$

令 $\beta \equiv \frac{u}{c}$ $\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ 则

正变换

$$x' = \gamma (x - c\beta t)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma \left(t - \frac{\beta}{c} x \right)$$

逆变换

$$x = \gamma (x' + c\beta t')$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \gamma \left(t' + \frac{\beta}{c} x' \right)$$

正变换

$$x' = \gamma (x - c\beta t)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma \left(t - \frac{\beta}{c} x \right)$$

① 时空坐标（互相联系）

$$\textcircled{2} \quad u \ll c \quad \gamma \rightarrow 1$$

$$\beta \equiv \frac{u}{c} \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$x' = x - ut$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

伽利略
变换

继承



裁缝用尺量，
爱因斯坦可
以用尺，也
可以用钟量

$$\beta \equiv \frac{u}{c} \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

③ $u \geq c$ 变换无意义 速度有极限 参考系

④ 由洛伦兹变换看同时性的相对性

事件对

S'

S

事件1

(x'_1, t'_1)

(x_1, t_1)

事件2

(x'_2, t'_2)

(x_2, t_2)

y 、 z 不讨论

时空坐标表示事件

$$x'_1 = \gamma(x_1 - c\beta t_1); \quad t'_1 = \gamma\left(t_1 - \frac{\beta}{c}x_1\right)$$

$$x'_2 = \gamma (x_2 - c\beta t_2); \quad t'_2 = \gamma \left(t_2 - \frac{\beta}{c} x_2 \right)$$

$$x'_2 - x'_1 = \gamma [x_2 - x_1 - c\beta(t_2 - t_1)];$$

$$t'_2 - t'_1 = \gamma \left(t_2 - t_1 - \frac{\beta}{c} (x_2 - x_1) \right)$$

$$\Delta x' = \gamma (\Delta x - c\beta \Delta t);$$

$$\Delta t' = \gamma \left(\Delta t - \frac{\beta}{c} \Delta x \right)$$

间隔

正变换

$$\Delta x' = \gamma (\Delta x - c\beta\Delta t)$$

$$\Delta y' = \Delta y$$

$$\Delta z' = \Delta z$$

$$\Delta t' = \gamma \left(\Delta t - \frac{\beta}{c} \Delta x \right)$$

逆变换

$$\Delta x = \gamma (\Delta x' + c\beta\Delta t')$$

$$\Delta y = \Delta y'$$

$$\Delta z = \Delta z'$$

$$\Delta t = \gamma \left(\Delta t' + \frac{\beta}{c} \Delta x' \right)$$

间隔满足洛伦兹变换

洛伦兹变换公式是联系某个事件和原点事件

$$x = x' = 0 \quad t = t' = 0$$

两事件同时发生 $t'_1 = t'_2$

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = 0 \qquad \Delta t = t_2 - t_1$$

?

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \frac{\Delta t - \frac{u}{c^2} \Delta x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

若 $\Delta x \neq 0$
已知 $\Delta t' = 0$ } $\Delta t \neq 0$ 同时性的相对性

* 时序 因果关系

设 P_1 、 P_2 为两个事件，它们在 S 系和 S' 系中的时空坐标分别为

$$S: \quad P_1(x_1, t_1) \quad P_2(x_2, t_2)$$

$$S': \quad P_1(x'_1, t'_1) \quad P_2(x'_2, t'_2)$$

由洛伦兹变换有：

$$\begin{aligned} \Delta t' = t'_2 - t'_1 &= \gamma \left[\left(t_2 - \frac{\beta}{c} x_2 \right) - \left(t_1 - \frac{\beta}{c} x_1 \right) \right] \\ &= \gamma (t_2 - t_1) \left[1 - \frac{\beta}{c} \cdot \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \right] = \gamma \Delta t \left(1 - \frac{u}{c^2} \cdot v_s \right) \end{aligned}$$

$$\Delta t' = \gamma \Delta t \left(1 - \frac{u}{c^2} \cdot v_s\right)$$

$$v_s = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$v_s \leq c \quad u < c$$

若 P_1 为因， P_2 是果，则 v_s 是联系两者的“信号”速度（或作用速度），

$$\therefore 1 - \frac{u}{c^2} v_s > 0$$

故 $\Delta t'$ 和 Δt 同号

两事件在两个参考系中因果关系不变。

若 P_1 、 P_2 为相互独立事件，则可能有 $v_s > c$ ，导致 $\Delta t'$ 和 Δt 反号，时序可能颠倒。但由于 P_1 ， P_2 无因果关系，故时序颠倒不违背因果律。

三. 时空不变量

$$\begin{aligned} c^2(\Delta t)^2 - [(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2] &= \Delta s^2 && \text{时空间隔} \\ &= c^2(\Delta t')^2 - [(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2] && \text{洛伦兹不变量} \end{aligned}$$

证明：

$$\Delta y = \Delta y' \quad \Delta z = \Delta z'$$

$$\begin{aligned} c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 &= c^2 \gamma^2 \left(\Delta t - \frac{\beta}{c} \Delta x \right)^2 - \gamma^2 (\Delta x - \beta c \Delta t)^2 \\ &= \gamma^2 (c \Delta t - \beta \Delta x - \Delta x + \beta c \Delta t)(c \Delta t - \beta \Delta x + \Delta x - \beta c \Delta t) \\ &= \gamma^2 (1 + \beta)(c \Delta t - \Delta x)(1 - \beta)(c \Delta t + \Delta x) \\ &= \gamma^2 (1 - \beta^2)(c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2) = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 \end{aligned}$$



远处太空站距离地球距离为 L 。有一艘宇航飞船以速度 V 刚刚从地球起飞，飞向太空站。假如要从地球发送信息到太空站，是地球上发过去更快，还是飞船上发更快？

- ☐ A 地球上发更快
- ☐ B 飞船上发更快
- ☒ C 一样快
- ☐ D 以上说法都不对，要考虑在哪个参考系看

§ 5 时间膨胀 长度缩短

一. 时间膨胀 **time dilation** 运动时钟变慢

在研究一个物理过程的时间间隔中 考察一只钟
研究的问题是：

在某系（运动火车）中，**同一地点**先后发生的两个事件的时间间隔（**同一只钟**测量），

与另一系中（地面），在**两个地点**的这两个事件的时间间隔（**两只钟**分别测量）的关系。

1. 原时 Proper time

在某一参考系中，**同一地点**先后发生的两个事件的时间间隔叫原时。 **否则为两地时**

2. 原时最短 时间膨胀

考察 S' 中的一只钟

$$\Delta x' = 0$$

两事件发生在同一地点

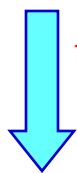
$$\Delta t' \equiv \tau$$

原时

换到S系： $\Delta x = \gamma (\Delta x' + u \Delta t')$ Δt 两地时？

由洛仑兹逆变换

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{u}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$



$$\Delta t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\Delta x' = 0$$

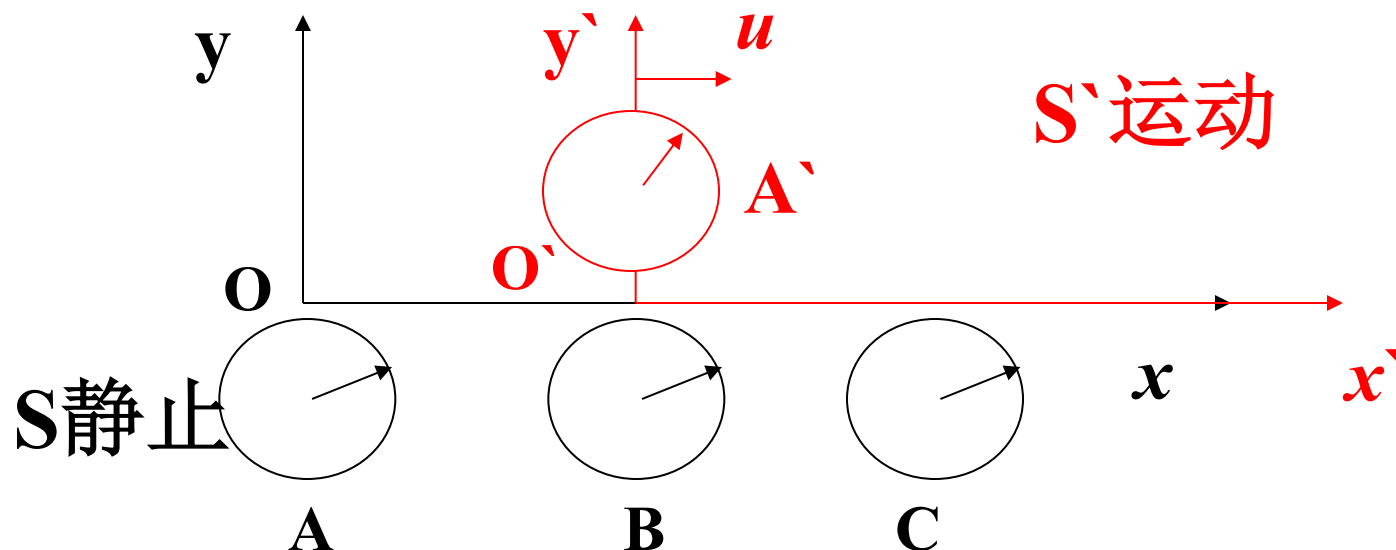
$$\Delta t' \equiv \tau$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} > 1$$

$$\Delta t > \tau$$

原时最短

原时最短 (S') = 时间膨胀 (S) = 运动时钟变慢效应 (S')



O和 O' 点重合时，A和 A' 为零时

在静止的S系的观察者比较 A' 和S系的一系列同步钟

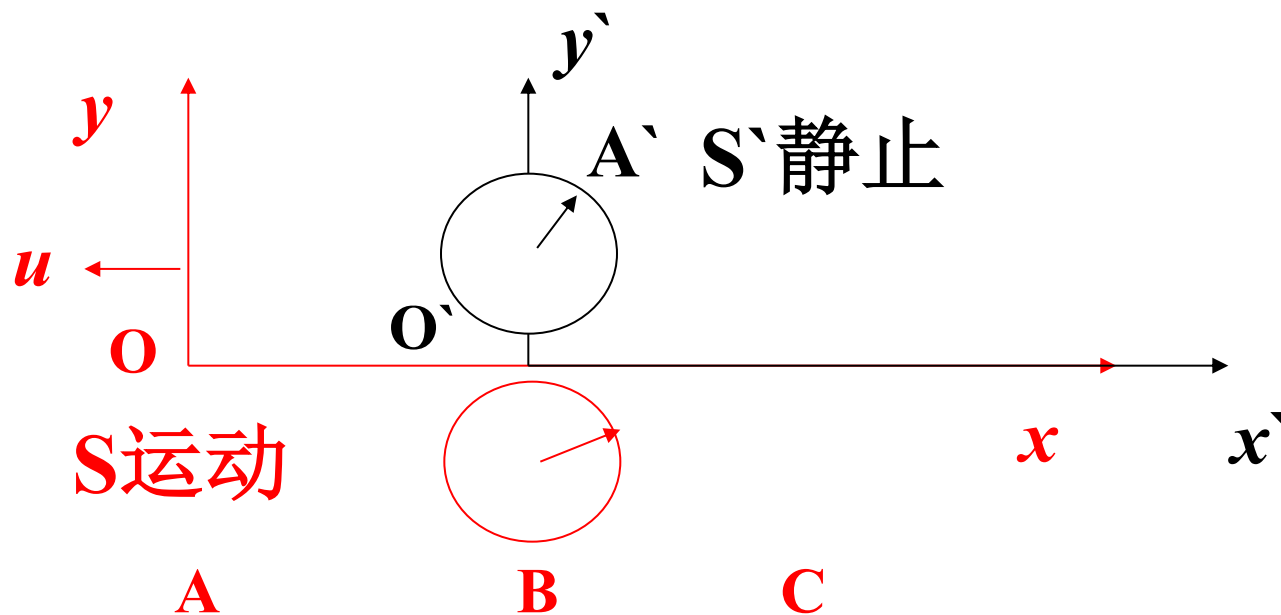
事件1： A' 遇 A 事件2： A' 遇 B

在 S' 是原时，原时最短， A' 钟慢

在S系观察，**S'系运动**，**S'系运动时钟变慢**

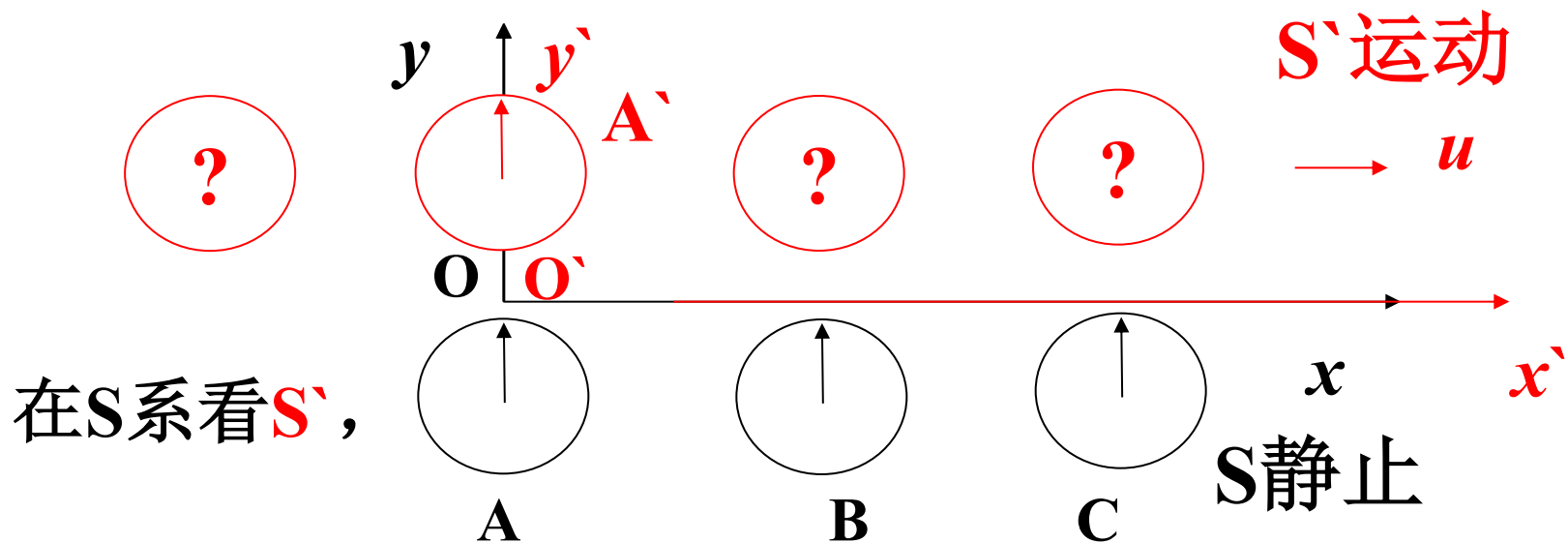
但运动是相对的，S'系的观察者应该发现**S系运动**，**S系的钟变慢**

有矛盾吗？

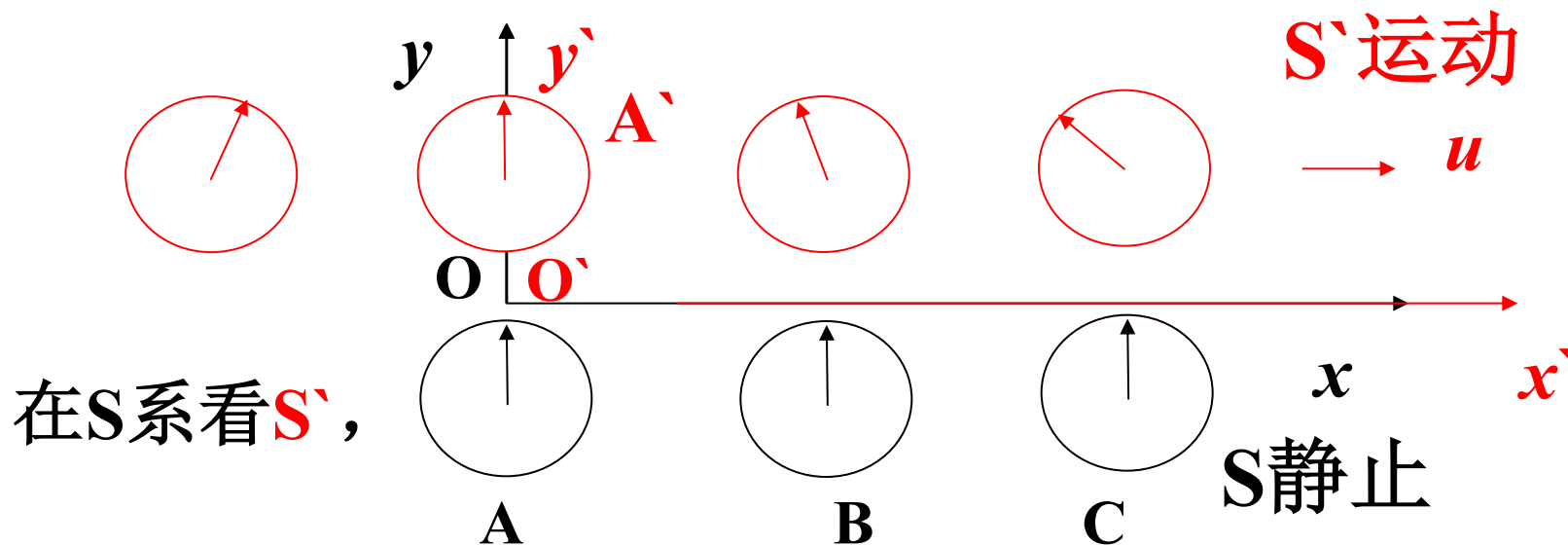


O和**O'**点重合时，**A**和**A'**为零时

O和**O'**点重合时，**A**和**A'**为零时



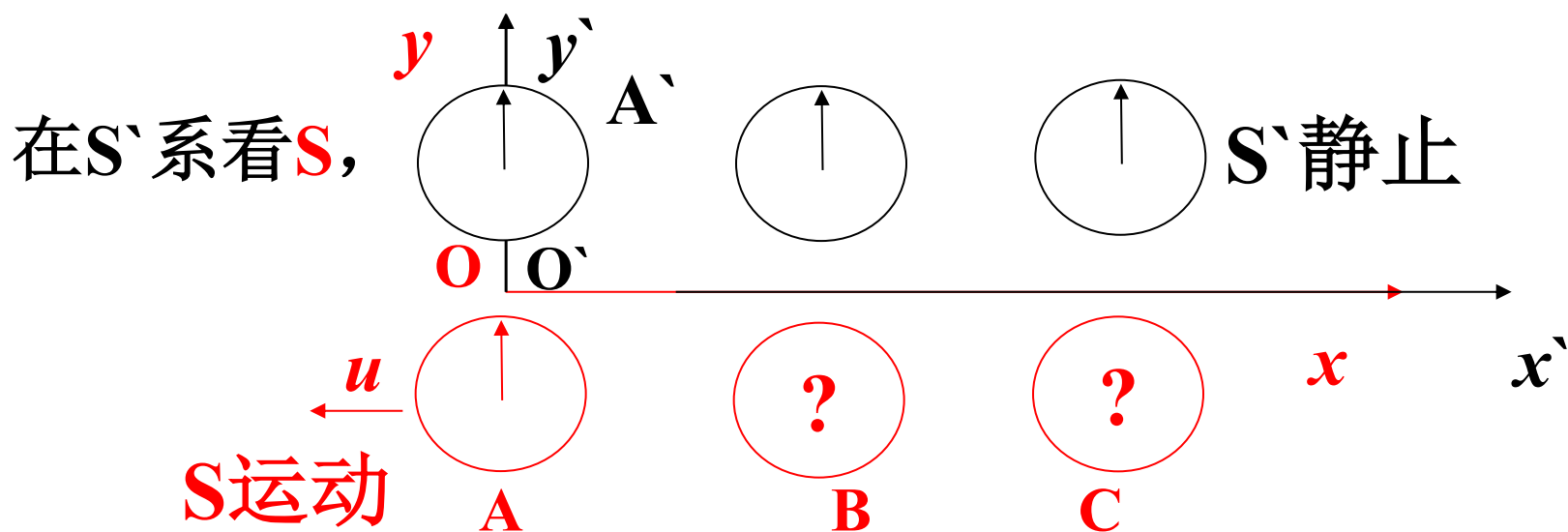
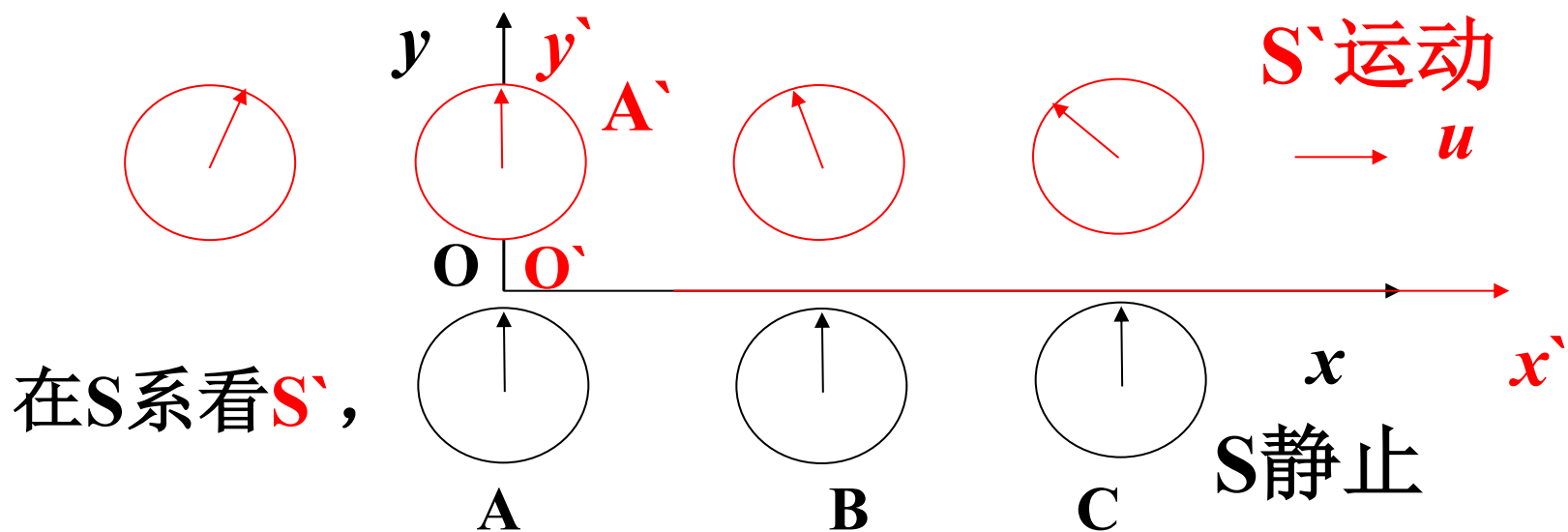
O和O'点重合时，A和A'为零时



$$t' = \gamma \left(\underset{\downarrow \text{0}}{t} - \frac{\beta}{c} x \right) = -\frac{\beta}{c} x \gamma \neq 0$$

发现运动的S'系里的钟没有都对准在零！

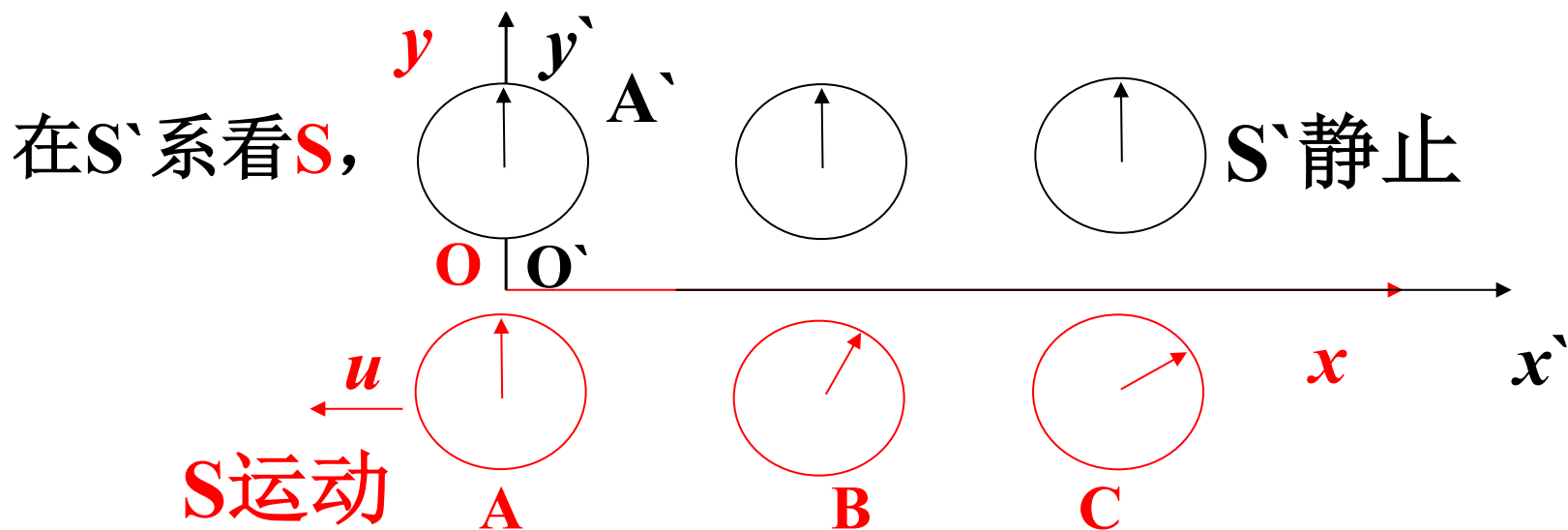
O和**O'**点重合时，**A**和**A'**为零时

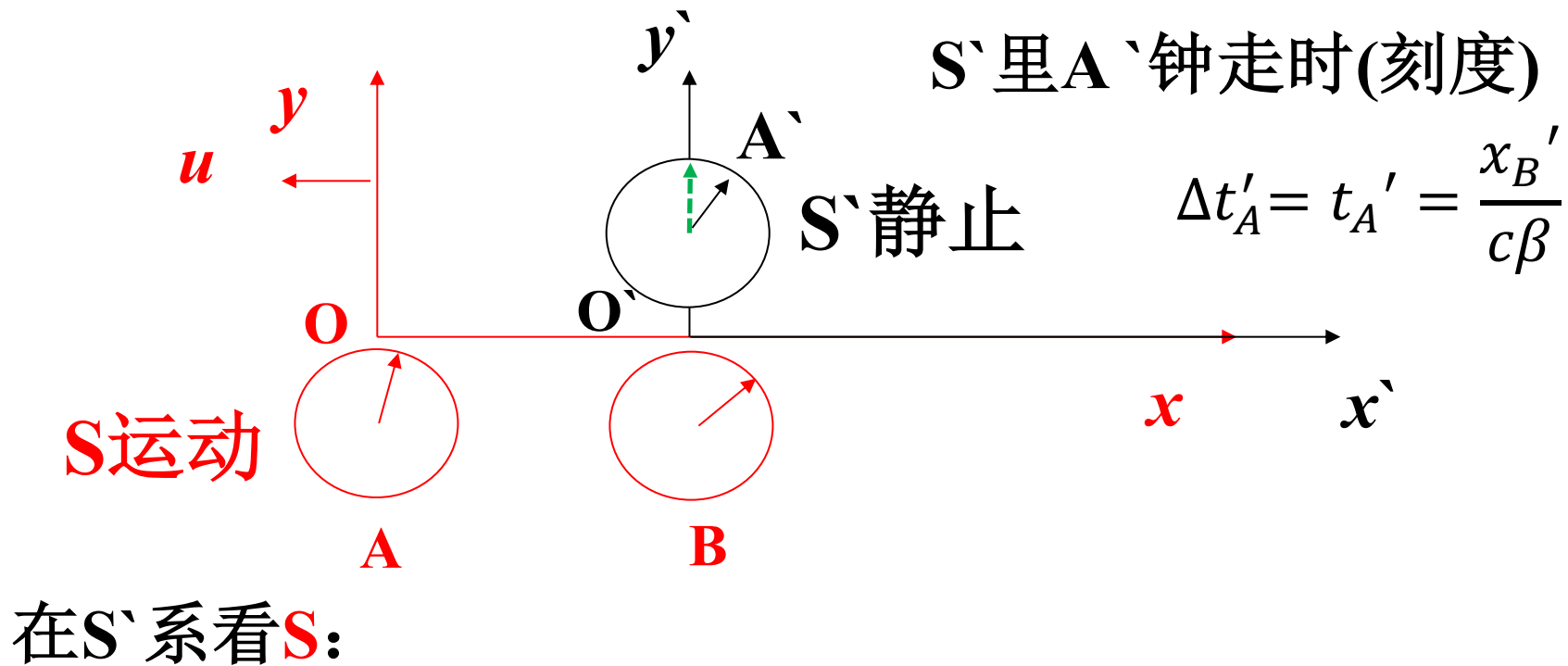


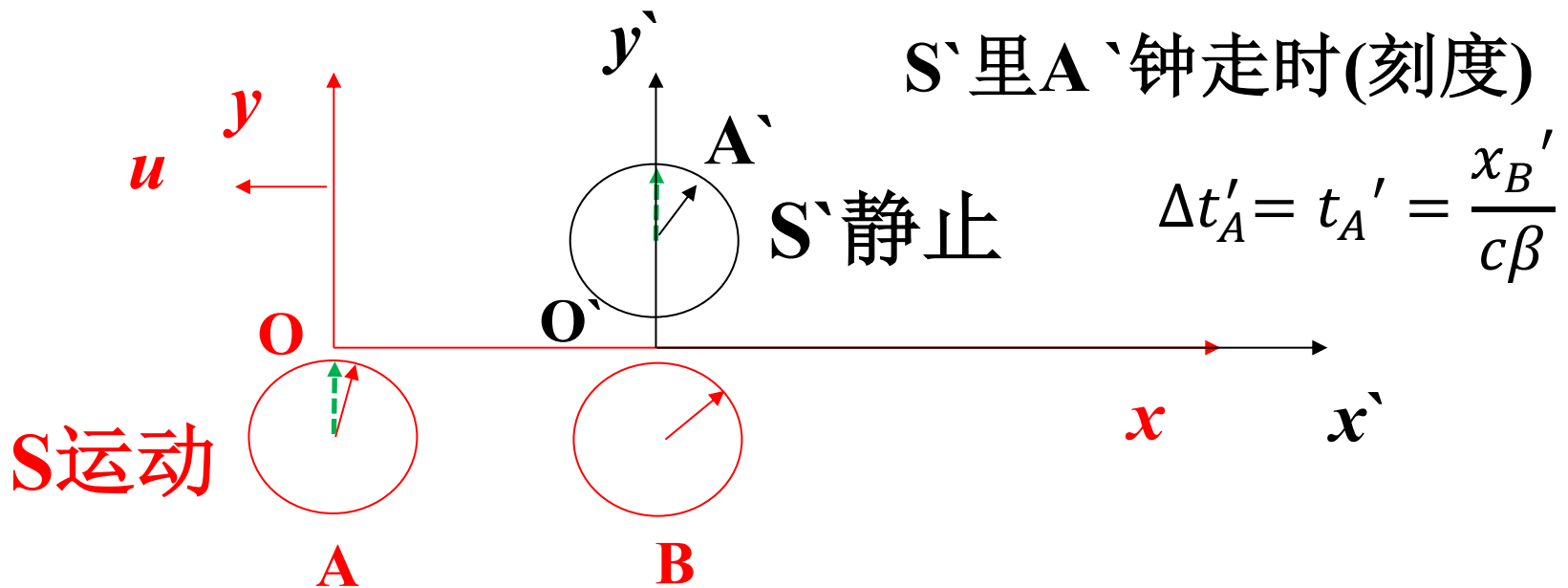
O和**O'**点重合时, **A**和**A'**为零时

$$t_B = \gamma \left(\underset{\substack{\nearrow \\ \mathbf{0}}}{t'} + \frac{\beta}{c} x' \right) = \frac{\beta}{c} x'_B \gamma \neq 0$$

运动的**S**系里的钟没有都对准在零







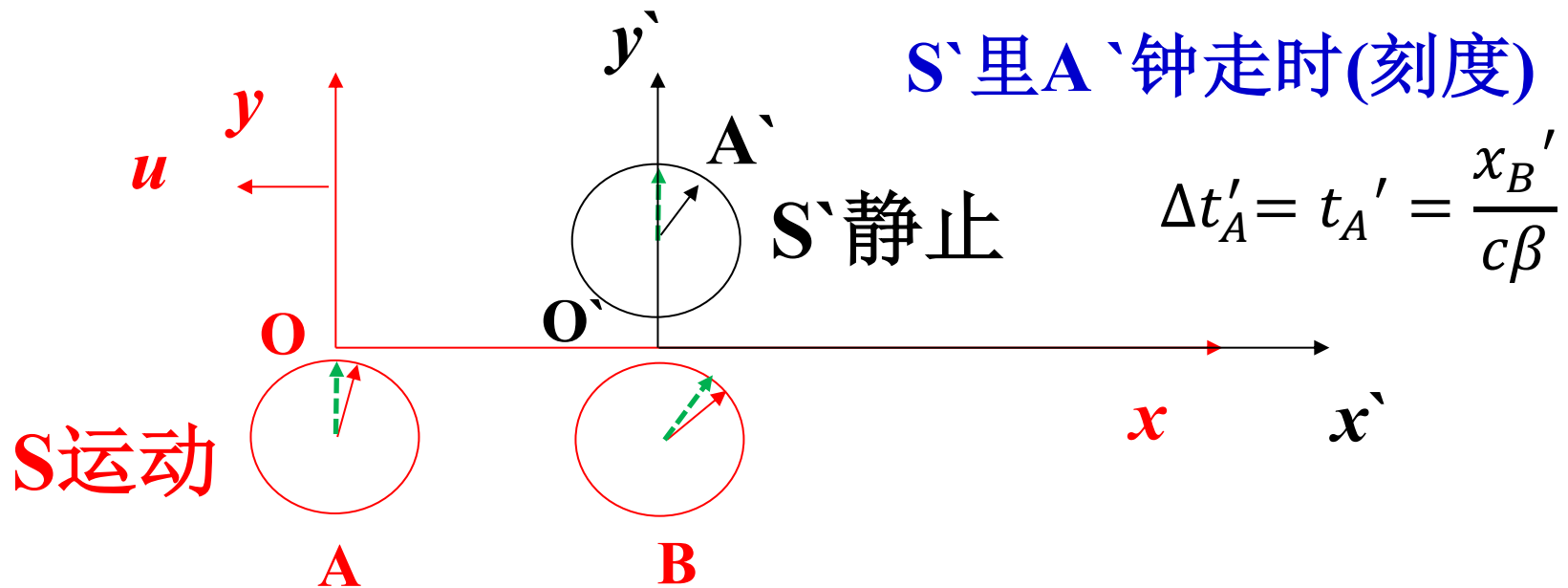
在 S' 系看 S:

A 钟刻度 (走时)

$$\Delta t_A = t_A = \gamma \left(t' + \frac{\beta}{c} x' \right) = \gamma \left(t'_A + \frac{\beta}{c} (-x_B') \right) = \frac{x_B'}{c\beta\gamma}$$

$$< \Delta t'_A$$

S'里A'钟走时(刻度)



在S'系看S:

B钟刻度 $t_B = \gamma \left(t' + \frac{\beta}{c} x' \right) = \gamma t'_A > t'_A$

B钟走时 $\Delta t_B = \gamma \frac{x'_B}{c\beta} - \gamma \frac{\beta}{c} x'_B = \frac{x'_B}{c\beta\gamma} = \Delta t_A < \Delta t'_A$

$$\frac{\Delta t_B}{\Delta t_A'} = \frac{\Delta t_A}{\Delta t_A'} = \frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \beta^2} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} < 1$$

S'系的观察者发现运动的S系的钟慢 无矛盾

*与钟一起运动的观测者是感受不到钟变慢的。