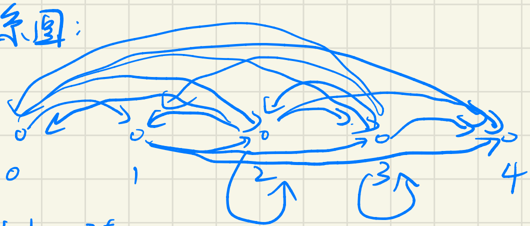
7.

(4) 关系图:



关系矩阵:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

9.

$A \circ A = \{ \langle \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \rangle \}$

$A^{-1} = \{ \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \emptyset \rangle, \langle \emptyset, \{\emptyset\} \rangle \}$

$A \restriction \emptyset = \emptyset$

$A \restriction \{\emptyset\} = \{ \langle \emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \rangle \}$

$A \restriction \{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \{ \langle \emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \rangle, \langle \{\emptyset\}, \emptyset \rangle \}$

$A[\emptyset] = \emptyset$

$A[\{\emptyset\}] = \{ \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \}$

$A[\{\emptyset, \{\emptyset\}\}] = \{ \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \emptyset \}$

11.

(2) $(T \circ S)[A] = T[S[A]]$

左: $\forall y \in (T \circ S)[A]$,

$(\exists x)(x \in A \land \langle x, y\rangle \in T \circ S)$

$= (\exists x)(\exists z)(\underline{x \in A \land \langle x, z\rangle} \in S \land \langle z, y\rangle \in T)$

$= (\exists z)(z \in S[A] \land \langle z, y\rangle \in T) =$ 右

右: $\forall y \in T[S[A]]$,

$(\exists x)(x \in S[A] \land \langle x, y\rangle \in T)$

(4) $S[A \cap B] \subseteq S[A] \cap S[B]$

$\forall y \in S[A \cap B]$,

$(\exists x)(x \in A \cap B \land \langle x, y\rangle \in S)$

$\Leftrightarrow (\exists x)(x \in A \land x \in B \land \langle x, y\rangle \in S)$

$\Leftrightarrow (\exists x)((x \in A \land \langle x, y\rangle \in S) \land (x \in B \land \langle x, y\rangle \in S))$

$\Rightarrow (\exists x)(x \in A \land \langle x, y\rangle \in S) \land (\exists x)(x \in B \land \langle x, y\rangle \in S) \Leftrightarrow y \in S[A] \cap S[B]$

12.

(2) $R_1 \restriction (A_1 \cup A_2) = R_1 \restriction A_1 \cup R_1 \restriction A_2$

$\forall \langle x, y\rangle \in R_1 \restriction (A_1 \cup A_2)$

$\Leftrightarrow x \in A_1 \cup A_2 \land \langle x, y\rangle \in R_1$

$\Leftrightarrow (x \in A_1 \lor x \in A_2) \land \langle x, y\rangle \in R_1$

$\Leftrightarrow (x \in A_1 \land \langle x, y\rangle \in R_1) \lor (x \in A_2 \land \langle x, y\rangle \in R_1)$

$\Leftrightarrow (\langle x, y\rangle \in R_1 \restriction A_1) \lor (\langle x, y\rangle \in R_1 \restriction A_2)$

$\Leftrightarrow \langle x, y\rangle \in R_1 \restriction A_1 \cup R_1 \restriction A_2$

15.

	自反性	非自反性	对称性	反对称性	传递性
R_1	×	×	×	×	×
R_2	×	×	×	√	√
R_3	√	×	√	×	√
R_4	√	×	×	×	√
R_5	×	×	×	×	×
R_6	×	√	√	×	×
R_7	×	√	×	√	×
R_8	√	×	√	×	×

18.

(1) 真：R_1, R_2 自反

$\Rightarrow R_1, R_2$ 的关系矩阵对角均为1

$\Rightarrow R_1 \circ R_2$ 的关系矩阵对角均为1

$\Rightarrow R_1 \circ R_2$ 自反

(2) 假：

$M(R_1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad M(R_2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$M(R_1 \circ R_2) = M(R_2)M(R_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(3) 假

$M(R_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad M(R_2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$M(R_1 \circ R_2) = M(R_2)M(R_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(4) 假

$R_1 = \{<1,2>, <2,3>, <3,1>\} \Rightarrow R_1 \circ R_2 = \{<1,3>, <3,2>, <3,3>\}$

$R_2 = \{<1,2>, <3,1>, <3,2>\}$

20.

由于存在 $\langle 1,2\rangle$, $\langle 2,1\rangle$

但不存在 $\langle 1,1\rangle$

$\Rightarrow R$ 不传递

构造 $R_1 = E_A$

由于R_1是全域关系

$\Rightarrow R_1$传递且$R \subseteq R_1$