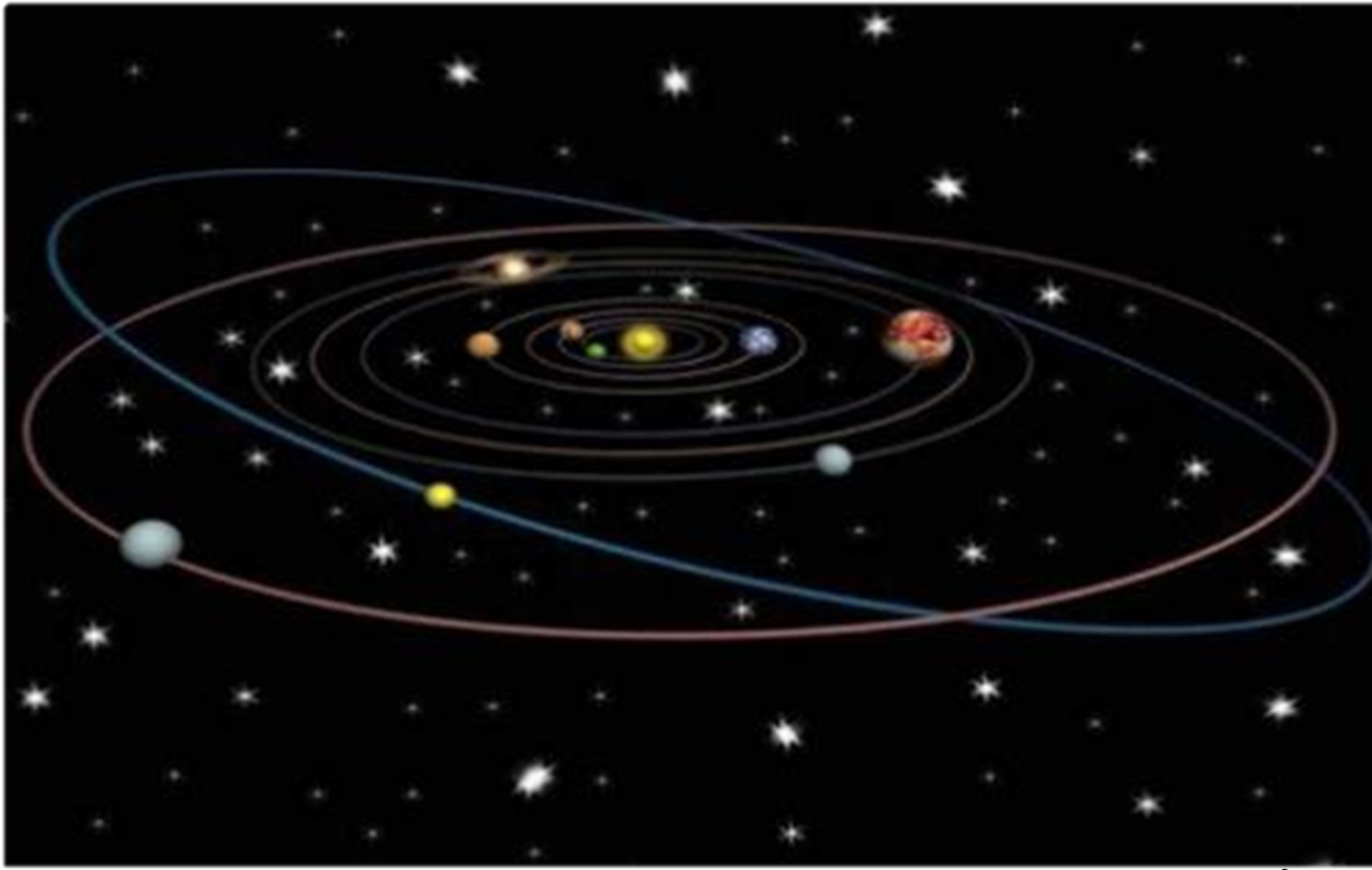
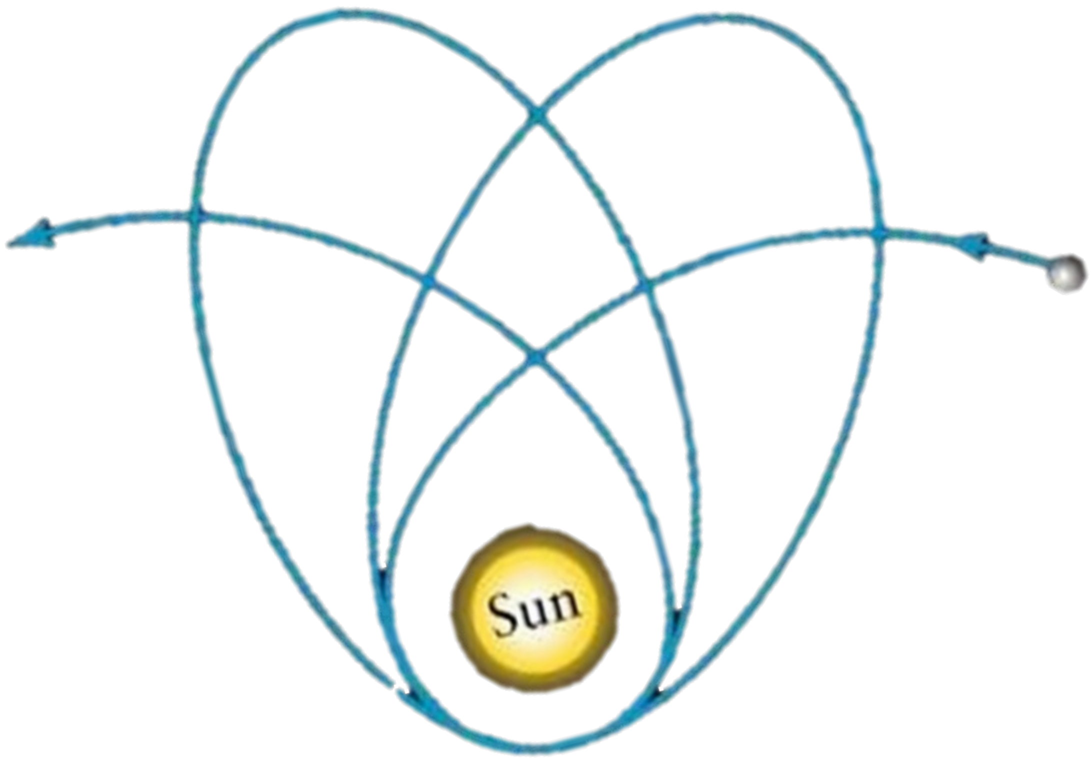
大学物理 B(1)

清华大学物理系

勒维耶找到海王星



水星进动



第三章 动量与角动量

§ 3.1 冲量与动量定理

§ 3.2 质点系的动量

§ 3.3 动量守恒定律

§ 3.4 火箭飞行原理

§ 3.5 质心

§ 3.6 质心运动定理

§ 3.7 两体问题

§ 3.8 质点的角动量

§ 3.9 角动量守恒定律

§3.1 冲量（impulse）与动量（momentum）定理

力的时间积累，即冲量 $d\vec{I} = \vec{F}dt = d\vec{p}$ 动量定理

有限时间内 (变化的力），**initial -----> final**

$$\vec{I} = \sum_{j=1}^{n} \vec{F}(t_j)\Delta t_j = \sum_{j=1}^{n} \Delta\vec{p}_j = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

$$\vec{I} = \sum_{j=1}^{n} \vec{F}(t_j)\Delta t_j = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t)dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{d\vec{p}}{dt}dt = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

平均冲力

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{\sum_{j=1}^{n} \vec{F}(t_j)\Delta t_j}{t_f - t_i} = \frac{\vec{p}_f - \vec{p}_i}{t_f - t_i}$$

例：一篮球质量0.58kg，从2.0m高度下落，到达地面后，以同样速率反弹，接触时间仅0.019s，

求：对地平均冲力？

平均冲力

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{\sum_{j=1}^{n} \vec{F}(t_j)\Delta t_j}{t_f - t_i} = \frac{\vec{p}_f - \vec{p}_i}{t_f - t_i}$$

例：一篮球质量0.58kg，从2.0m高度下落，到达地面后，以同样速率反弹，接触时间仅0.019s，

求：对地平均冲力？

解：篮球到达地面的速率

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 2} = 6.3\text{（m/s）}$$

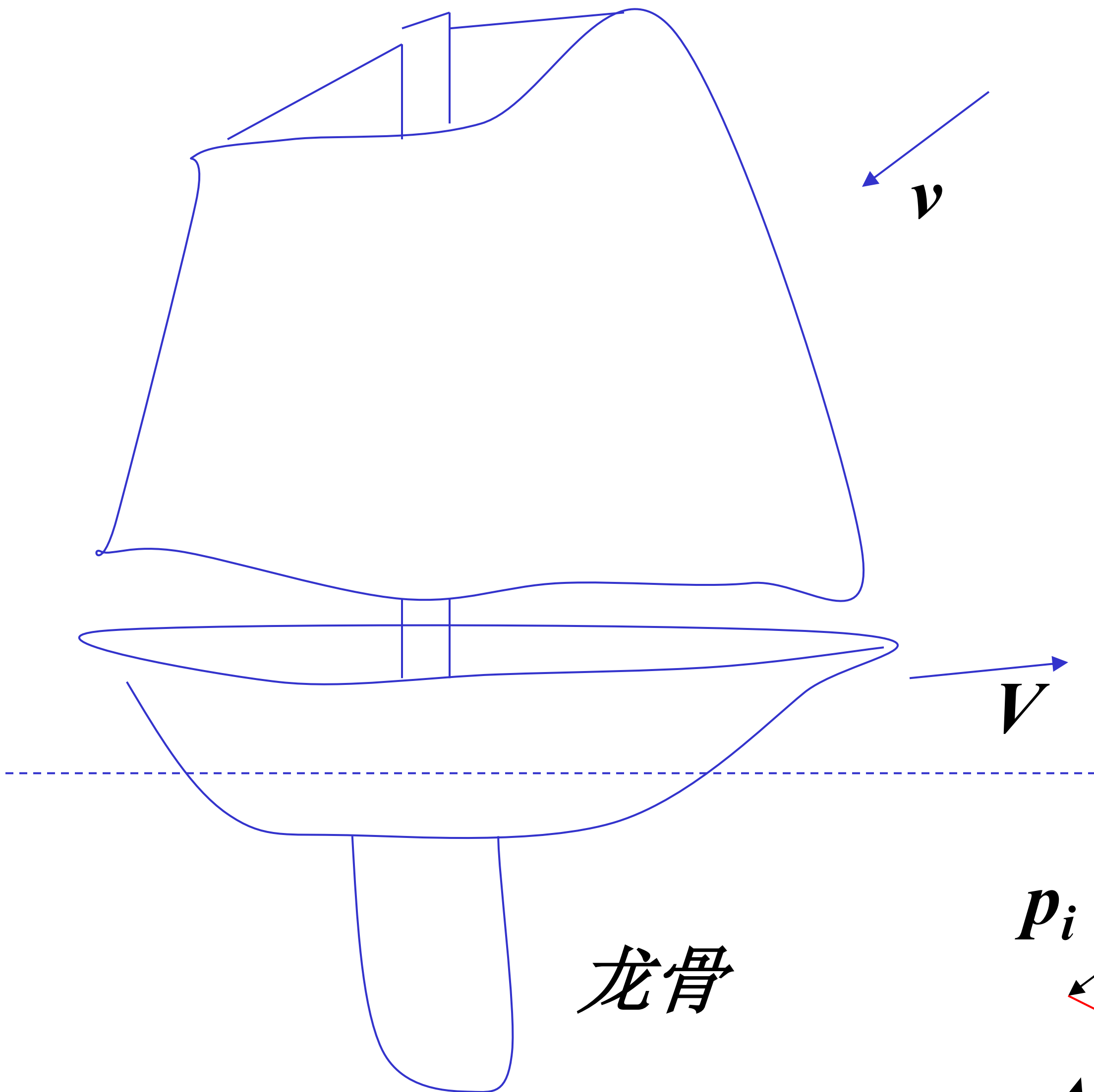
$$\bar{F}\text{或}\langle F \rangle = \frac{2mv}{\Delta t} = \frac{2 \times 0.58 \times 6.3}{0.019} = 3.8 \times 10^2\text{（N）}$$

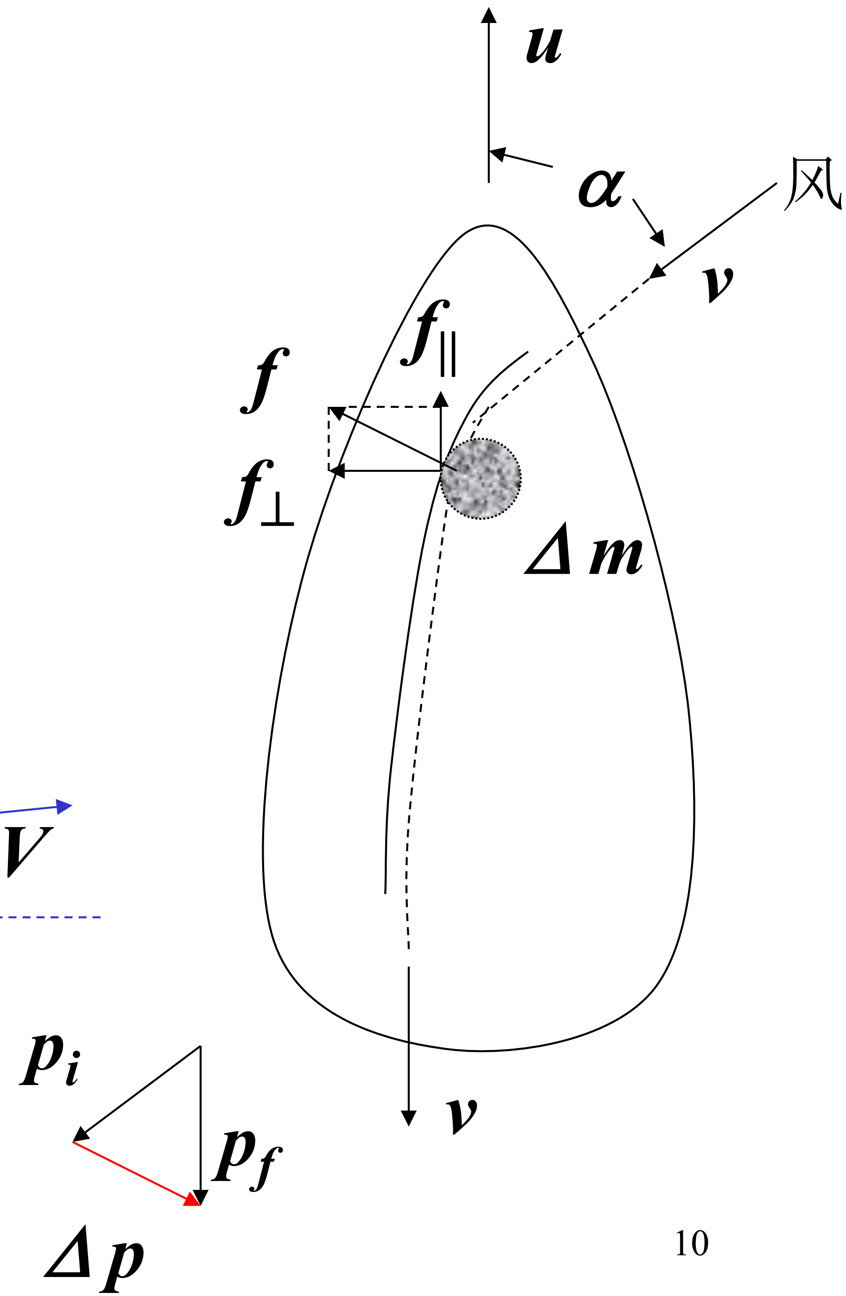
哥伦比亚号航天飞机

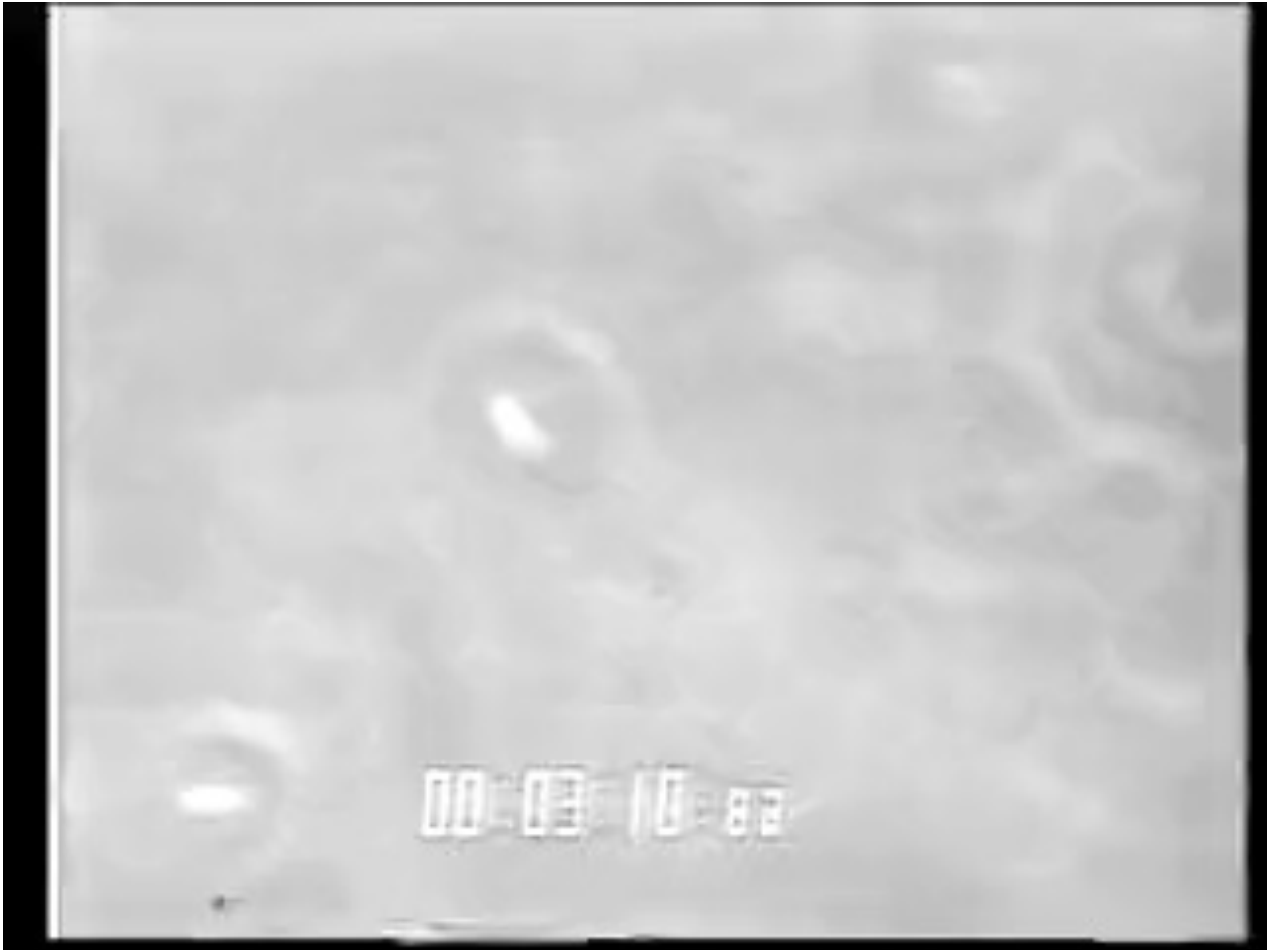
失事原因：发射时泡沫高速撞击，损毁表面，返回时损毁表面在高温下瓦解。


逆风行舟
清华大学物理演示室

例：逆风行舟

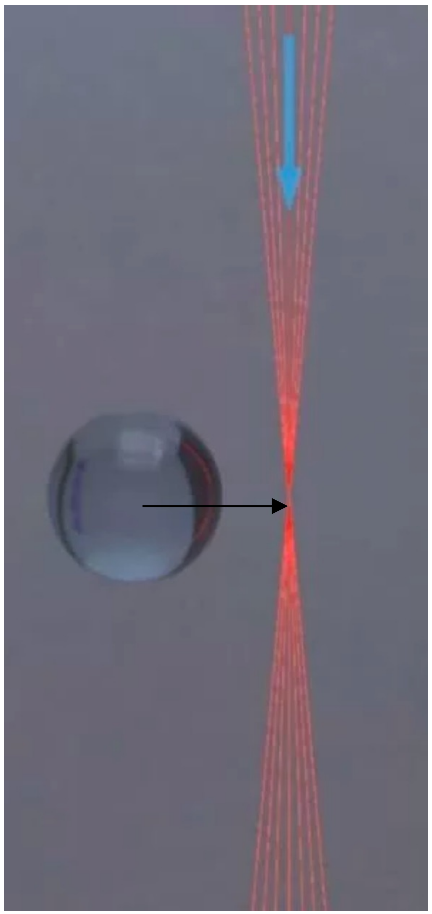




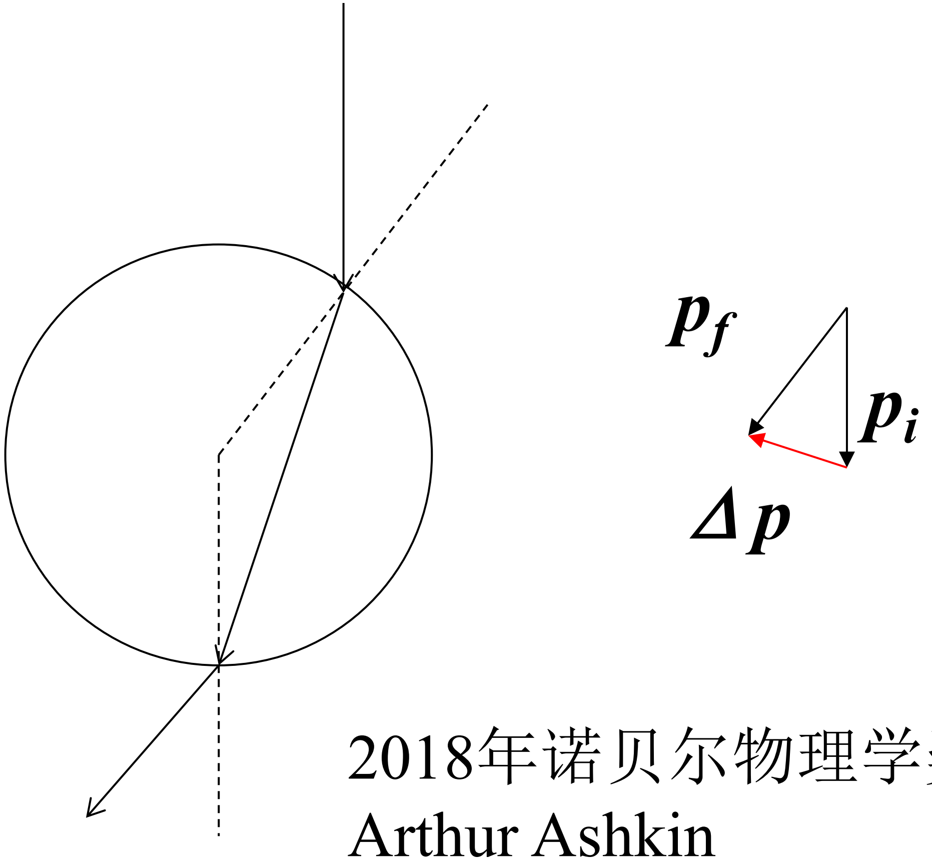

00:03:10

光镊

小物体透明（反射相对弱很多）



光子动量 $p = \dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{h\nu}{c}$



2018年诺贝尔物理学奖
Arthur Ashkin

多选题 1分

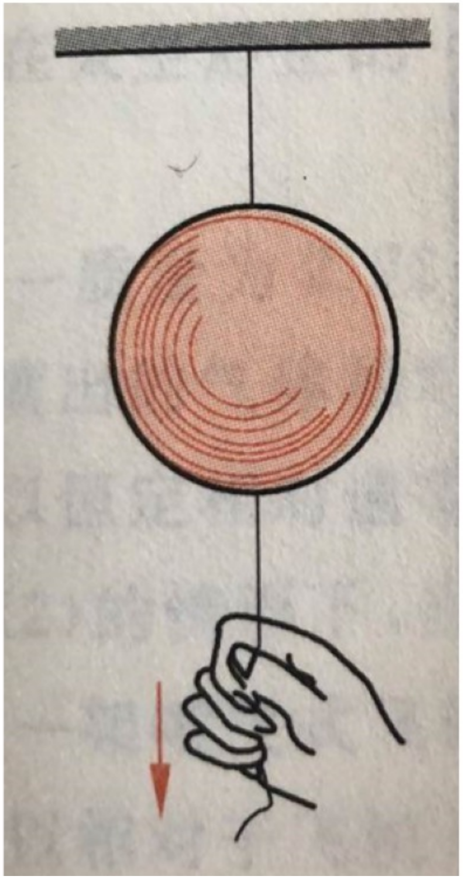
设置

A 慢拉时上面先脱节

B 慢拉时下面先脱节

C 快拉时上面先脱节

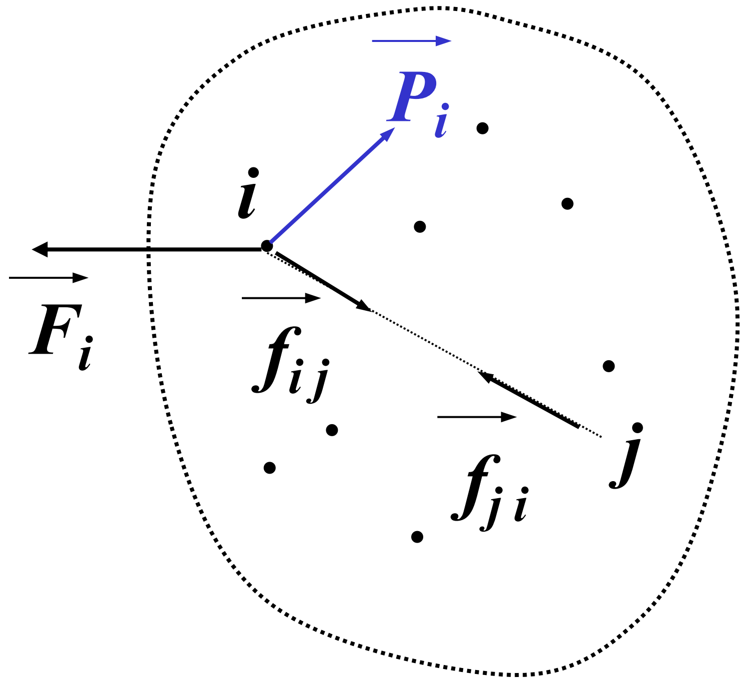
D 快拉时下面先脱节



提交


冲力演示
清华大学出版社

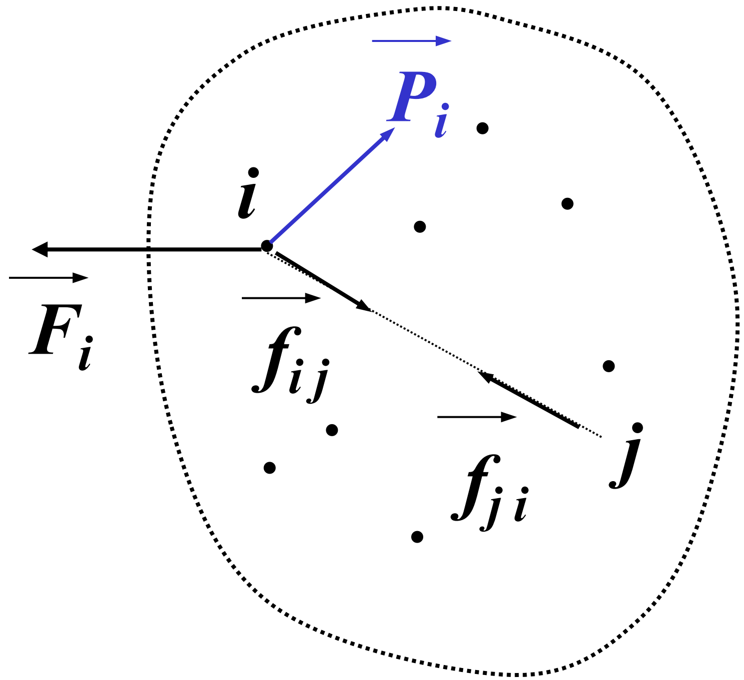
§ 3.2 质点系的动量



共有N个粒子，外力用 F，内力（即粒子之间的相互作用）用 f，则第 i 粒子的运动方程

$$\vec{F}_i + \sum_{i \neq j} \vec{f}_{ij} = \frac{d\vec{p}_i}{dt}$$

§ 3.2 质点系的动量



共有**N个粒子**，外力用 F，内力（即粒子之间的相互作用）用 f，则第 i 粒子的运动方程

$$\vec{F}_i + \sum_{i \neq j} \vec{f}_{ij} = \frac{d\vec{p}_i}{dt}$$

对所有粒子求和：

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i + \sum_{i=1}^{N} \sum_{i \neq j} \vec{f}_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^{N} d\vec{p}_i}{dt} = \frac{d\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i}{dt}$$

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \qquad \vec{P} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{i \neq j} \vec{f}_{ij} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{i > j} (\vec{f}_{ij} + \vec{f}_{ji})$$

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \qquad \vec{P} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{i \neq j} \vec{f}_{ij} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{i > j} (\vec{f}_{ij} + \vec{f}_{ji})$$

牛顿第三定律 $\vec{f}_{ij} + \vec{f}_{ji} = 0$

质点系 $$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}}$$

$$d\vec{I} = \vec{F}dt = d\vec{P}$$

单选题 1分

设置

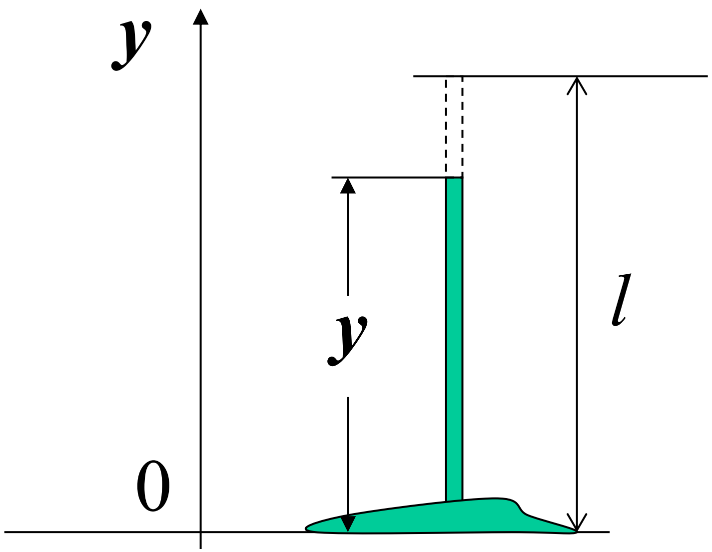
以下说法是否正确：在质点系，内力对质点的动量改变没有贡献

A 正确

B 错误

提交

例：一柔软绳长 *l*，线密度 ρ，一端着地开始自由下落，下落的任意时刻，给地面的压力为多少？



设压力为 *N*

解：在竖直向上方向建坐标，地面为原点（如图）。

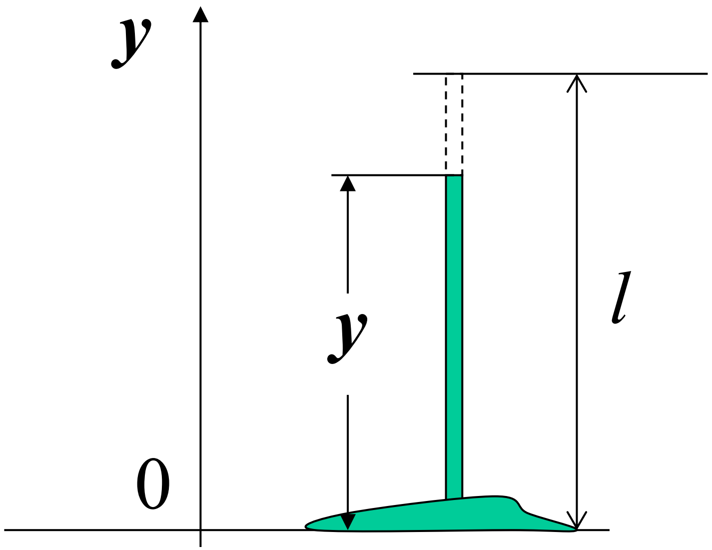
$$N - \rho g l = \frac{dp}{dt} = \dot{p}$$

$$p = \rho y v \quad -> \quad \frac{dp}{dt} = \rho \frac{d(yv)}{dt}$$

$$N = \rho g l + \rho \frac{d(yv)}{dt}$$

$$N = \rho g l + \rho \frac{d(yv)}{dt}$$

$$v = \frac{dy}{dt} \qquad -g = \frac{dv}{dt}$$



$$\frac{d(yv)}{dt} = -yg + v^2$$

$$v = -gt \qquad y = l - \frac{1}{2} g t^2$$

$$l - y = \frac{v^2}{2g} \quad \rightarrow \quad v^2 = 2g(l - y)$$

$$N = 3\rho g (l - y)$$

上层垮塌，承重陡增3倍，压垮整个建筑？


云南卫视
十
年
9 · 11
经典人文地理

§ 3.3 动量守恒定律

质点系所受合外力为零，总动量不随时间改变，即

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = \text{常矢量}$$

1. 孤立系统（合外力为零），或外力与内力相比小很多；

2. 合外力沿某一方向为零；　$\sum_{i} p_{i\alpha} = const.$

3. 适用于惯性系；

4. 比牛顿定律更普遍的最基本的定律。

（空间的平移对称性相关）

单选题 1分

设置

小明荡秋千，在高h_0处从静止开始下摆，到最低点时捡起地上的书包，然后荡到最高点，高度h_1，再从高点摆回到最低点时，把书包放到地上，接着荡到最高点，高度达到h_2。忽略秋千摆动过程中的摩擦力和阻力，这三个高度之间的关系是

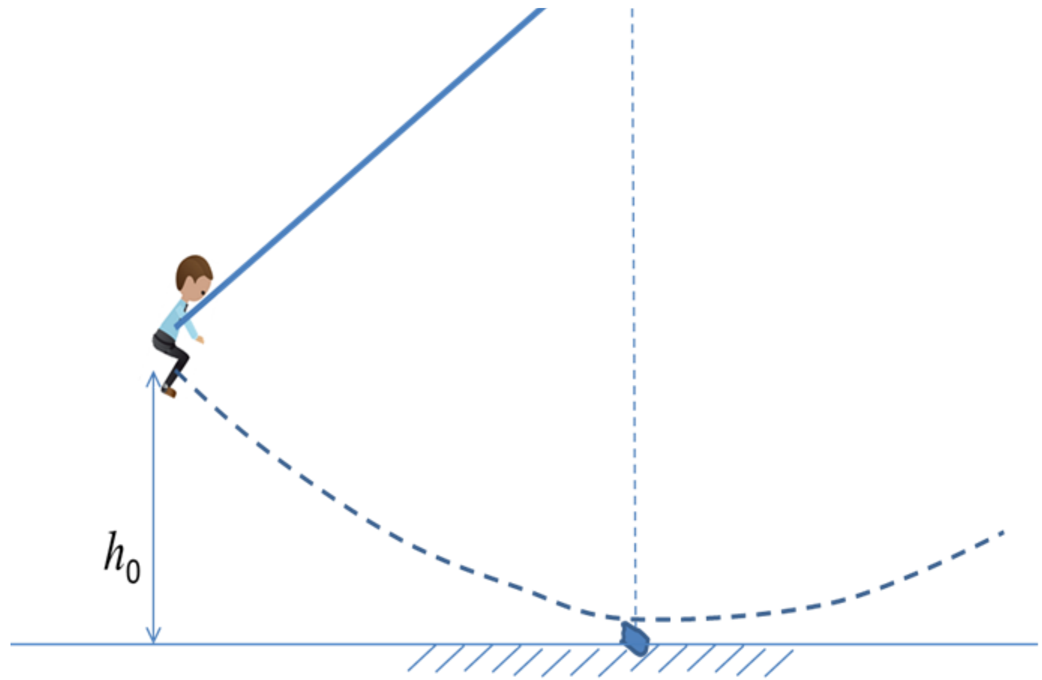
A $h_0 = h_1 = h_2$

B $h_0 > h_1 > h_2$

C $h_0 > h_1 = h_2$

D $h_0 > h_2 > h_1$

E $h_0 = h_2 > h_1$



提交

单选题 1分

设置

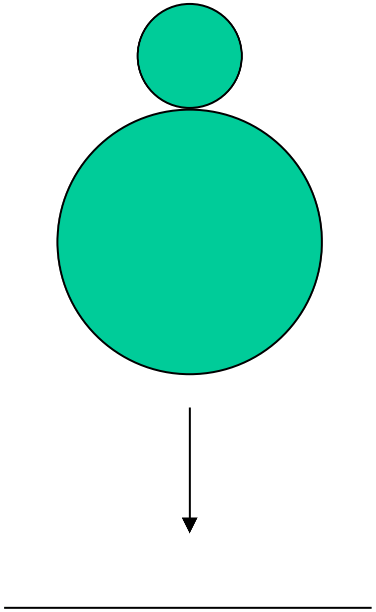
一个小球摆在一个远大于其质量的大球正上方，一起从高处掉下来。假设，两个球以及地面的弹性很好，则小球落地反弹的速度是其单独从同一高度落下时反弹速度的

A 1倍

B 2倍

C 3倍

D 需要具体的质量关系



提交

单选题 1分

设置

假如雨水垂直落入沿着无摩擦的水平直轨道运动的敞篷车里，随着雨水在车里聚集，车的速度将

A 增大

B 减小

C 不变

D 无法确定

提交

变质量系统

低速（$v \ll c$）情况下的两类变质量问题：

1. 粘附：主体质量增加（如滚雪球）
2. 抛射：主体质量减少（如火箭发射升空）

高速（ $v \sim c$ ）情况下：

即使没有粘附和抛射，质量也可以随着速度改变（ $m = m(v)$ ），这是相对论情形

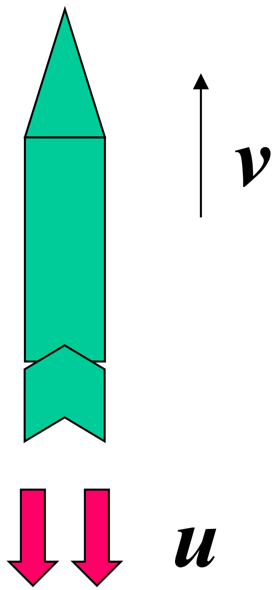
www.aircommandrockets.com

§ 3.4 火箭飞行原理

系统：火箭壳体+尚存燃料

条件：燃料相对火箭速度u喷出

总体过程：i 点火 $\rightarrow$ f 燃料烧尽



微过程：$t \rightarrow t + dt$

初态：系统质量M，速度v(对地)，动量Mv

末态：喷出燃料的质量 dm = -dM

喷出燃料的速度 v-u

火箭壳体+尚存燃料 质量 M-dm

火箭壳体+尚存燃料 速度 v+dv

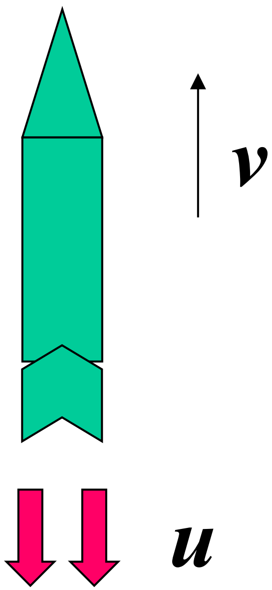
§ 3.4 火箭飞行原理

$$p(t) = Mv$$

$$p(t + \mathrm{d}t) = (M - \mathrm{d}m)(v + \mathrm{d}v) + \mathrm{d}m(v - u)$$

忽略二阶小量

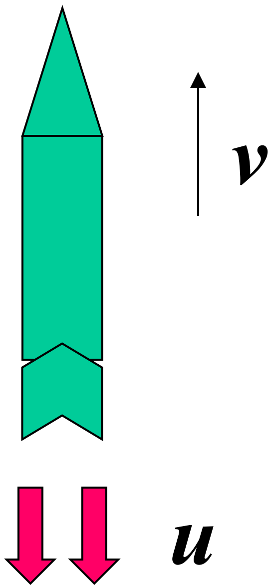
$$\mathrm{d}p = p(t + \mathrm{d}t) - p(t) = M\mathrm{d}v - u\mathrm{d}m$$



$$\mathrm{d}p = M\mathrm{d}v - u\mathrm{d}m = -Mgdt$$

$$\mathrm{d}m = -d\mathrm{M}$$

$$M\mathrm{d}v + u\mathrm{d}M = -Mgdt$$



$$-u\frac{dM}{M} - g\,dt = d\upsilon$$

$$\int_{\upsilon_i}^{\upsilon_f} d\upsilon = -u\int_{M_i}^{M_f}\frac{dM}{M} - g\int_{t_i}^{t_f} dt$$

$$\upsilon_f - \upsilon_i = u\ln\frac{M_i}{M_f} - g(t_f - t_i)$$

引入质量比 $N=\frac{M_i}{M_f}$

$$v_f = v_i + u\ln N - g(t_f - t_i)$$

如何提高v_f？

1. 提高u（现可达$u=$ **4.1 km/s**）
2. 增大N（受一定限制）

为了提高N，采用多级火箭（一般为三级）

$$u_1\ln N_1 + u_2\ln N_2 + u_3\ln N_3$$

资料：长征五号（中国重型运载火箭--胖五）

直径：5m芯级直径，捆绑4个3.35m直径助推器

全长：57m； 起飞质量：870吨 16

2021年3月3日


LIVE STATUS
Road Closed
Pad Clear
Ground Vent
Recondenser
Farm Venting
Engine Chill
Launch
Road Open
LabPadre
Mar 3rd-5th 8a-6:30p CST (1400-0030 UTC), evacuation notices to residents. New constructio
Local March 3rd 5:14:42 PM
UTC March 3rd 23:14:42

单选题 1分

设置

牛顿第二定律可表达为： $\vec{F}=\dfrac{d(m\vec{v})}{dt}$

假定火箭在自由空间（外力F=0）发射，把火箭看成变质量物体m，则求得火箭速度如下：

$$\vec{F}=m\frac{d\vec{v}}{dt}+\vec{v}\frac{dm}{dt}=0 \qquad m d\vec{v}+\vec{v}dm=0 \qquad v(t)=v_0\frac{m_0}{m(t)}$$

A 正确

B 不正确，不能假定自由空间外力F=0

提交

C 不正确，火箭受的内力$\vec{F}$不为0

火箭所受的反推力

研究对象：喷出气体 $\mathrm{d}m$

t 时刻：速度v (和主体速度相同)，动量 $v\mathrm{d}m$

$t+\mathrm{d}t$时刻：速度 $v-u$， 动量$\mathrm{d}m(v-u)$

由动量定理，$\mathrm{d}t$内喷出气体所受冲量

$$F_{箭对气}\mathrm{d}t=\mathrm{d}m(v-u)-v\mathrm{d}m=-u\mathrm{d}m=-F_{气对箭}\mathrm{d}t$$

由此得火箭所受燃气的反推力为

$$\boxed{F=F_{气对箭}=u\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}}$$

单选题 1分

设置

一个玻璃瓶放在台式称上，玻璃瓶里面，有一只蚊子落在瓶底。蚊子扇动翅膀起飞时，称上显示的重量如何变化？

A 增大

B 不变

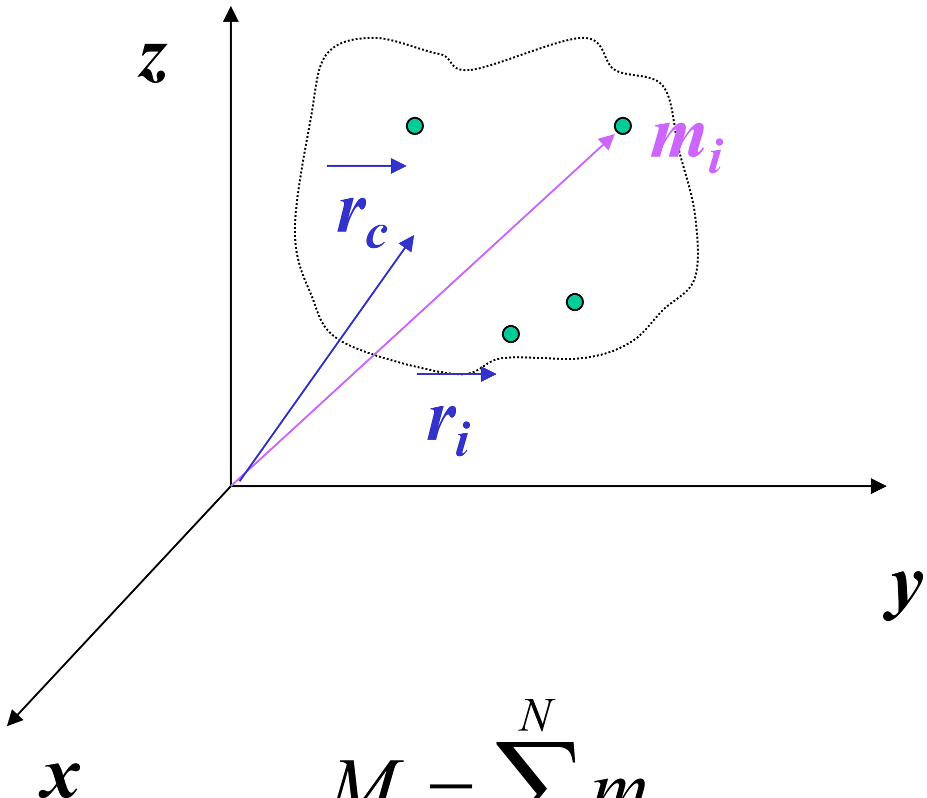
C 减小

D 无法判断

提交

§ 3.5 质心

N个粒子系统，可定义质量中心(质心)的位矢



$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{M}$$

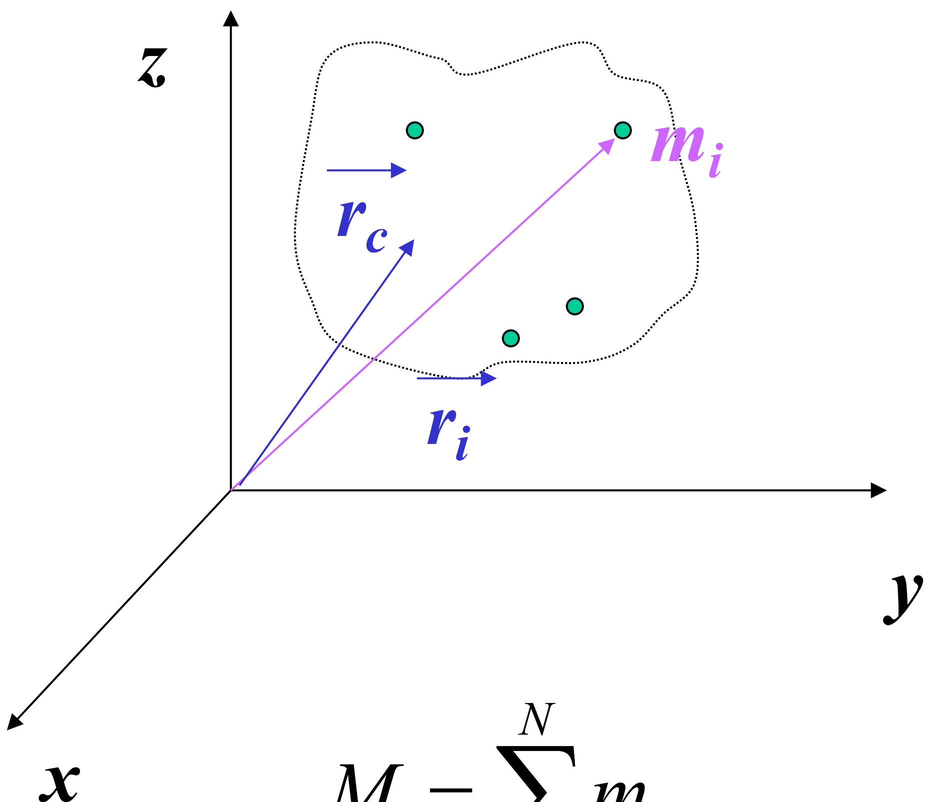
$$M = \sum_{i=1}^{N} m_i$$

以质量为权重的“平均位矢”

为什么可以定义质心？

§ 3.5 质心

*N*个粒子系统，可定义质量中心(质心)的位矢



$$M = \sum_{i=1}^{N} m_i$$

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{M}$$

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i x_i}{M}$$

同理对 y 和 z 分量

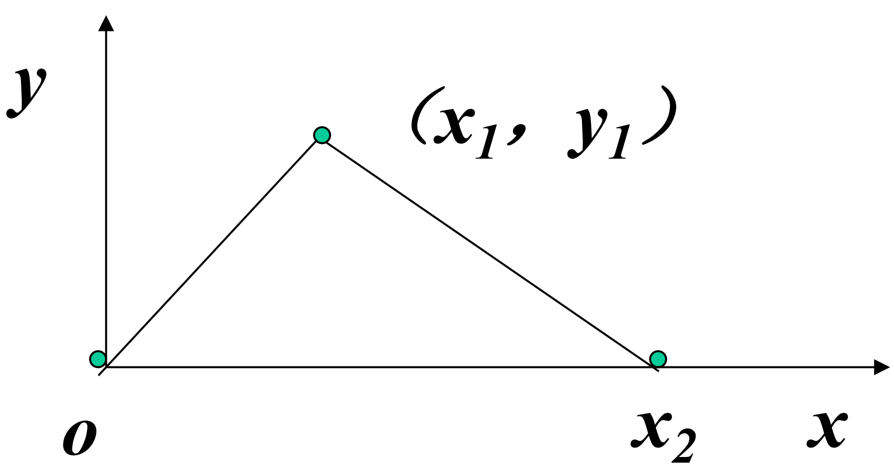
对连续分布的物质，可以将其分为N个小质元

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i \Delta m_i}{M} = \frac{\int x dm}{M} \qquad M = \int dm$$

对连续分布的物质，可以将其分为N个小质元

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i \Delta m_i}{M} = \frac{\int x dm}{M} \qquad M = \int dm$$

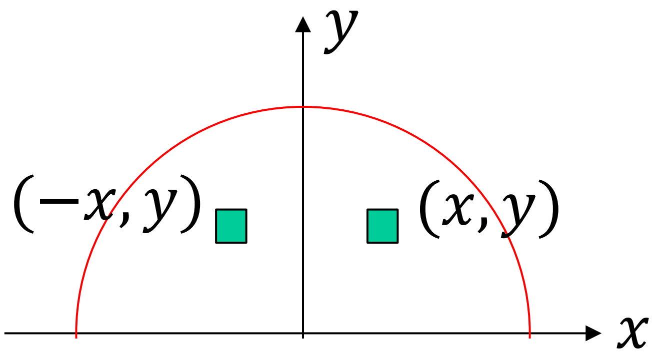
例：任意三角形的每个顶点有一质量m，求质心。



$$x_c = \frac{mx_1 + mx_2}{3m} = \frac{x_1 + x_2}{3}$$

$$y_c = \frac{my_1}{3m} = \frac{y_1}{3}$$

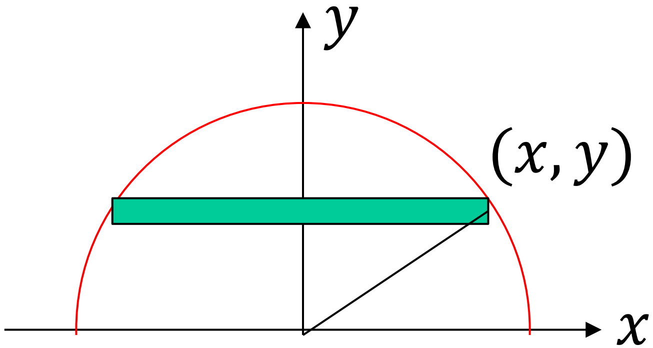
例：半径为R的半圆形薄板，质量m均匀分布，求质心



$$x_c = \frac{\int x dm}{m} = \frac{\sum x_i \Delta m_i}{m} = 0$$

质量均匀分布时，质心是几何中心

例：半径为R的半圆形薄板，质量m均匀分布，求质心



$$x_c = \frac{\int x dm}{m} = \frac{\sum x_i \Delta m_i}{m} = 0$$

质量均匀分布时，质心是几何中心

设面密度 σ

$$y_c = \frac{\int y dm}{m} = \frac{\sum y_i \Delta m_i}{m}$$

$$y dm = y\sigma 2x dy = y\sigma dy 2\sqrt{R^2 - y^2}$$

$$y_c = \frac{\int_0^R y\sigma dy 2\sqrt{R^2 - y^2}}{\sigma\pi R^2/2} = \frac{4}{3\pi}R$$

单选题 1分

设置

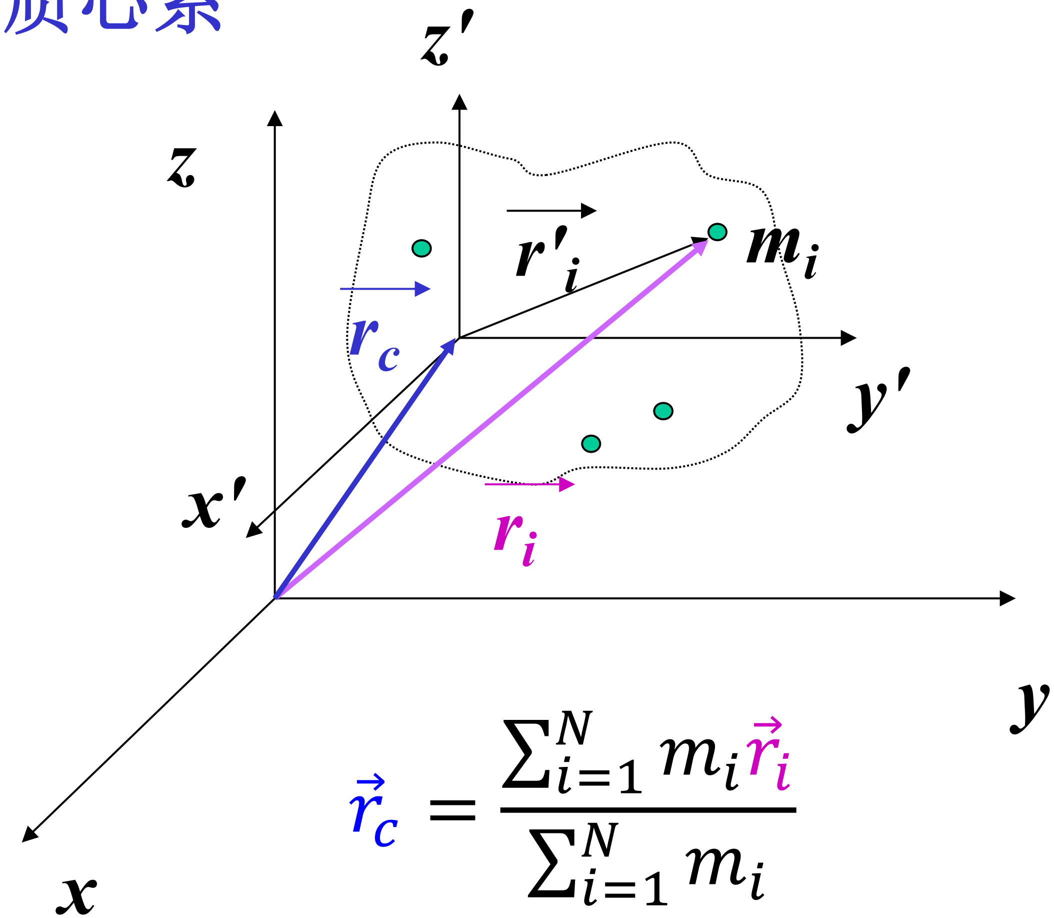
若质点系的质量相对两个对称轴对称分布，则这两个对称轴一定相交，交点就是质心

A 正确

B 不正确

提交

质心系



$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$

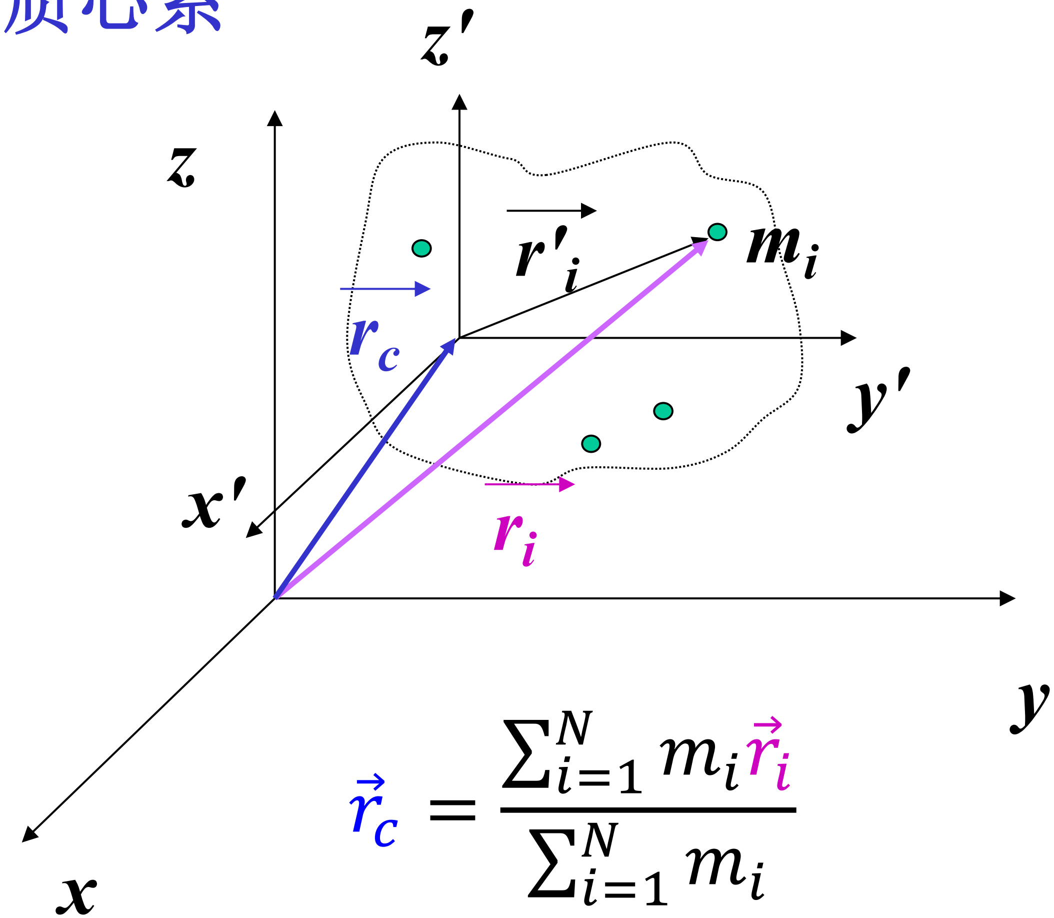
质心参考系（平动）

质心坐标系

原点选在质心

$\vec{r}_C' = ?$

质心系



质心参考系（平动）

质心坐标系

原点选在质心

$$\vec{r}_C' = ?$$

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$

$$\sum_{i=1}^{N} m_i(\vec{r}_i - \vec{r}_c) = 0$$

$$\vec{r}_i{}' = \vec{r}_i - \vec{r}_c$$

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i{}' = 0}$$

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i' = 0}$$

求导

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i' = 0}$$

质心系可能不是惯性系，但质心系特殊，动量守恒定律适用，而且，总动量 = 0，又叫零动量参考系。

$$\vec{r}_i' = \vec{r}_i - \vec{r}_c$$

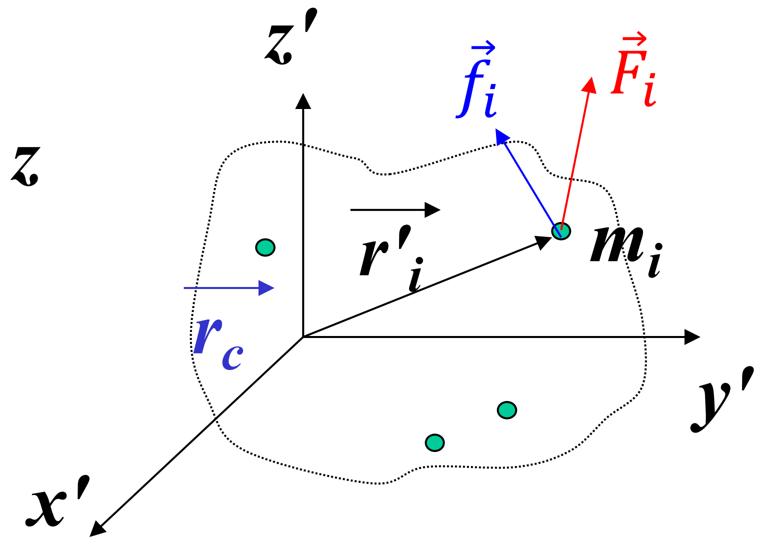
质心系中的速度 $\vec{v}_i' = \vec{v}_i - \vec{v}_c$

再求导

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{a}_i' = 0}$$

$$\vec{a}_i' = \vec{a}_i - \vec{a}_c$$

质心系动量守恒



一个质点m_i：

$$\vec{F}_i + \vec{f}_i + \vec{F}_{惯} = m_i \ddot{\vec{r}}_i{}'$$

$$\vec{F}_i + \vec{f}_i + (-m_i \vec{a}_c) = m_i \ddot{\vec{r}}_i{}'$$

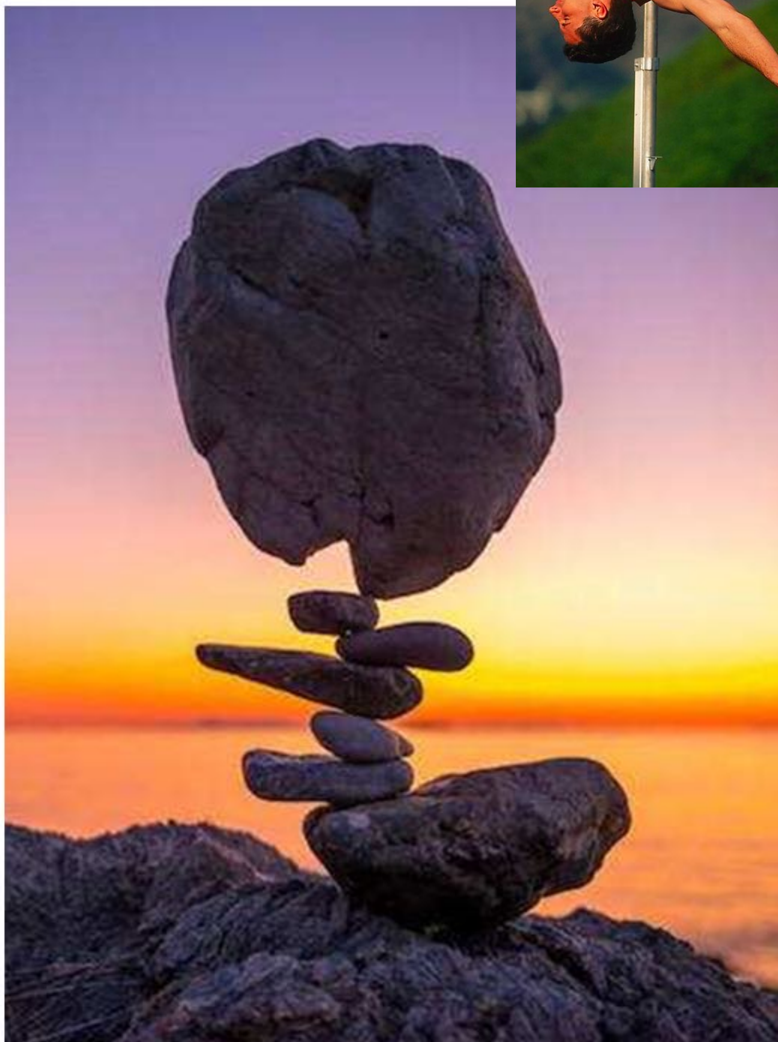
所有质点求和：

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{f} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{N} m_i \ddot{\vec{r}}_i{}' = 0$$

$$\vec{F} + (-m\vec{a}_c) = 0$$

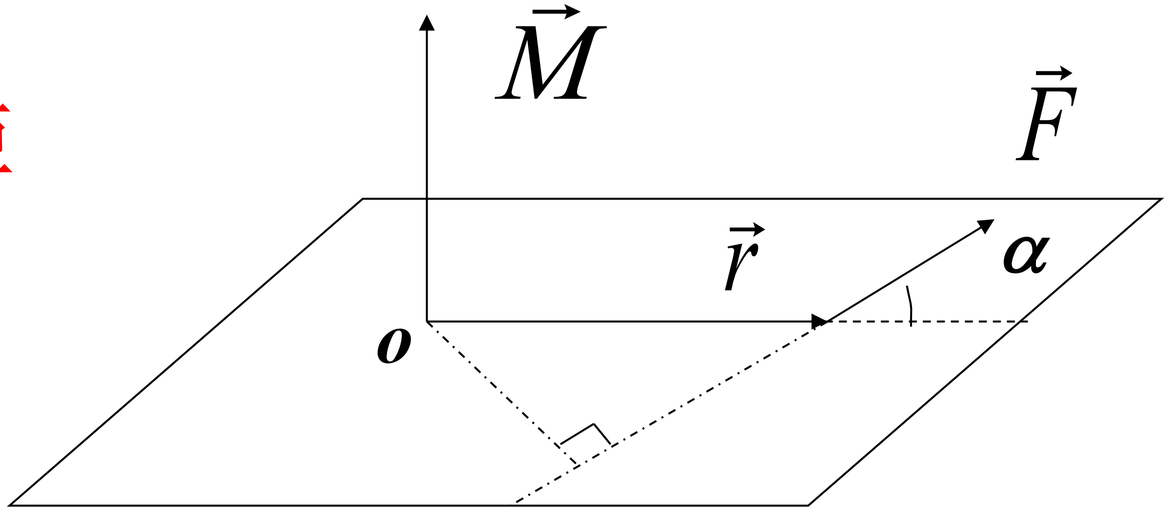
* 在质心系总惯性力和总外力完全抵消，故动量守恒。

质心的艺术



重心

力矩



$rF\sin\alpha$

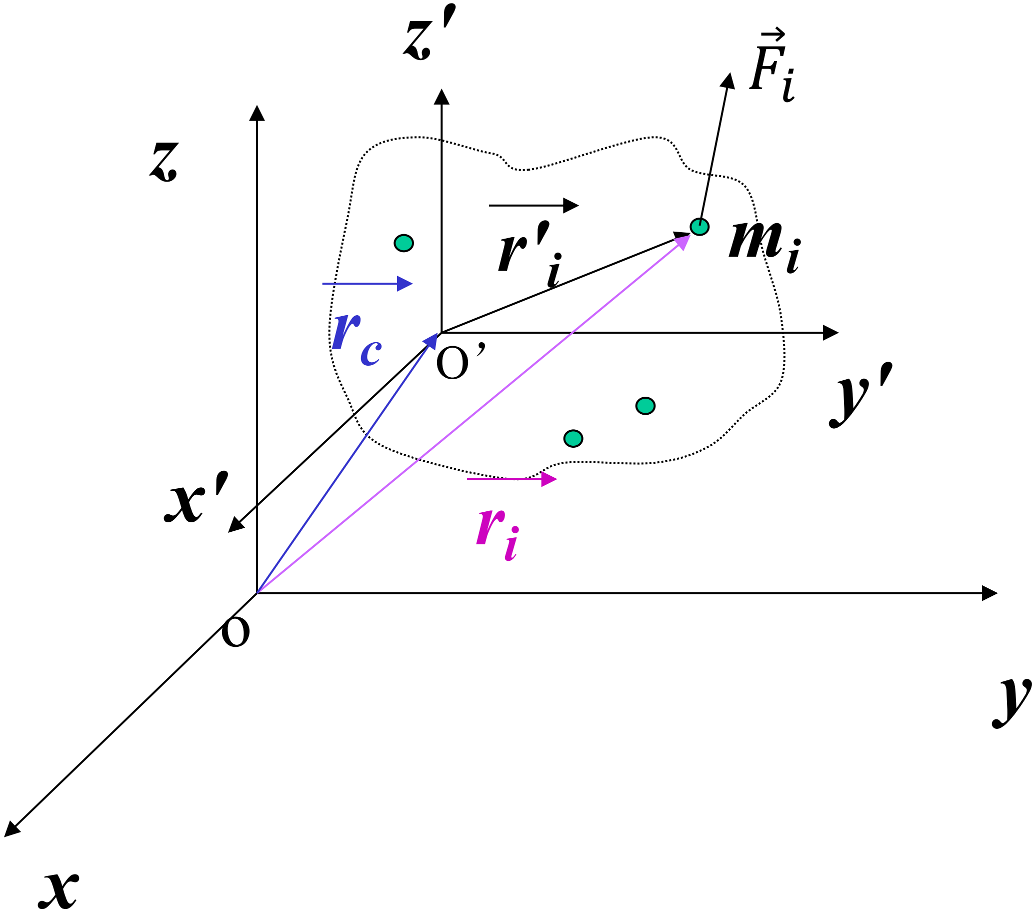
$$\boxed{\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}}$$

方向用右手螺旋法规定

相对于坐标原点

力矩：赝矢量

质心系的力矩



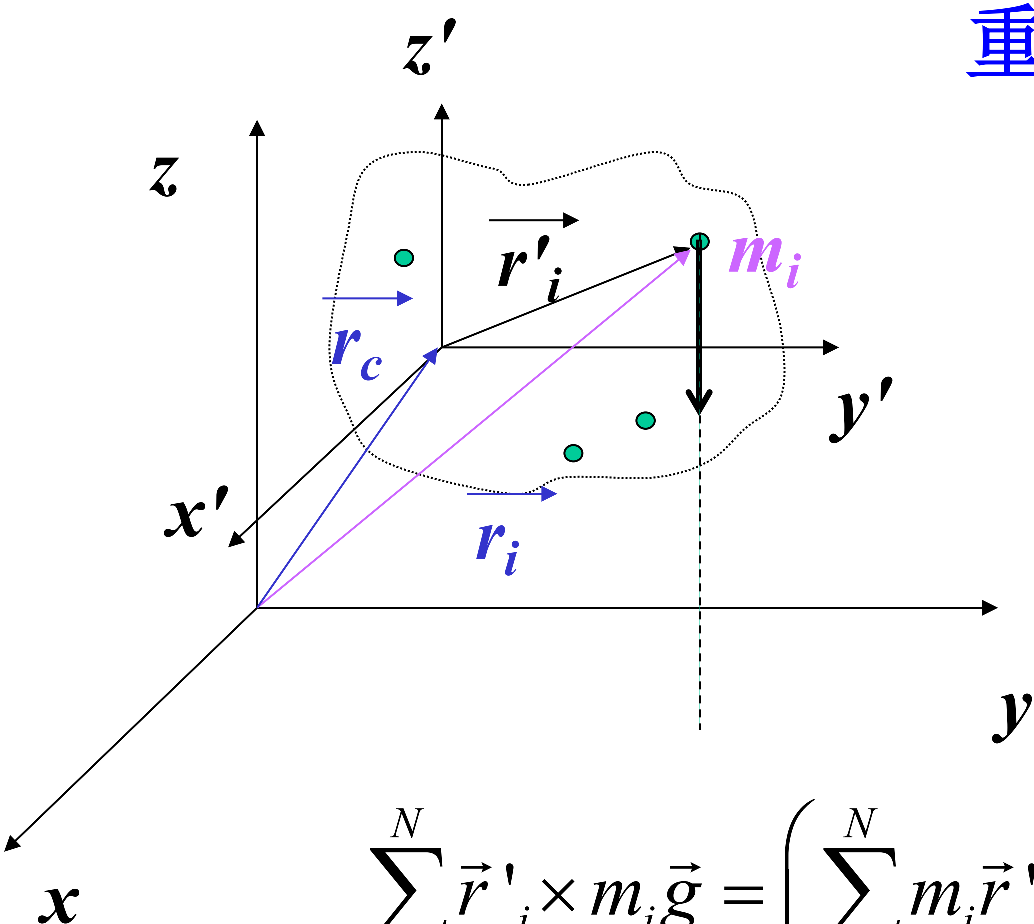
$$\vec{M}_{o'i} = \vec{r}_i' \times \vec{F}_i$$

$$\vec{M}_{o'} = \sum_i \vec{r}_i' \times \vec{F}_i$$

$$\vec{M}_{oi} = \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

$$\vec{M}_o = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

重心



将$\vec{F}_i$变为重力

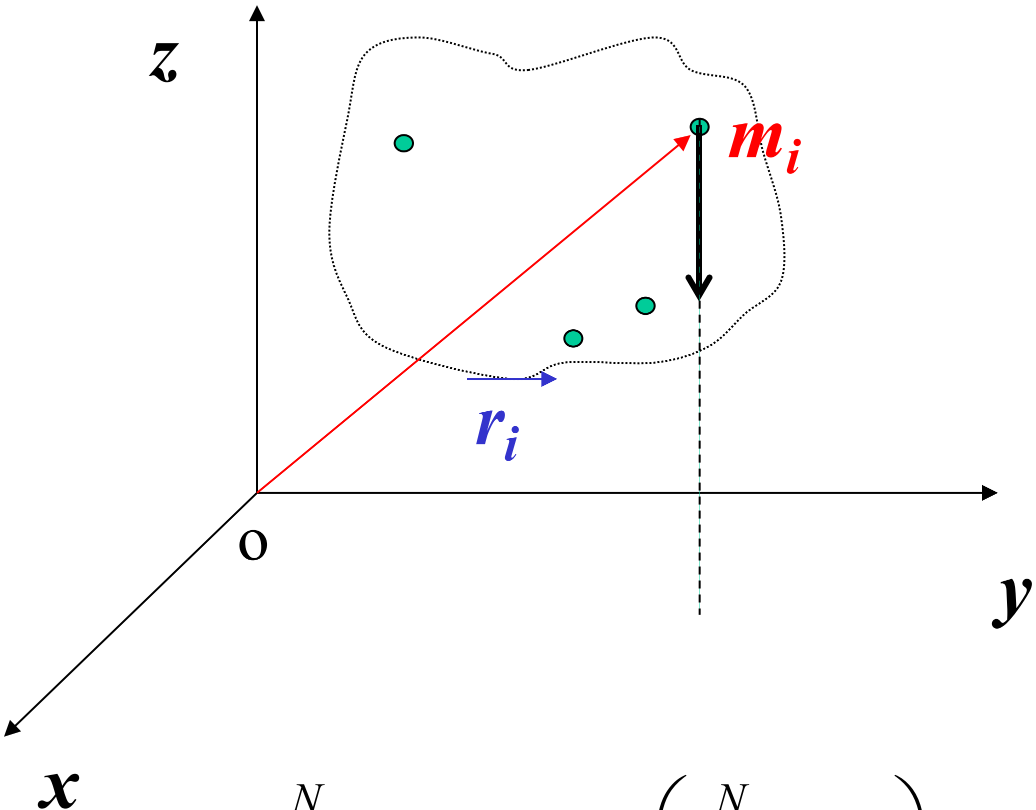
相对质心的力矩

$$\vec{r}_i{}'\times m_i\vec{g}$$

$$\sum_{i=1}^{N}\vec{r}\,'_i\times m_i\vec{g}=\left(\underline{\sum_{i=1}^{N}m_i\vec{r}\,'_i}\right)\times\vec{g}=0$$

质点系相对质心的重力矩等于0

地面上的重心



相对原点的重力矩

$$\vec{r}_i \times m_i \vec{g}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i \times m_i \vec{g} = \left(\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i \right) \times \vec{g} = M\vec{r}_c \times \vec{g} = \vec{r}_c \times M\vec{g}$$

相当于所有质量集中于质心产生的力矩