

1. 本实验中注入的染料为彩色墨水与甘油的混合物,而不是纯墨水。
2. 因为粘性系数与温度有关,故天然时做本实验应比天冷时少转一圈为宜。

思考题

1. 转动内圆柱后,染料完全散开,为何反向旋转后染料可恢复到原来的状态?
2. 若将甘油换成水,实验是否仍会成功?

实验 1.49 魔力弹簧翻滚下楼梯实验

实验目的

通过观察魔力弹簧的运动,进一步理解牛顿力学和机械能转换的基本原理。

实验装置

本实验装置由魔力弹簧和楼梯状阶梯组成,如图 1.49.1 所示。



图 1.49.1 实验装置简图

实验原理

一般均匀圆柱状弹簧,若沿轴线形变不均匀时,可从分析弹簧元段的受力入手,弹簧元段两端的拉力决定该元段的运动。设弹簧静长为 L ,劲度系数为 k ,以 x 表示元段坐标,表示元段位移,则弹簧元段的左端(x)受力为 $f_x = -kL \frac{du}{dx} \Big|_x$,右端($x + \Delta x$)受力为 $f_{x+\Delta x} = -kL \frac{du}{dx} \Big|_{x+\Delta x}$,到底弹簧元段如何运动,则要看哪一侧的拉力(应变)较大。

在弹簧翻滚下楼梯实验中,一个弹簧分成左右两部分,中间有簧圈渐变联系着它们,两部分处于同一水平面,则联系两部分的渐变弹簧元段的两端受力平衡,弹簧呈倒 U 形。

置。若使承载其中一部分的平面下沉,则元段连接的下沉端因重力的影响渐渐大于提升端,如果元段两端的拉力差足以克服摩擦阻力,则元段将在此拉力差的作用下跑到下沉部分。如果下沉量足够大,一旦弹簧元段开始转移,则由于转移部分运动的影响,这种转移将更容易进行,整个弹簧就会全部地转移向下沉部分。弹簧翻滚下楼梯实验正是这一过程的不断重复,弹簧从较高的位置沿着楼梯自动翻滚下来。实验表明,承载其中一部分的平面不管是向下还是向上移动,只要有移动,在一定高度差时,弹簧就会自动地一点一点向低的一边转移。在一边向下移动时,当两边高度差到达 20mm 时,弹簧就会全部翻转过去。在向上移动承载面时,两边的高度差到达 22mm 时,弹簧也全部翻转了过去。

实验步骤

1. 研究弹簧下楼翻滚与初始拿持段长度的关系。把弹簧放在最上阶上,用手拿持一段移至第二阶,然后放手令弹簧自持运动,观测弹簧的运动情况。改变手拿持段长度,观测对弹簧运动的影响。
2. 研究弹簧下楼翻滚结果与第一阶高度的关系。改变第一阶高度且维持一定拿持长度,重复实验步骤 1,观测这一改变对弹簧运动的影响。

思考题

1. 本实验中,魔力弹簧是否应该按质点系处理?
2. 魔力弹簧质点系的机械能包括哪些? 势能包括什么?
3. 本实验中可否从质心角度考虑?

实验 1.50 魔力弹簧自由落体实验

实验目的

通过观察魔力弹簧的自由落体,体会其中的物理原理。

实验装置

一段具有一定预收缩力的均匀钢制弹簧,可参阅实验 1.49。

实验原理

所谓魔力弹簧是一种玩具,它是簧丝截面近似为矩形且具有一定预收缩力的均匀钢制弹簧。实验现象是:令其上端固定,弹簧则靠重力自然下垂,弹簧上各点皆处于受力平衡和静止状态。若突然解除上端固定弹簧的拉力,弹簧段将自上而下依次收缩下落。直至收缩下至至弹簧的最低端,然后弹簧作为一个整体以一定初速度向下作自由落体运动,见图 1.50.1。对比一段匀质不可伸缩柔绳,若上端固定令柔绳自然下垂且保持静止,突然解除上端固定柔绳的拉力,柔绳上的所有质元都将同步作自由落体运动。魔力弹簧的下落与柔绳有明显的差别。

弹簧具有预收缩力在本实验中起着重要作用。预收缩力是经过特定工艺使弹簧在簧圈



图 1.50.1

处于收缩靠紧的状态时弹簧内部仍然存在着的收缩弹性力。令弹簧平躺在光滑桌面上, 拉动其任意位置使之伸开, 松手后弹簧都会自动地收缩为一团, 这可证明预收缩力的存在; 手持弹簧令其自然下垂, 弹簧下端总有一小段的簧圈一直保持收缩靠紧状态不变, 从这段弹簧的长度可以判断预收缩力的大小。

弹簧在重力场中, 弹簧上任意一 x 质元段都处于受力平衡状态, 其所受弹力与重力平衡, 弹簧上任意一点 x 处的张力都等于 x 点下方弹簧段所受的重力。当上端固定弹簧的力突然消失时, 弹簧上端的质元段的受力平衡被破坏, 它将在重力和下方弹簧的拉力作用下加速向下运动, 由于弹力与位移有关, 上方质元段的加速运动使其自身位移发生变化需要时间 (有质量的物体在作有限加速运动时的位移不能突变)。因此, 当上方质元段的运动状态发生变化时, 较下方的质元段的状态不会马上改变。整个弹簧就像是一组多米诺骨牌一样, 弹簧元段由上而下依次收缩下落, 而收缩下落尚未到达的点的平衡状态不会改变, 收缩下落没有到达的区域仍旧保持原状静止不动, 直到收缩下落至弹簧的最低端, 然后弹簧作为一个整体以一定初速度向下作自由落体运动。

静长为 L 、质量为 M 、线密度为 η 的弹簧, 上端固定下端自由, 自然下垂, 坐标为 x 的质元段的位移为

$$u(x) = \frac{\eta}{k} x \left(1 - \frac{x}{2L}\right) \quad (1.50.1)$$

故坐标为 x 的质元段, 现在的位置在以下坐标处:

$$x + u(x) = x + \frac{\eta}{k} x \left(1 - \frac{x}{2L}\right) \quad (1.50.2)$$

弹簧上段由伸长状态经历收缩下落的过程, 可被看作是变质量运动过程。注意到, 由于弹簧具有预收缩力, 弹簧质元由静止加入运动弹簧段后便不再分开。亦可把这种情形看成弹簧阻尼内耗较大, 弹簧收缩后其弹性势能完全消失, 如同经历了一次完全非弹性碰撞一样。弹簧下落的动能仅来源于重力势能的转化。

1. 按变质量问题求解

设弹簧总质量为 $M = \eta L$, 最上端固定弹簧的力突然消失的时刻为 $t=0$, 在 $t=t$ 时刻弹簧上端已收缩的弹簧段的长度为 x_0 , 已收缩的弹簧段的质量则为 $m = \eta x_0$, 下落速度为 v 。在 dt 时间间隔收缩进来的弹簧元段的质量为 dm , 初速度为零; 在 dt 时间内两者受力情况为: 两者受到的重力分别为 mg 和 $dm g$, 其他外力还有 dm 下方弹簧段对它的拉力 $(M - m)g$ 。在 dt 时间过后, dm 加入 m 后一同以速度 $v + dv$ 下落, 内力则包括 dm 和 m 相互之间的拉力, 在研究碰撞问题时内力的冲量相互抵消, 所以不用考虑。在 dt 时间应用动量定理, 有

$$(m+dm)(v+dv) - (mv+0dm) = mgdt + dm g dt + (M-m)gdt$$

略去高阶小量, 可得

$$mdv + vdm = d(mv) = Mg dt \quad (1.50.3)$$

该式表明, 整个弹簧所受重力的冲量等于弹簧运动部分的动量变化, 此结果与由质心定理得到的结果一致。由于已假定弹性能在完全非弹性碰撞过程中全部消耗掉(变质量问题), 故可由重力势能的变化解出弹簧收缩下落的运动规律来。对式(1.50.3)积分, 由初始条件 $t=0$ 时, $mv=0$, 即得

$$mv = Mgt \quad (1.50.4)$$

现在需要找出 m 和 v 的关系来, 不涉及弹性能。弹簧段 $[0, x_0]$ 在重力场中伸展后的质心位置可由式(1.50.2)求出。设自由状态时的弹簧段为 $[0, x_0]$, 其下垂伸展后的质心位置在

$$Z(x_0) = \frac{1}{\eta x_0} \int_0^{x_0} \left[x + \frac{\eta g L}{kL} x \left(1 - \frac{x}{2L} \right) \right] \eta dx = x_0 \left[\frac{1}{2} + \frac{\eta g L}{2kL} \left(1 - \frac{x_0}{3L} \right) \right] \quad (1.50.5)$$

按此式可由下面的一些特例检验其合理性:

$$Z(0) = 0, \quad Z(L) = \frac{1}{2}L + \frac{\eta g L^2}{2kL} - \frac{\eta g L^3}{6kL^2} = \frac{1}{2}L + \frac{\eta g L^2}{3kL} = \frac{1}{2}L + \frac{\eta g L}{3k}$$

故弹簧段 $[0, x_0]$ 由伸长状态收缩到自然状态, 则其质心由 $Z(x_0)$ 下降至该弹簧段收缩后的质心位置 $x_0 + \frac{\eta g L}{kL} x_0 \left(1 - \frac{x_0}{2L} \right) - \frac{1}{2}x_0 = \frac{\eta g L}{kL} x_0 \left(1 - \frac{x_0}{2L} \right) + \frac{1}{2}x_0$, 质心下降高度为

$$h = \left[\frac{\eta g L}{kL} x_0 \left(1 - \frac{x_0}{2L} \right) + \frac{1}{2}x_0 \right] - Z(x_0) = \frac{\eta g L}{2kL} x_0 \left(1 - \frac{2x_0}{3L} \right)$$

重力势能化为动能, 式(1.50.4)中的 v 即表示这段弹簧总体(质心)的速度, 由能量关系

$$\frac{1}{2}x_0 \eta v^2 = x_0 \eta g h$$

可得

$$v(x_0) = \sqrt{2gh} = \sqrt{\frac{\eta g^2 x_0}{k} \left(1 - \frac{2x_0}{3L} \right)} \quad (1.50.6)$$

易得 $v(L) = g \sqrt{\frac{\eta L}{3k}}$, 就是全部弹簧收缩后自由落体的初速度。由式(1.50.4) $mv = Mgt$,

故

$$mv = x_0 \eta v(x_0) = x_0 \eta \sqrt{\frac{\eta g^2 x_0}{k} \left(1 - \frac{2x_0}{3L} \right)} = Mgt = L \eta g t$$

所以

$$t(x_0) = \frac{x_0}{L} \sqrt{\frac{\eta x_0}{k} \left(1 - \frac{2x_0}{3L} \right)} \quad (1.50.7)$$

这就是弹簧收缩下落的运动规律。由上式, 将 $x_0 = L$ 代入就得到整个弹簧完全收缩所需要的时间。

$$\begin{aligned} t(x_0 = L) &= \frac{x_0}{L} \sqrt{\frac{\eta x_0}{k} \left(1 - \frac{2x_0}{3L} \right)} \\ &= \sqrt{\frac{\eta L}{3k}} = \sqrt{\frac{M}{3k}} \end{aligned} \quad (1.50.8)$$

以上解法是一种唯象的方法,优点是形象直观,便于理解;但加入簧圈收缩过程为完全非弹性碰撞的假设是否合理,有待于进一步的实验验证和分析。

2. 在质心系中进行分析

手持弹簧,上端固定,使自然下垂。一旦松手,弹簧的质心为自由落体。于是在质心系中,重力和惯性力抵消,弹簧即由非均匀拉伸状态自由收缩,如图 1.50.2 所示。左边为在惯性系中弹簧自由状态时的分布。如前面讨论,弹簧质元用其自由状态时所在位置的坐标来表示。在惯性系重力场中弹簧质元的位移分布为

$$u(x) = \frac{\eta g x}{k} \left(1 - \frac{x}{2L}\right)$$

自由状态时位于 x 的弹簧质元现在则位于 $y(x) = x + u(x) = x + \frac{\eta g x}{k} \left(1 - \frac{x}{2L}\right)$, 据此可计算出自然下垂伸展状态的弹簧的质心位于

$$x_c = \frac{L}{2} + \frac{\eta g L}{3k} \quad (1.50.9)$$

而它在自由状态时的质心位于 $x_{0c} = \frac{L}{2}$, 即重力场使它的质心下移了 $\frac{\eta g L}{3k}$ 。

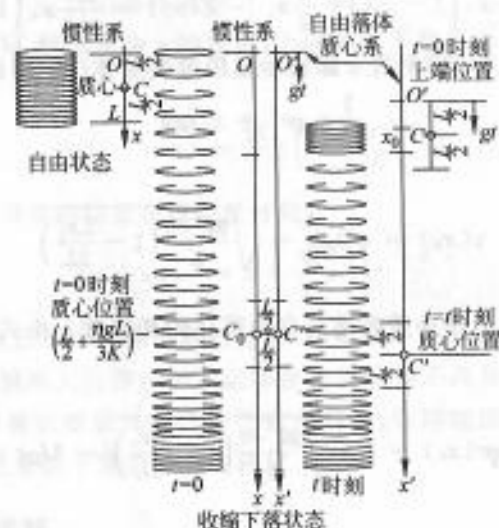


图 1.50.2

设想除了惯性系的坐标系之外,再建立与质心保持相对静止的质心系。质心系的坐标系在弹簧上端的固定力消失的时刻与惯性系的坐标系重合,之后它随质心作自由落体运动。现在就在此质心系中讨论问题。需要说明的是,在质心系中对弹簧质元的描述可仍用自由状态时所在位置的坐标来表示,由于质心系的坐标系在弹簧上端的固定力消失的时刻与惯性系的坐标系重合,因此可以方便地用原惯性系中的位移分布表示弹簧质元在质心系中的

初始位移分布。质系的原点是否取在质心系的量:

在质心系中

边界条件: 两

初始条件: 有

下面用分离变
方程两边再同除

此方程一边是时
时间函数应该为

方程的通解为

其中积分常数 A

$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0$ 得 A

相应的频率即为

$X_0(x) = 1$,

时间方程即为

初始位移分布。质心系坐标系原点则取与惯性系的坐标系重合时的原点,因为质心系坐标系的原点是否取在质心上不影响对弹簧运动规律的研究和描述。下面的符号均可被理解为质心系的量:

$$u(x,0) = \frac{\eta g x}{k} \left(1 - \frac{x}{2L}\right) \quad (1.50.10)$$

在质心系中重力和惯性力抵消,弹簧质元的动力学方程为

$$\begin{aligned} \eta dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= kL \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx - 2\beta \eta dx \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{kL}{\eta} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\beta \frac{\partial u}{\partial t} \end{aligned} \quad (1.50.11)$$

边界条件: 两端自由

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (1.50.12)$$

初始条件: 有初位移, 无初速度, 即初速度为零。质元 x 在质心系的初位移和速度为

$$u(x,0) = \frac{\eta g x}{k} \left(1 - \frac{x}{2L}\right) \quad (1.50.13)$$

$$\left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad (1.50.14)$$

下面用分离变量法求解方程(1.50.11)。令 $u(x,t) = X(x)T(t)$, 代入动力学方程(1.50.11), 方程两边再同除以 $u(x,t) = X(x)T(t)$ 得

$$\frac{kL}{\eta x} \frac{d^2 X}{dx^2} = \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{dt^2} + 2\beta \frac{dT}{T dt} = -\omega^2$$

此方程一边是时间的函数, 一边是空间坐标的函数, 它们相等, 只能等于同一个常数。由于时间函数应该为振荡函数, 故此常数必定是一个负常数, 至少为非正常数。空间方程即化为

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{\eta \omega^2}{kL} X = 0 \quad (1.50.15)$$

方程的通解为

$$X(x) = A \cos \left[\sqrt{\frac{\eta}{kL}} \omega x + B \right]$$

其中积分常数 A, B 由边界条件确定, 由式(1.50.12)中 $\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$ 得 $B=0$, 再由边界条件

$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=L} = 0$ 得 $A \sqrt{\frac{\eta}{kL}} \omega \sin \left[\sqrt{\frac{\eta}{kL}} \omega L \right] = 0$, 由于 $A \sqrt{\frac{\eta}{kL}} \neq 0$, 故 $\sin \left[\sqrt{\frac{\eta}{kL}} \omega L \right] = 0$, 从而

$$\omega \sqrt{\frac{\eta}{kL}} L = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.50.16)$$

相应的频率即为 $\omega_n = \frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{kL}{\eta}}$, $n=0, 1, 2, \dots$, 相应的解函数为 $X_n(x) = \cos \left(\frac{n\pi}{L} x \right)$, 即

$$X_0(x) = 1, \quad X_1(x) = \cos \left(\frac{\pi}{L} x \right), \quad X_2(x) = \cos \left(\frac{2\pi}{L} x \right), \quad X_3(x) = \cos \left(\frac{3\pi}{L} x \right), \dots$$

时间方程即为

$$\frac{d^2 T(t)}{dt^2} + 2\beta \frac{dT(t)}{dt} + \omega^2 T(t) = 0 \quad (1.50.17)$$

方程的初始条件可由式(1.50.13)和式(1.50.14)得出:

$$T(0) = 1 \quad (1.50.18)$$

$$\left. \frac{dT(t)}{dt} \right|_{t=0} = 0 \quad (1.50.19)$$

方程(1.50.17)的解与频率 ω 的大小有关,鉴于实验现象,可设最低频率时为临界阻尼,即

$$\omega_c = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{kL}{\eta}} = \beta \quad (1.50.20)$$

对应于 $n=0$, $T_0(t)=1$; 对应于 $n=1$, $T_1(t)=(1+\beta t)e^{-\beta t}$; 对应于 $n>1$, 均为欠阻尼状态, 令 $T(t)=e^{-\beta t}\varphi(t)$, 方程(1.50.17)化为

$$\varphi''(t) + (\omega_c^2 - \beta^2)\varphi(t) = 0 \quad (1.50.21)$$

方程(1.50.21)大家很熟悉。因此式(1.50.17)的通解为

$$T_n(t) = A_n e^{-\beta t} \cos(\sqrt{\omega_c^2 - \beta^2} t + B_n) \quad (1.50.22)$$

其中积分常数 A_n, B_n 由初始条件确定。由式(1.50.18)和式(1.50.19)可得

$$B_n = -\arctan \frac{\beta}{\sqrt{\omega_c^2 - \beta^2}}, \quad A_n = \frac{\omega_c}{\sqrt{\omega_c^2 - \beta^2}}$$

因此式(1.50.17)的解为

$$T_n(t) = \frac{\omega_c}{\sqrt{\omega_c^2 - \beta^2}} e^{-\beta t} \cos\left(\sqrt{\omega_c^2 - \beta^2} t - \arctan \frac{\beta}{\sqrt{\omega_c^2 - \beta^2}}\right) \quad (1.50.23)$$

式(1.50.11)的基本解为

$$u_n(x, t) = X_n(x) T_n(t) = \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \frac{\omega_n}{\sqrt{\omega_c^2 - \beta^2}} e^{-\beta t} \cos\left(\sqrt{\omega_c^2 - \beta^2} t - \arctan \frac{\beta}{\sqrt{\omega_c^2 - \beta^2}}\right) \quad (1.50.24)$$

式(1.50.11)满足初始条件方程(1.50.13)、方程(1.50.14)的解就是这些基本解的线性叠加,即

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n u_n(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n X_n(x) T_n(t) \\ &= A_0 + A_1 (1 + \beta t) e^{-\beta t} \cos \frac{\pi x}{L} \\ &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\omega_n}{\sqrt{\omega_c^2 - \beta^2}} e^{-\beta t} \cos\left(\sqrt{\omega_c^2 - \beta^2} t + \arctan \frac{\beta}{\sqrt{\omega_c^2 - \beta^2}}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \end{aligned} \quad (1.50.25)$$

若叠加系数 A_n 全部得到了,问题就全部解决了。可以把式(1.50.25)代入初始条件方程(1.50.13)、方程(1.50.14),就可以得到这些叠加系数。

$$u(x, 0) = \sum A_n u_n(x, 0) = \sum A_n X_n(x) T_n(0) = \sum A_n X_n(x) = \frac{\eta}{k} x \left(1 - \frac{x}{2L}\right)$$

上面方程两边同乘以 $X_n(x) = \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$ 并在区间 $[0, L]$ 积分,利用三角函数的正交性,可求出 A_n ,计算得

$$A_0 = \frac{\eta g L}{3k}, \quad A_1 = -\frac{2\eta g}{k} \frac{L}{\pi^2}, \quad A_n = -\frac{2\eta g L}{k n^2 \pi^2}$$

所以, 方程(1.50.11)的基本解

$$u_n(x, t) = X_n(x) T_n(t), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

满足初值及边界条件的方程的解为

$$u(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n u_n(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n X_n(x) T_n(t) = \frac{\eta g L}{3k} - \frac{2\eta g}{k} \frac{L}{\pi^2} (1 + \beta t) e^{-\beta t} \cos \frac{\pi x}{L} - \frac{2\eta g L}{k \pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_n}{n^2 \sqrt{\omega_n^2 - \beta^2}} e^{-\beta t} \cos \left(\sqrt{\omega_n^2 - \beta^2} t + \arctan \frac{\beta}{\sqrt{\omega_n^2 - \beta^2}} \right) \cos \left(\frac{n\pi x}{L} \right) \quad (1.50.26)$$

这就是关于弹簧收缩下落过程精确的解析解, 从中我们看到, 弹簧总体位移即为质心下移 $\frac{\eta g L}{3k}$, 这应该是在意料之中的。关于收缩过程的时间, 应该从式(1.50.26)中第一个振荡项由最大值减小到极小值的时间来寻求, 因为除了临界阻尼项它包含的能量最多。第一个振荡项幅值中的含时间因子为

$$T_1(t) = e^{-\beta t} \cos \left(\sqrt{\omega_1^2 - \beta^2} t + \arctan \frac{\beta}{\sqrt{\omega_1^2 - \beta^2}} \right) = e^{-\beta t} \cos \left[\sqrt{\omega_1^2 - \beta^2} t + \varphi(\beta) \right]$$

对它时间求导并令导数为零, 求出相应的时间 t 即可表示完全收缩过程的时间:

$$\frac{dT_1(t)}{dt} = -\beta e^{-\beta t} \cos \left[\sqrt{\omega_1^2 - \beta^2} t + \varphi(\beta) \right] + e^{-\beta t} \sqrt{\omega_1^2 - \beta^2} \sin \left[\sqrt{\omega_1^2 - \beta^2} t + \varphi(\beta) \right] = 0$$

即 $\tan \left[\sqrt{\omega_1^2 - \beta^2} t + \varphi(\beta) \right] = \frac{\beta}{\sqrt{\omega_1^2 - \beta^2}}$, 从而得 $\sqrt{\omega_1^2 - \beta^2} t = \pi$ 。由此, 由式(1.50.16)可得

$$t = \frac{\pi}{\sqrt{\omega_1^2 - \beta^2}} = \frac{\pi}{\sqrt{3}\omega_1} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{kL}{\eta}} = \frac{L}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{\eta}{kL}} = \sqrt{\frac{L^2}{3k}} = \sqrt{\frac{M}{3k}}$$

与式(1.50.8)结果一致。

在质心系中进行分析的方法是比较精密和严格的方法。但其中最低次振动项为临界阻尼项也是一个人为的假设。它的优点是精密和严格, 但缺点是不够直观, 不能由解析解式(1.50.26)直观地得到非均匀伸展的弹簧由上而下的逐渐收缩下落的物理图像。但对弹簧完全收缩所需时间的计算两种方法所得结果的一致, 说明关于弹簧弹性有较大的内耗的假设基本上是正确的。

实验步骤

1. 保持弹簧上端令弹簧自然下垂, 在弹簧下垂且静止时松手, 大家观测弹簧的自由落体运动, 特别要注意弹簧下端的运动。

2. 先让大家预言: 一定长度 L 的弹簧, 在重力场中, 上端固定下端自由伸长时, 上端突然消失时的运动。

3. 观察实验现象, 并与步骤 1 中预言相比较看预言和实验现象是否一致。