1. 0-Indegee Toposort: Ambiguity

11A1

本节证明了,有向无环图必然可以拓扑排序,但可能存在多个排序。

- a) 拓扑排序的不唯一性, 具体由什么因素决定?
- b) 什么样的有向无环图, 拓扑排序是唯一的?

2. 0-Outdegree Toposort: Edge Classification

11A2

基于DFS的拓扑排序算法,同样会试图将图中的边划分为四类。对拓扑排序而言,这四类边各有什么含义?

3. 0-Outdegree Toposort: Recursion vs. Iteration

11A2

本节基于DFS实现的拓扑排序算法是递归式的,试将其改写为等效的迭代版。

4. BCC: Criteria

11B1

本节针对DFS树的叶节点、根节点和内部节点,分别给出了关节点的判定准则,试逐条确认这些准则。

5. BCC: Algorithm

11B2

本节所列算法,使用一个全局有效的栈来顺次记录访问的顶点。

- a) 试证明:每当检出一个BCC时,除了其对应的起点v外,其余顶点都集中存放在栈顶;
- b) 试在讲义所列的实例中指认,即便新检出BCC中的其余顶点均已弹出,v确实仍可能不是栈顶;
- c) 上述现象在什么条件下会发生?

6. PFS: BFS & DFS

11C

从理论上讲,本节引入的PFS覆盖了所有的图搜索算法,包括此前的BFS和DFS。也就是说,只要适当地定义顶点的优先级,并实现对应的优先级更新器,便可通过统一的PFS框架来模拟BFS和DFS。

- a) 在BFS和DFS的过程中,图中各顶点的优先级是按什么规则不断更新,直至确定的?
- b) 试将你所归纳出来的更新规则,描述并实现为对应的优先级更新器BfsPU()和DfsPU();
- c) 阅读示例代码中这两个优先级更新器的实现,与你的实现做一对照。

7. Dijkstra

11D

如果带权图中包含负权边,而且存在总权重为负的环路,则不难理解,最短路径将无法定义,更遑论计算。

- a) 试说明,尽管含有负权边,但只要没有负权环路,Dijkstra在经过适当调整后,依然可以构造出SPT;
- b) 这种调整会否导致时间复杂度增加? 最坏情况下复杂度会高达多少?
- c) 针对这类情况, 你有什么进一步改进的办法?

8. Prim

11E

讲义中指出,鉴于可能存在等权的跨边,常规的证明方法并不能成立(尽管结论正确)。

- a) 试阅读《习题解析》中对应的习题,了解严格的证明方法。
- b) 试阅读《习题解析》中对应的习题,了解合称数、扰动等消除上述歧义的技巧。

9. Dijkstra vs. Prim

11[D+E]

这两节将Dijkstra算法与Prim算法纳入了PFS的框架,并基于该框架简明地加以实现。然而,毕竟这是两个不同的问题。比如正如讲义中提到的,Prim算法对各边的权重范围没有限制,即便含有负权边也依然可以明确地定义最优解,算法也不必做任何调整;反之,Dijkstra算法则需对边权有所限制。

试从Priority Updater的角度对二者做一对比,并解释上述差异。

10. Kruskal 11F1

试证明,被Kruskal算法保留的边,都是应该被选用的;反之,被扔弃的边,都是不应选用的。

11. Kruskal 11F1

12. Union-Find 11F2

查阅相关资料,详细了解并查集的以下优化方法:

- a) 在union(x,y)操作时,依照x与y的size确定合并的方向;
- b) 在union(x,y)操作时,依照x与y的height确定合并的方向;
- c) 每次完成find(x)操作的同时,将x在沿途经过的祖先都"折叠"起来,直接作为根的孩子。