33. $\overset{4+0}{1} + \overset{3+1}{4} + \overset{2+2}{\frac{1}{2}6} + \overset{2+1+1}{6} + 1 = 15$

35.

自反
$\exists \langle \langle x,y \rangle, \langle x,y \rangle \rangle \in R$
$\Leftrightarrow xy = y \cdot x$
　(恒成立)
$\checkmark$

对称
$\langle \langle x,y \rangle, \langle u,v \rangle \rangle \in R$
$\Leftrightarrow xv = yu$
$\Leftrightarrow uy = vx$
$\Leftrightarrow \langle \langle u,v \rangle, \langle x,y \rangle \rangle \in R$
$\checkmark$

传递
$\langle \langle x,y \rangle, \langle u,v \rangle \rangle \in R \wedge \langle \langle u,v \rangle, \langle a,b \rangle \rangle \in R$
$\Leftrightarrow xv = yu \wedge ub = va$
$\Rightarrow xv \cdot ub = va \cdot yu$
　$(u \cdot v > 0)$
$\Rightarrow xb = ya$
$\Rightarrow \langle \langle x,y \rangle, \langle a,b \rangle \rangle \in R$
$\checkmark$

36.

(1) $A = \{1, 2\}$

$A \times A = \{\langle 1,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle\}$

$R_1 = \{\langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle\}$

$\Rightarrow A \times A - R_1 = \{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle\}$

(2) ~~是~~

(3) $R_1 = \{1,2\} \times \{1,2\}$

$R_2 = \{\langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle\}$

(4) $R_1 = \{1,2,3\} \times \{1,2,3\}$ 　　 $R_2 = \{1,2\} \times \{1,2\} \cup \{\langle 3,3 \rangle\}$

37. 自反：$I_A \subseteq S$ $\vee$

对称：$R \cup R^{\top} \subseteq S$

$\Rightarrow \forall \langle x,y \rangle \in \underset{\cap}{R}, \langle y,x \rangle \in \underset{\cap}{R^{\top}}$
　　　　　　　S　　　　　　　S

$\Rightarrow \langle x,y \rangle \in S \wedge \langle y,x \rangle \in S$

38.

$C_R(A) = \{\{x_1, x_2, x_3\}, \{x_1, x_3, x_6\}, \{x_3, x_5, x_6\}, \{x_3, x_{10}, x_5\}\}$

39.

(1)

(2)
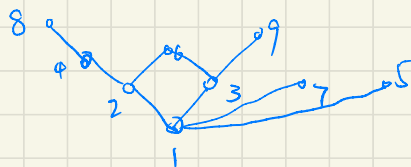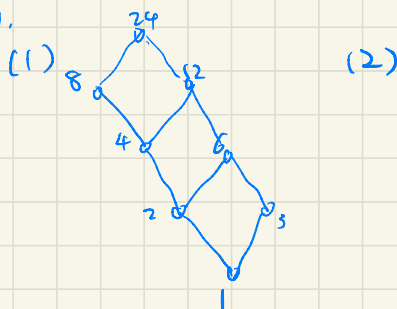
44.

自反: $\langle a, b\rangle \in A \times B \Rightarrow aR_1a \wedge bR_2b \Longleftrightarrow \langle a,b\rangle R\langle a,b\rangle$

反对称: $\langle a_1, b_1\rangle R\langle a_2, b_2\rangle \wedge \langle a_2, b_2\rangle R\langle a_1, b_1\rangle$

$\quad\quad \Longleftrightarrow a_1R_1a_2 \wedge b_1R_2b_2 \wedge a_2R_1a_1 \wedge b_2R_2b_1$

$\quad\quad \Rightarrow a_1 = a_2 \wedge b_1 = b_2 \Longleftrightarrow \langle a_1, b_1\rangle = \langle a_2, b_2\rangle$

传递: $\langle a_1, b_1\rangle R\langle a_2, b_2\rangle \wedge \langle a_2, b_2\rangle R\langle a_3, b_3\rangle$

$\quad\quad \Longleftrightarrow a_1R_1a_2 \wedge b_1R_2b_2 \wedge a_2R_1a_3 \wedge b_2R_2b_3$

$\quad\quad \Rightarrow a_1R_1a_3 \wedge b_1R_2b_3$

$\quad\quad \Longleftrightarrow \langle a_1, b_1\rangle R\langle a_3, b_3\rangle$

46.

(1) 不是偏序, 不是全序

$\langle P, Q\rangle R\langle X, Y\rangle \wedge \langle X, Y\rangle R\langle P, Q\rangle$

$\Longleftrightarrow (P\oplus Q) \subseteq (X\oplus Y) \wedge (X\oplus Y) \subseteq (P\oplus Q)$

$\Longleftrightarrow P\oplus Q = X\oplus Y \not\Rightarrow (P=X) \wedge (Q=Y)$

(2) 是偏序, 不是全序

自反: $\langle P, Q\rangle R\langle P, Q\rangle \Longleftrightarrow P\subseteq P \wedge Q\subseteq Q$

反对称: $\langle P, Q\rangle R\langle X, Y\rangle \wedge \langle X, Y\rangle R\langle P, Q\rangle$

$\quad\quad \Longleftrightarrow P\subseteq X \wedge Q\subseteq Y \wedge X\subseteq P \wedge Y\subseteq Q$

$\quad\quad \Longleftrightarrow P=X \wedge Q=Y \Longleftrightarrow \langle P, Q\rangle = \langle X, Y\rangle$

传递: $\langle P, Q\rangle R\langle X, Y\rangle \wedge \langle X, Y\rangle R\langle A, B\rangle$

$\quad\quad \Longleftrightarrow P\subseteq X \wedge X\subseteq A \wedge Q\subseteq Y \wedge Y\subseteq B$

$\quad\quad \Rightarrow P\subseteq A \wedge Q\subseteq B \Longleftrightarrow \langle P, Q\rangle R\langle A, B\rangle$

若 $A \not\subseteq B$

则 $\langle A, B\rangle R\langle B, A\rangle$ 不存在

48.

(1) $\{Z, \leq\}$ (子集 $\{x | x \in Z \land x < 114514\}$ 无最小元)

(2) $\{Z, R\}$. 其中 R 为整除关系 (子集 $\{2,5\}$ 无最大元)

(3) $\{Z, R\}$. 其中 R 为整除关系 (子集 $\{2,5\}$ 无最大元, 有下确界 1)

(4) $\{R\setminus\{0\}, \leq\}$ (子集 $\{x | x \in R \land x < 0\}$ 有上界 $\forall a > 0$, 但无上确界)