

1. Computational Tools**01A1**

- a) 在01A1节中我们重温了欧几里得的“尺规计算机”及对应的“算法”，你还能想到哪些计算及对应的工具？
- b) 其中对应的算法都是以什么形式描述的？与C++语言有何相似与不同之处？

2. Finiteness**01A2**

01A2告诉我们**程序未必就是算法**，比如，我们时常遇到的“死循环”就不满足**有穷性**。

- a) 回顾你的编程经历，还记得自己写过的这类程序吗？
- b) 为尽可能避免这类问题，编程及调试过程中你有什么经验？
- c) 能否设计一个算法，来**自动检测**任何程序中是否存在死循环，从而**彻底根除**？

3. Failstone**01A2**

01A2节介绍的Hailstone序列，至今仍不能证明，对任何自然数 n 都是长度有限的。现考查如下函数：

$$failstone(p, q) = \begin{cases} 1 & (p = q) \\ 1 + failstone(p - q, p) & (p > q) \\ 1 + failstone(2p, q) & (p < q \text{ and } q \text{ is odd}) \\ 1 + failstone(p, q/2) & (p < q \text{ and } q \text{ is even}) \end{cases}$$

- a) 试编写一个程序，对任何自然数 p 和 q ，计算出 $failstone(p, q)$ （假定字宽足够，不致溢出）；
- b) 是否对任何 p 和 q ，都有 $failstone(p, q) < \infty$ ？换言之，你的程序能否称作算法？

4. Geometric Distribution**01A2**

- a) 在01A2节中我们介绍了“几何分布”，你还见过哪些随机过程也符合这种分布？
- b) 一般地，当其中单次尝试成功的概率 $p \neq 1/2$ 时，期望的尝试次数应该是多少？试给出一般性公式并记住。

5. Algorithm Performance**01B1**

本节我们以“最小三角形面积”问题为例说明了，即便对于规模接近甚至完全相同的问题实例，有些算法的性能也会差异极大。现在再考查“整数素因子分解”问题的蛮力算法：对任何待分解的整数 n ，依次用2、3、5、7、11、...做整除测试；每当发现一个素因子 d ，便输出 d ，同时将 n 替换为 n/d ；直到 n 等于1。

- a) 当 n 大致为 10^{100} 时，该算法最坏情况下需要做多少次整除测试？
- b) 最好情况呢？

6. Turing Machine**01B2**

- a) 对照01B2节讲义及对应的演示，了解图灵机的结构组成及工作过程；
- b) 阅读increase()算法，掌握其原理；
- c) 尝试编写一个decrease()算法，实现对二进制数字串（至少2位）的**递减**。

7. RAM**01B3**

- a) 对照01B3节讲义及对应的演示，了解RAM模型的结构组成及工作过程；
- b) 阅读ceiling()算法，掌握其原理；
- c) 实现multiply()算法，实现整数**乘法**，并估计其时间复杂度；
- d) 尝试编写一个floor()算法，实现**向下取整**的除法，并估计其时间复杂度；
- e) 图灵机与RAM之间有哪些区别？

f) 从编程语言的角度看, RAM与C++有哪些区别?

8. Small-o 01C1

01C1节介绍过“大 \mathcal{O} ”和“大 Ω ”记号, 请查阅资料自学了解“小 \mathcal{O} ”和“小 ω ”记号的含义及作用。

9. Fundamental Calculations 01C2

讲义上指出, 我们将RAM中所有基本操作的时间成本都视作 $\mathcal{O}(1)$, 比如加法、减法。那么, 乘法、除法呢?

10. Polynomial Logarithm 01C2

复杂度函数如果满足 $T(n) = \mathcal{O}(f(n))$, 是否必有 $\log(T(n)) = \mathcal{O}(\log(f(n)))$? 反过来呢?

11. Exponential Complexity 01C3

01C3节通过2-Subset这个问题来说明, **指数复杂度**的问题及算法普遍存在。你还能再举出哪些这类例子?

12. Master Theorem 01C3

01E2节介绍了“大师定理”的使用方法, 你能证明这个定理吗?

13. Fractional Series 01D1

级数之于计算复杂度, 无非是用来估计计算的**成本**, 比如运行时间。具体来说, 这类成本在RAM等计算模型中, 都统一度量为基础操作的**次数**。你应该注意到, 我们温习的级数中不少都是**分数**形式 (比如调和级数), 它们对于度量本身为**整数**的操作次数有什么作用呢?

14. Harmonic Series 01D1

温习此前在微积分课堂学习的**调和级数**, 确认 $\sum_{k=1}^n 1/k = \mathcal{O}(\log n)$ 。

15. Stirling Approximation 01D1

温习此前在微积分课堂学习的Stirling近似, 确认 $\log(n!) = \mathcal{O}(n \log n)$ 。

16. Iteration 01D2

《习题解析》1-32例举了多种典型的迭代、调用模式, 试独立地估计它们的渐近复杂度, 并与答案对照。

17. Back-Of-Envelope 01D3

32位、64位最大的无符号整数, 表示为10进制是多少位?

18. Back-Of-Envelope 01D3

- 查阅[PA-book](#), 了解并熟悉实验平台OJ的硬件配置及编译选项;
- 在你开始着手做每一道PA题之前, 参照所设定的时限估计出可行算法的时间复杂度**上界**。

19. Storage Cost Of Recursive Algorithms 01E1 + 01E2

01E1、01E2节分别基于**减治**、**分治**的策略, 给出了两种递归的sum()算法, 并分析了时间复杂度。

所谓**空间复杂度**, 是指除去**输入数据**本身后, 计算过程所需的**空间量**。

- 上述算法的空间复杂度分别是多少?
- 原本朴素的迭代算法呢?
- 一般地, 递归算法的空间复杂度与哪些因素有关? 其中最主要的有哪些?
- 同一算法的时间、空间复杂度之间, 有什么联系?

20. Greatest Slice**01E3**

在01E3节，我们介绍了效率由低到高的四种总和最大区间算法。

- a) 如果不仅是算出最大总和，还需要具体地给出对应区间的（起始）位置，则应对算法作何调整？
- b) 在最大总和同时出现于多个区间的情况下，应如何约定以消除这类歧义？
- c) 针对你所做的约定，算法还需要作何调整？
- d) 调整后算法的时间、空间复杂度，相对于与原算法是否有所增加？能否保持不变？

21. Memoization**01F1**

翻出你以前编写过的一两个递归程序，试着借助**记忆化**技巧降低其复杂度。

22. Longest Common Subsequence**01F2**

01F2节采用不同策略，分别给出了几种**最长公共子序列**的算法。

- a) 如果不仅是算出LCS的长度，还需要具体地其与两个输入序列的对应关系，则应对算法作何调整？
- b) 调整后算法的时间、空间复杂度，相对于与原算法是否有所增加？能否保持不变？

23. Code Reading

- a) 下载本课程提供的示例代码包，在Visual Studio中通过dsacpp.sln打开整个解决方案；
- b) 找出本章所涉及的项目，分别编译运行，观察运行结果，并细读对应的代码。

24. Demo

- a) 下载算法演示包，并参照网络学堂公告中所介绍的方法，学会使用excel和applet类型的演示；
- b) 找到本章所涉及的演示，对照讲义经常把玩，反复推敲。