大学物理 B(1)

清华大学物理系

单选题 1分

设置

地球自转产生的惯性离心力不沿着地球半径方向，

A 重力方向不严格垂直地面

B 重力方向严格垂直地面

提交

主观题 2分

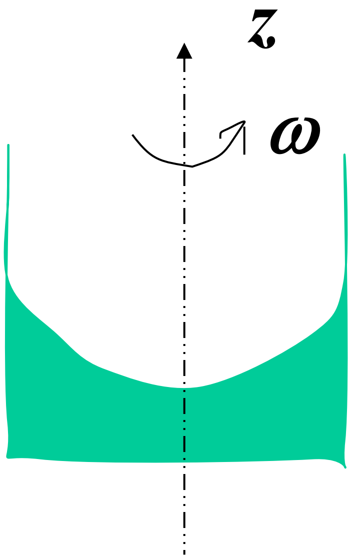
设置

空间站高约400km，所在位置的重力加速度大约0.9g。

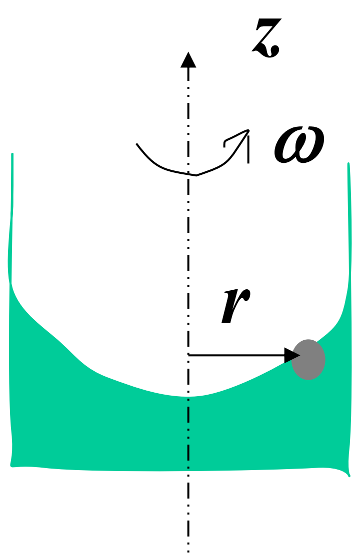
宇航员在空间站如何测量自己的体重？

作答

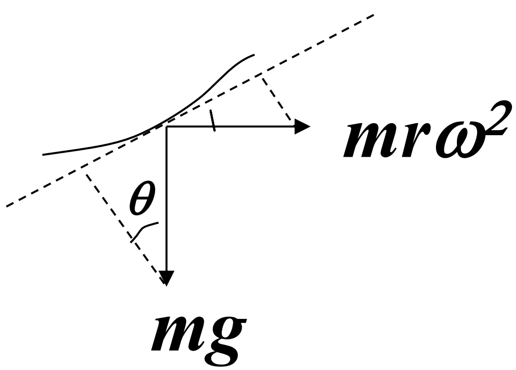
例：水桶以ω旋转，求水面形状？



例：水桶以ω旋转，求水面形状？



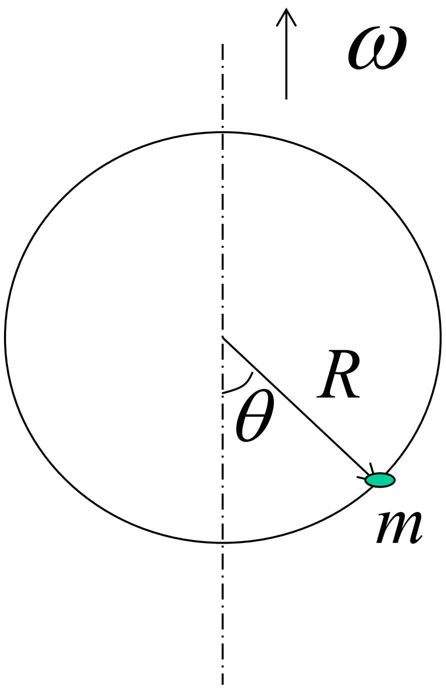
解：水面 z 轴对称，选柱坐标系。
任选水面一小质元，在切线
方向静止，在旋转参考系



$$mg\sin\theta - mr\omega^2\cos\theta = 0$$

$$\tan\theta = \frac{r\omega^2}{g} \rightarrow \quad \frac{dz}{dr} = \frac{r\omega^2}{g}$$

积分 $\displaystyle\int_{z_0}^{z} dz = \int_0^r dr\frac{r\omega^2}{g} \quad -> \quad z = z_0 + \frac{r^2\omega^2}{2g}$



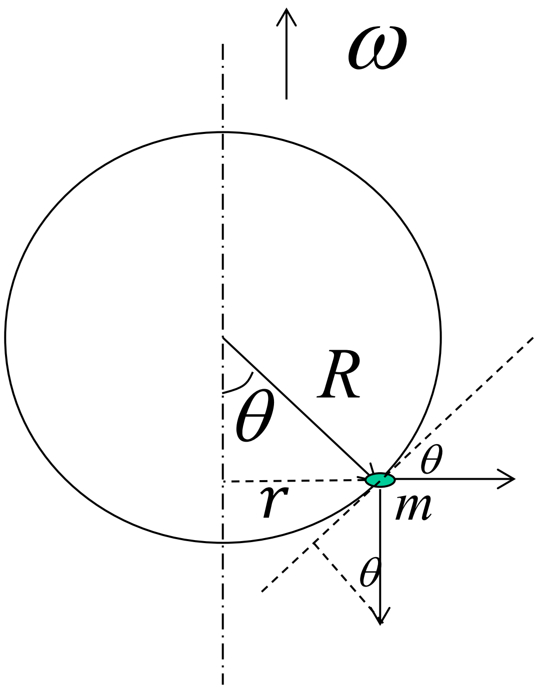
圆环绕对称轴（直径）匀速转动。圆环上套一珠子，可自由滑动。求珠子能静止在环上的位置。

A 圆环最底端

B 圆环最顶端

C $\cos\theta_0 = \frac{g}{\omega^2 R}$

提交



$$F_\theta = m\omega^2 r\cos\theta - mg\sin\theta = 0$$

$$F_\theta = m\omega^2 R\sin\theta\cos\theta - mg\sin\theta = 0$$

$$F_\theta = m\sin\theta\,(\omega^2 R\cos\theta - g) = 0$$

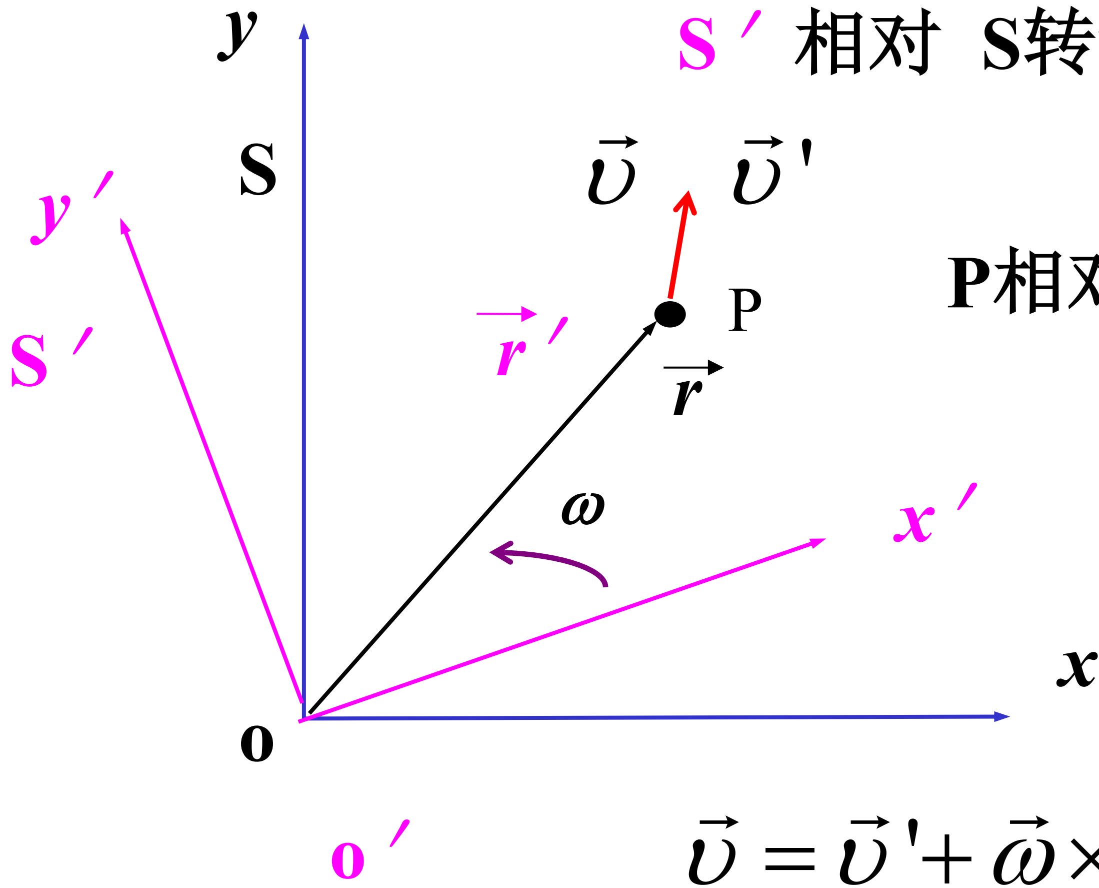
平衡点 $\sin\theta_0 = 0 \Rightarrow \theta_0 = 0,\quad \pi$

$$\cos\theta_0 = \frac{g}{\omega^2 R} \qquad \omega^2 > \frac{g}{R}$$

课后思考题: 这些平衡点是否稳定?


爱剪辑

二、科氏加速度和科氏力*



S′ 相对 S转动，角速度为 $\vec{\omega}$

常量

P相对于S′ 运动为 $\vec{\upsilon}\,'$

$$\vec{\upsilon}=\vec{\upsilon}\,'+\vec{\omega}\times\vec{r}\,'$$

$$\vec{a}=\vec{a}\,'+\underbrace{2\vec{\omega}\times\vec{\upsilon}\,'}_{\text{科里奥利加速度}}+\underbrace{\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}\,')}_{\text{向心加速度}}$$

S′ 相对 S转动，角速度为 $\vec{\omega}$ 常量

$$\vec{a} = \vec{a}' + 2\vec{\omega}\times\vec{\upsilon}' + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}')$$

结果对于三维也是正确的

S参考系

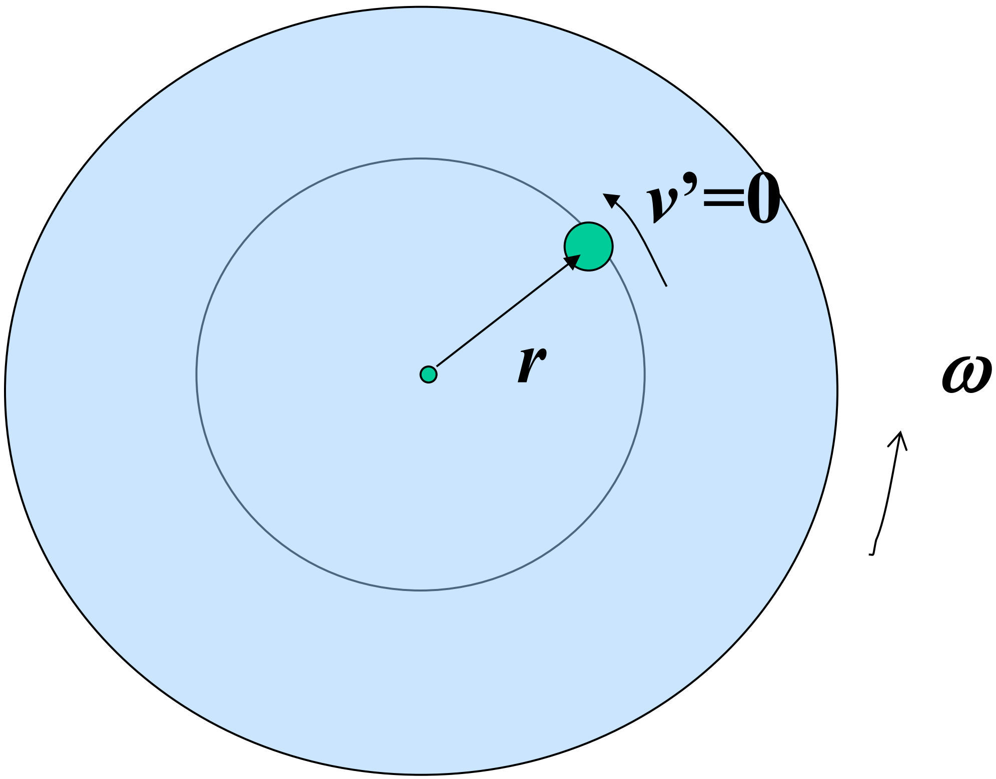
$$\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}' + 2m\vec{\omega}\times\vec{\upsilon}' + m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}')$$

S′ 系

$$\vec{F} + \underbrace{2m\boxed{\vec{\upsilon}'}\times\vec{\omega}}_{\text{科里奥利力}} \underbrace{-\, m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}')}_{\text{离心力}} = m\vec{a}'$$

$$-m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}') = m\omega^2\vec{r}$$

桌面匀角速ω转动，一质点在桌面上的同心圆环凹槽内，静止不动$\vec{v}'=0$时



S系　槽壁支持力f

方向为内法向 $\hat{n}$

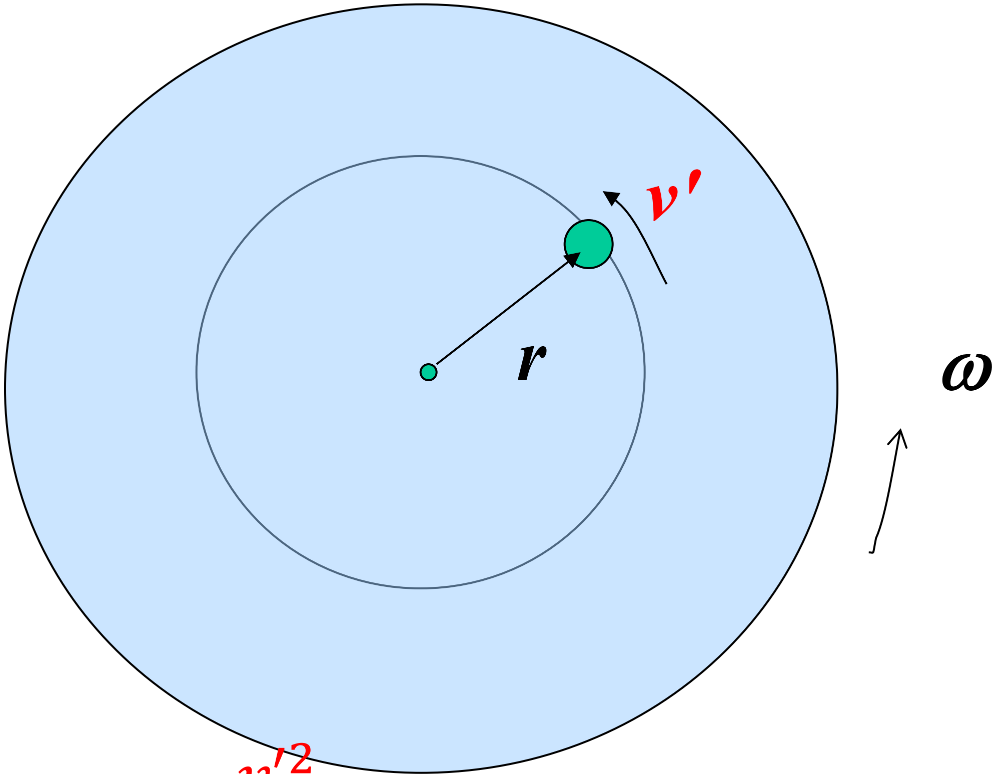
$$f=m\frac{(r\omega)^2}{r}=mr\omega^2$$

S′系　$f-mr\omega^2=0$

$$\vec{f}-m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}')=0$$

槽壁支持力+离心力 共同提供S′系加速度

桌面匀角速ω转动，
一质点在桌面上的
同心圆环凹槽内，
匀速$\vec{v}'$运动时



S系　槽壁支持力f

方向为内法向 $\hat{n}$

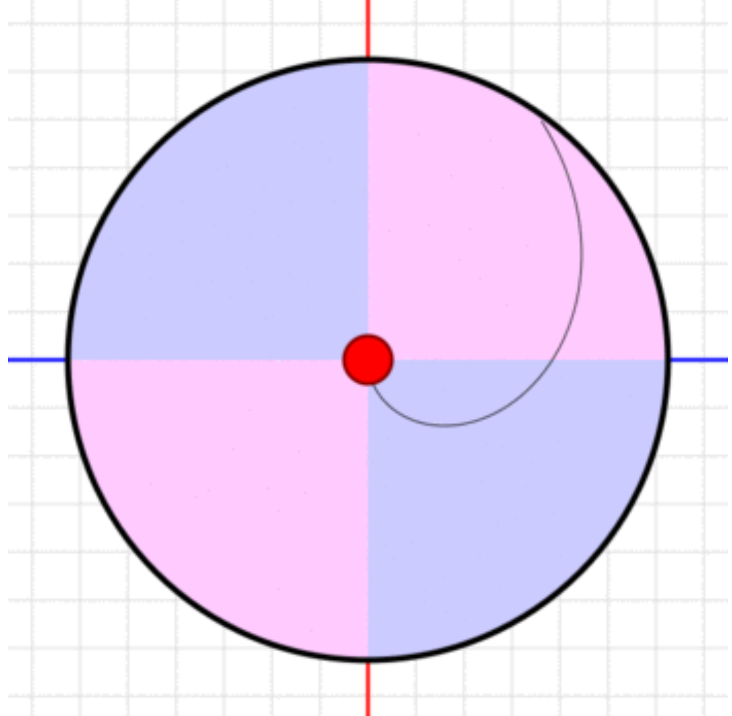
$$f = m\frac{(r\omega + v')^2}{r} = mr\omega^2 + m\frac{v'^2}{r} + 2m\omega v'$$

S′ 系　$f - mr\omega^2 - 2m\omega v' = m\frac{v'^2}{r}$

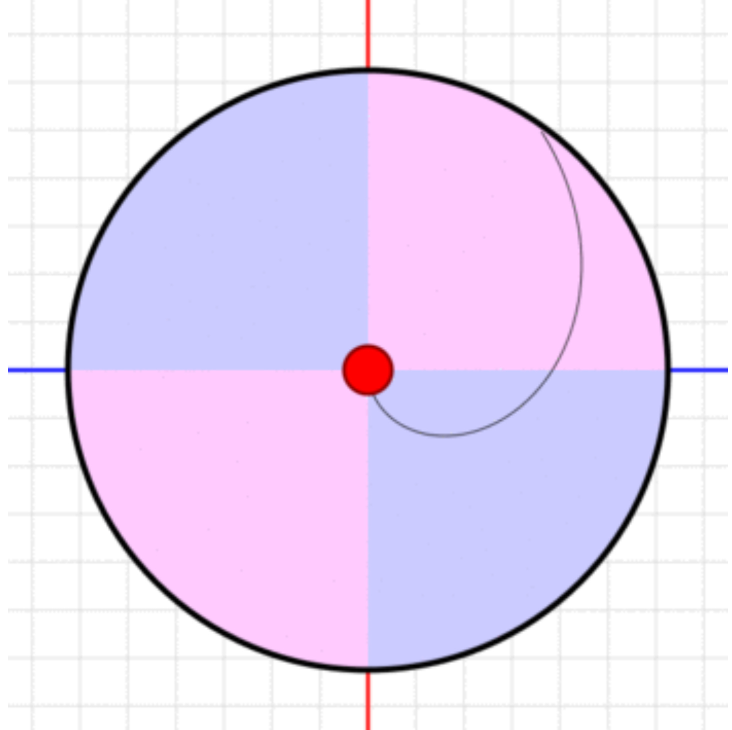
$$\vec{f} - m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}') + 2m\vec{v}'\times\vec{\omega} = m\vec{a}'$$

槽壁支持力+离心力+科氏力 共同提供S′ 系加速度

在 S 系沿径向运动， S′ 的运动轨迹？

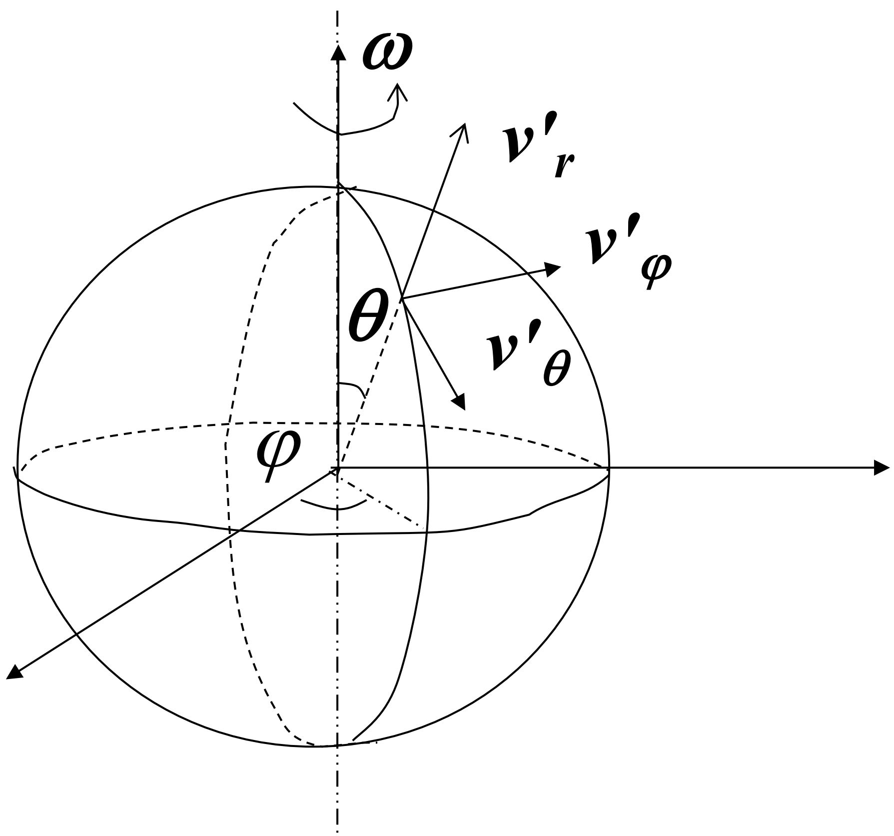


站在地面参考系内观察



站在转动的参考系内观察

推广到三维球面



$(\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\varphi})$

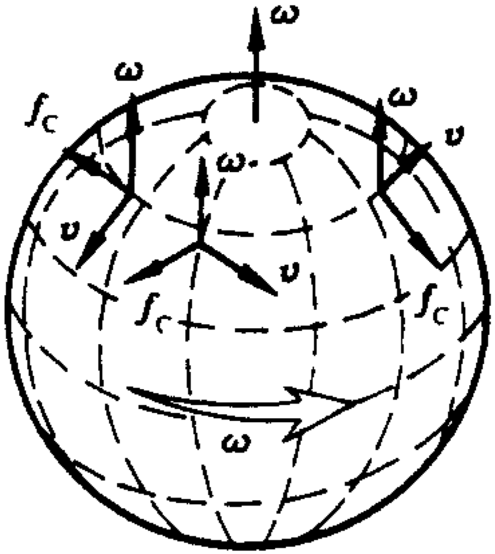
$\vec{f}_c = 2m\vec{v}'\times\vec{\omega}$

落体偏东

$\vec{f}_c = 2m(-v_r\hat{r})\times\vec{\omega}$

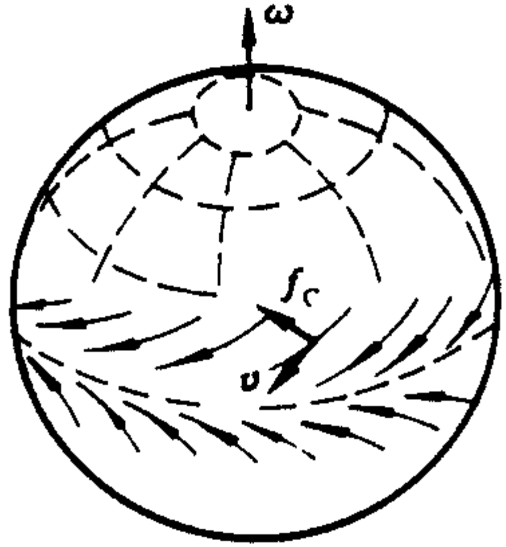
$\hat{\varphi}$

江水冲刷右岸

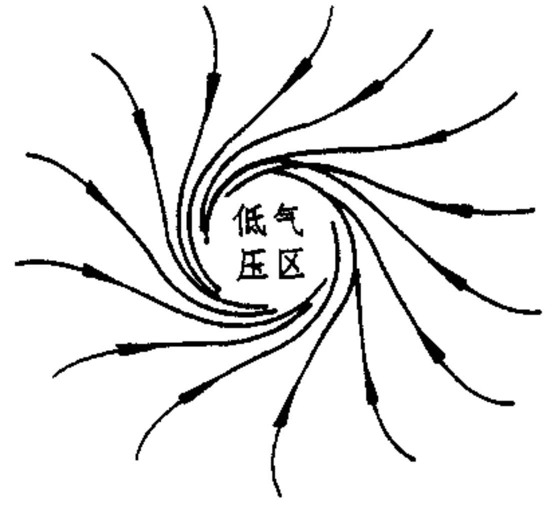


北半球上

的科里奥利力



信风的形成



旋风的形成


喷水演示科里奥利力
创作：清华大学物理演示室

单选题 1分

设置

上述视频中，实验者先让圆盘匀速转动，然后在圆盘正上方用手机拍一张照片。照片中水柱轨迹是什么形状？

A 直线

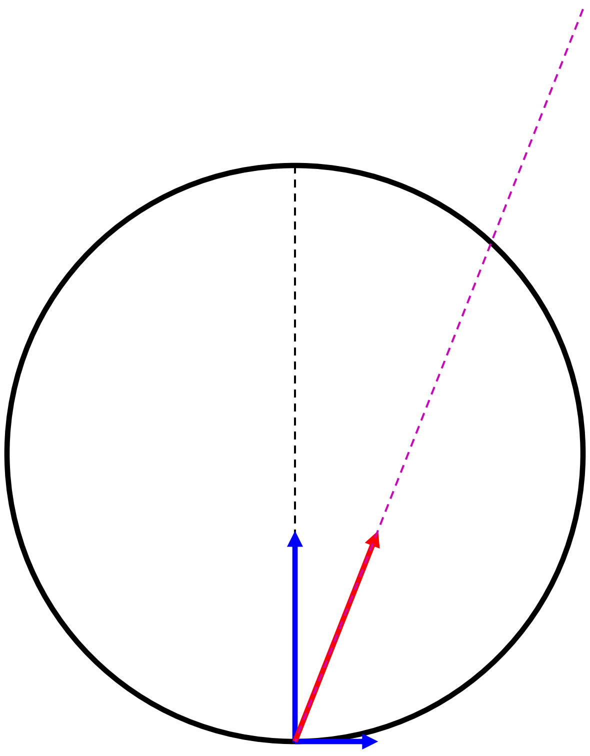
B 曲线，水滴受到科氏力后，偏转形成了照片中的曲线

C 曲线，但不能用科氏力解释

D 曲线，但此处无法判断是否与科氏力有关

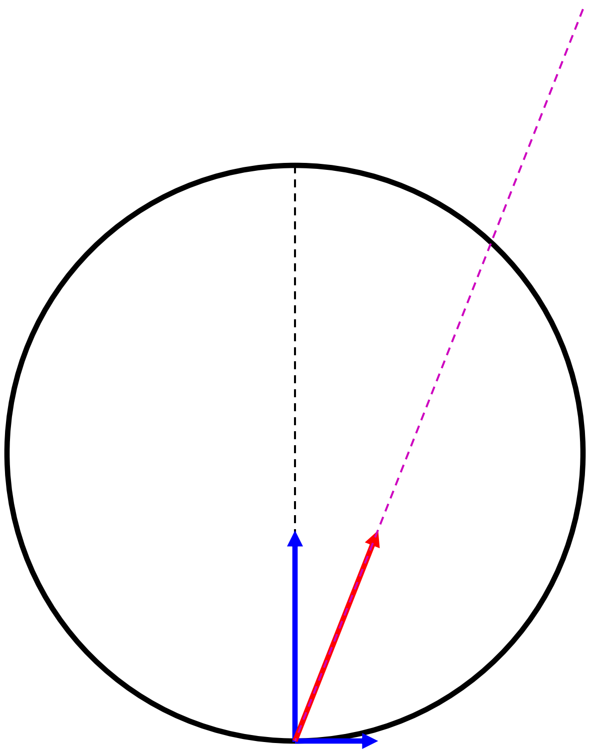
提交

在实验室系观察

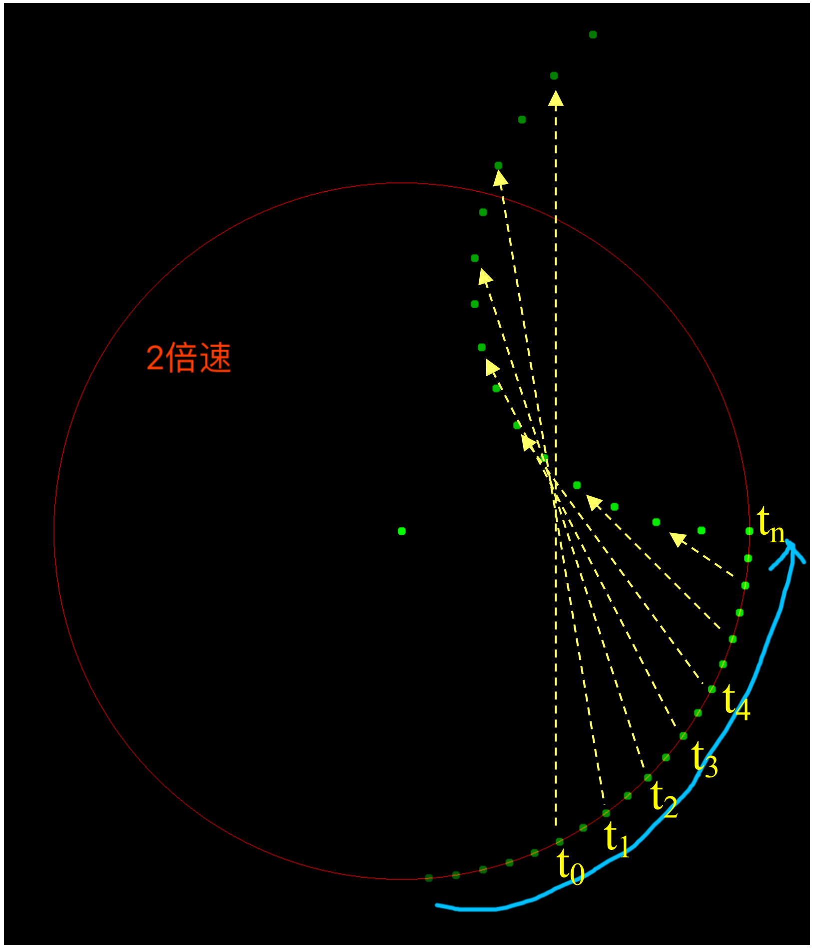


单个水滴走直线

在实验室系观察

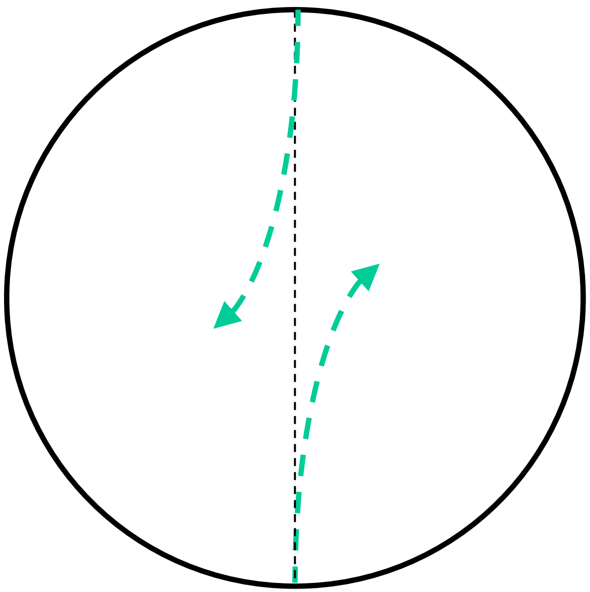


单个水滴走直线



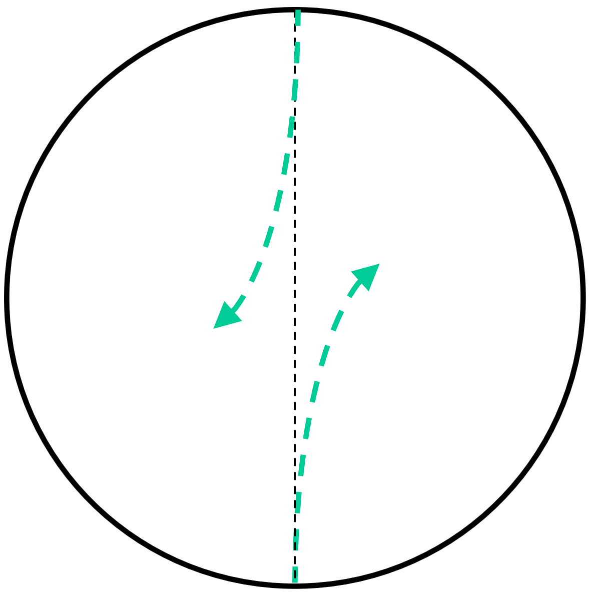
T时刻，多个水滴的位置连成曲线（地面系，喷水初始点变化，且水滴初速度方向不同）

在转动参考系观察

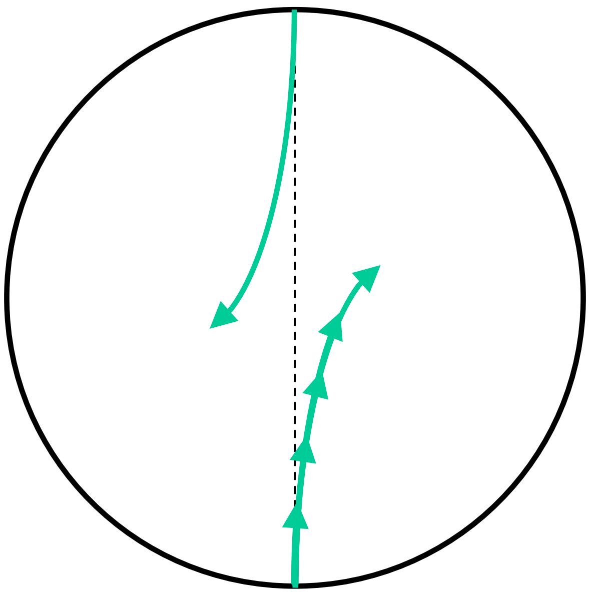


单个水滴受到科氏力偏转

在转动参考系观察

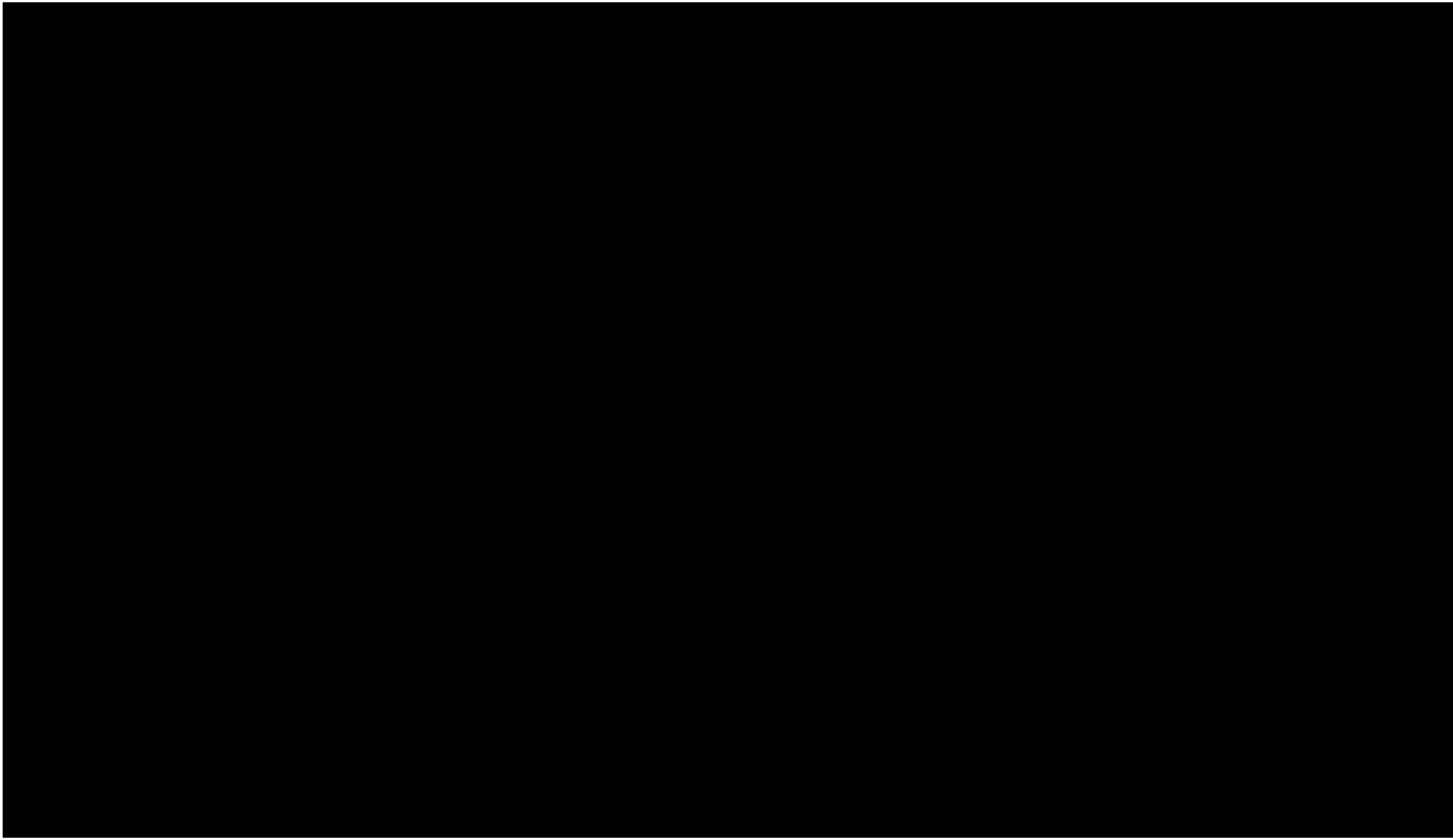


单个水滴受到科氏力偏转



多个水滴的运动模式相同。
T时刻，多个水滴的连线，
和单个水滴的轨迹重合。

如何改进喷水实验？



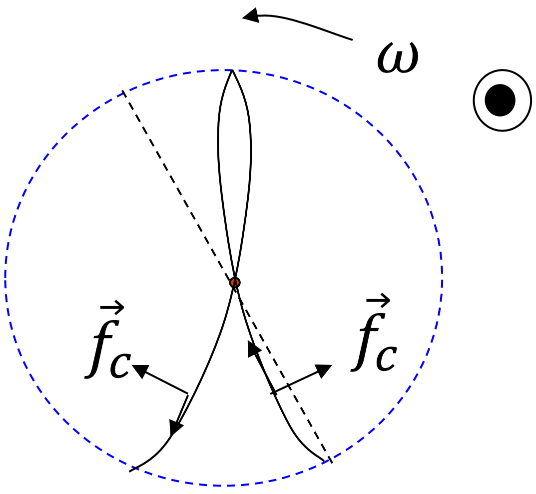
傅科擺

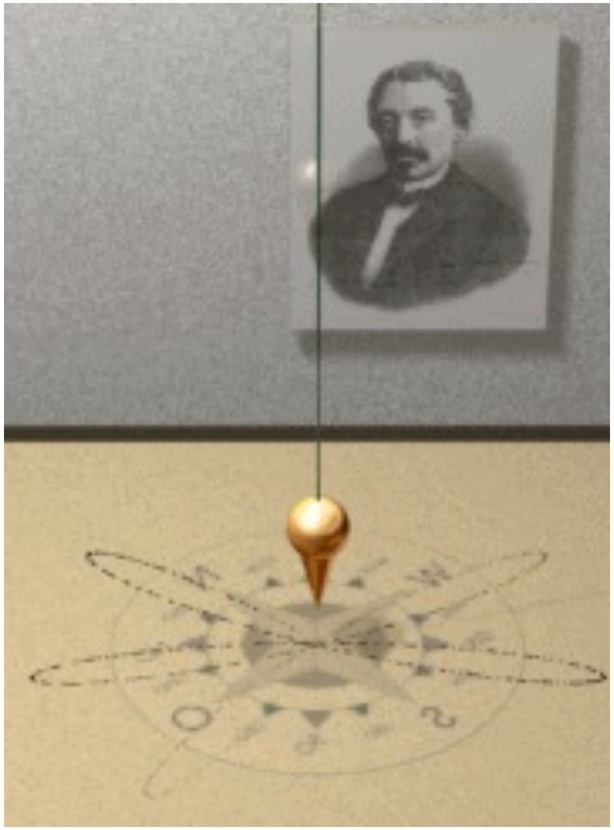

傅科摆演示
清华大学物理演示室

转盘傅科摆

地面上观察：摆面不变

转盘上观察：摆面向反方向转动

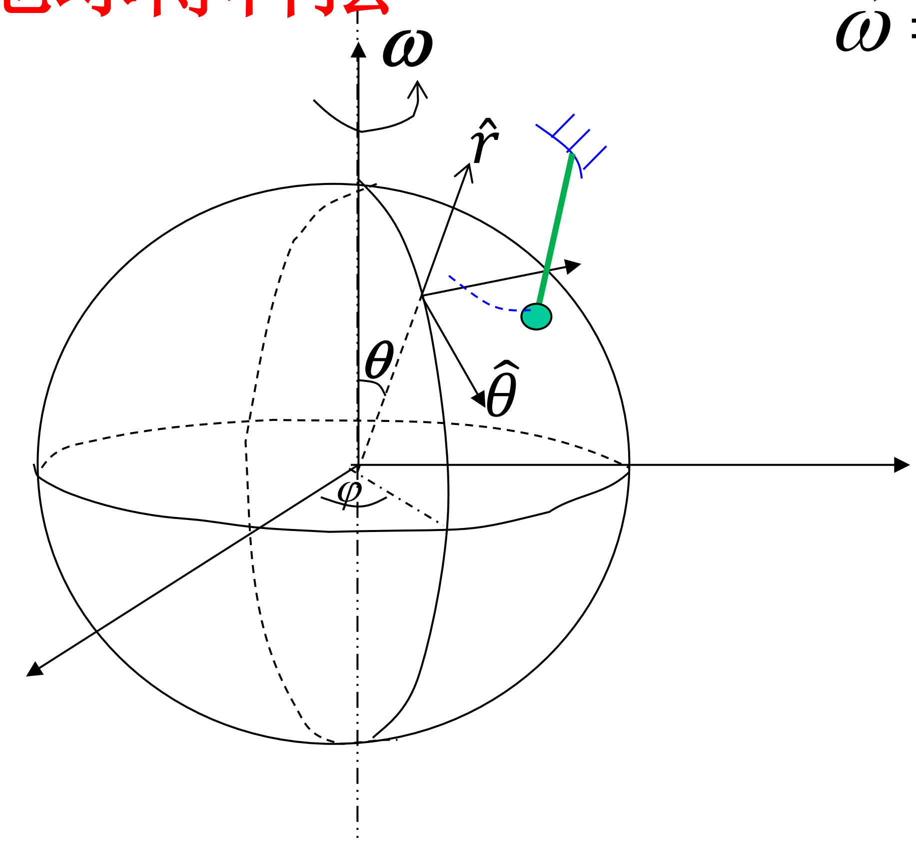




转盘参考系：引入惯性力 --
科里奥利力（离心力可以忽略）

科氏力 $\vec{f}_c = 2m\vec{v}'\times\vec{\omega}$

地球傅科摆



$$\vec{\omega} = \omega_{\perp}\hat{r} + \omega_{//}\hat{\theta}$$

$$= \omega\cos\theta\hat{r} - \omega\sin\theta\hat{\theta}$$

地面上科氏力

$$\vec{f}_c = 2m\vec{\upsilon}' \times \vec{\omega}$$

$$\vec{\upsilon}' = \cancel{\upsilon'_{\perp}\hat{r}} + \upsilon'_{//}\hat{t}$$

$$\approx \upsilon'\hat{t}$$

科氏力 $\underline{2m\upsilon'\omega_{\perp}\hat{t}\times\hat{r}} + 2m\upsilon'\omega_{//}\hat{t}\times\hat{\theta}$

横向　　　　径向

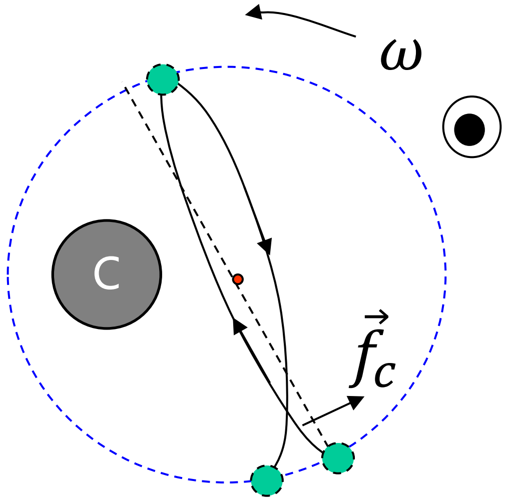
使摆平面旋转　　不影响摆平面

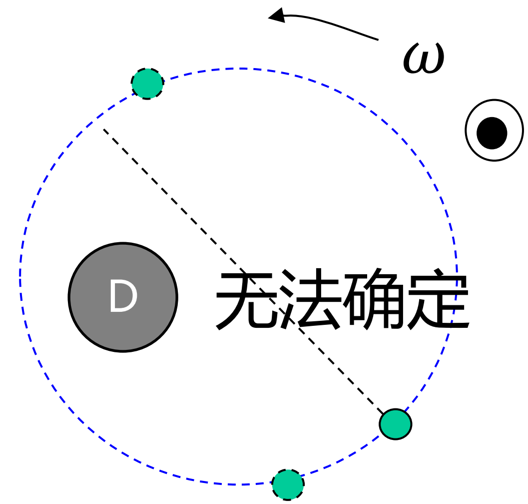
横向加速度 $a_c = 2\upsilon'\omega_{\perp}$

单选题 1分

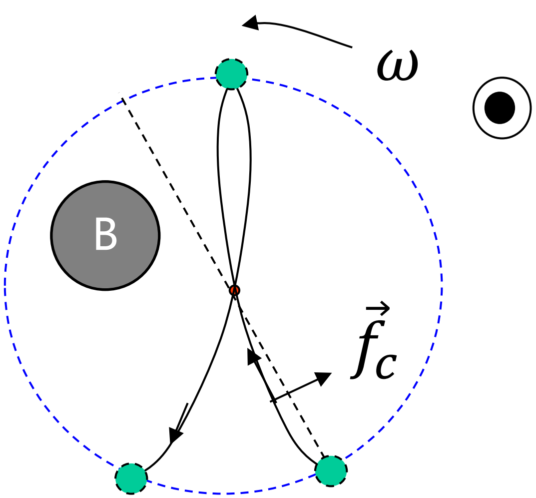
设置

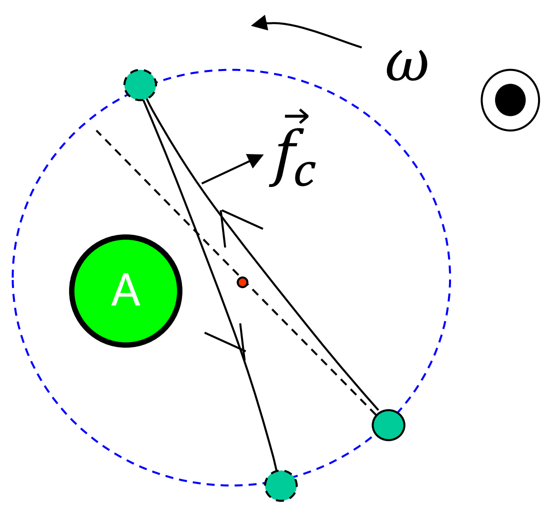
由地球自转的科氏力而形成的傅科摆，
会产生如下哪种运动轨迹



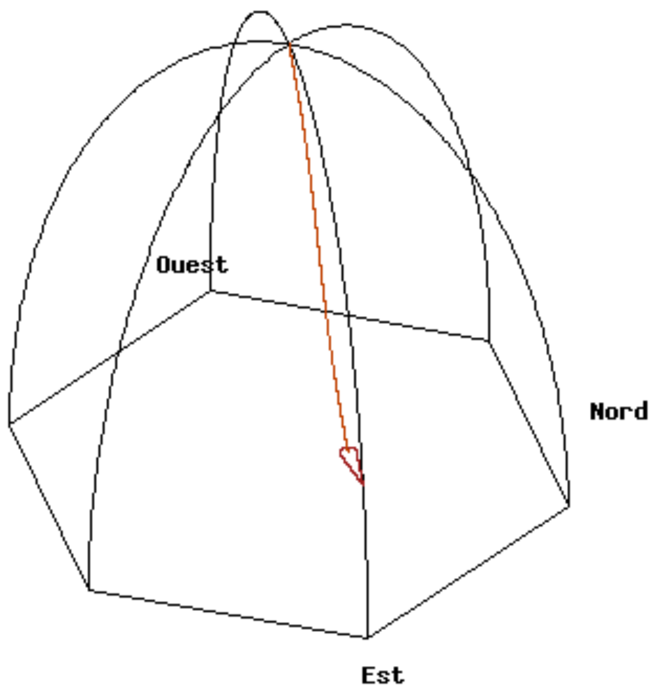


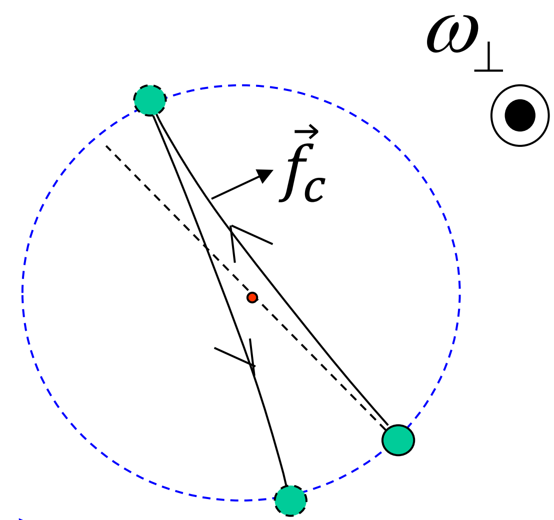
无法确定





提交





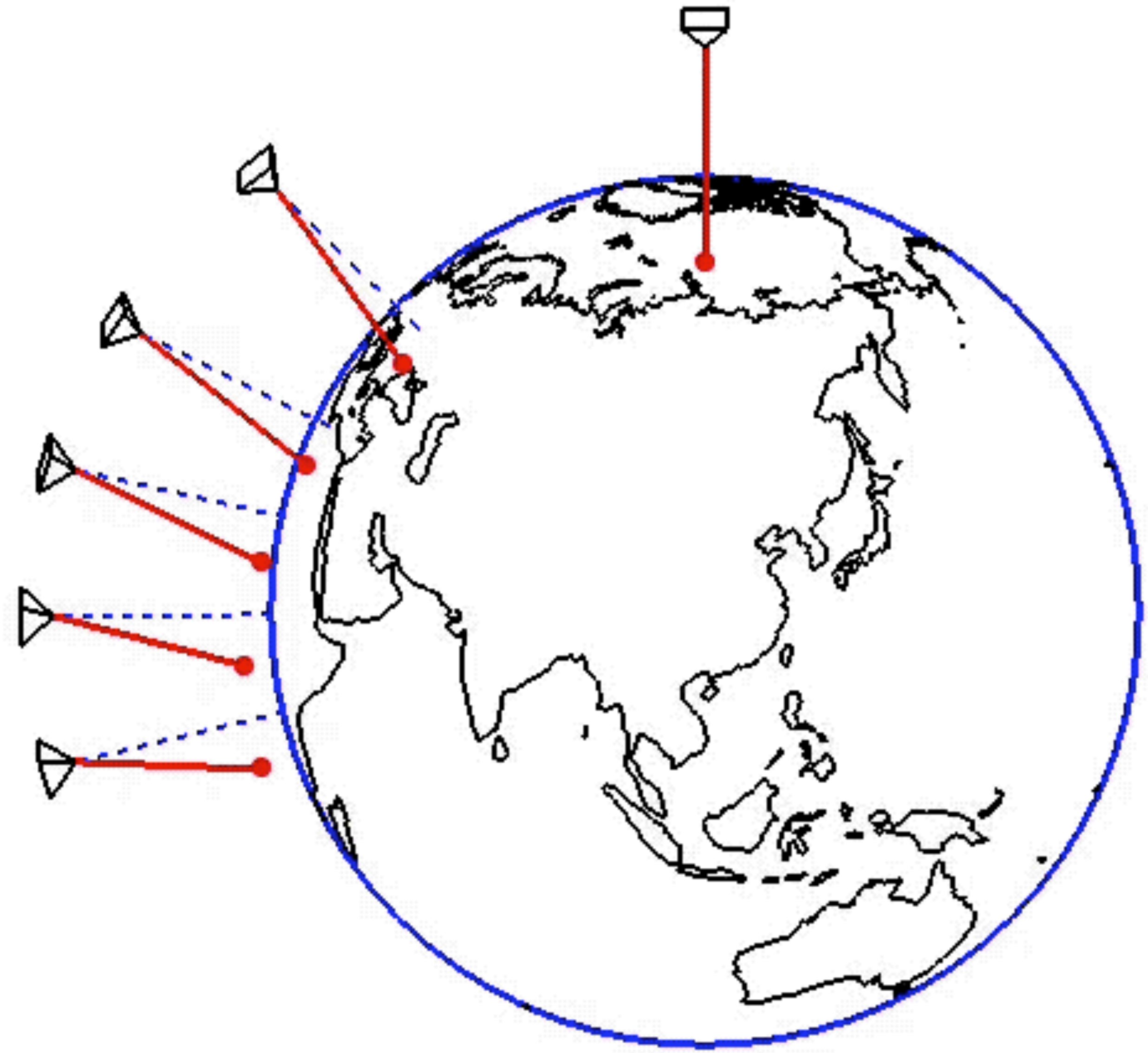
科氏力

$$2mv'\omega_\perp \hat{t}\times\hat{r}$$

北京纬度 ~39.9度 $\quad T = \dfrac{2\pi}{\omega_\perp}$

$T = 24/\sin 39.9$ (小时) = 37小时25分钟

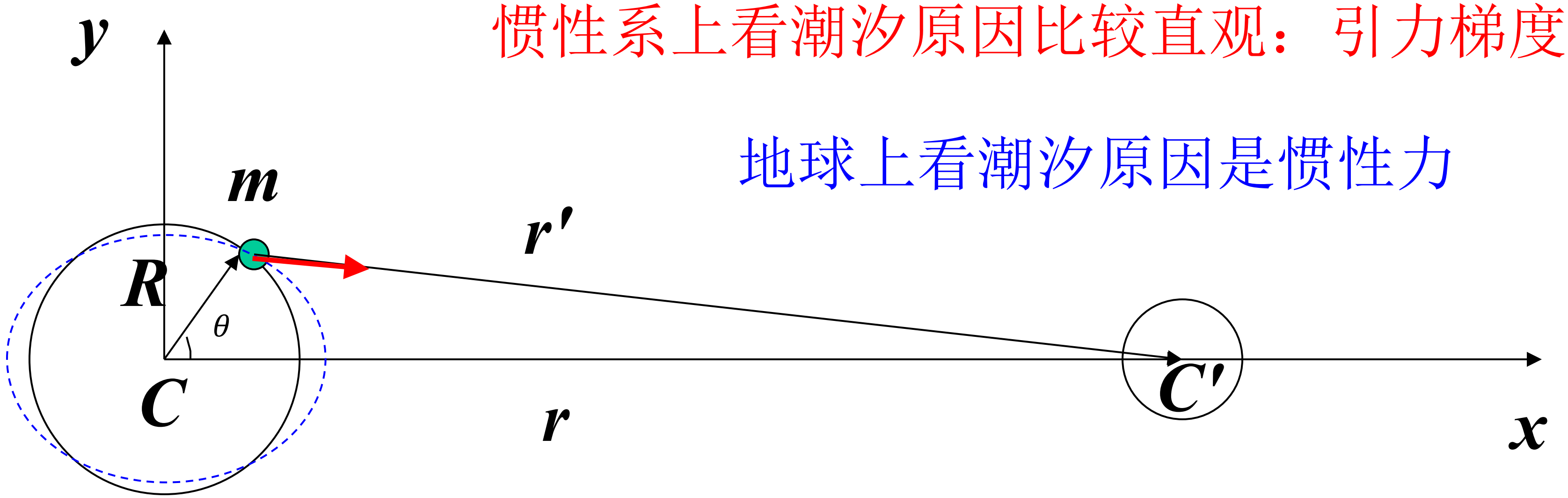
两极和赤道上的傅科摆，摆平面如何转，周期如何？



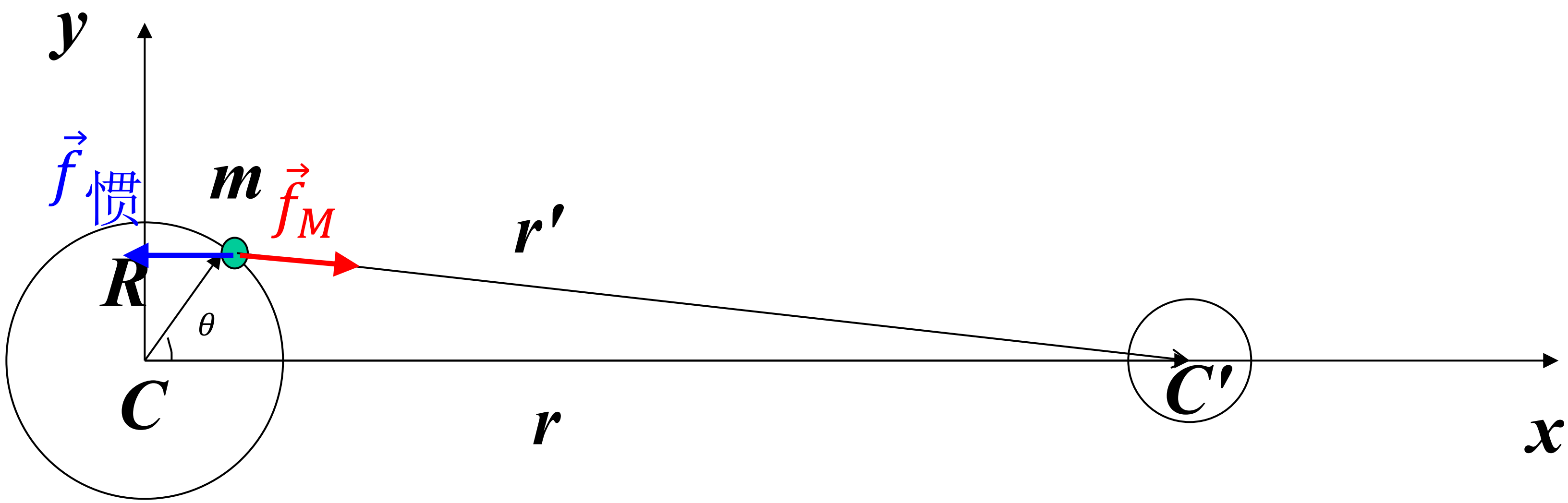
§ 2.9 潮汐力和潮汐(tide)*

惯性系上看潮汐原因比较直观：引力梯度

地球上看潮汐原因是惯性力



一小块海水受月球引力 $\vec{f}_M = G\dfrac{mM_M}{r'^{\,2}}\hat{r}'$

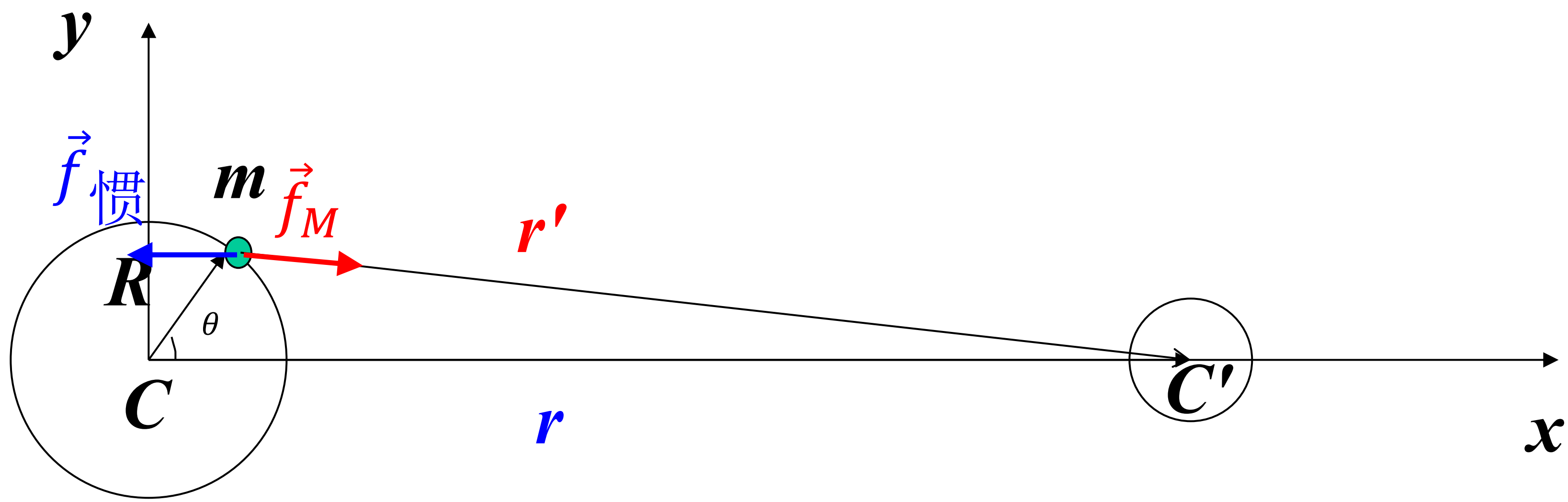


在地心参考系

$$\vec{f}_E + \vec{f}_{物质间作用} + \vec{f}_M + \vec{f}_{惯} = m\vec{a}$$

与潮汐无关

地心参考系下剩余力 $\vec{f}_{潮汐} = \vec{f}_M + \vec{f}_{惯}$



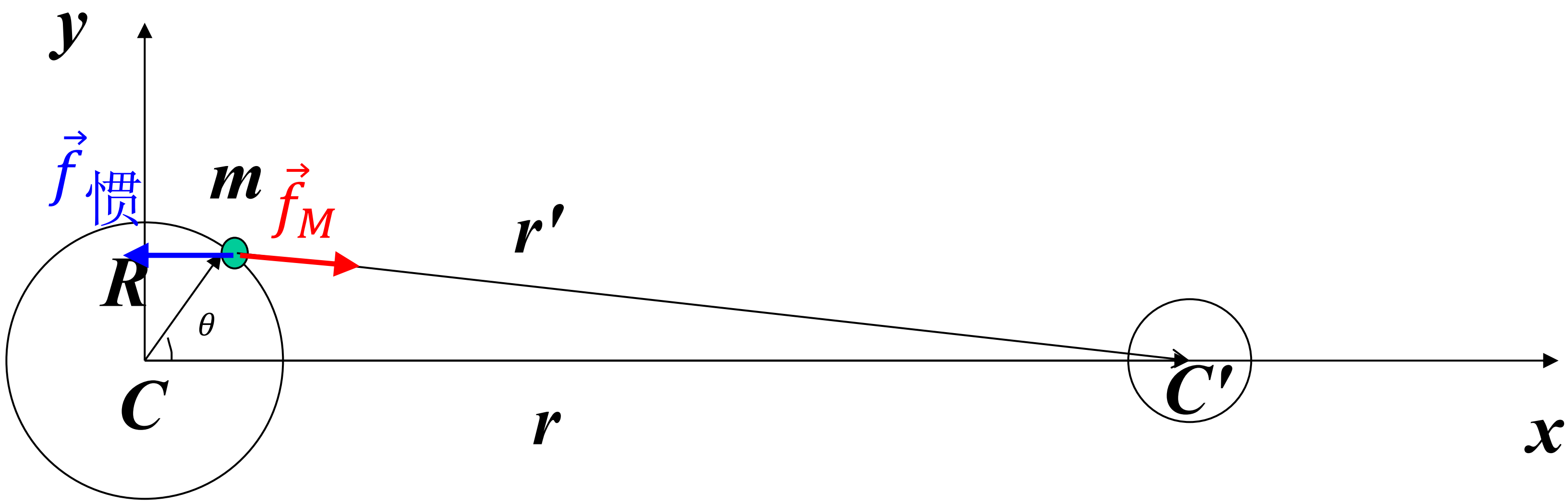
$$\vec{f}_M = G\frac{mM_M}{r'^2}\hat{r}'$$

$$\vec{f}_{E,M} = G\frac{M_E M_M}{r^2}\hat{r} = M_E\vec{a}_0$$

$$\vec{f}_{惯} = -m\vec{a}_0 = -G\frac{mM_M}{r^2}\hat{r}$$

r不变

$$\vec{f}_{潮汐} = \vec{f}_M + \vec{f}_{惯} = GmM_M\left(\frac{\hat{r}'}{r'^2} - \frac{\hat{r}}{r^2}\right) = GmM_M\left(\frac{\vec{r}'}{r'^3} - \frac{\vec{r}}{r^3}\right)$$



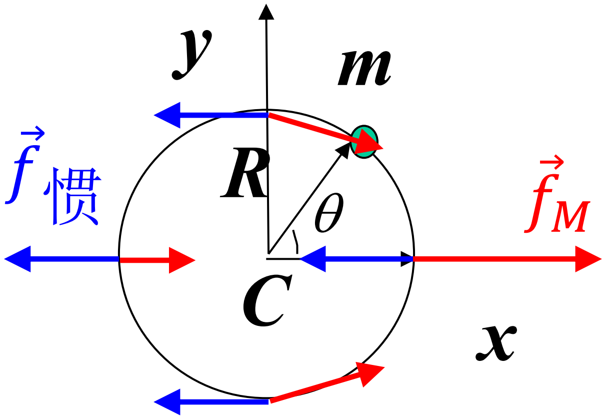
$$r'^{\,2} = r^2 + R^2 - 2Rr\cos\theta$$

$r >> R$ $$\frac{1}{r'^{\,3}} \approx \frac{1}{r^3}\left(1 + 3\frac{R}{r}\cos\theta\right)$$

$$\frac{\vec{r}\,'}{r'^{\,3}} - \frac{\vec{r}}{r^3} \approx \frac{\vec{r} - \vec{R}}{r^3}\left(1 + 3\frac{R}{r}\cos\theta\right) - \frac{\vec{r}}{r^3} \approx -\frac{\vec{R}}{r^3} + \frac{3\vec{r}}{r^3}\frac{R}{r}\cos\theta$$

$$\vec{f}_{潮汐} = \frac{GmM_M}{r^3}\left(-\vec{R} + \frac{3\vec{r}}{r}R\cos\theta\right)$$

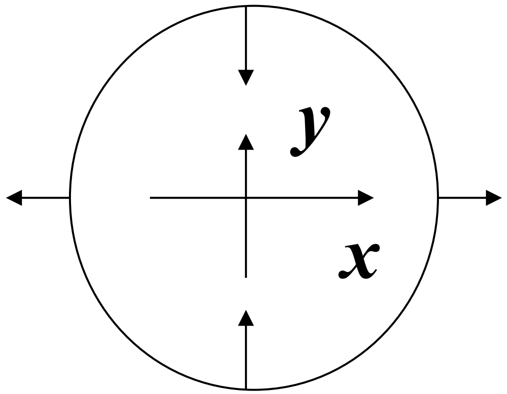
剩余力



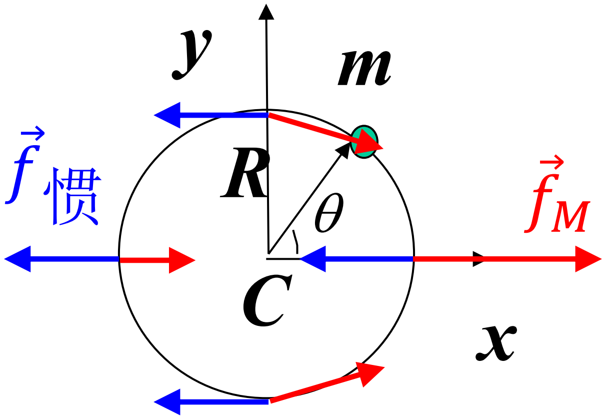
$$\vec{f}_{潮汐} = \frac{GmM_M}{r^3}\left(-\vec{R} + \frac{3\vec{r}}{r} R\cos\theta\right)$$

r 地月间距

$$(f_{潮汐})_x \approx 2GmM_M \frac{R\cos\theta}{r^3}$$



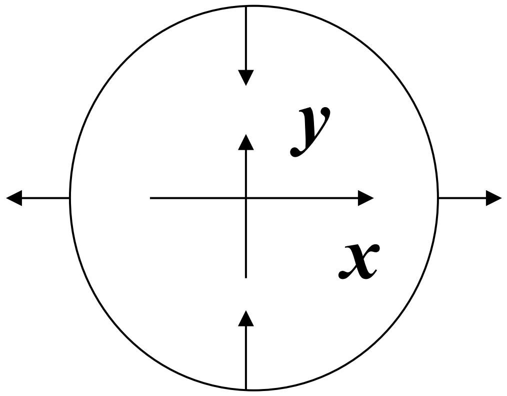
$$(f_{潮汐})_y \approx -GmM_M \frac{R\sin\theta}{r^3}$$



$$\vec{f}_{潮汐} = \frac{GmM_M}{r^3}(-\vec{R} + \frac{3\vec{r}}{r} R\cos\theta)$$

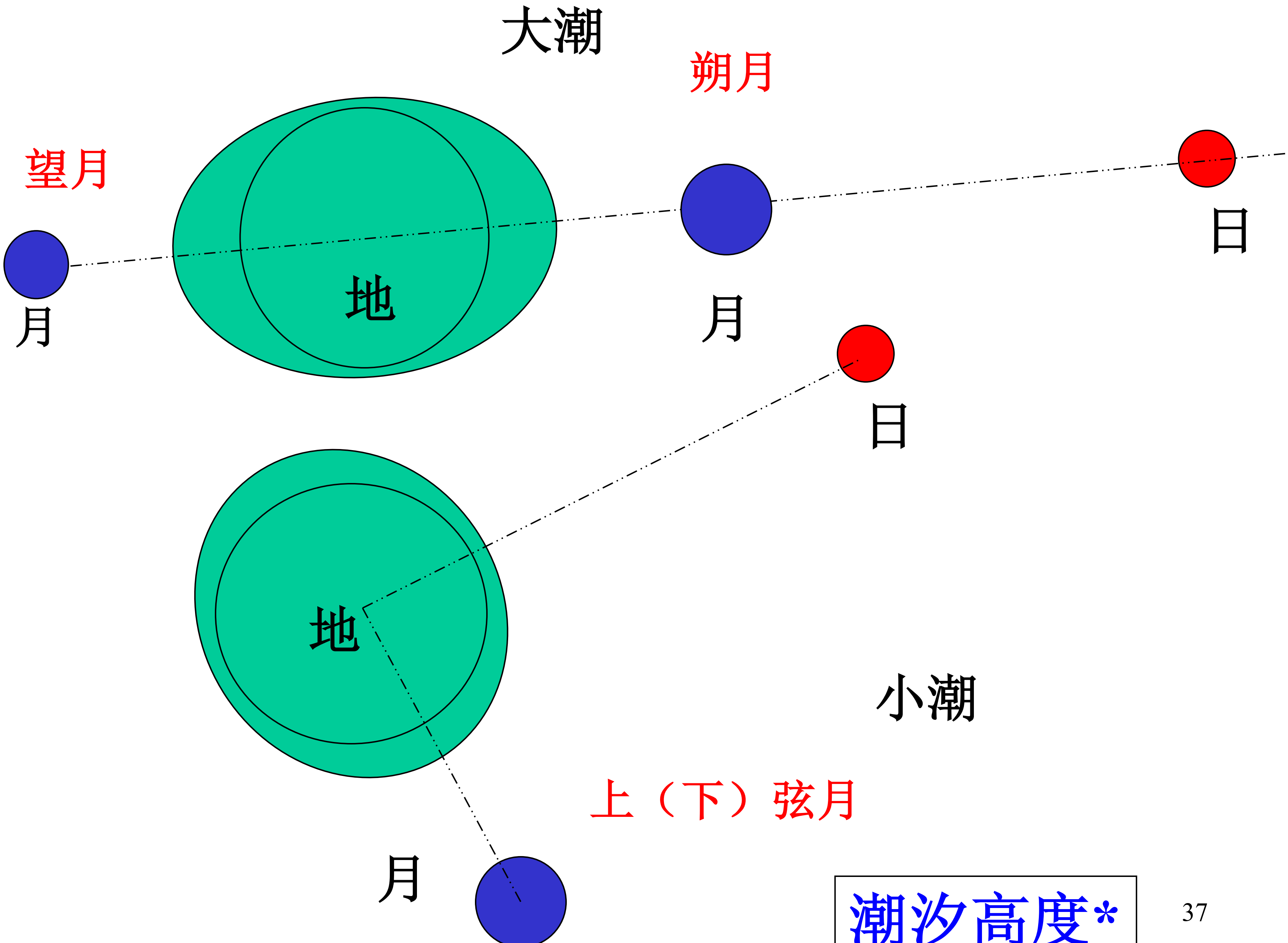
***r* 地月间距**

$$(f_{潮汐})_x \approx 2GmM_M \frac{R\cos\theta}{r^3}$$



$$(f_{潮汐})_y \approx -GmM_M \frac{R\sin\theta}{r^3}$$

$$\frac{(f_{潮汐})_月}{(f_{潮汐})_日} = \frac{M_M}{M_S}(\frac{r_{E,S}}{r_{E,M}})^3 \approx 2.18$$



潮汐高度*

多选题 1分

设置

空间站绕地球飞行，在空间站参考系观察某个小物体的运动，如果没有碰它，它将静止或做匀速直线运动，则

A 空间站离地球远，唯一受到的重力可以忽略，所以不受力

B 物体重力与惯性力平衡抵消

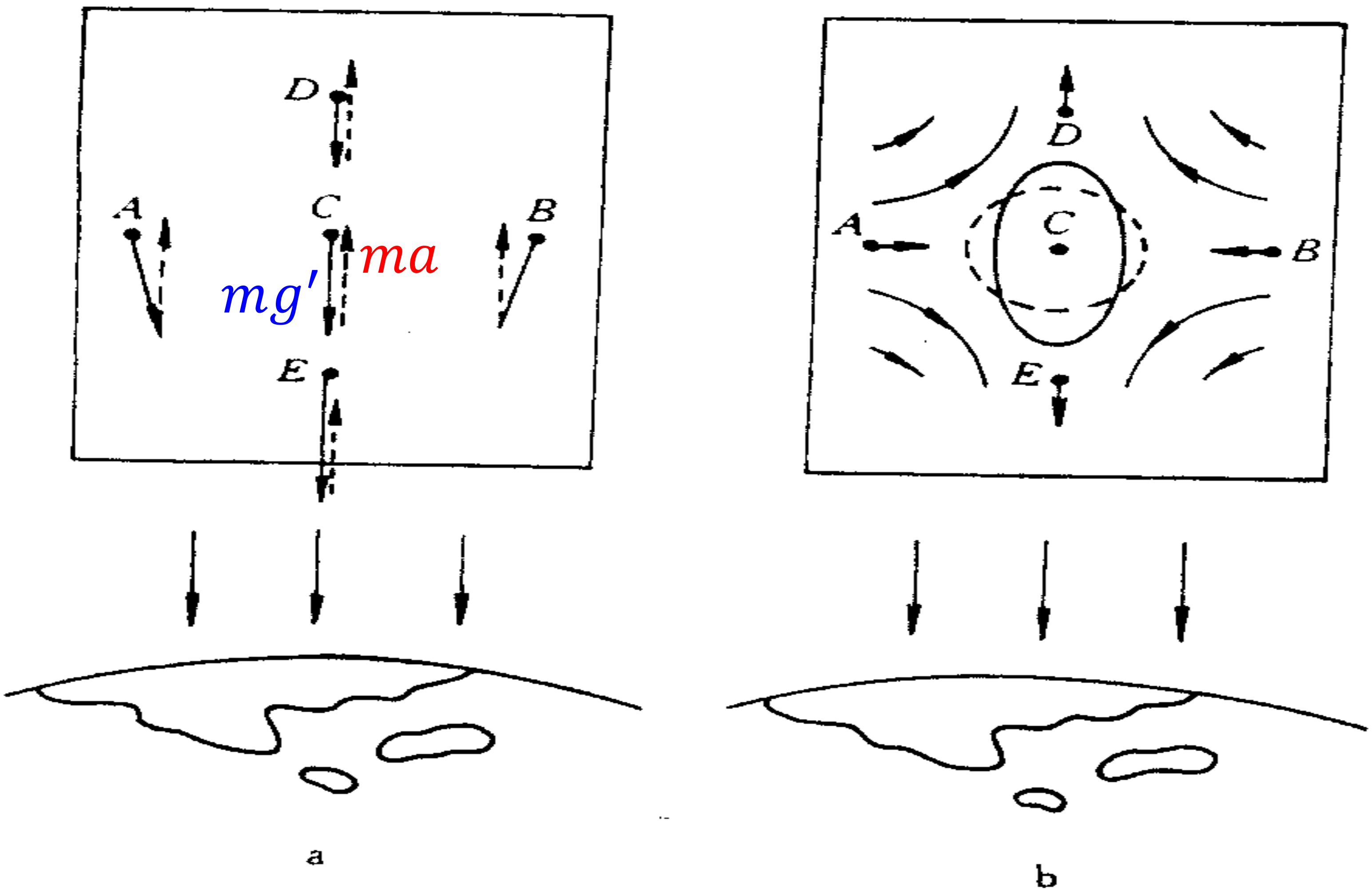
C 惯性力是转动参考系中的惯性离心力

D 惯性力是平动参考系中的惯性力

E 空间站不够大

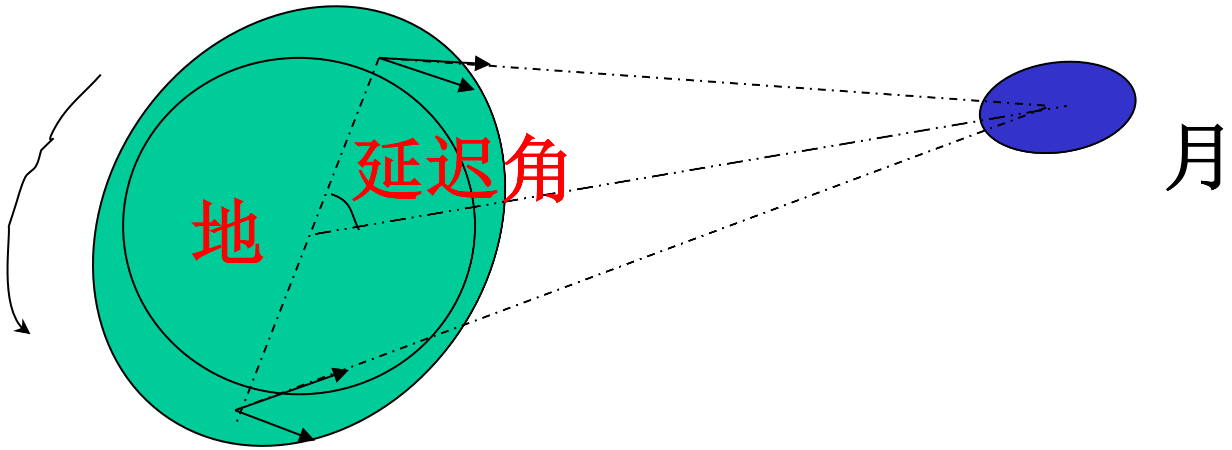
提交

引潮力



自 由 降 落 升 降 机 中 的 引 潮 力

固体潮：引潮力对固体作用使之形变，但应变稍有延迟



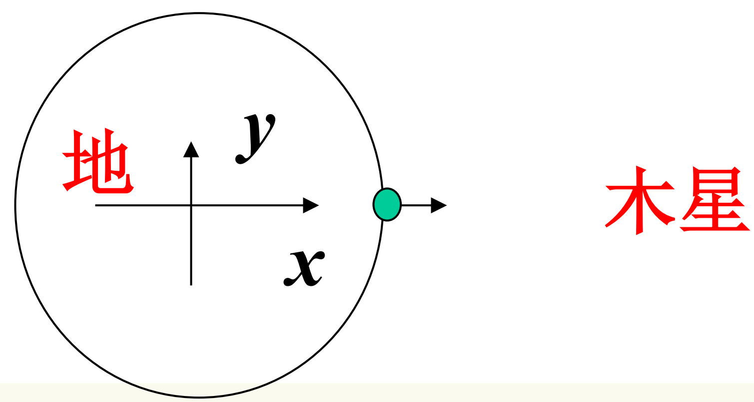
英国的开尔文（Kelvin）(1876)，达尔文（G.H.Darwin）(1883)

月球在地球上引起的固体潮形成阻止地球自转的反力矩，减慢地球自转速度，3亿年前地球400天/每年，现只有365.25天/每年.

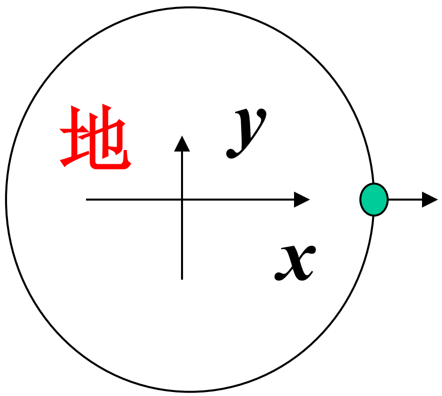
地对月：月球自转和公转周期相同（潮汐锁定）

电影《流浪地球》中，地球飞向木星时，突破洛希极限后，将被引潮力撕碎，求洛希极限距离。

（ 假设地球木星均为刚体，地球密度$5.51 g/cm^3$。木星密度$1.33 g/cm^3$ ，木星半径7.15万km）



作答



$$(f_{潮})_x \approx 2GmM_{木}\frac{R_{地}\cos\theta}{r^3} = 2GmM_{木}\frac{R_{地}}{r^3}$$

$$\vec{f}_{地} = G\frac{mM_{地}}{R_{地}^2}$$

$$r = R_{地}\left(\frac{2M_{木}}{M_{地}}\right)^{\frac{1}{3}} = R_{地}\left(\frac{2\rho_{木}R_{木}^3}{\rho_{地}R_{地}^3}\right)^{\frac{1}{3}}$$

刚体的洛希极限

$$= R_{木}\left(\frac{2\rho_{木}}{\rho_{地}}\right)^{\frac{1}{3}} = 0.78\,R_{木}$$

课后练习：地月系统

若做圆周运动，要考虑惯性力：$R_{地}\left(\frac{3\rho_{地}}{\rho_{月}}\right)^{\frac{1}{3}} = 1.7\,R_{地}$

彗星撞击木星

苏梅克-列维9号的彗星掉入木星轨道

地震与潮汐或许有关系？引潮力触发地震？

①常发生于夜间

②常发生于阴历初一，十五（大潮期） 左右。

唐山地震：76农七月初二

神户地震：95农十二月十七

印度地震：93农八月十五

开普勒定律

开普勒第一定律（椭圆定律）：所有行星绕太阳的轨道都是椭圆，太阳在椭圆的一个焦点上。

开普勒第二定律（面积定律）：行星和太阳的连线在相等的时间间隔内扫过相等的面积。

开普勒第三定律（周期定律）：所有行星绕太阳一周的时间的平方与它们轨道长半轴的立方成比例

开普勒问题

$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta})\hat{\theta}$$

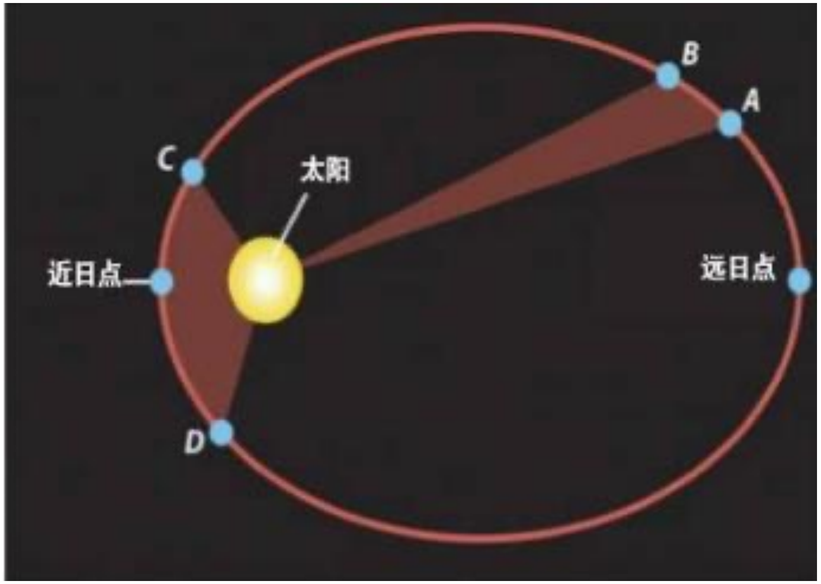
$$\vec{f} = -G\frac{mM}{r^2}\hat{r}$$

径向 $$-G\frac{mM}{r^2} = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)$$

开普勒问题

$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta})\hat{\theta}$$

$$\vec{f} = -G\frac{mM}{r^2}\hat{r}$$



径向 $$-G\frac{mM}{r^2} = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)$$

切向 $$\frac{1}{r}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta})=0$$

$$\boxed{r^2\dot{\theta} = h}$$

$$\dot{\theta} = \frac{h}{r^2}$$

径向 $\ddot{r}-\frac{h^2}{r^3}+\frac{GM}{r^2}=0$

$$\ddot{r}=\frac{d\dot{r}}{dt}=\frac{d\dot{r}}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}=\frac{d\dot{r}}{d\theta}\frac{h}{r^2}$$

$$\dot{r}=\frac{dr}{dt}=\frac{dr}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}=\frac{dr}{d\theta}\frac{h}{r^2}=-h\frac{d}{d\theta}\left(\frac{1}{r}\right)$$

$$\ddot{r}=-h\frac{d^2}{d\theta^2}\left(\frac{1}{r}\right)\cdot\frac{h}{r^2}$$

$$-\frac{d^2}{d\theta^2}\left(\frac{1}{r}\right)\cdot\frac{h^2}{r^2}-\frac{h^2}{r^3}+\frac{GM}{r^2}=0$$

$$\frac{d^2}{d\theta^2}\left(\frac{1}{r}\right)+\frac{1}{r}-\frac{GM}{h^2}=0 \qquad u=\frac{1}{r}$$

讨论轨迹

$$\frac{d^2u}{d\theta^2}+u=G\frac{M}{h^2} \qquad u=\frac{1}{r}$$

$$u=G\frac{M}{h^2}+A\cos(\theta-\theta_0)$$

$$r=\frac{1}{G\frac{M}{h^2}+A\cos(\theta-\theta_0)}=\frac{h^2\ /GM}{1+\frac{Ah^2}{GM}\cos(\theta-\theta_0)}$$

选极轴

$$r=\frac{p}{1+e\cos\theta}$$

圆锥曲线

$e=0$ 圆

$0<e<1$ 椭圆

$e=1$ 抛物线

$e>1$ 双曲线

$e\sim A,h$