

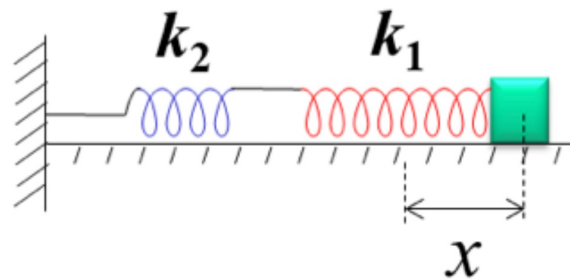
大学物理 B(1)

清华大学物理系

一个弹簧劲度系数为 k ，被切成两段大小长度一样的两部分，每部分的劲度系数为

- ☐ A k
- ☒ B $2k$
- ☐ C $k/2$

两弹簧劲度系数为 k_1 和 k_2 ，末端物块质量为 m ，求此系统的角频率



- ☐ A $\omega = \sqrt{(k_1 + k_2)/m}$
- ☒ B $\omega = \sqrt{k_1 k_2 / [(k_1 + k_2)m]}$
- ☐ C $\omega = \sqrt{(k_1 + k_2)/2m}$
- ☐ D $\omega = \sqrt{(k_1 - k_2)/m}$





多谐共振仪



清华大学出版社

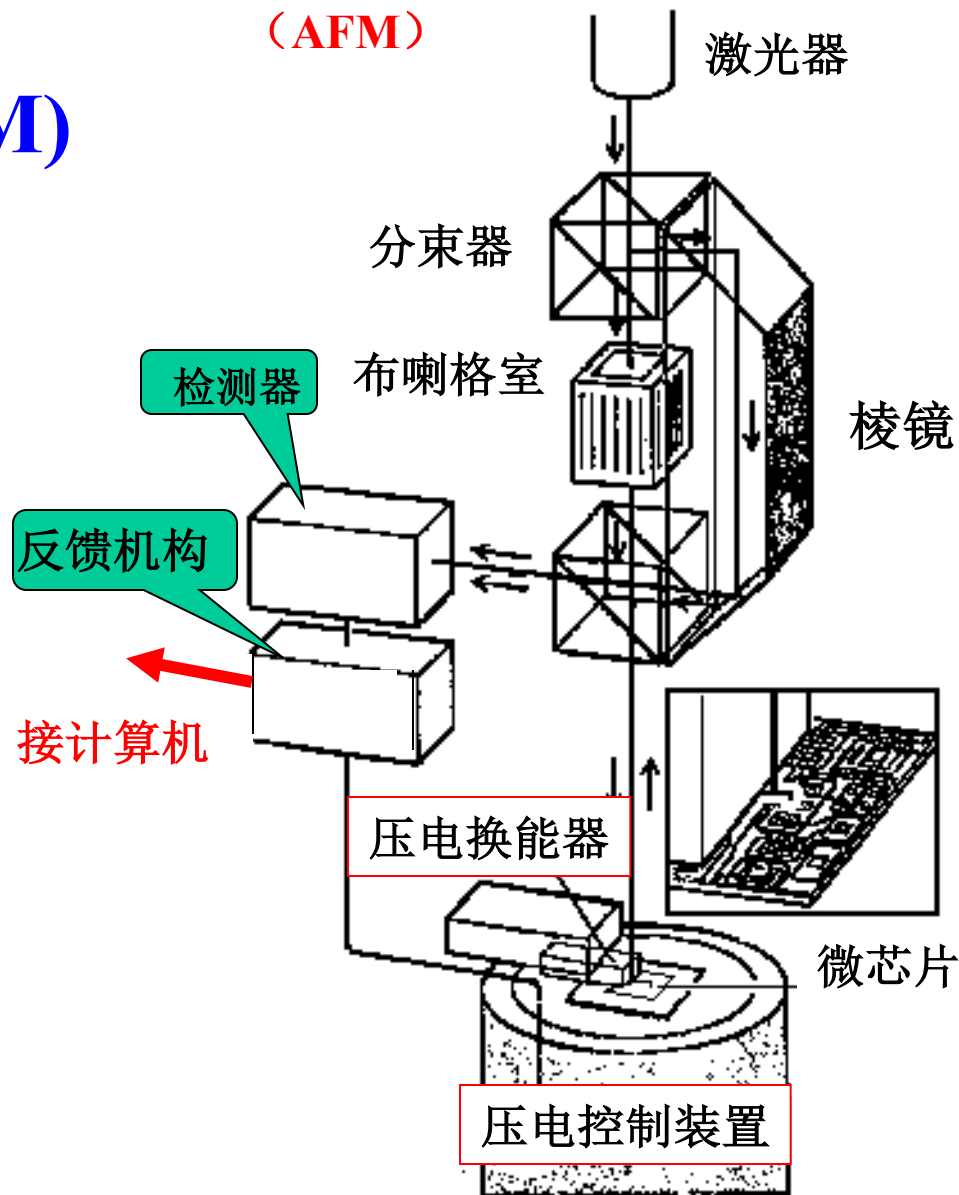
激光——

原子力显微镜(AFM)

一根钨探针或硅探针受原子力，振动频率变化，由激光干涉探测到

试样通常是微电子器件

激光-原子力显微镜 (AFM)





挑战者号航天飞机失事



低温使O圈失效，火箭固有振动使O圈处产生缝隙，火焰泄露，高温烧穿燃料箱，发生爆炸。



$$\tau = -mgl \sin \theta$$

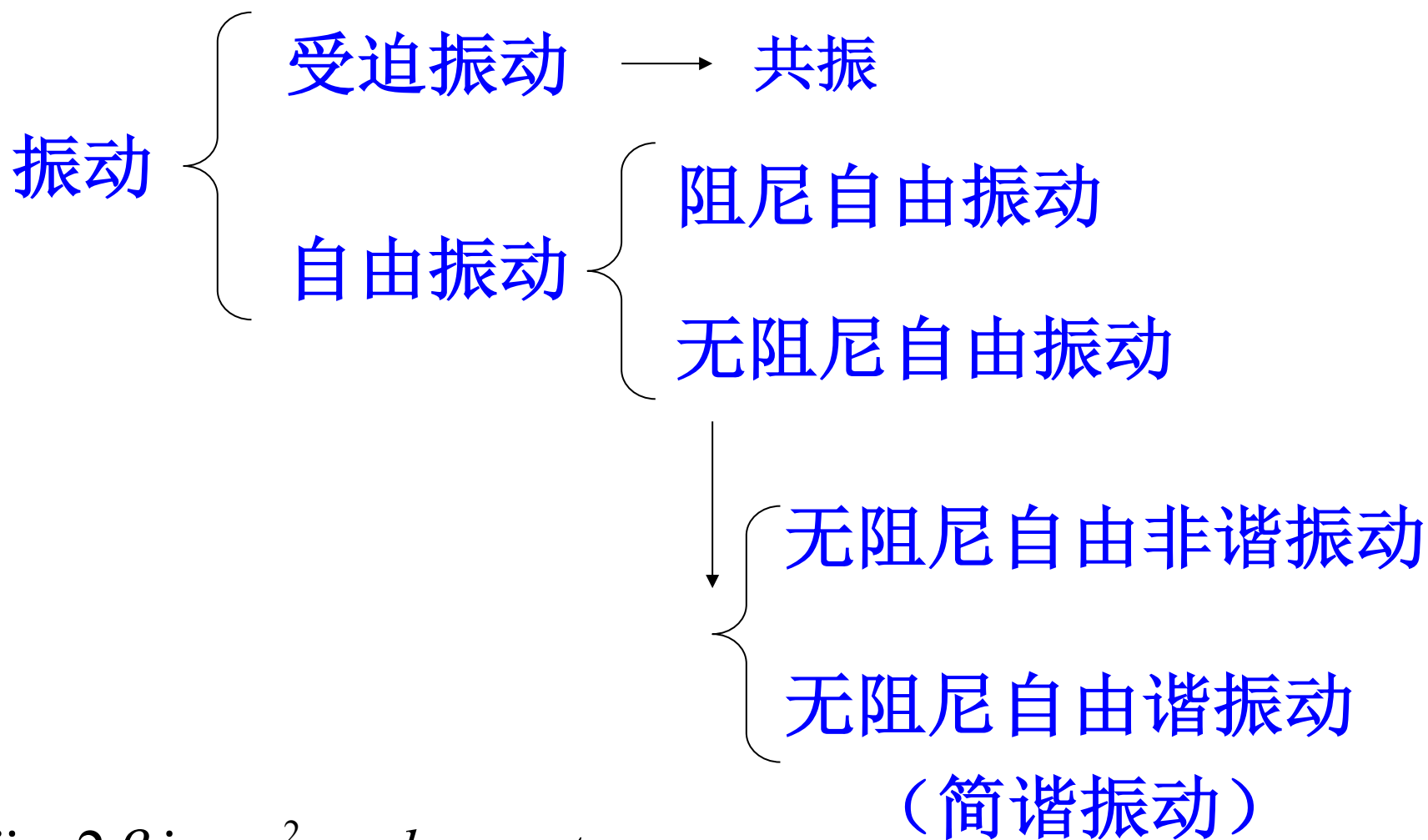
$$\approx -mgl\theta = I\ddot{\theta}$$

$$\theta \ll 1$$

$$\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{I}}$$





$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = h \cos \omega t$$

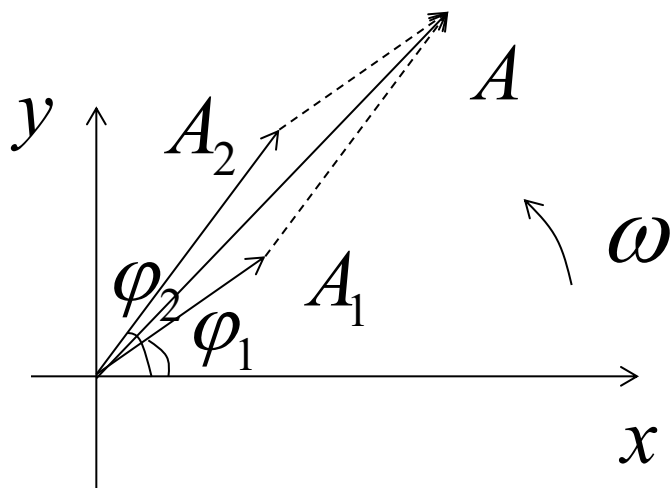
§ 6.6 同振动方向、同频率简谐振动合成

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$x = x_1 + x_2 \quad \text{代数或几何法}$$

$$= A \cos(\omega t + \varphi)$$



$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

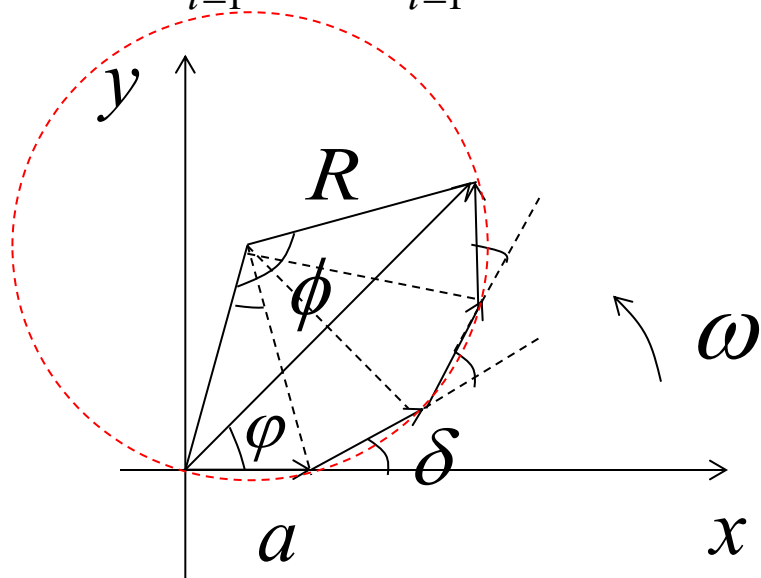
$$\varphi = \tan^{-1} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

同振动方向同频率简谐振动合成简谐振动

应用: 双缝干涉

$$x = \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n a \cos[\omega t + (i-1)\delta]$$

应用背景：光栅



等 N 边型一部分

$$\phi = n\delta$$

$$\varphi = \frac{(n-1)\delta}{2}$$

$$R \sin \frac{\delta}{2} = \frac{a}{2}$$

$$R \sin \frac{\phi}{2} = \frac{A}{2}$$

$$A = a \frac{\sin \frac{n\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}}$$

$$x = \sum_{i=1}^n x_i = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$A = \max ?$

$A = 0 ?$

$$A = \max ?$$

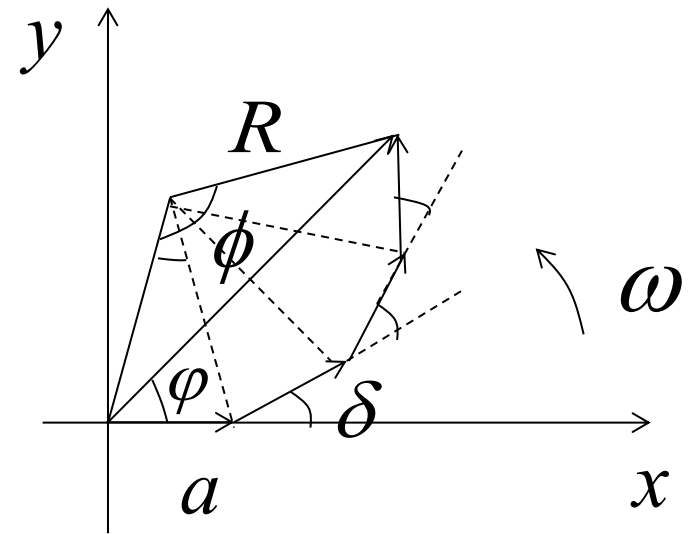
$$\delta = 2m\pi \quad m = \text{整数}$$

$$A = na$$

$$A = 0 ?$$

$$n \text{ 条缝} \quad n\delta = 2k\pi \quad n, k = \text{整数}$$

$$k/n \neq \text{整数}$$



$$A = a \frac{\sin \frac{n\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}}$$

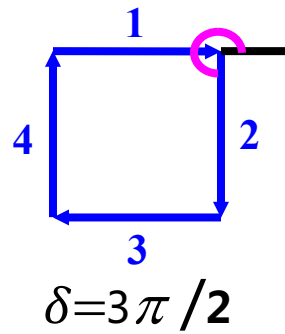
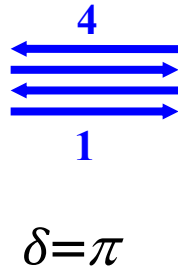
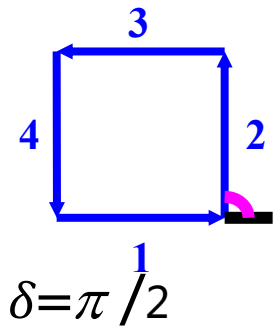
两个极大 $\delta = 2m\pi, 2(m+1)\pi$ 之间, 有 $n-1$ 个 0 点

$$k = mn + 1, \dots, mn + n - 1$$

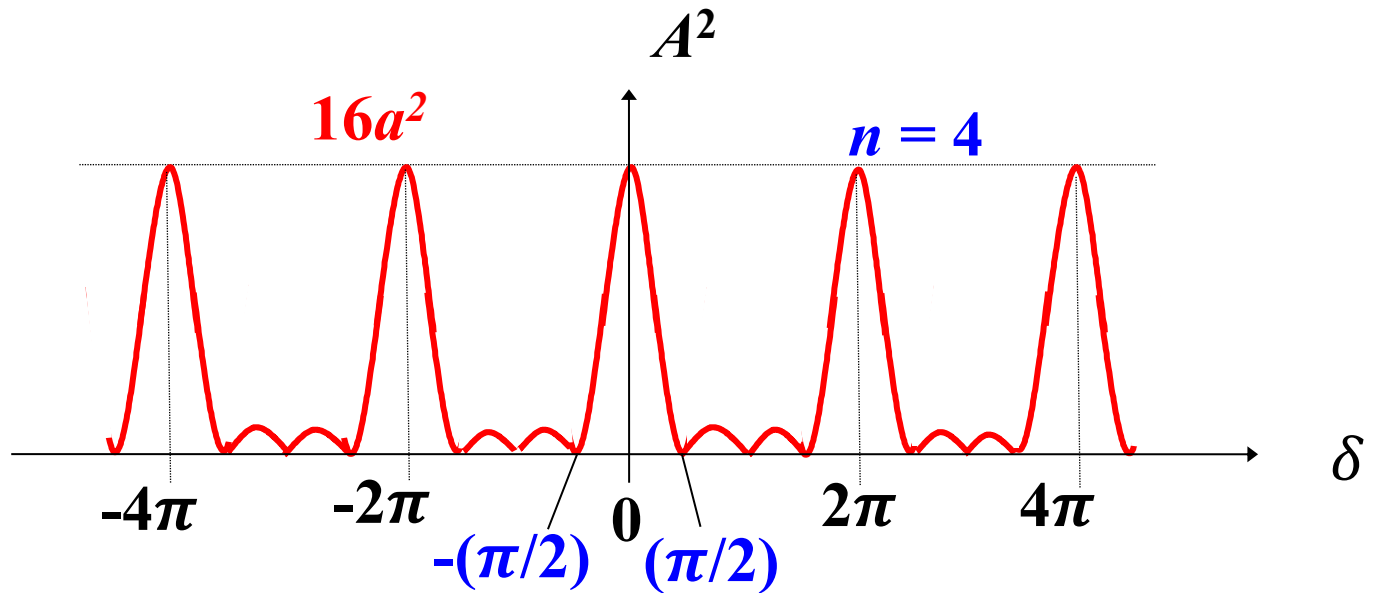
$$\frac{k}{n} = m + \frac{1}{n}, m + \frac{2}{n}, \dots, m + \frac{n-1}{n}$$

$$n = 4$$

$$4\delta = 2k\pi$$



$$A^2 = a^2 \frac{\sin^2 \frac{n\delta}{2}}{\sin^2 \frac{\delta}{2}}$$



双缝



$n = 2$

三缝



$n = 3$

四缝



$n = 4$

Y1、Y2、Y3是三个同方向、同频率、振幅都为A的简谐振动，Y2超前Y1 $\Delta\varphi$ ，Y3超前Y2 $\Delta\varphi$ 。
当 $\Delta\varphi=\Delta\varphi_1$ 时，三个振动的合振动的振幅为3A；
当 $\Delta\varphi=\Delta\varphi_2$ 时，三个振动的合振动为零。

A

$\Delta\varphi_1$ 等于0或者 2π ， $\Delta\varphi_2$ 等于 π

B

$\Delta\varphi_1$ 等于0或者 2π ， $\Delta\varphi_2$ 等于 $2\pi/3$ 或 $4\pi/3$

C

$\Delta\varphi_1$ 等于 π ， $\Delta\varphi_2$ 等于 $2\pi/3$

§ 6.7 同振动方向不同频率简谐振动合成

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

$$x = x_1 + x_2$$

$$= 2A \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}\right)$$

不再是简谐振动

频率接近 $\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \ll \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} \approx \bar{\omega}$

拍

拍频

$$\omega = 2 \times \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} = \omega_2 - \omega_1$$

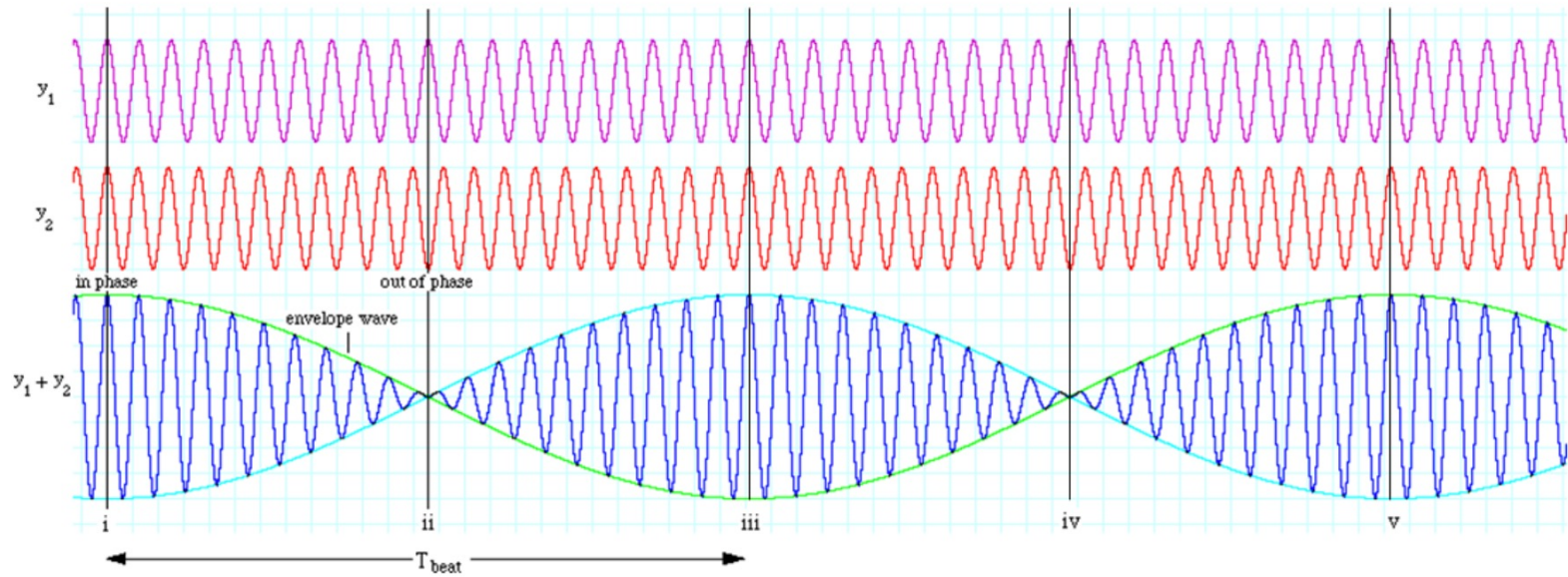
增强

减弱

增强

减弱

增强



$$\nu_1 = 0.794 \text{ Hz}$$

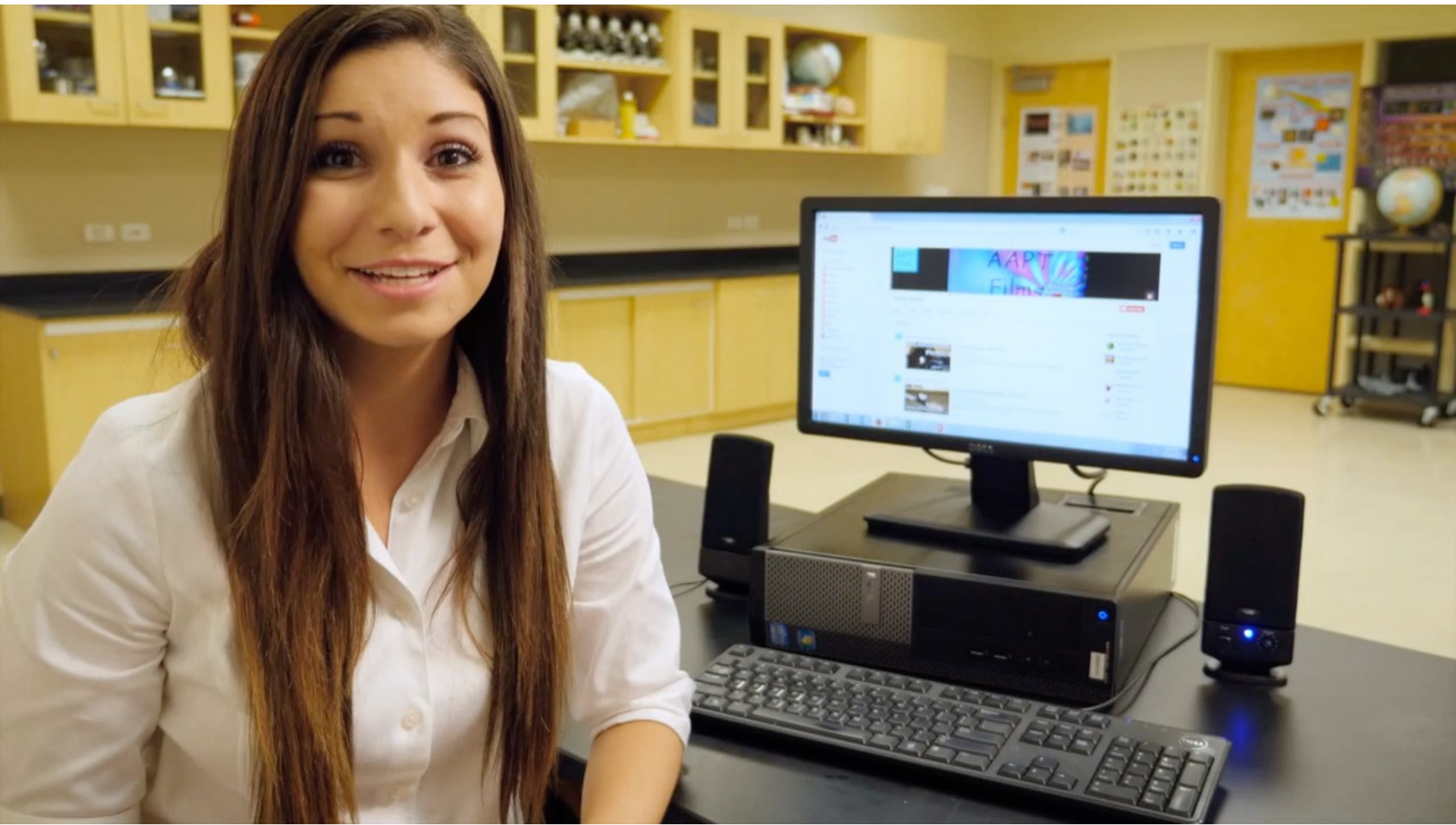
$$\nu_2 = 0.833 \text{ Hz}$$

$$\nu = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} = 0.814 \text{ Hz}$$

$$\nu_{beat} = 0.039 \text{ Hz}$$







§ 6.8 *频谱分析（谐振分析）

任何复杂周期振动

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1} (a_n \cos \omega_n t + b_n \sin \omega_n t)$$

$$= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1} A_n \cos(\omega_n t + \phi_n)$$

$$\omega_n = \frac{2\pi n}{T} = n\omega_1$$

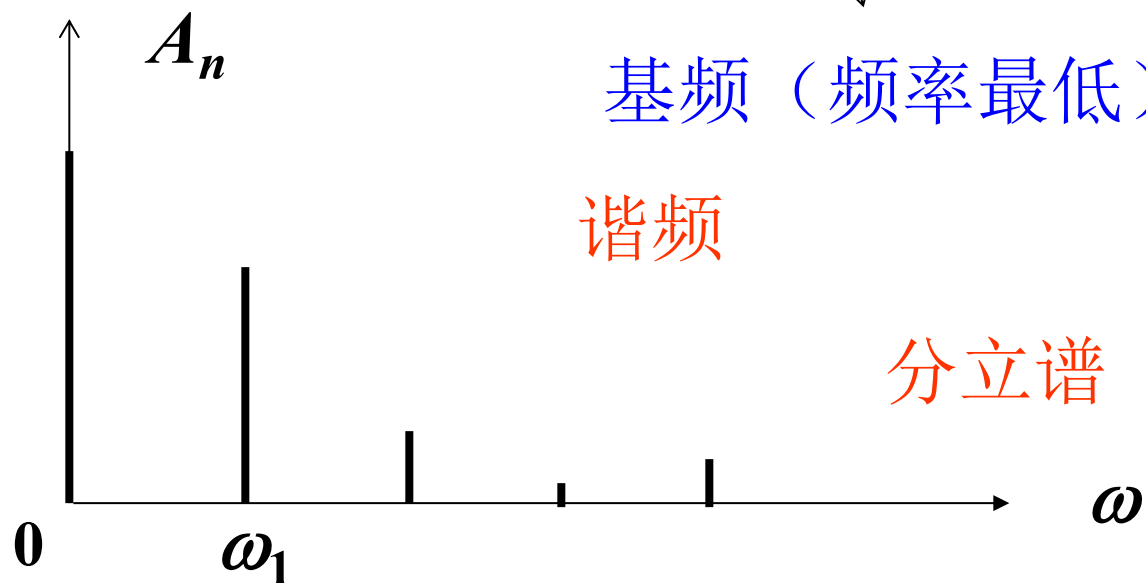
$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n \frac{2\pi}{T} t dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n \frac{2\pi}{T} t dt$$

简谐振动的叠加

频率是基频的
整数倍数



基频（频率最低）

谐频

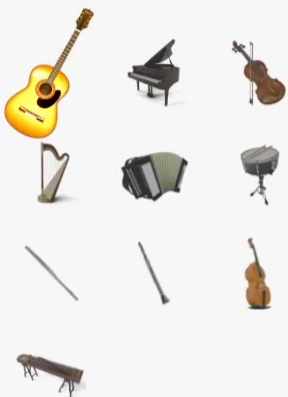
分立谱

基础音色

自定义音色参数

参考乐器

自定义



音调音长参数

音域参数 ↑ ↓

-12 0 12

音量大小 ↑ ↓

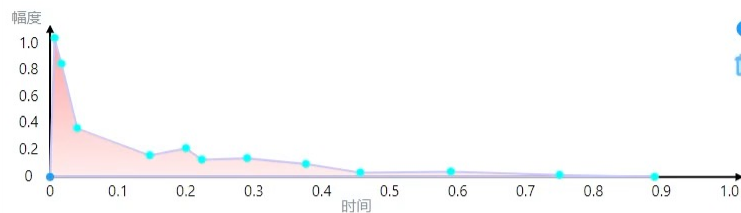
1 0 100

单音长 (s) ↑ ↓

0.1 0 3

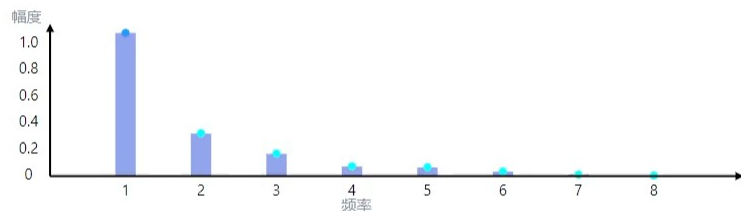
时域包络曲线

x: y:



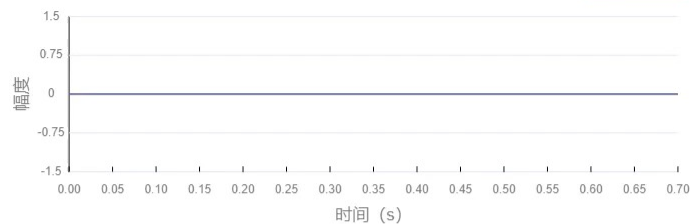
声音的谐波分量参数

x: y:

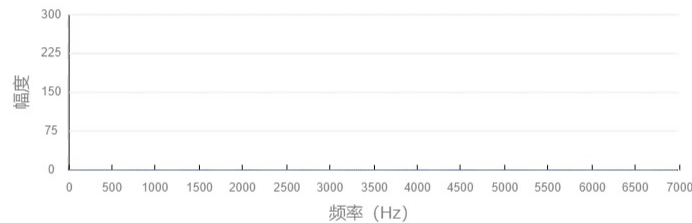


声音的时域图

|| (空格)

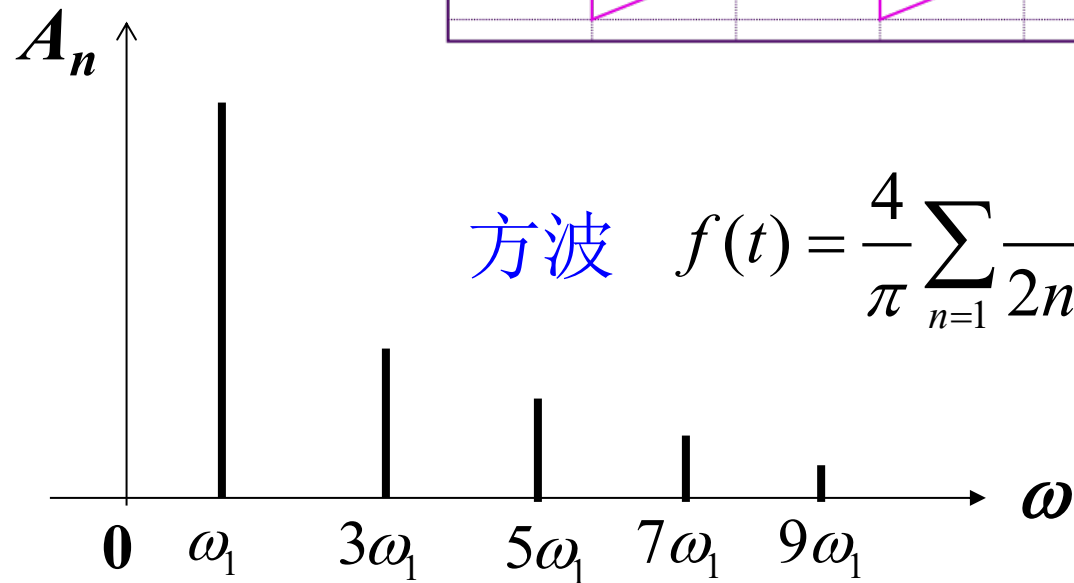
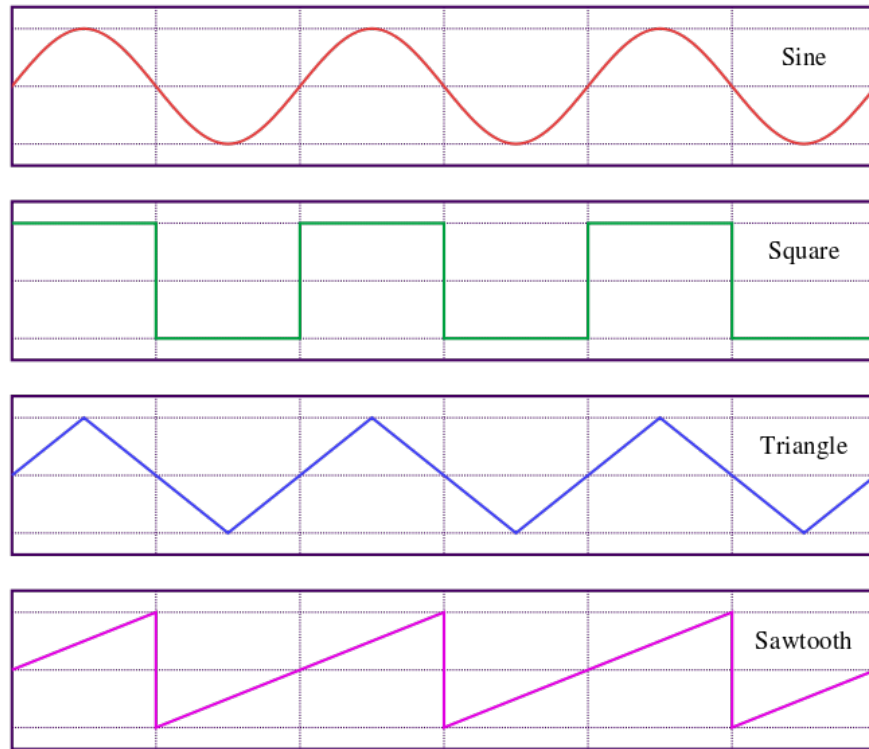


声音的频域FFT图



乐音仿真



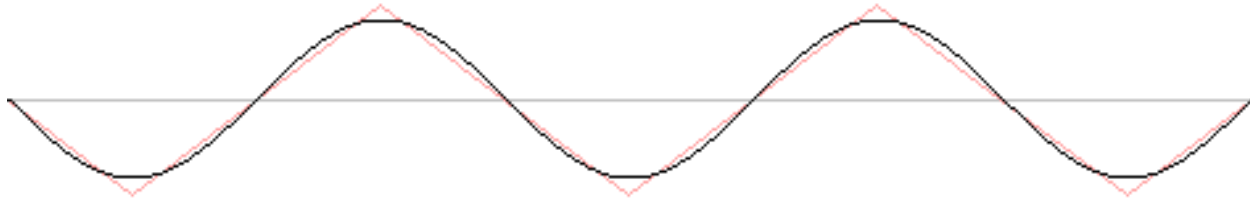


方波
$$f(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin[(2n-1)\omega t]$$

三角波

$$f(t) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^2} \sin[(2n-1)\omega t]$$

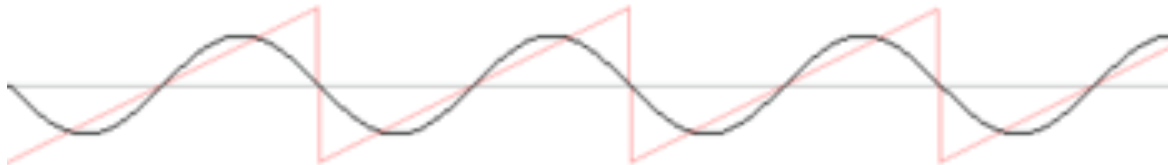
harmonics: 1



锯齿波

$$f(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin(n\omega t)$$

harmonics: 1

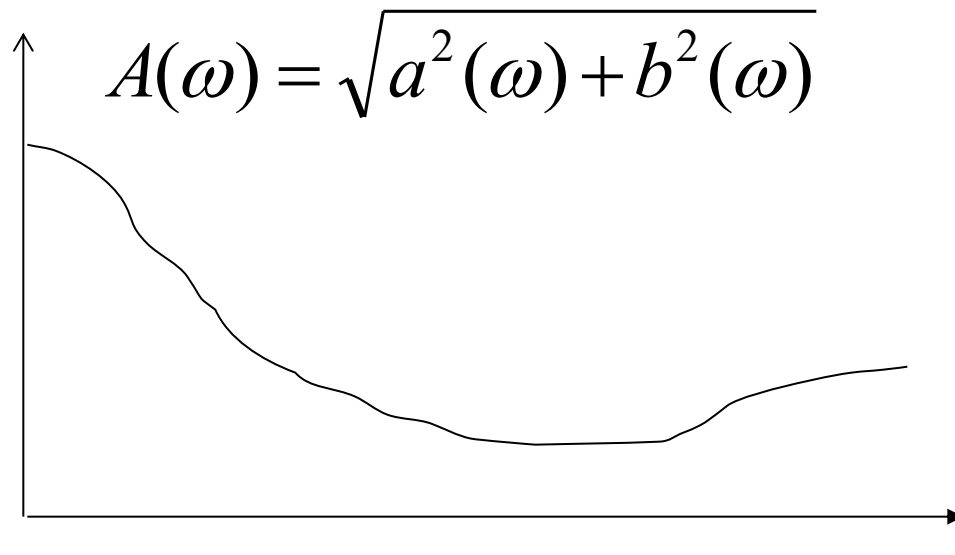


$$f(t) = \int_0^{+\infty} [a(\omega) \cos \omega t + b(\omega) \sin \omega t] d\omega$$

任何非周期运动

$$a(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos \omega t dt$$

$$b(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \sin \omega t dt$$



连续谱



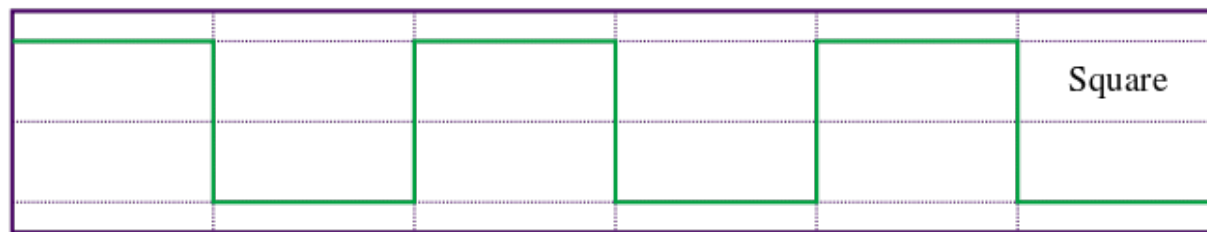
某方波的周期为 T ，因此该方波的频率是 $1/T$

A

是

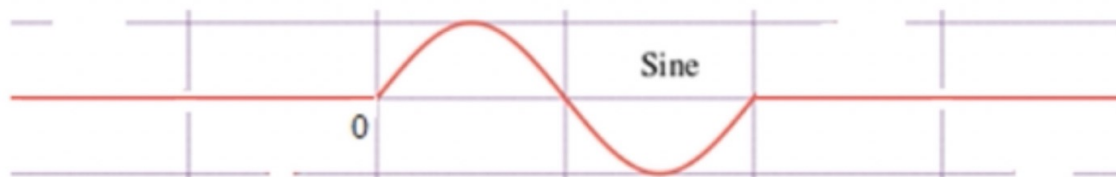
B

否



提交

周期为 T 的正弦函数，只有一个周期长度，其频率是



A

 $1/T$

B

只包含 $1/T$ 的整数倍频

C

连续分布的各种频率

D

 $1/T$ 及其附近的频率为主要成分

§ 6.9 振动方向相互垂直的简谐振动合成

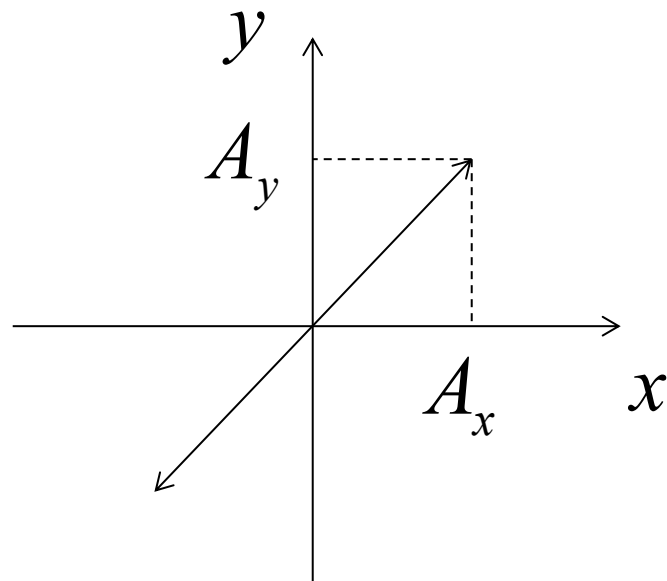
$$x = A_x \cos(\omega_x t + \varphi_x)$$

$$y = A_y \cos(\omega_y t + \varphi_y)$$

同频率，同相位

$$x = A_x \cos \omega t$$

$$y = A_y \cos \omega t$$



同频率，不同相位？

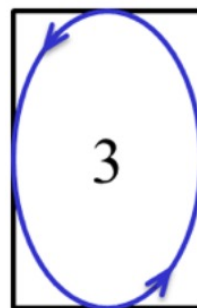
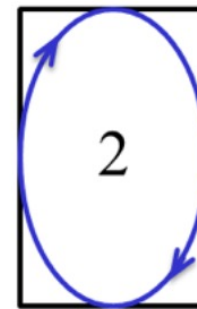
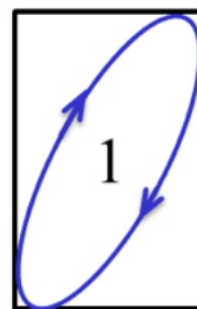
振动方向互相垂直的两组简谐振动， $x = A_x \cos \omega t$ ， $y = A_y \cos(\omega t + \varphi)$ 当 φ 分别为 $\pi/2$ 和 $3\pi/2$ 时，对应的合成振动情况为

A 1,4

B 4,1

C 2,3

D 3,2



§ 6.9 振动方向相互垂直的简谐振动合成

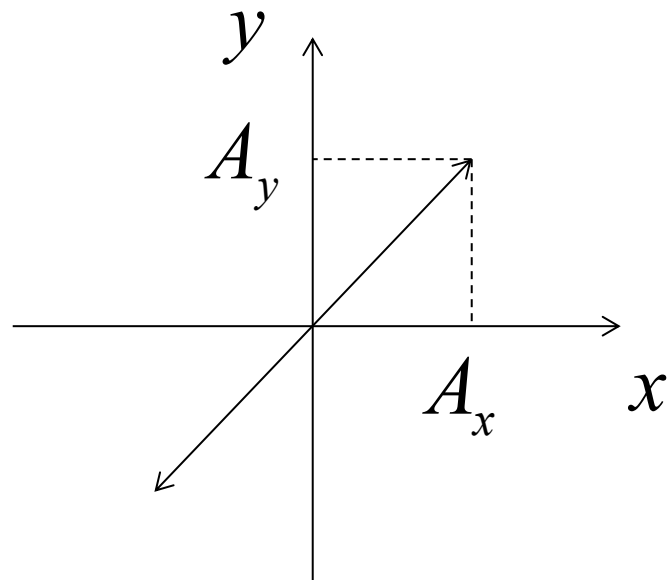
$$x = A_x \cos(\omega_x t + \varphi_x)$$

$$y = A_y \cos(\omega_y t + \varphi_y)$$

同频率，同相位

$$x = A_x \cos \omega t$$

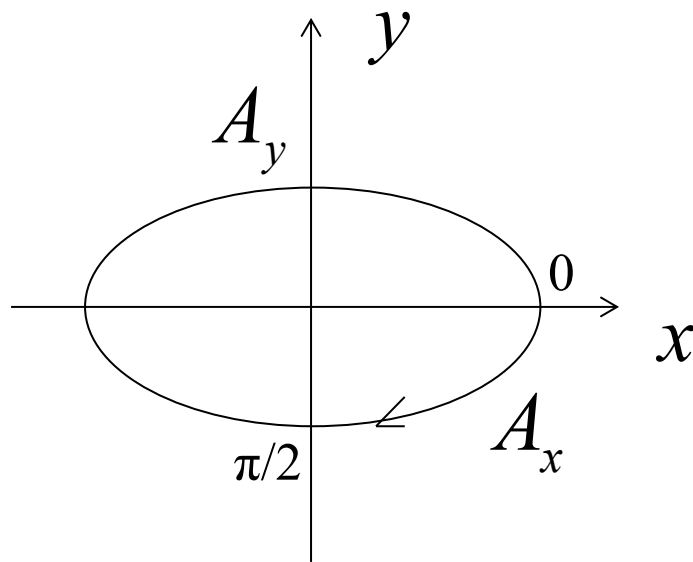
$$y = A_y \cos \omega t$$



同频率，不同相位

$$x = A_x \cos \omega t$$

$$y = A_y \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$



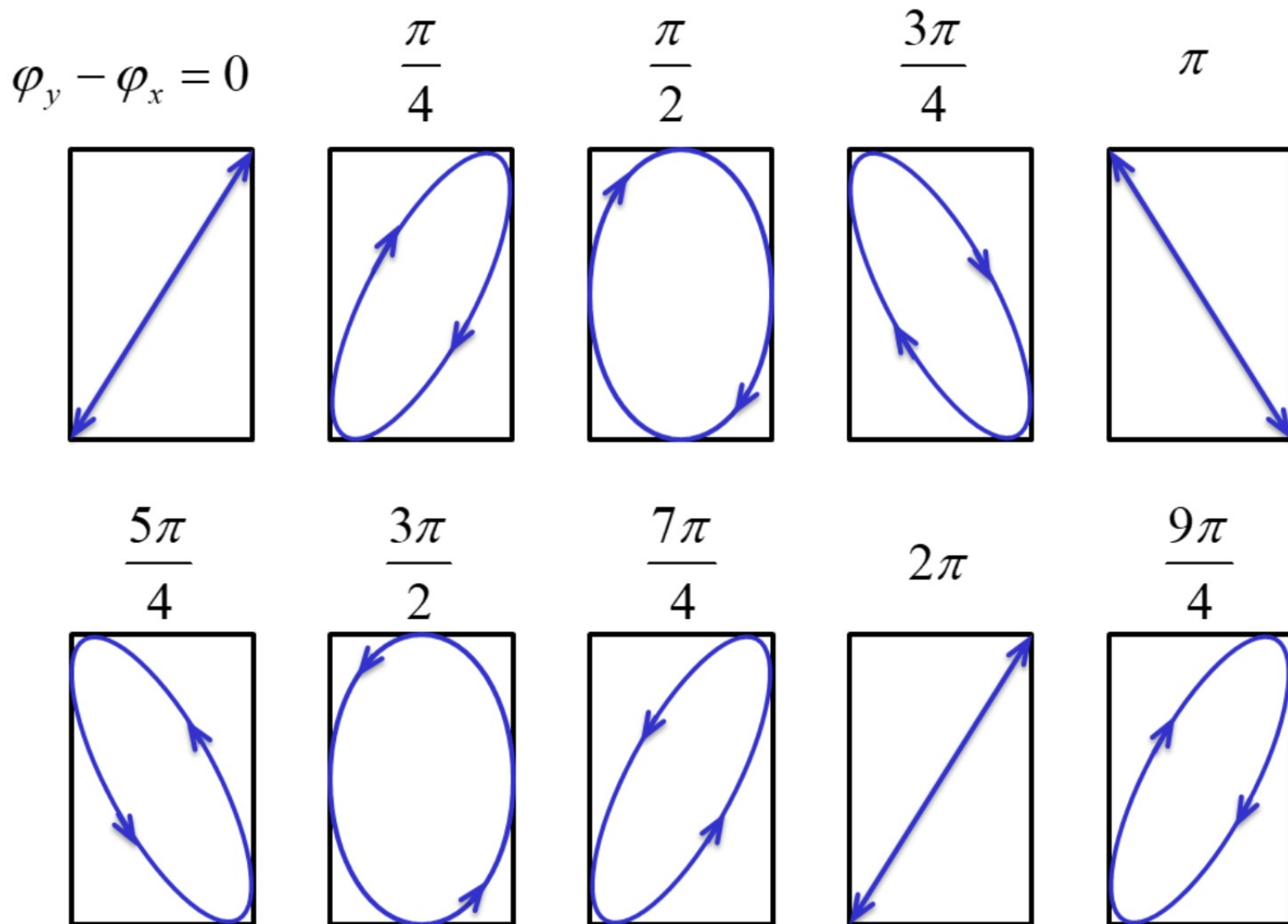
$$x = A_x \cos \omega t$$

$$y = A_y \cos(\omega t + \varphi) = A_y (\cos \omega t \cos \varphi - \sin \omega t \sin \varphi)$$

$$\frac{y}{A_y} = \frac{x}{A_x} \cos \varphi - \sin \omega t \sin \varphi$$

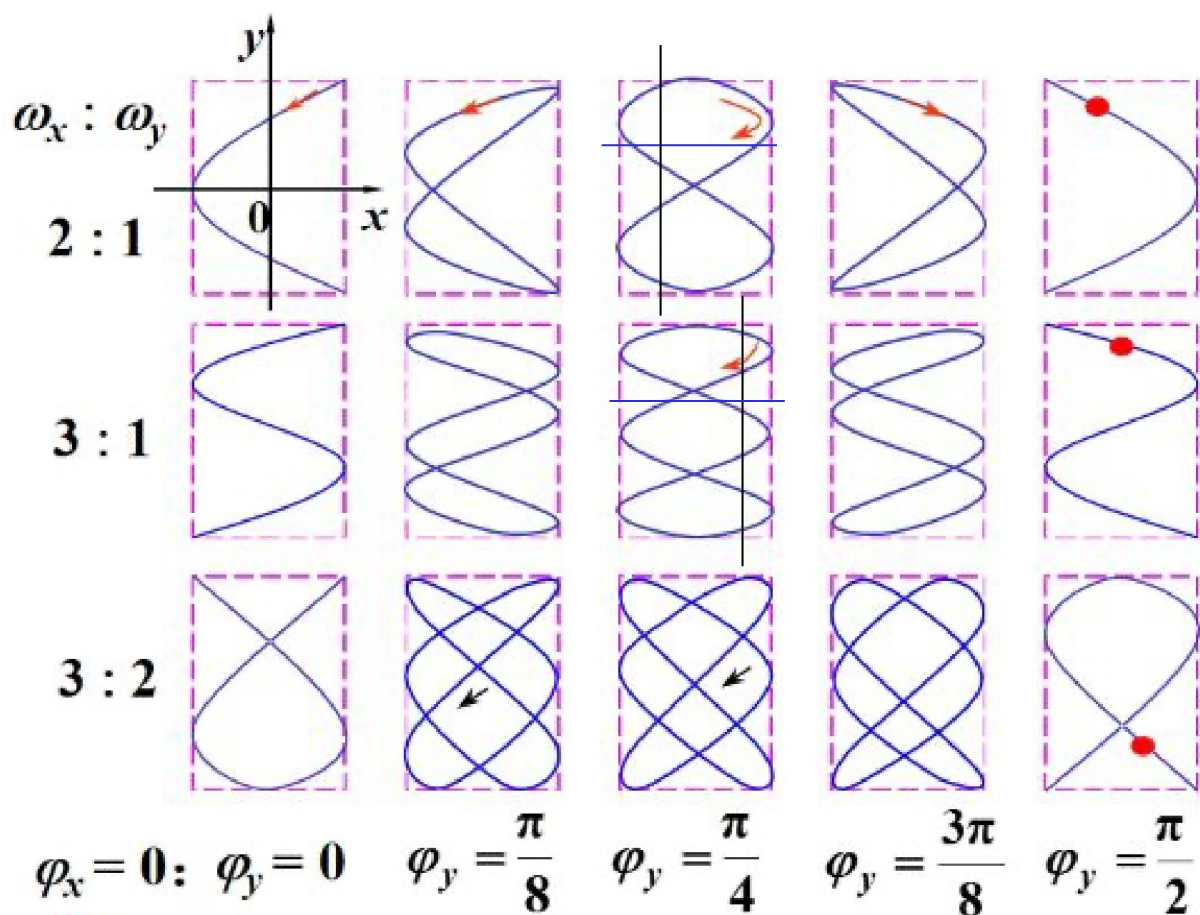
$$\begin{aligned} \left(\frac{y}{A_y} - \frac{x}{A_x} \cos \varphi \right)^2 &= \sin^2 \varphi (1 - \cos^2 \omega t) \\ &= \sin^2 \varphi \left(1 - \frac{x^2}{A_x^2} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{x^2}{A_x^2} + \frac{y^2}{A_y^2} - \frac{2xy}{A_x A_y} \cos \varphi = \sin^2 \varphi$$



两个垂直方向同频率简谐振动的合成

不同频率

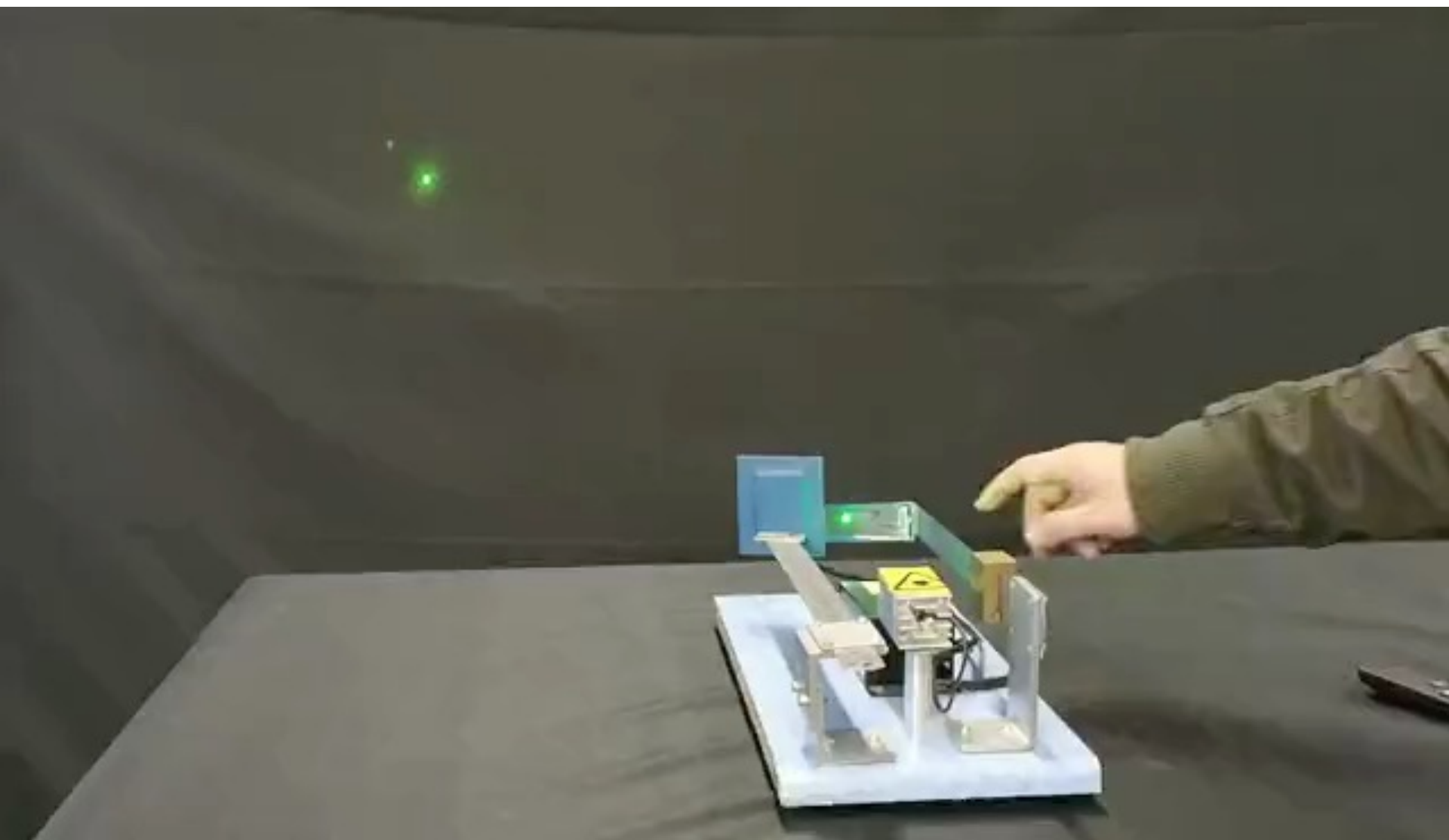


若频率非整数比曲线不闭合

应用——精确测频

频率整数比——利萨茹图（闭合曲线）





如果质点同时参与两个互相垂直、同频率的简谐振动，质点的运动轨迹一般是 [填空1]，也可能退化为 [填空2]，具体形状与这两个简谐振动的 [填空3] 有关。