大学物理 B(1)

清华大学物理系

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y}$$

$$\vec{r}(t) = r(t)\hat{r}(t)$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{x}\hat{x} + \dot{y}\hat{y}$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}} = \ddot{x}\hat{x} + \ddot{y}\hat{y}$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta}$$

匀加速运动

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

单选题 1分

设置

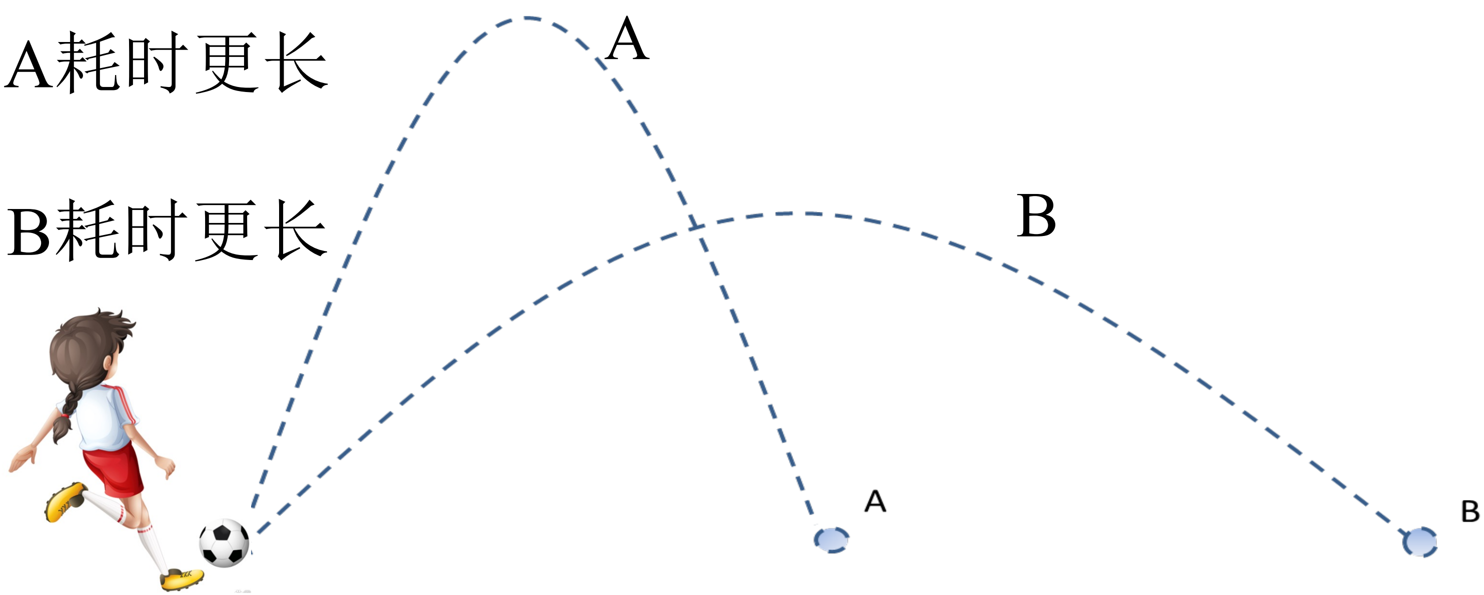
一场足球赛即将结束，某队领先1分，守门员想通过开大脚球来消耗比赛时间，则应选如下哪种方式：

A 不好确定，需要更多的信息。

B 两次耗时一样长

C A耗时更长

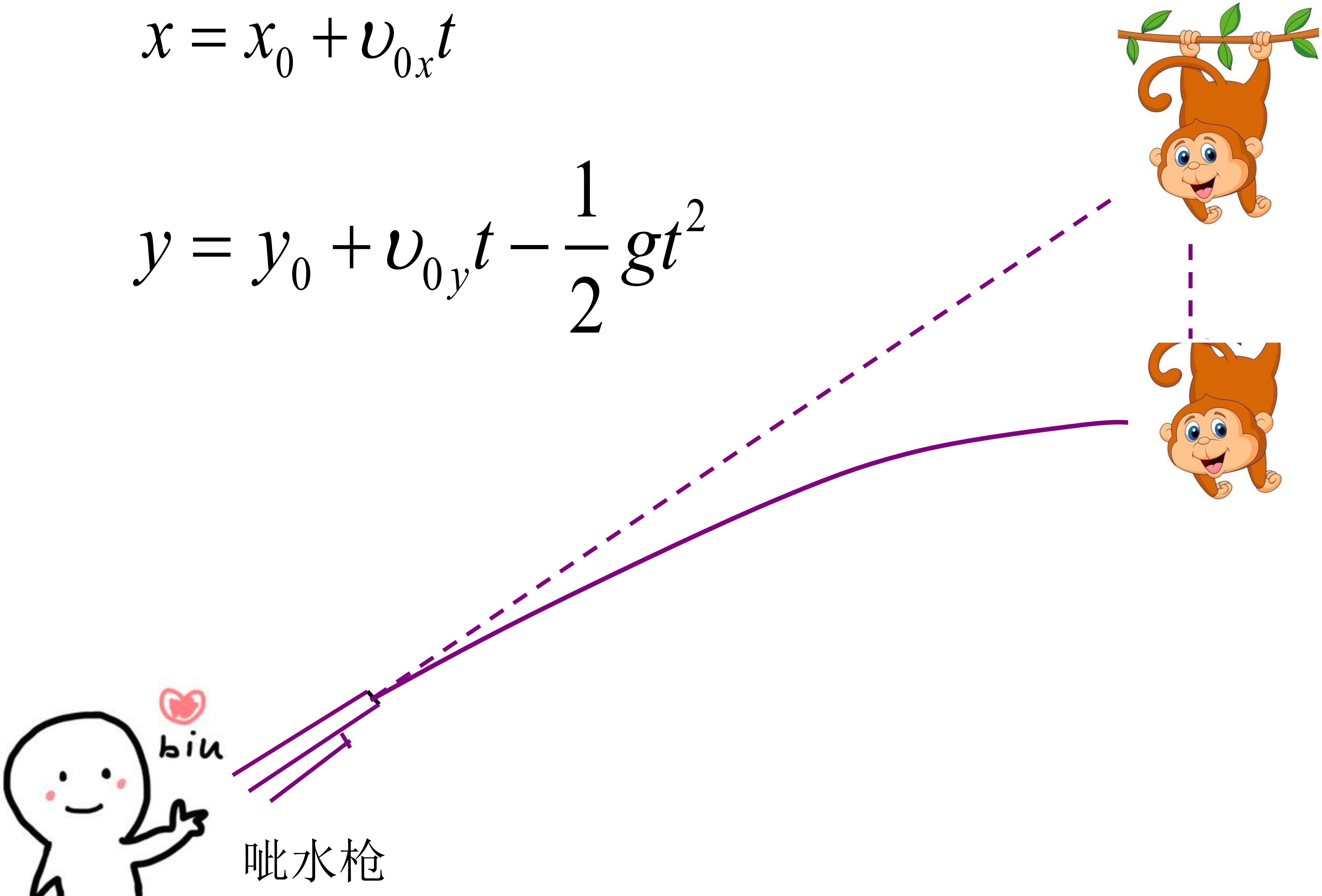
D B耗时更长



提交

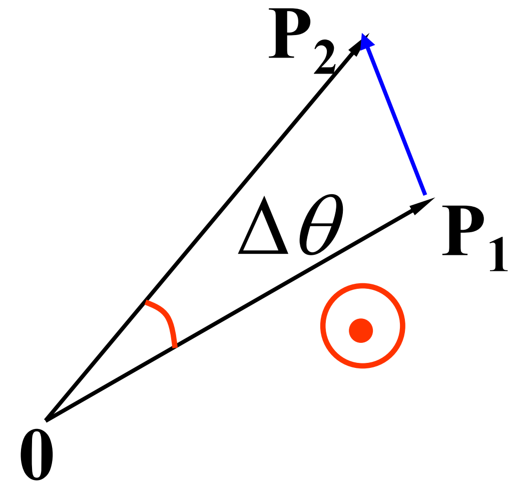
$$x = x_0 + \upsilon_{0x} t$$

$$y = y_0 + \upsilon_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$



角速度

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \dot{\theta}$$



右手螺旋法定义 小角度转动的方向

角速度是矢量吗？ $\vec{\omega}$

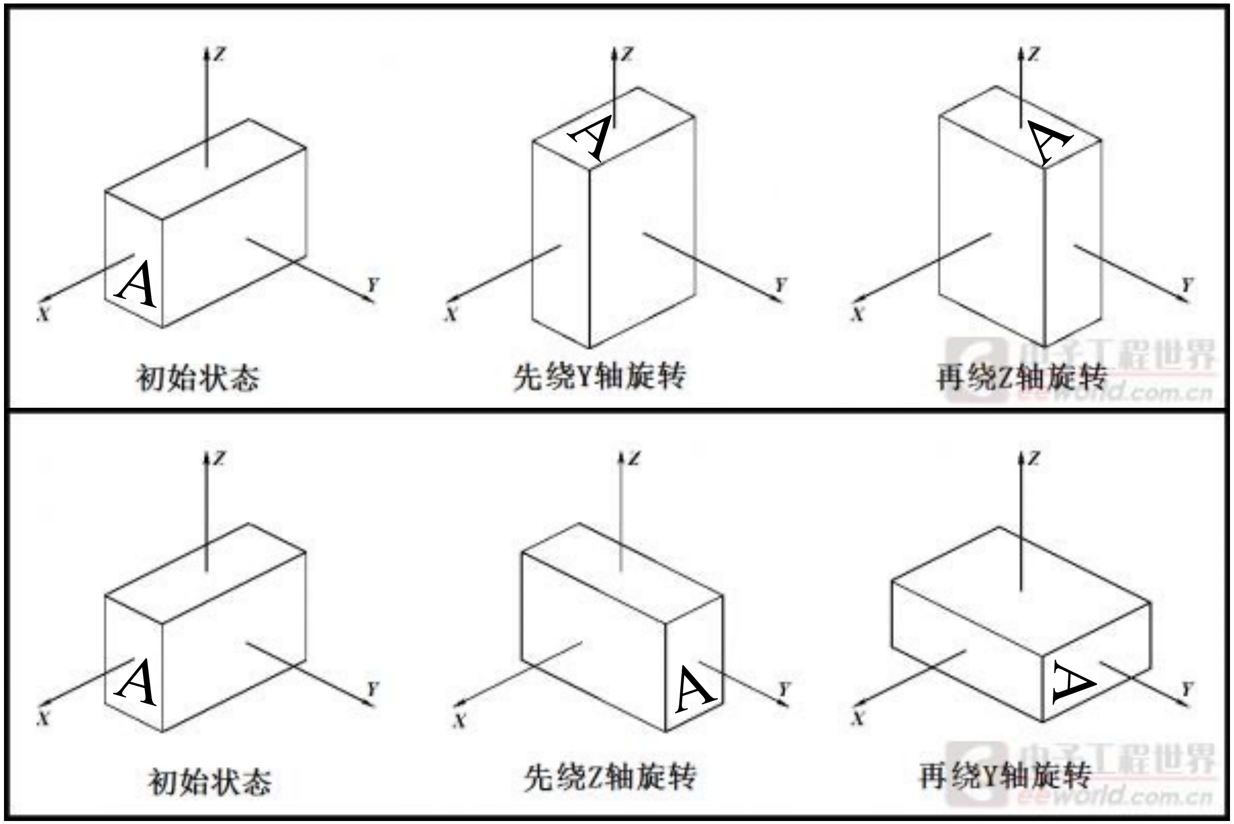
任意有大小的量，
赋予方向之后就
变为矢量？

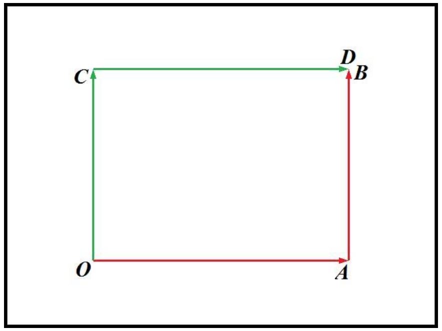
并非任意有大小有方向的物理量都可以定义为矢量

有限角转动（有限角位移）不是矢量

即使用右手螺旋法定义了方向，也不是矢量

为什么求导之后变成了矢量？

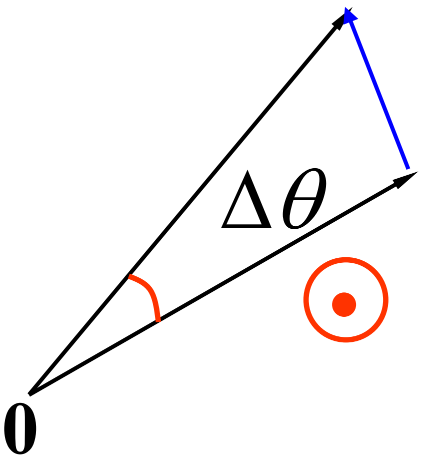




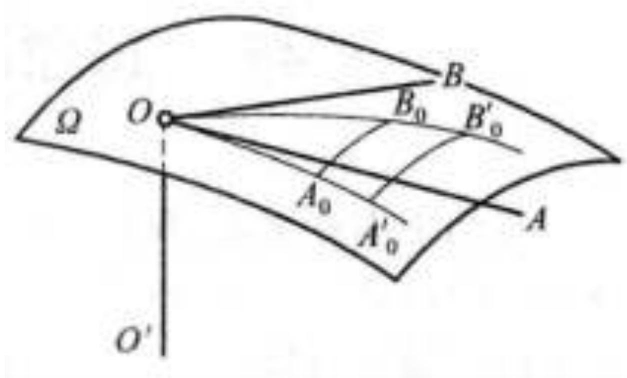
位移是矢量

角速度

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \dot{\theta}$$



可以证明：无限小角转动是矢量



角速度矢量 $\vec{\omega}$

矢量和单位矢量的变化率

$\vec{A} = A\hat{A}$　　　$\hat{A}$是单位矢量

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{dA}{dt}\hat{A} + A\frac{d\hat{A}}{dt}$$

大小的变化　　　方向的变化

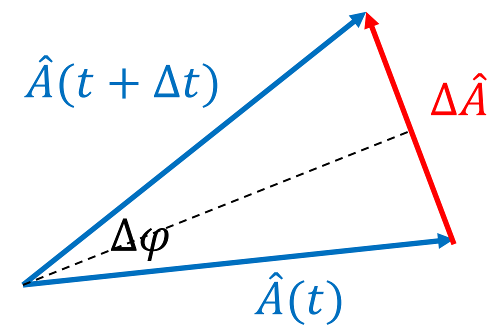
$$\frac{d\hat{A}}{dt} = ?$$

和角速度 $\vec{\omega}$ 有关吗？

矢量和单位矢量的变化率

$\vec{A} = A\hat{A}$　　$\hat{A}$是单位矢量

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{dA}{dt}\hat{A} + A\frac{d\hat{A}}{dt}$$



大小的变化　　方向的变化

$$\frac{d\hat{A}}{dt} = ?$$

方向：垂直于$\hat{A}$

大小：$\lim \frac{|\Delta\hat{A}|}{\Delta t} = \lim \frac{2\sin(\Delta\varphi/2)}{\Delta t} \approx \frac{d\varphi}{dt}$

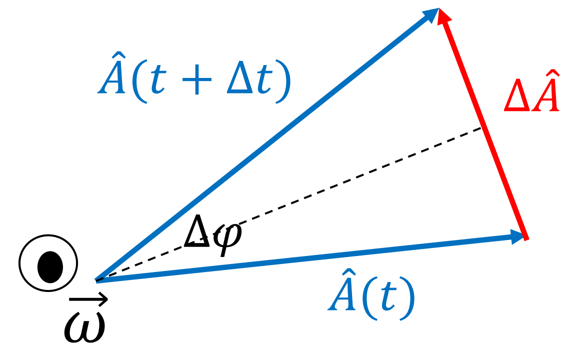
方位角的变化率

（角速度的大小）

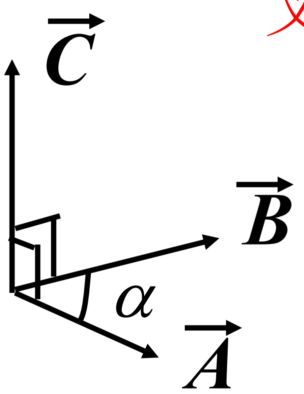
用角速度矢量表达单位矢量的变化率 $\frac{d\hat{A}}{dt}$

大小：$\frac{d\varphi}{dt} = |\vec{\omega}|$

方向：垂直于$\hat{A}$，也垂直于$\vec{\omega}$



叉积或矢量积



$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

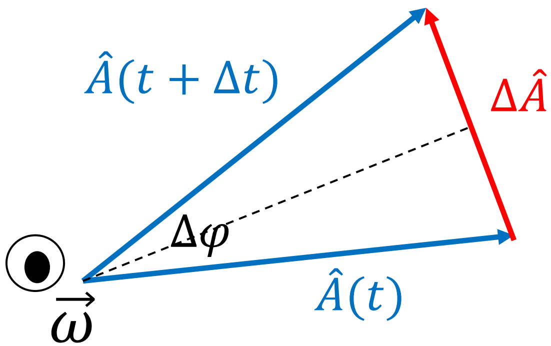
$$C = AB\sin\alpha$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

用角速度矢量表达单位矢量的变化率 $\dfrac{d\hat{A}}{dt}$

大小：$\dfrac{d\varphi}{dt} = |\vec{\omega}|$

方向：垂直于$\hat{A}$，也垂直于$\vec{\omega}$



单位矢量变化率 $\dot{\hat{A}} = \vec{\omega}\times\hat{A}$

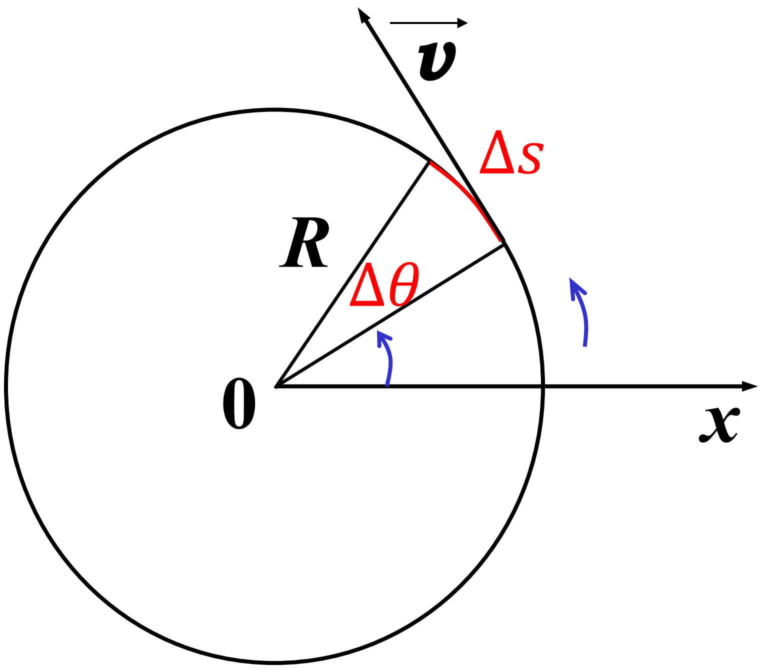
任意矢量变化率 $\dot{\vec{A}} = \dot{A}\hat{A} + \vec{\omega}\times\vec{A}$

若 $\vec{A}$ 大小不变，$\boxed{\dot{\vec{A}} = \vec{\omega}\times\vec{A}}$

普适的结果

匀速圆周运动

线速度 $v = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{ds}{dt}$



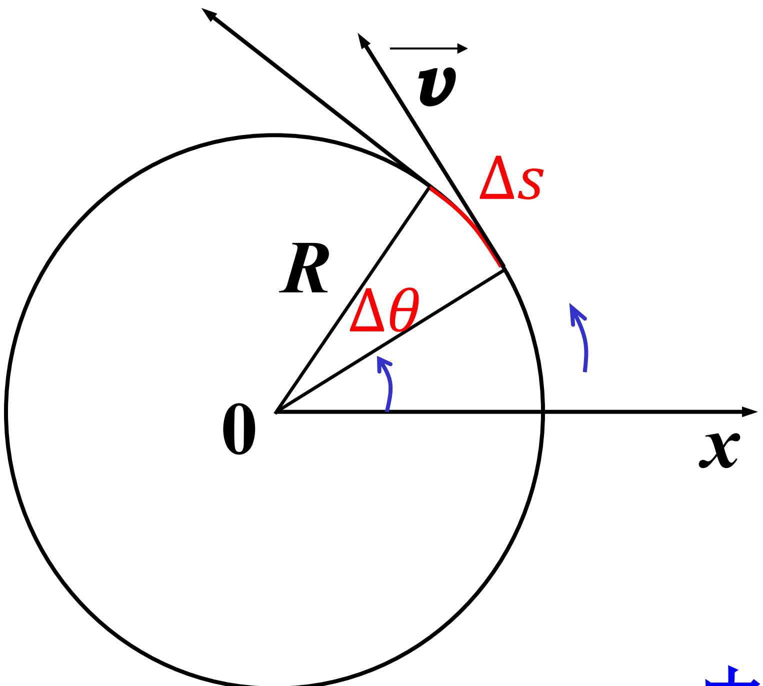
$$\Delta s = R\Delta\theta$$

$$v = R\omega$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{R}} = \vec{\omega} \times \vec{R}$$

匀速圆周运动

线速度 $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$



$$\Delta s = R\Delta\theta$$

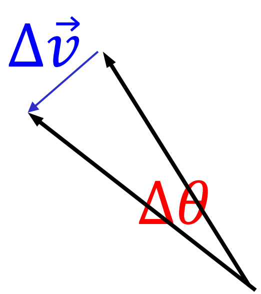
$$\upsilon = R\omega$$

$$\vec{\upsilon} = \dot{\vec{R}} = \vec{\omega} \times \vec{R}$$

加速度 $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

内法向 $|\Delta \vec{v}| \approx v\Delta\theta$

$$a = v\omega$$



向心加速度 $\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \vec{\omega} \times \vec{v}$

单选题 1分 设置

“匀速圆周运动的物体, 其加速度总是不变的.” 是否正确.

A 是

B 否

提交

变速圆周运动

角速度大小随时间变化的圆周运动

角加速度 $\vec{\alpha} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \dot{\vec{\omega}}$

取角速度方向为角加速度正方向

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \begin{matrix} > 0 \text{ 顺} \\ < 0 \text{ 逆} \end{matrix}$$

变速圆周运动

角速度大小随时间变化的圆周运动

角加速度 $\vec{\alpha} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt} = \dot{\vec{\omega}}$

取角速度方向为角加速度正方向

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \begin{matrix} > 0 \text{ 顺} \\ < 0 \text{ 逆} \end{matrix}$$

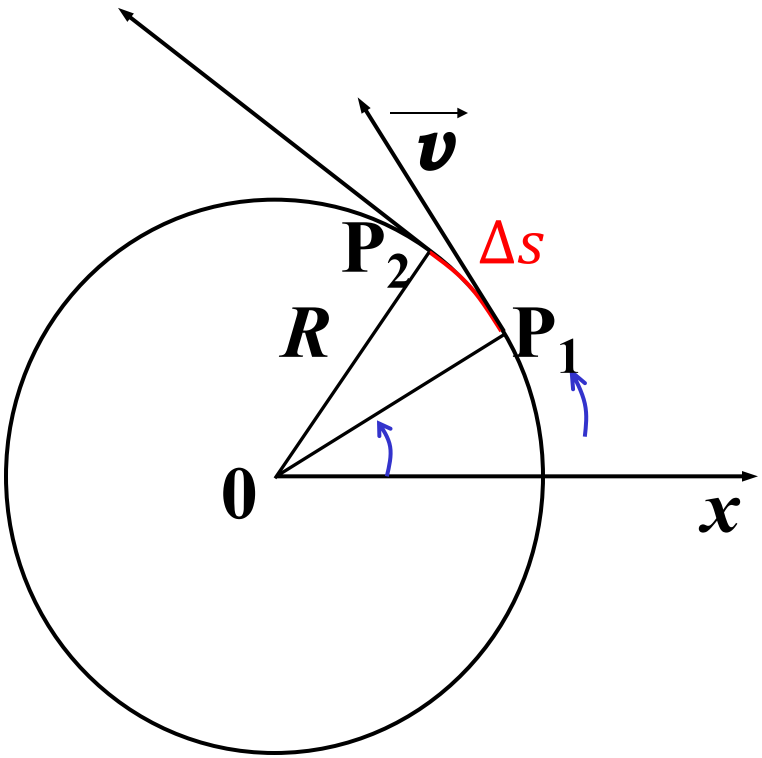
线速度 $\vec{\upsilon} = \dot{\vec{R}} = \vec{\omega} \times \vec{R}$

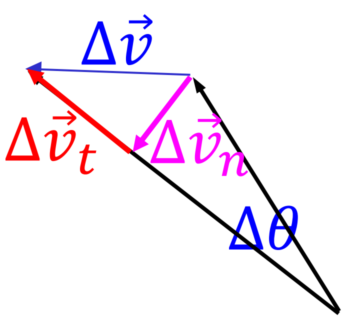
圆周运动的特性
R不变

$$\upsilon = R\omega$$

加速度

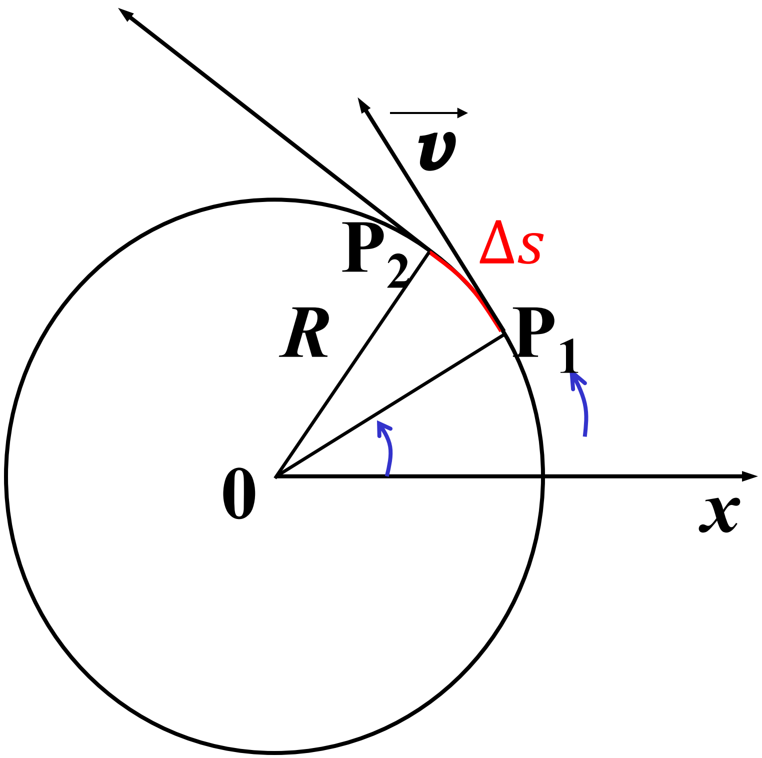
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$





加速度

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$



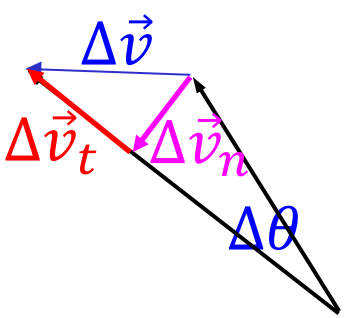
内法向 $\hat{n}$

切向 $\hat{\theta}$

$$\vec{v} = v\hat{\theta}$$

$$\Delta\vec{v} \approx \Delta v_t \hat{\theta} + \Delta v_n \hat{n}$$

$$\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \approx \frac{\Delta v_t}{\Delta t}\hat{\theta} + \frac{\Delta v_n}{\Delta t}\hat{n} \approx \frac{\Delta v}{\Delta t}\hat{\theta} + \frac{\Delta\theta v}{\Delta t}\hat{n}$$

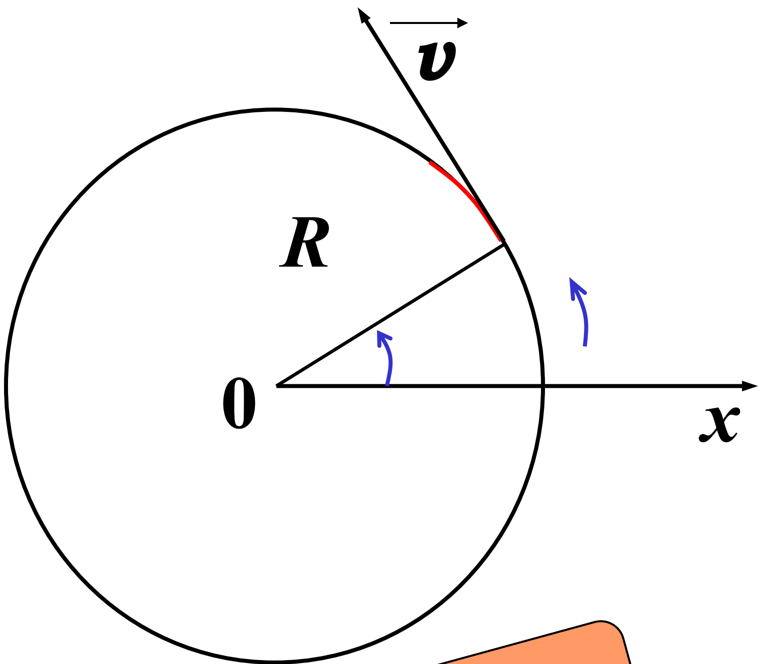


$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\hat{\theta} + \frac{d\theta}{dt}v\hat{n} = \alpha R\hat{\theta} + \omega v\hat{n}$$

a_t 切向

a_n 法向(向心)

另一种方法：速度矢量→加速度



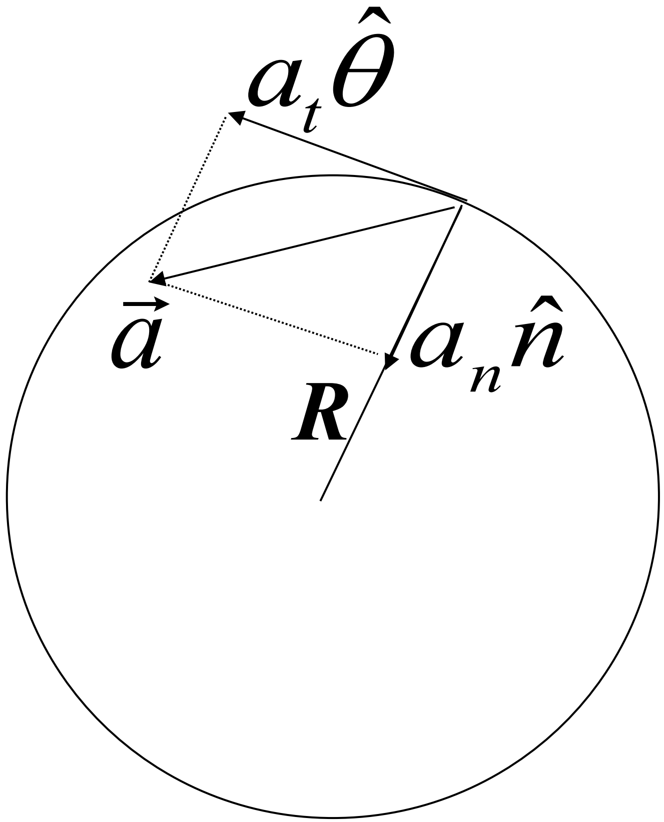
$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\omega}\times\vec{R})$$

$$= \frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{R} + \vec{\omega}\times\frac{d\vec{R}}{dt}$$

角加速度

$$\vec{a} = \vec{\alpha}\times\vec{R} + \vec{\omega}\times\vec{\upsilon} = \alpha R\hat{\theta} + \omega v\hat{n}$$

切向加速度　　向心加速度

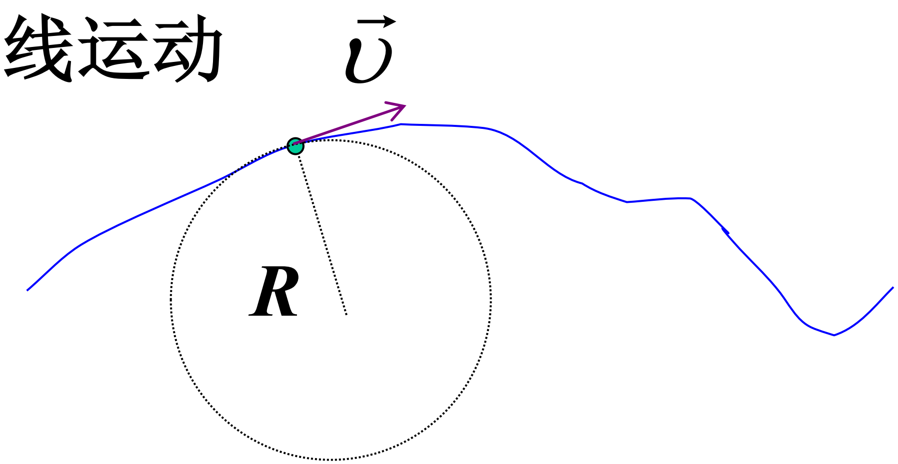


$$\boxed{\vec{a} = a_t\hat{\theta} + a_n\hat{n}}$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

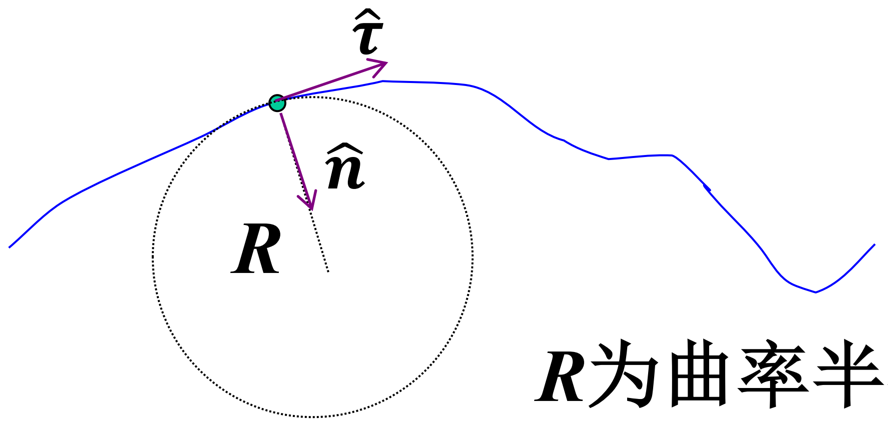
匀速圆周运动 $\boxed{a_t = 0}$

*一般曲线运动



R不断变化的
变速圆周运动

自然坐标系



运动轨迹已知

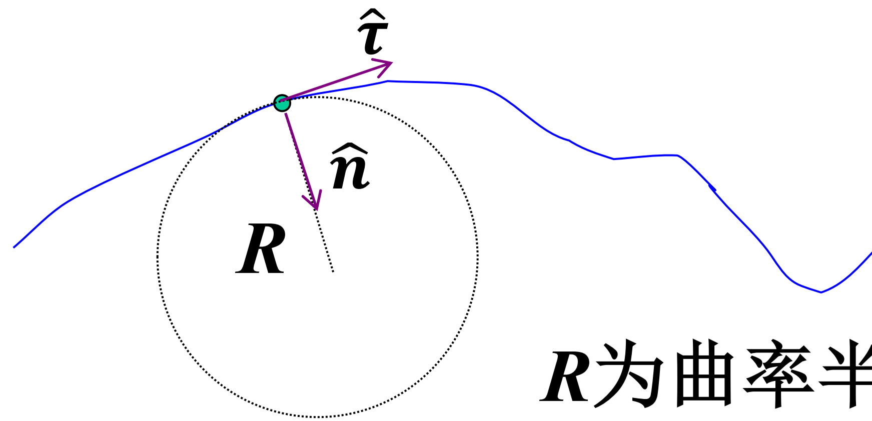
曲线坐标：$S(t)$

R为曲率半径

单位矢量：$\hat{\tau}$ (切向)， $\hat{n}$ (法向)

速度：$\vec{v} = v\hat{\tau} = \frac{dS}{dt}\hat{\tau}$

自然坐标系



运动轨迹已知

曲线坐标：$S(t)$

R为曲率半径

单位矢量：$\hat{\tau}$ (切向)， $\hat{n}$ (法向)

速度：$\vec{v} = v\hat{\tau} = \frac{dS}{dt}\hat{\tau}$

切向加速度$\overrightarrow{a_\tau}$

加速度：$\vec{a} = \frac{d(v\hat{\tau})}{dt} = \frac{dv}{dt}\hat{\tau} + v\frac{d\hat{\tau}}{dt} = \frac{dv}{dt}\hat{\tau} + v\frac{d\varphi}{dt}\hat{n}$

法向加速度$\overrightarrow{a_n} = v\frac{d\varphi}{dt}\hat{n} = v\frac{dS}{Rdt}\hat{n} = \frac{v^2}{R}\hat{n}$

常用坐标系

直角坐标系 —— 加速度为常量

平面极坐标系 —— 加速度指向定点

自然坐标系 —— 轨迹确定

单选题 1分

设置

“圆周运动中线速度和角速度关系$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}$只适用于匀速圆周运动.” 是否正确.

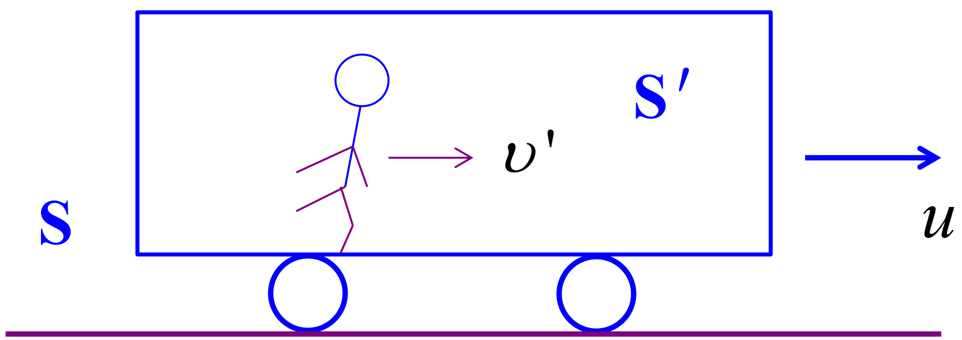
A 是

B 否

提交

§ 1.7 相对运动和加速参考系

在两个不同参考系, 观察同一物体运动

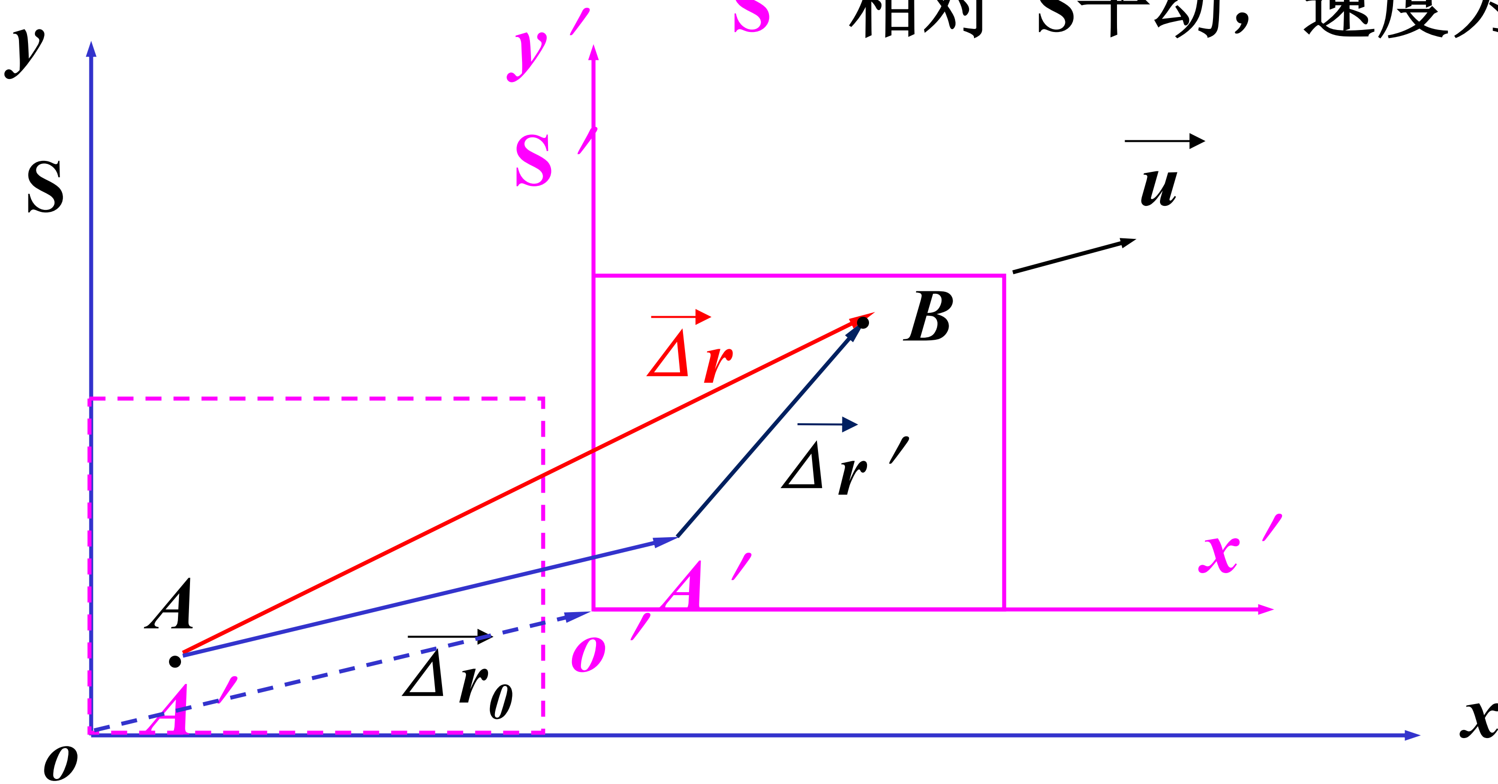


$$\upsilon = u + \upsilon'$$

两个不同参考系之间的速度变换关系

两个相对平动参考系，各固定有坐标系

S' 相对 S平动，速度为 $\vec{u}$



$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}\,' + \Delta\vec{r}_0$$

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}\,' + \Delta\vec{r}_0}$$

两边除Δt，取极限 $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}\,' + \vec{\upsilon}_0$

或 $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}\,' + \vec{u}$

绝对速度　相对速度　牵连速度

伽里略速度变换 $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}\,' + \vec{u}$

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}\,' + \Delta\vec{r}_0}$$

两边除Δt，取极限 $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}\,' + \vec{\upsilon}_0$

或 $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}\,' + \vec{u}$

绝对速度 相对速度 牵连速度

伽里略速度变换 $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}\,' + \vec{u}$

求导 $\vec{a} = \vec{a}\,' + \vec{a}_0$

相对做匀速直线运动的参考系之间的的变换

$$\vec{a} = \vec{a}\,'$$

伽里略速度变换适用范围？

伽里略速度变换适用范围

长度测量的绝对性

时间测量的绝对性

伽里略速度变换适用范围

长度测量的绝对性

时间测量的绝对性

叠加发生在同一个参考系，变换涉及不同参考系

普适　　　　　　　　　　有局限性

一个矢量不随坐标系的不同而变化

一个粒子的速度, 在不同参考系观察, 是不同的矢量

单选题 1分

设置

一个球垂直向上扔出，在重力影响下它达到高点再回落。假设（a）我们把运动过程拍下来，然后把录像带倒过来播放，（b）我们在以小球的初始速度向上运动的参考系中观察小球的运动。小球具有向下的加速度g的是

A （a）和（b）

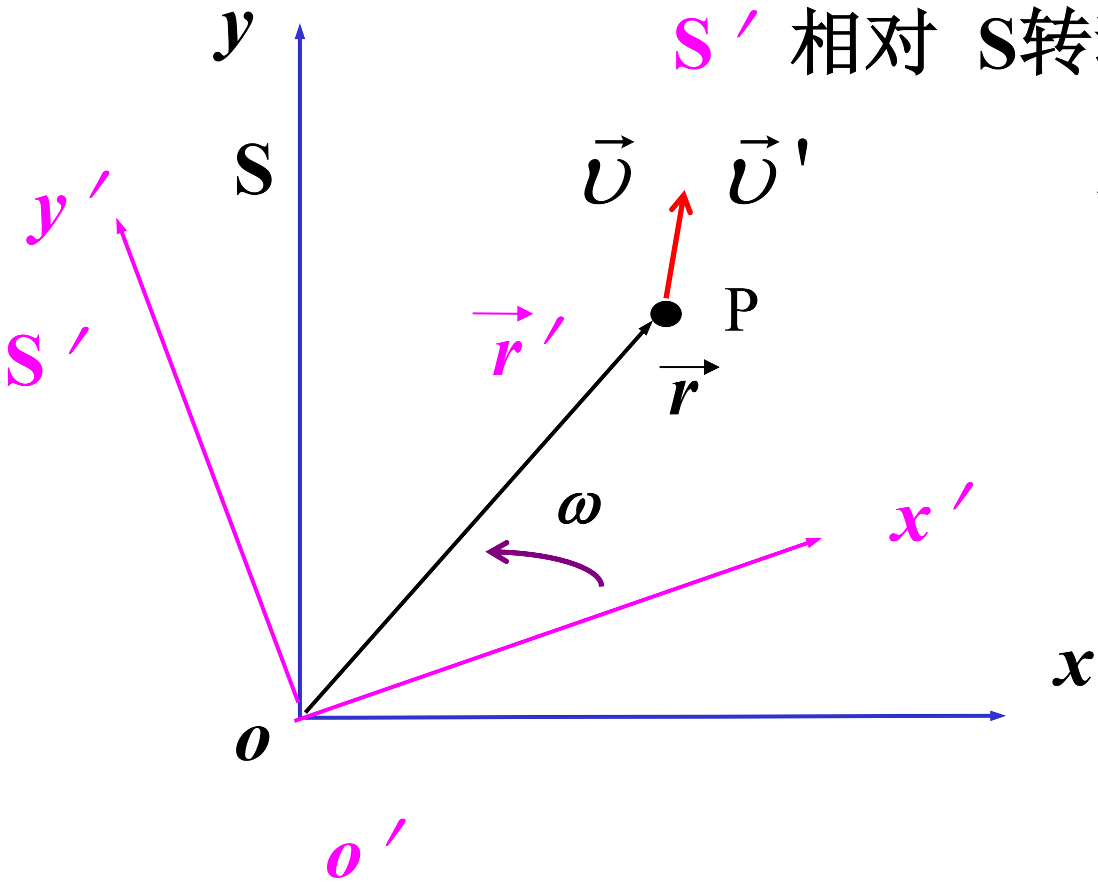
B 只有（a）

C 只有（b）

D （a）和（b）都不是

提交

两个相对转动参考系, 各固定有坐标系



S′ 相对 S转动，角速度为 $\vec{\omega}$ 常量

原点相同：

$$\vec{r} = \vec{r}'$$

两边求导得：

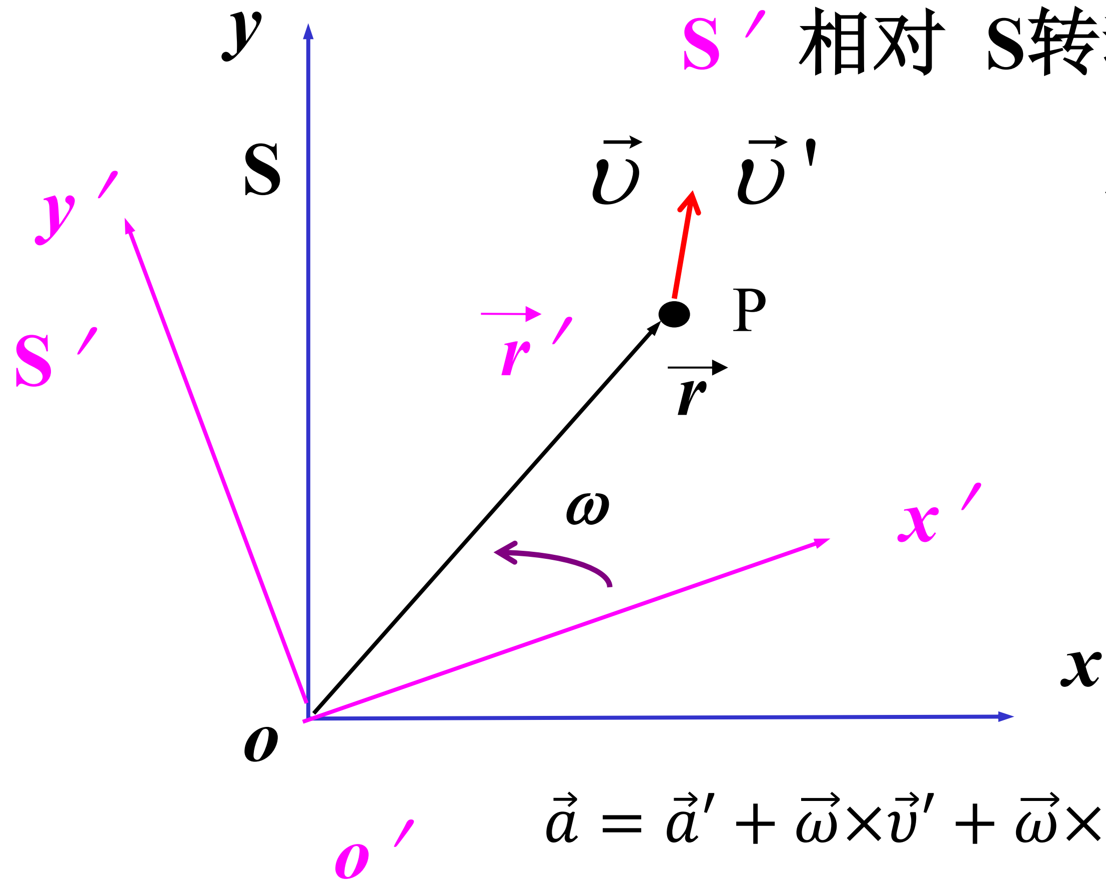
$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}' + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

牵连速度可变

两个相对转动参考系，各固定有坐标系

S′ 相对 S转动，角速度为 $\vec{\omega}$

常量



原点相同：

$$\vec{r} = \vec{r}'$$

两边求导得：

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{\omega}\times\vec{r}'$$

牵连速度可变

两边再求导得：

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{\omega}\times\vec{v}' + \vec{\omega}\times(\vec{v}' + \vec{\omega}\times\vec{r}') + \underbrace{\vec{\alpha}\times\vec{r}'}_{=0}$$

$$= \vec{a}' + \underbrace{2\vec{\omega}\times\vec{v}'}_{\text{科里奥利加速度}} + \underbrace{\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}')}_{\text{向心加速度}}$$

科里奥利加速度　向心加速度

首先，因为两个参考系共原点，
我们有：

$$\vec r = \vec r'$$

先算在S'系中的变化律，并反复应
用$\dot{\vec A} = \vec\omega\times\vec A$：

$$\vec r' = x'\vec\imath' + y'\vec\jmath'$$

$$\begin{aligned}\dot{\vec r}' &= \dot x'\vec\imath' + \dot y'\vec\jmath' + x'\dot{\vec\imath}' + y'\dot{\vec\jmath}' \\ &= \dot x'\vec\imath' + \dot y'\vec\jmath' + x'\vec\omega\times\vec\imath' + y'\vec\omega\times\vec\jmath' \\ &= \dot x'\vec\imath' + \dot y'\vec\jmath' + \vec\omega\times(x'\vec\imath' + y'\vec\jmath') \\ &= \vec v' + \vec\omega\times\vec r'\end{aligned}$$

另外，$\dot{\vec r}$就是在S系中观察到的质
点的运动速度，它和$\dot{\vec r}'$相等，于是

$$\boxed{\vec v = \vec v' + \vec\omega\times\vec r'}$$

相对转动参考系的加速度关系，可以从$\vec v = \vec v' + \vec\omega\times\vec r'$出发再对时间微商一次，
同时反复应用$\dot{\vec A} = \vec\omega\times\vec A$和两项乘积的求导规则（即$\frac{d}{dt}(AB) = \dot A B + A\dot B$）：

$$\vec v = \dot x'\vec\imath' + \dot y'\vec\jmath' + \vec\omega\times\vec r'$$

$$\dot{\vec v} = \ddot x'\vec\imath' + \ddot y'\vec\jmath' + \dot x'\dot{\vec\imath}' + \dot y'\dot{\vec\jmath}' + \dot{\vec\omega}\times\vec r' + \vec\omega\times\dot{\vec r}'$$

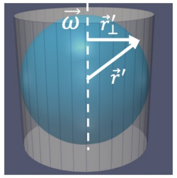
$$\vec a = \ddot x'\vec\imath' + \ddot y'\vec\jmath' + \dot x'\vec\omega\times\vec\imath' + \dot y'\vec\omega\times\vec\jmath' + \dot{\vec\omega}\times\vec r' + \vec\omega\times(\vec v' + \vec\omega\times\vec r')$$

$$\vec a = \ddot x'\vec\imath' + \ddot y'\vec\jmath' + \vec\omega\times(\dot x'\vec\imath' + \dot y'\vec\jmath') + \dot{\vec\omega}\times\vec r' + \vec\omega\times\vec v' + \vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r')$$

$$\vec a = \ddot x'\vec\imath' + \ddot y'\vec\jmath' + \vec\omega\times\vec v' + \dot{\vec\omega}\times\vec r' + \vec\omega\times\vec v' + \vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r')$$

$$\vec a = \boxed{\ddot x'\vec\imath' + \ddot y'\vec\jmath'} + \vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r') + \dot{\vec\omega}\times\vec r' + 2\vec\omega\times\vec v'$$

$$\vec a = \underbrace{\boxed{\vec a'}}_{\text{相对加速度}} + \underbrace{\underbrace{\boxed{\vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r')}}_{\text{向心加速度}} + \underbrace{\boxed{\dot{\vec\omega}\times\vec r'}}_{\text{切向加速度（变速转动）}}}_{\text{牵连加速度}} + \underbrace{\boxed{2\vec\omega\times\vec v'}}_{\text{科里奥利加速度}}$$



其中，向心加速度又可简化为（如图）$\vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r') = -\omega^2\vec r' + (\vec\omega\cdot\vec r')\vec\omega = -\,\omega^2\vec r'_\perp$

投票 最多可选5项

设置

昆虫在夜间运动通常以月光为基准。由于月球距地球很远，月光可以看成是平行光，昆虫选好目标后，保持与月光成固定角度运动就可以沿直线飞行。如果昆虫把附近的某光源，如路灯，误认为是月光，那它的运动就不再是直线。为了求其运动轨迹，解释“飞蛾扑火”现象，你会怎么做？

A 建立极坐标系，选择亮光处为原点

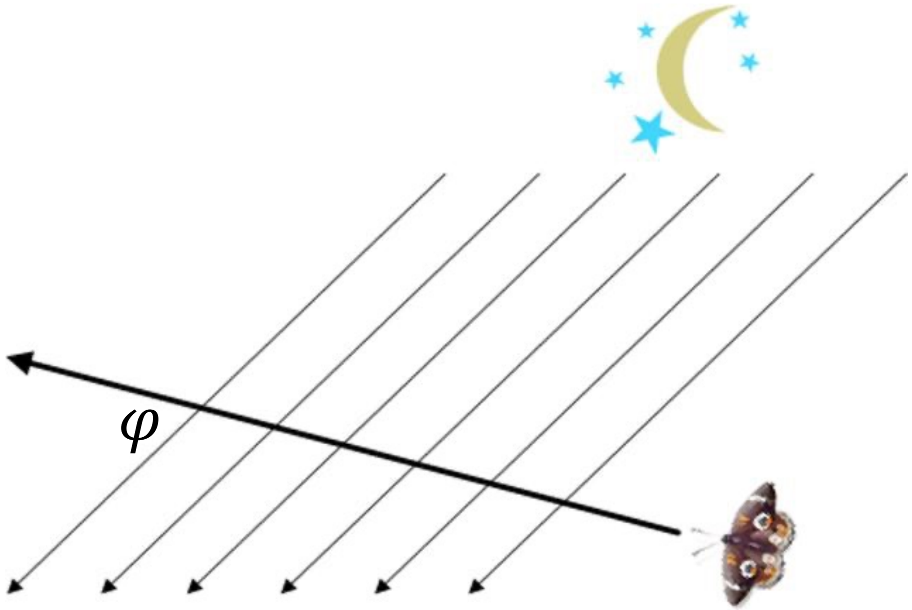
B 假设昆虫飞行速率为常量

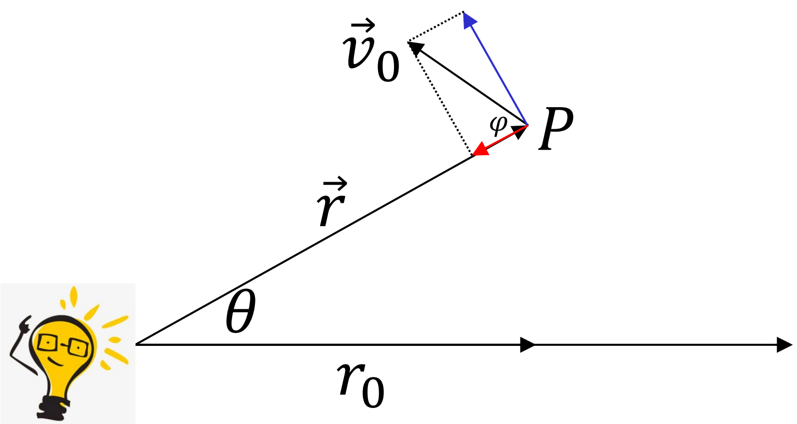
C 假设昆虫横向速率为常量

D 假设昆虫的极角随时间变化率为常量

E 假设昆虫的径向速率与横向速率比值不变

提交





$$\frac{\dot{r}}{r\dot{\theta}} = -\cot\varphi = -C$$

$$\frac{\frac{dr}{dt}}{r\frac{d\theta}{dt}} = -C$$

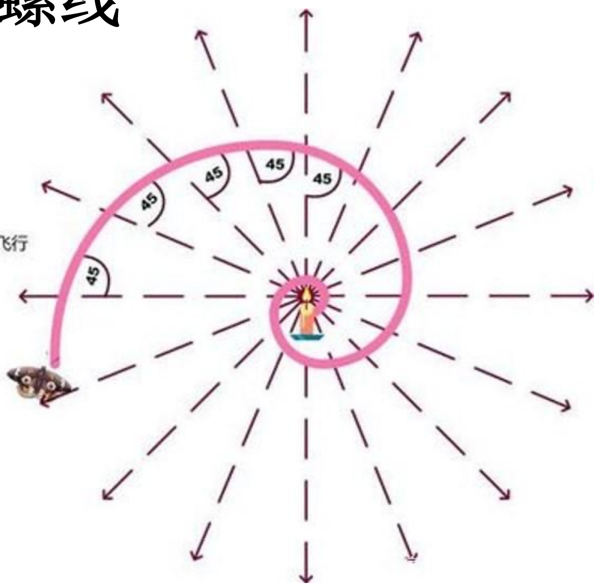
$$\frac{dr}{rd\theta} = -C$$

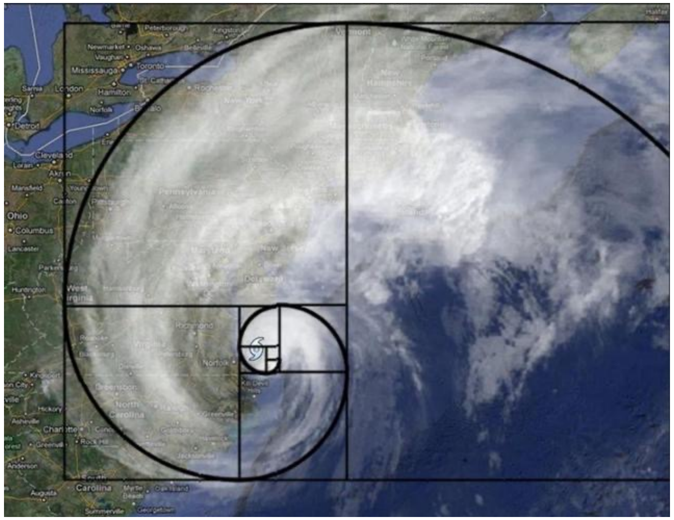
$$\frac{dr}{r} = -Cd\theta$$

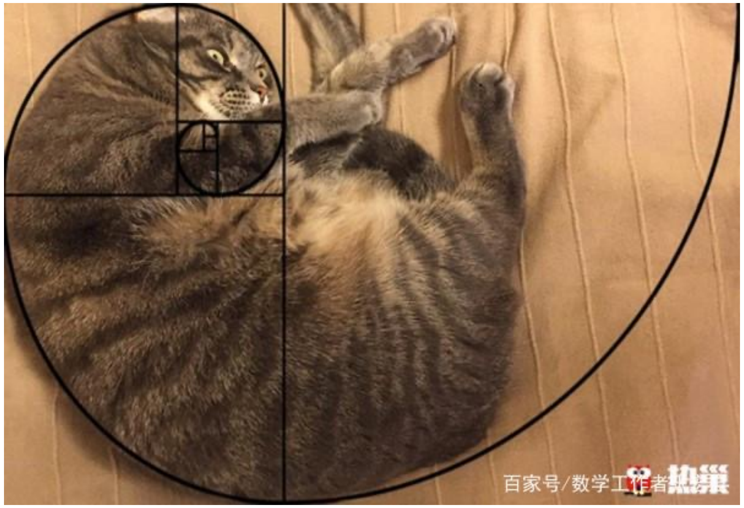
$$\ln r = -C\theta + C'$$

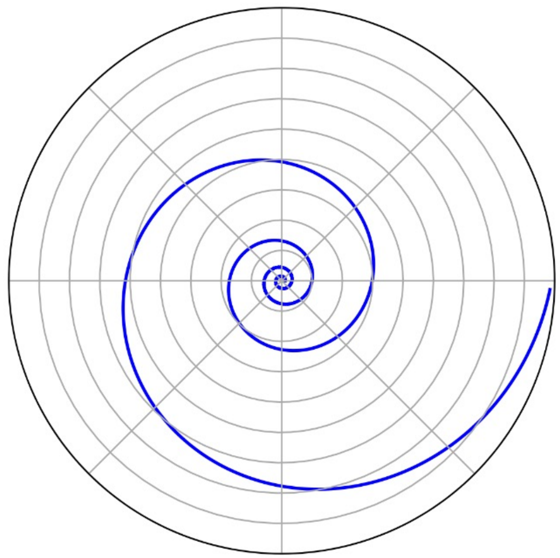
$$r = r_0 e^{-c\theta}$$

等角螺线

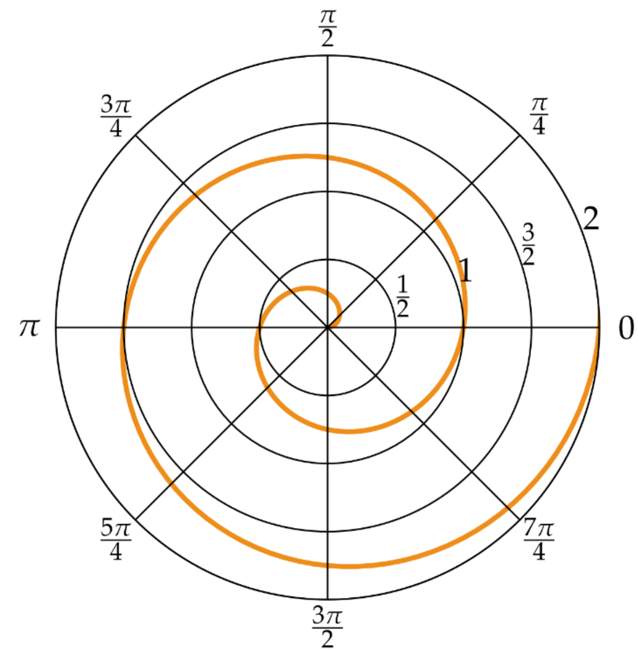




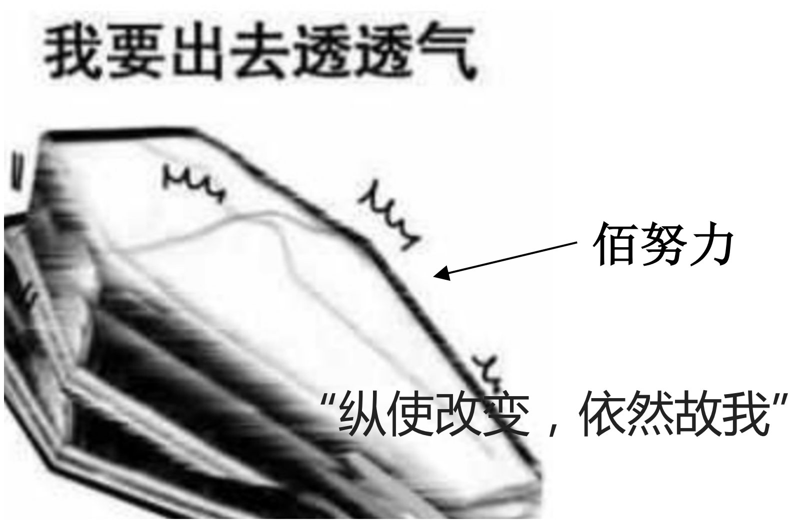




等角螺线



等速螺线
（阿基米德螺线）



当一点沿动射线以等速率运动的同时，这射线又以等角速度旋转

设质点在匀速转动的水平转盘上从开始自中心出发以恒定的速率**u**沿一半径运动，求：速度和加速度、质点的轨迹。

设质点在匀速转动的水平转盘上从开始自中心出发以恒定的速率**u**沿一半径运动，求：速度和加速度、质点的轨迹。

解： 取质点运动所沿的半径在**t=0**时的位置为极轴，得：

$$\begin{cases} r = ut \\ \theta = \omega t \end{cases} \qquad \begin{cases} v_r = dr/dt = u \\ v_\theta = r d\theta / dt = r\omega \end{cases}$$

$$\vec{a}(t) = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\,\hat{\mathrm{r}} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\,\hat{\theta}$$

$$\vec{a}(t) = -r\omega^2\,\hat{\mathbf{r}} + 2u\omega\,\hat{\theta}$$

轨迹方程： $r = \dfrac{u}{\omega}\theta$ **此曲线为阿基米德螺线**

第二章 牛顿运动定律

投票 最多可选6项

设置

牛顿对下列那些领域有重要贡献？

- A 力学
- B 数学
- C 天文学
- D 光学
- E 热学
- F B站弹幕

提交

Isaac Newton

25 December 1642 – 20 March 1727

Nature and nature's laws lay hid in night, God said "Let Newton be" and all was light.