

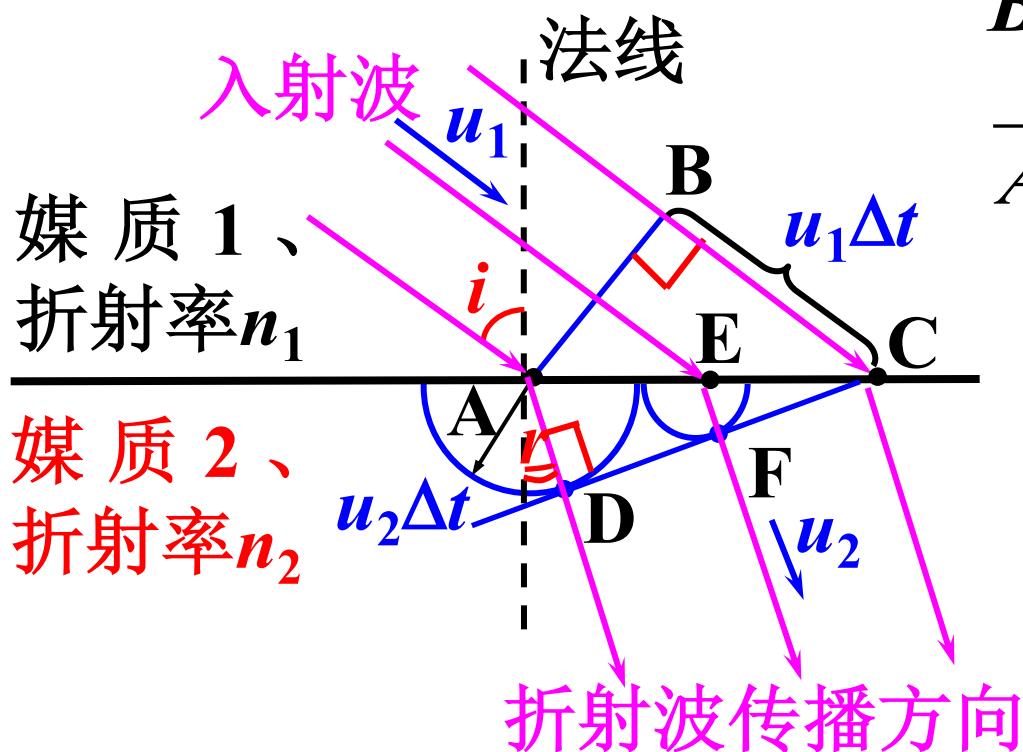
# 大学物理 B(1)

清华大学物理系

### 三. 波的反射和折射 (reflection & refraction)

△1. 波的反射 用惠更斯作图法导出反射定律

2. 波的折射:



$$\overline{BC} = u_1 \Delta t = \overline{AC} \sin i$$

$$\overline{AD} = u_2 \Delta t = \overline{AC} \sin r$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{u_1}{u_2}$$

光波  $u_1 = \frac{c}{n_1}, \quad u_2 = \frac{c}{n_2}$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{n_2}{n_1} = \text{const.}$$

得到

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

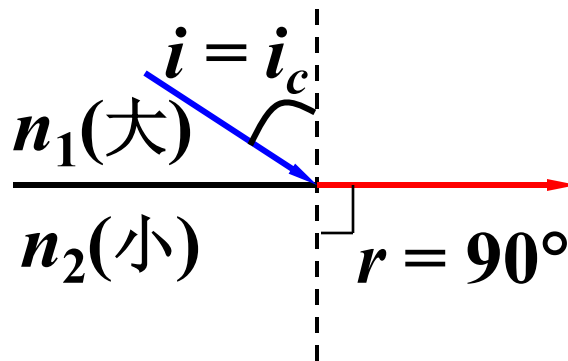
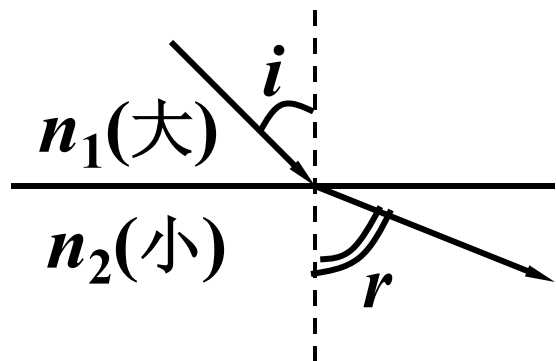
——折射定律  
(折射率与角度的关系)

或

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21}$$

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{——相对折射率}$$

光密媒质→光疏媒质时，折射角 $r >$ 入射角 $i$ 。



$$\sin i_c = \frac{n_2}{n_1}$$

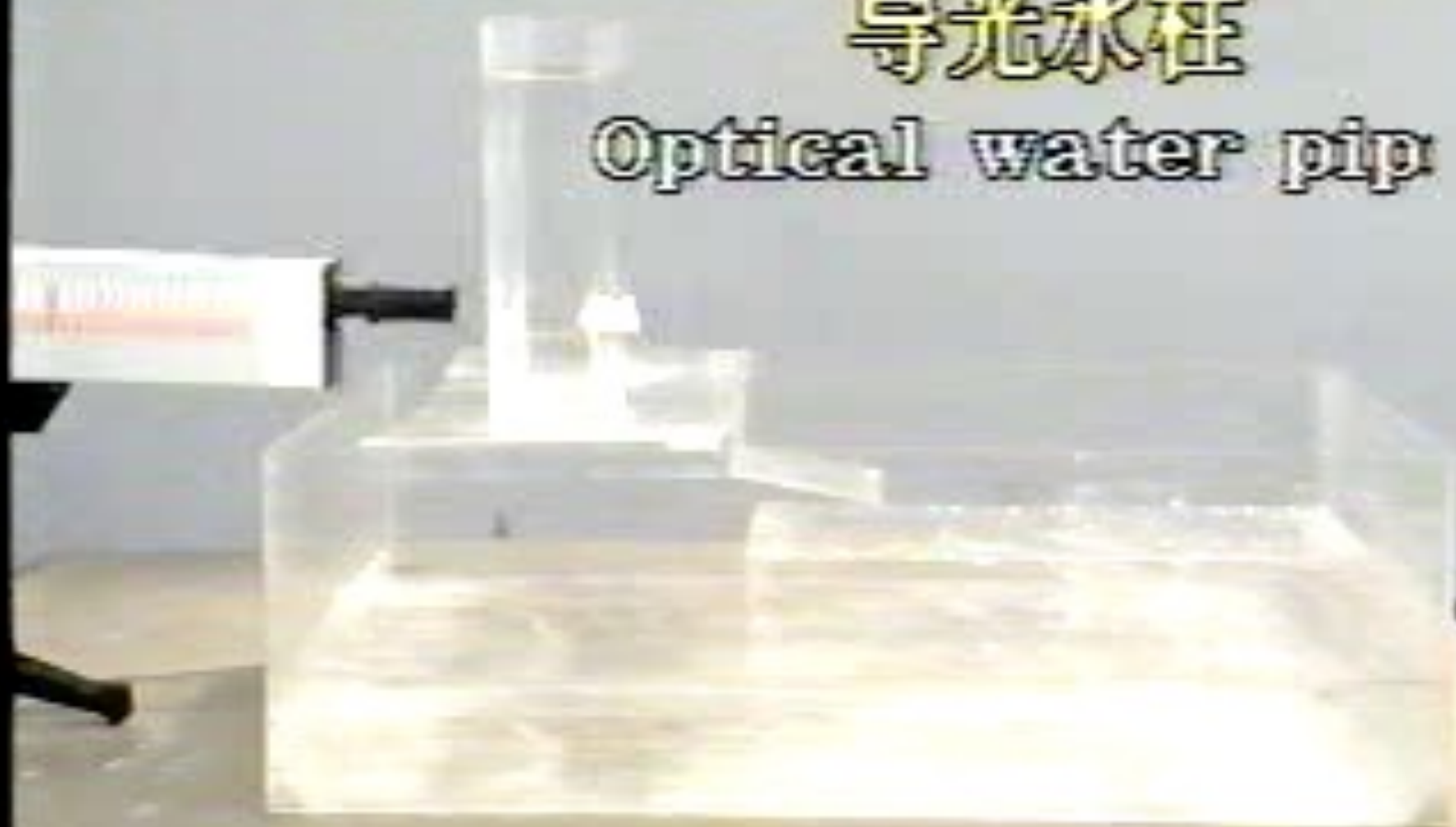
$i_c$  — 临界角

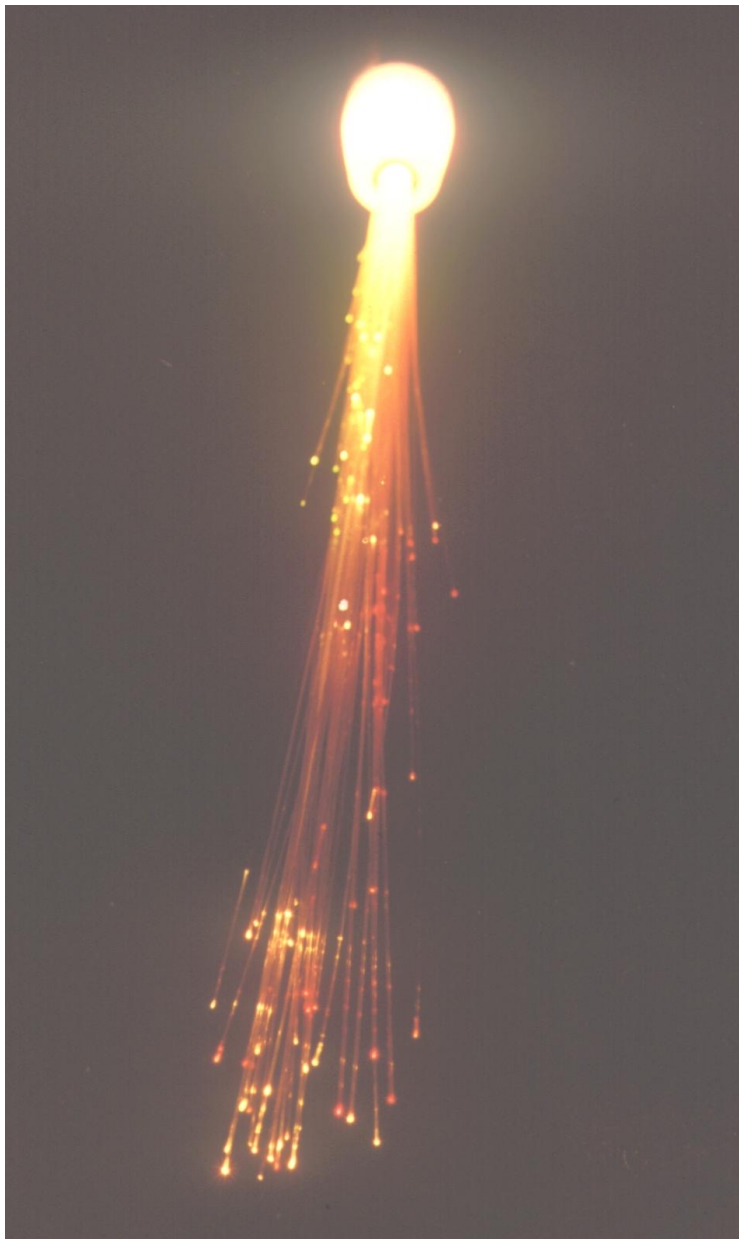
当入射 $i >$ 临界角 $i_c$ 时，将无折射光 — 全反射。

全反射的一个重要应用是光导纤维（光纤），它是现代光通信技术的重要器件。

导光水柱

Optical water pipe

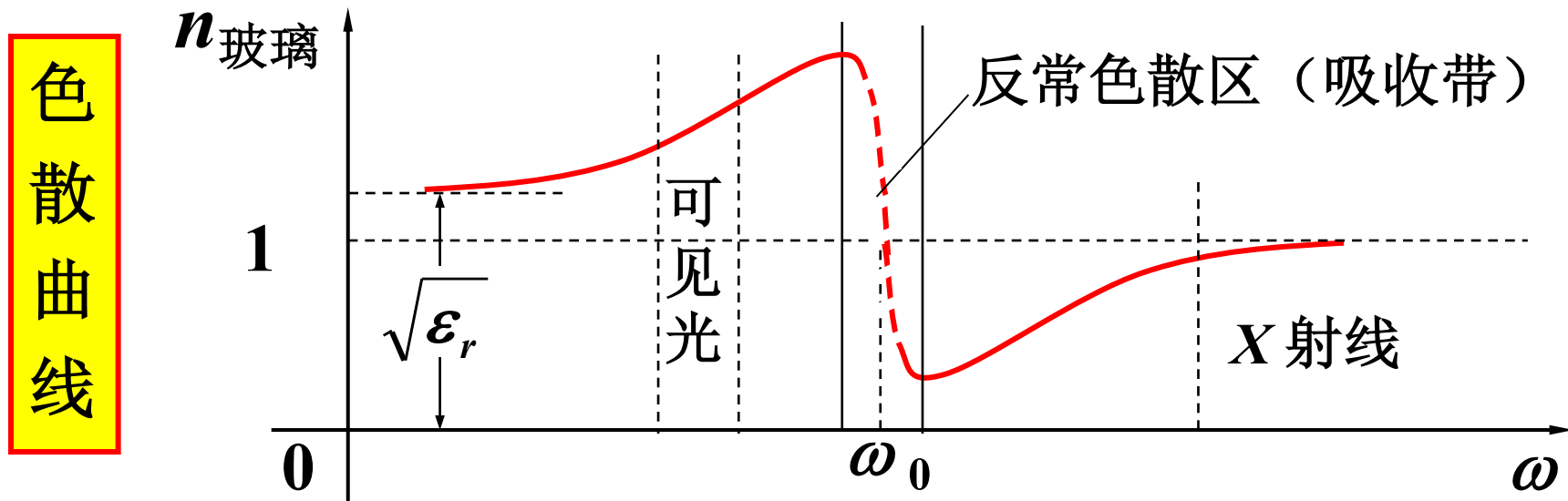




光 导 纤 维



近10年发展起来的**导管 X 光学**也应用了全反射现象。对 X 光来说，玻璃对真空的折射率 $<1$ ：

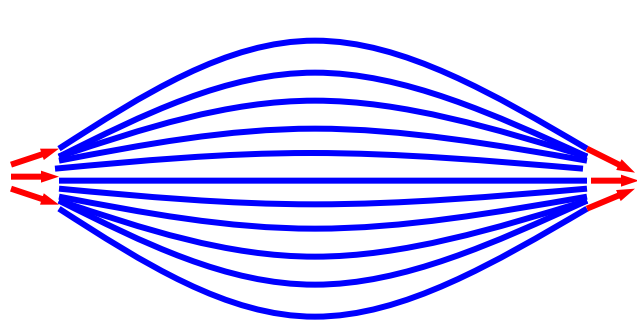


故 X 光从真空或空气射向玻璃时会发生全反射。

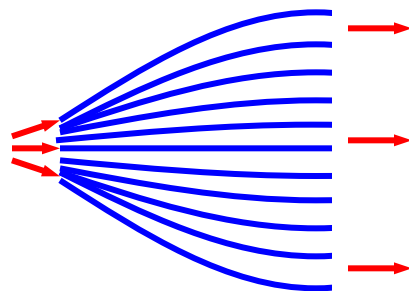


$X$  光以大于临界角入射到内表面光滑的玻璃管内，就可以沿着弯曲的导管传播。

应用毛细的  $X$  管束可制成  $X$  光透镜。



聚焦提高光束功率密度



将发散光变为平行光

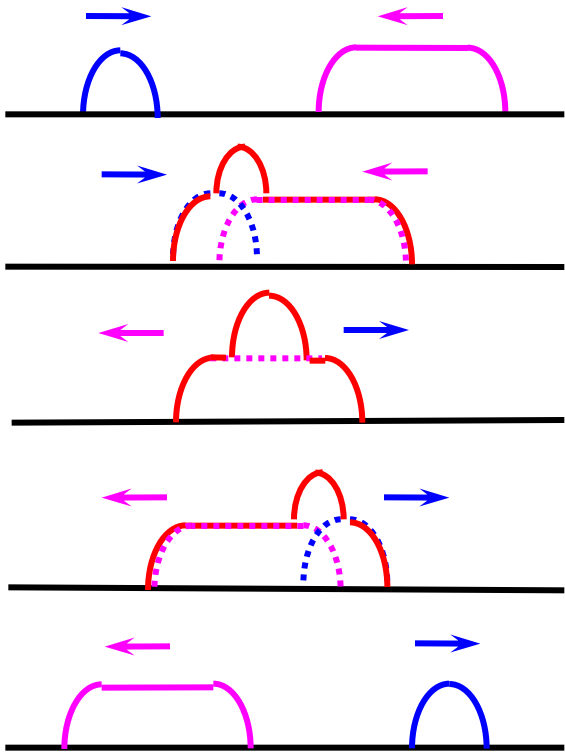
$X$  光透镜已用于：

医疗诊断、 $X$ 光天文望远镜等

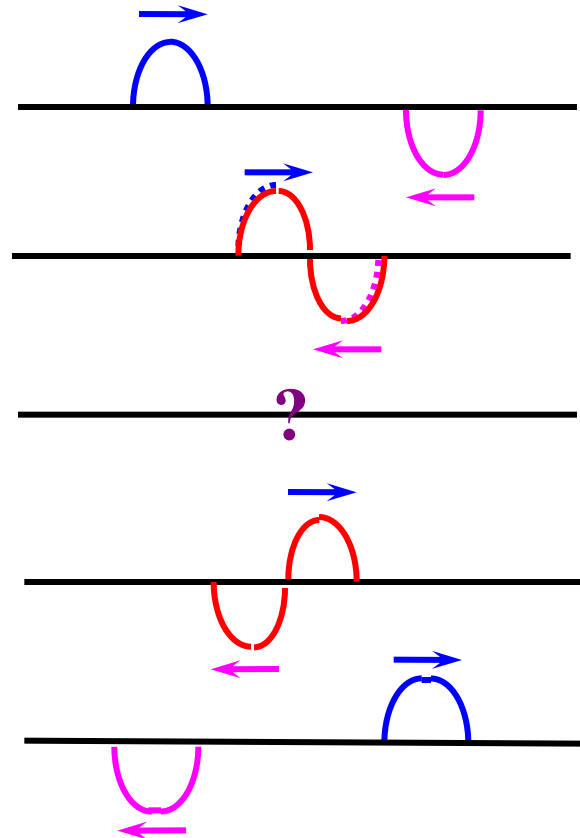
## § 7.7 波的叠加，驻波

### 一. 波的叠加原理 (superposition principle of waves)

波传播的独立性:



两不同形状的正脉冲



大小形状一样的正负脉冲

## ▲红、绿光束空间交叉相遇

(红仍是红、绿仍是绿)

## ▲听乐队演奏

(仍可辨出不同乐器的音色、旋律)

## ▲空中无线电波很多

(仍能分别接收不同的电台广播)

**波的叠加原理：** 几列波可以保持各自的特点(方向、振幅、波长、频率)同时通过同一媒质，在它们相遇处，质元的位移为各波单独在该处产生位移的合成。(亦称波传播的独立性)

叠加原理由波动方程的线性所决定,当波强度过大时,媒质形变与弹力的关系不再呈线性,叠加原理也就不再成立了。

★ 对于电磁波的情形:

\* 麦克斯韦方程组的各个方程都是线性的,

如果  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  和  $\vec{B} = \mu \vec{H}$  也是线性关系,

则  $\vec{E}$  或  $\vec{H}$  的每个分量的波动方程也是线性方程。

其解同样满足叠加原理。

## \*光波在媒质中传播时:

### ▲ 弱光情形, 媒质可看作线性媒质。

弱光: 光波电场强度的幅值 $\ll$ 原子内部电子受到的电场强度 ( $\sim 10^{10}\text{V/m}$ )

普通光源的光属弱光 ( $E$ 的幅值 $\sim 10^3\text{V/m}$ )

### ▲ 强光情形 (激光 $E$ 的幅值可超过 $10^9\text{V/m}$ )

媒质非线性, 波的叠加原理不成立。

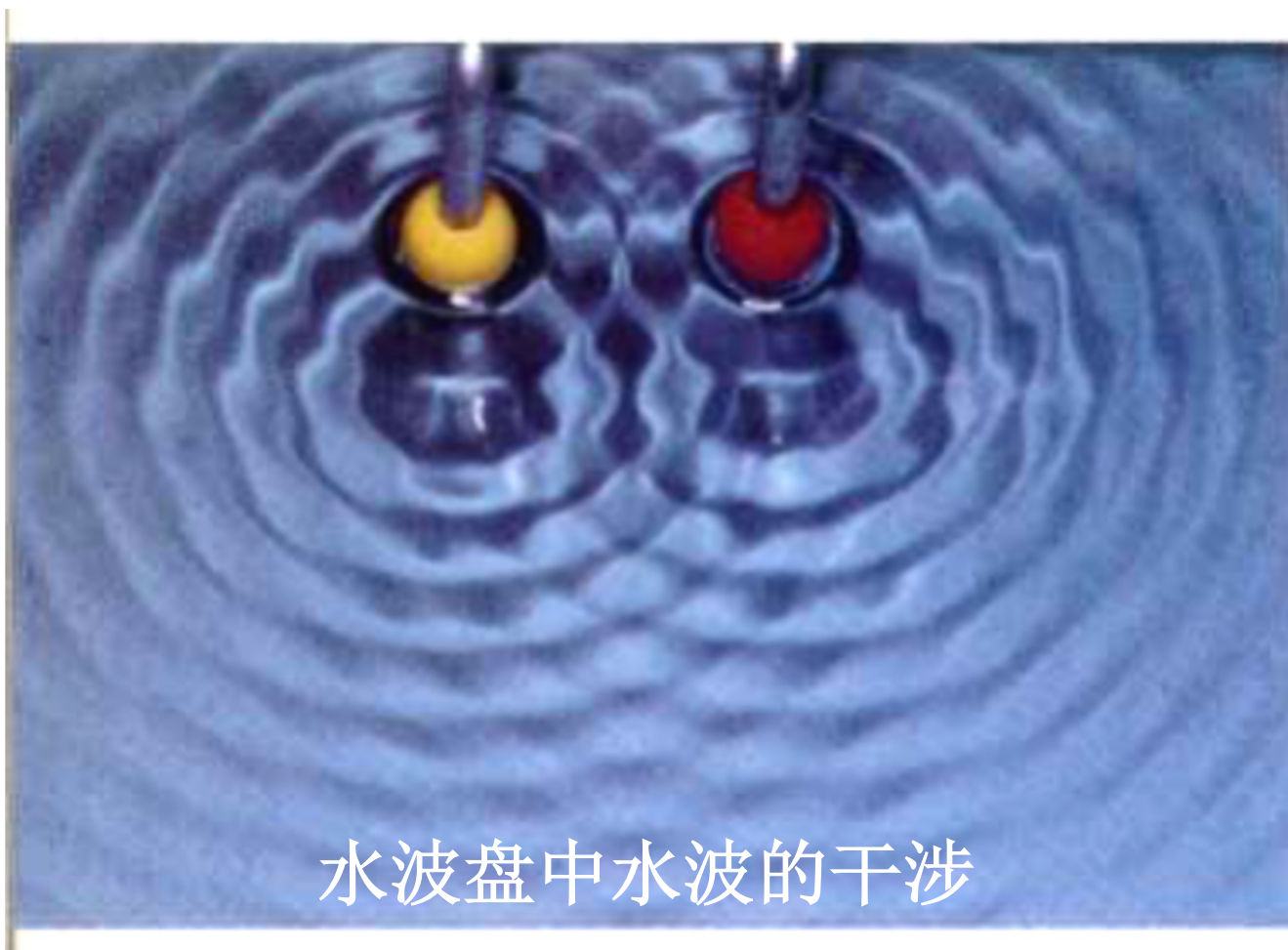
非线性光学现象: 倍频效应

混频效应

光致透明和光学双稳态

## 二. 波的干涉现象

波叠加时在空间出现**稳定的振动加强和减弱**的分布叫**波的干涉**。



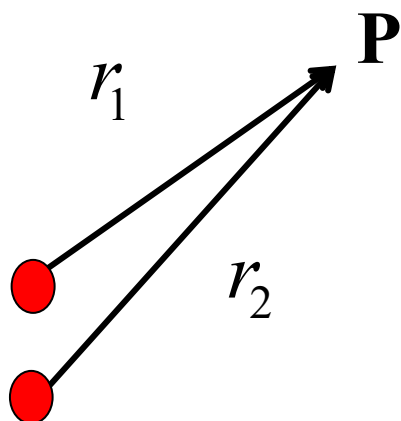
水波盘中水波的干涉



相干条件:

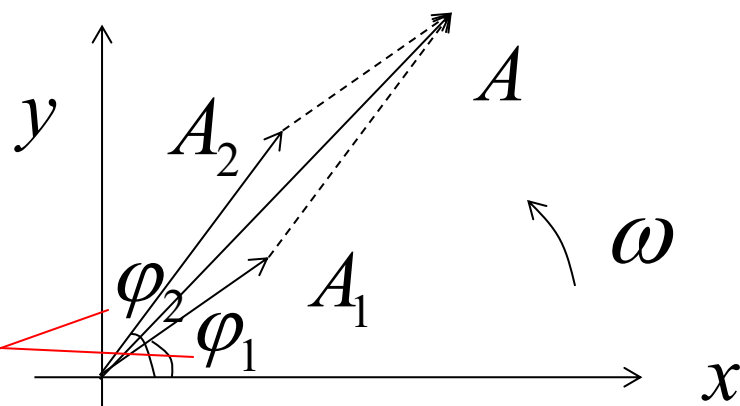
同时满足

- ① 频率相同;
- ② 振动方向相同;
- ③ 有固定的相位差。



$$x_1 = A_1 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_1\right)$$

$$x_2 = A_2 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2\right)$$





$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

**P点波强**

**相干叠加**

$$I \propto A^2$$

**相长干涉**

**相消干涉**

$$r_1 - r_2 = k\lambda$$

$$r_1 - r_2 = (k + \frac{1}{2})\lambda$$

**$k$ 是整数**

$$A^2 = (A_1 + A_2)^2$$

$$A^2 = (A_1 - A_2)^2$$

两个同频率的简谐波在某一点相遇，在该点这两个波的振动方向互相垂直，则此处的波强

- ☐ A 与两个波在此处的相位差有关
- ☒ B 与相位差无关，就是两个波强和
- ☐ C 两个波不能叠加，所以波强不定
- ☐ D 随时间变化

## 非相干叠加

$$x = x_1 + x_2$$

拍

- ① 或者频率不相同；  $\longrightarrow$  波强不稳定
- ② 或者振动方向互相垂直；
- ③ 或者没有固定的相位差。
- } 波强没有  
强弱位置分布

只②  $I \propto \langle x^2 \rangle = \langle x_1^2 \rangle + \langle x_2^2 \rangle \rightarrow I = I_1 + I_2$

只③  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \underbrace{\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}_{\text{平均值为0}}$

平均值为0

振动方向不同的两列波一定不相干，这种说法是否正确

☐ A 对

☒ B 错

提交

### 三. 驻波 (standing wave)

能够传播的波叫行波 (travelling wave)。

两列相干的行波沿相反方向传播而叠加时，就形成驻波，它是一种常见的重要干涉现象。

#### 1. 驻波的描述

设两列行波分别沿  $x$  轴的正向和反向传播，在  $x = 0$  处两波的初相均为 0：

$$\rightarrow x: \quad y_1 = A \cos(\omega t - \frac{x}{\lambda} 2\pi)$$

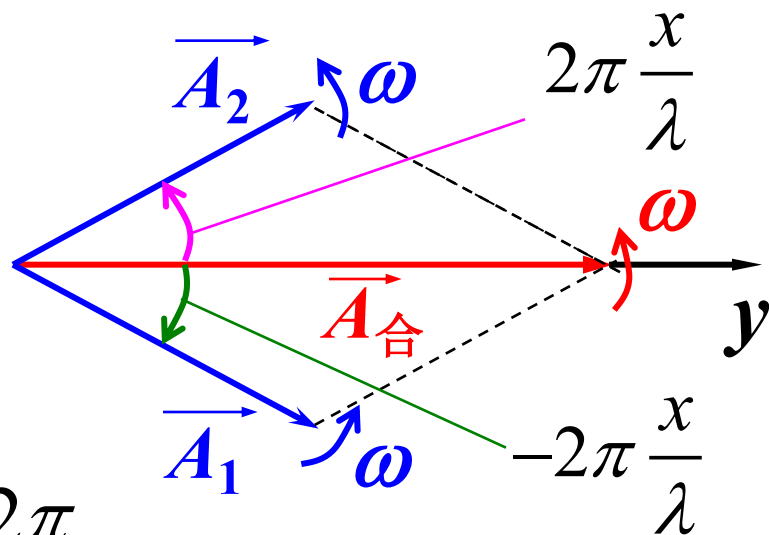
$$\leftarrow x: \quad y_2 = A \cos(\omega t + \frac{x}{\lambda} 2\pi)$$

$$y = y_1 + y_2$$

令  $|A_1| = |A_2| = A$

如图

$$A_{\text{合}} = 2A \cos \frac{x}{\lambda} 2\pi$$



$$\therefore y = 2A \cos(2\pi \frac{x}{\lambda}) \cos \omega t$$

——不具备传播的特征

其绝对值为振幅 相位中无  $x$

振幅在空间上周期分布

$$A_{\text{合}} = 2A \cos \frac{x}{\lambda} 2\pi$$

波节：  
(振幅总为0)

$$\frac{x}{\lambda} 2\pi = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$x = (k + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2}$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

波腹：  
(振幅最大)

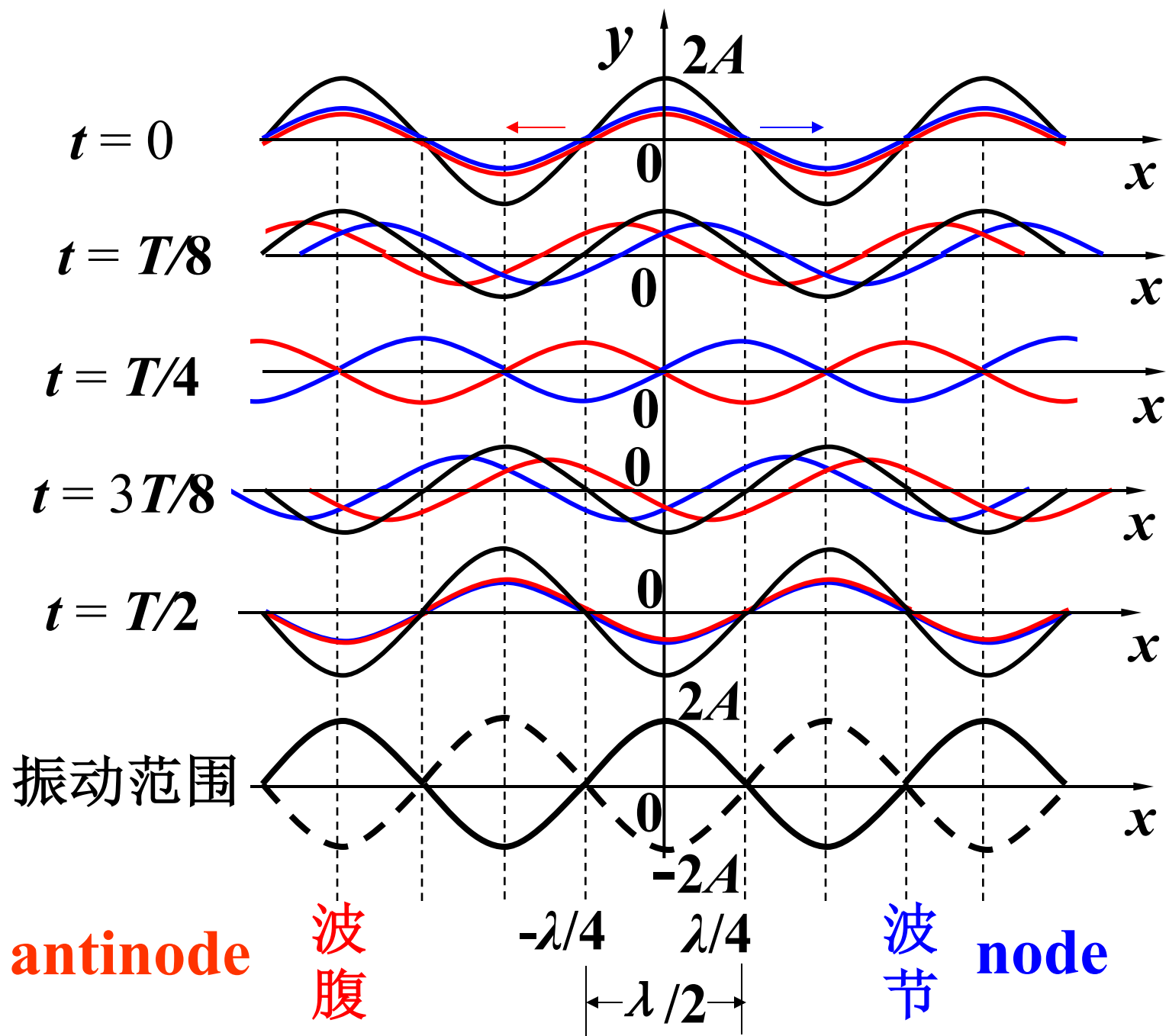
$$\frac{x}{\lambda} 2\pi = k\pi$$

$$x = k \frac{\lambda}{2}$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

相邻波腹或波节相距

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}$$





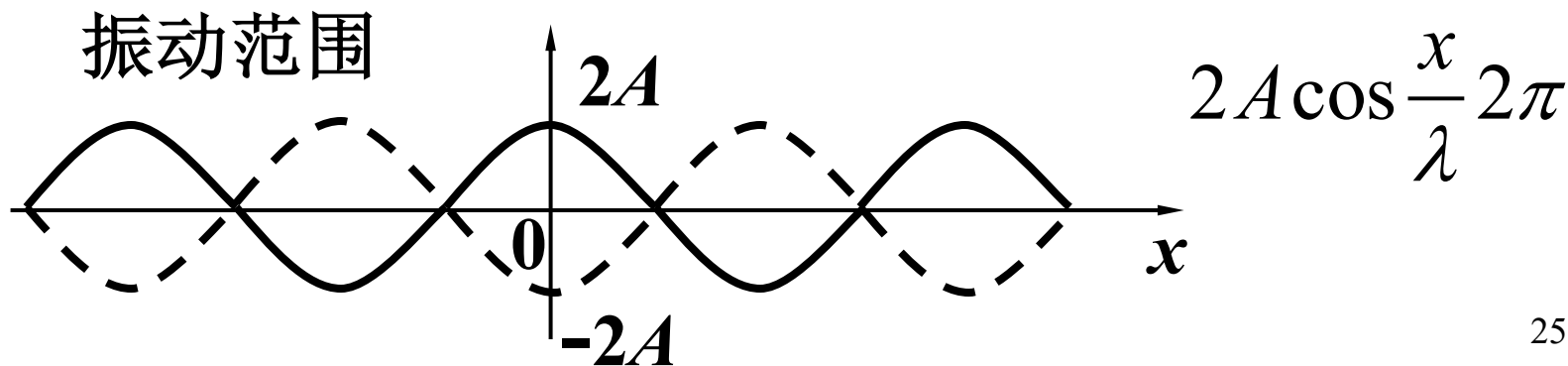
## 2. 驻波的特点:

①**振幅**: 各处不等大, 出现了**波腹** (振幅最大处) 和**波节** (振幅最小处)。

相邻波节间距 $\lambda/2$ , **测波节间距可得行波波长**。

②**相位**: 相位中没有 $x$  坐标, 故**没有了相位的传播**。

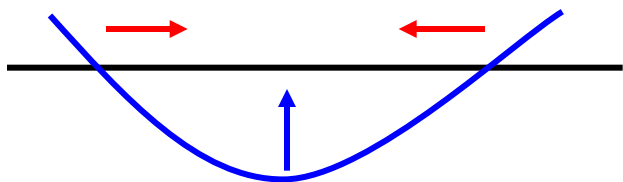
驻波是**分段的振动**。两相邻波节间为一段, 同一段振动相位相同; 相邻段振动相位相反:



③ 能量：合能流密度为  $\bar{\omega} \cdot \vec{u} + \bar{\omega} \cdot (-\vec{u}) = 0$  ,

平均说来没有能量的传播，

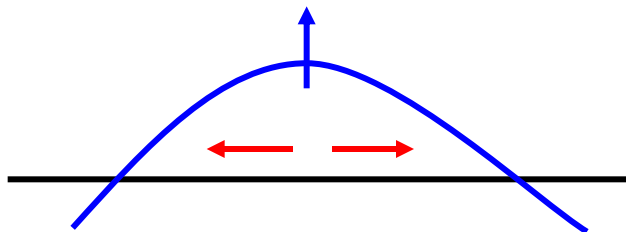
但各质元间仍有能量的交换。



能量由两端向中间传，  
势能→动能。



瞬时位移为0，势能为0，  
动能最大。



能量由中间向两端传，  
动能→势能。

关于驻波，下列说法中正确的是

- ☒ A 振幅各处不等，出现波节和波腹
- ☐ B 振幅各处不等，并随时间发生周期性变化
- ☐ C 相位在波节和相邻波腹之间传播
- ☒ D 能量在波节和相邻波腹之间流动

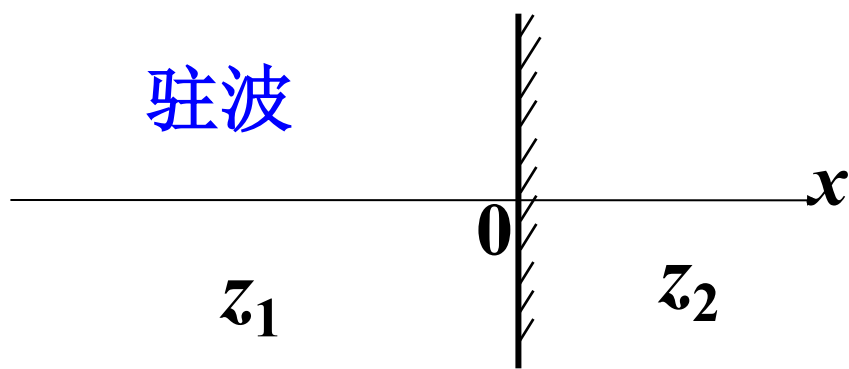
### 3. $A_1 \neq A_2$ 的情形:

设  $A_2 = (A_1 + \Delta A) > A_1$  ,

$$\text{则有 } y = \underbrace{2A_1 \cos \frac{x}{\lambda} 2\pi}_{\text{典型的驻波}} \cdot \underbrace{\cos \omega t + \Delta A \cos(\omega t + \frac{x}{\lambda} 2\pi)}_{\text{行波}}$$

此时总的仍可叫“驻波”，不过波节处有振动。

## 4. 驻波在界面



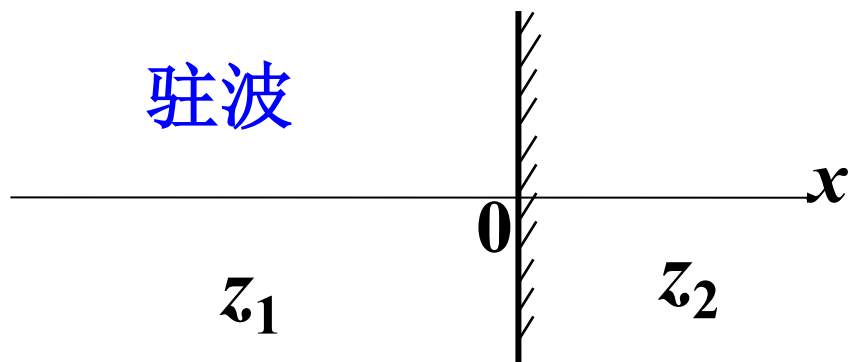
$$z = \rho u \quad \text{— 特性阻抗}$$

$$z_2 \gg z_1 \quad \text{全反射}$$

$$A_1 \approx -A_1' \quad A_2 \approx 0$$

$$\phi_1' = \phi_1 - \pi$$

界面上总是波节



$$z_2 \ll z_1 \quad \text{全反射} \quad A_1 \approx A_1' \quad \phi_1' = \phi_1 \quad A_2 \approx 2A_1$$

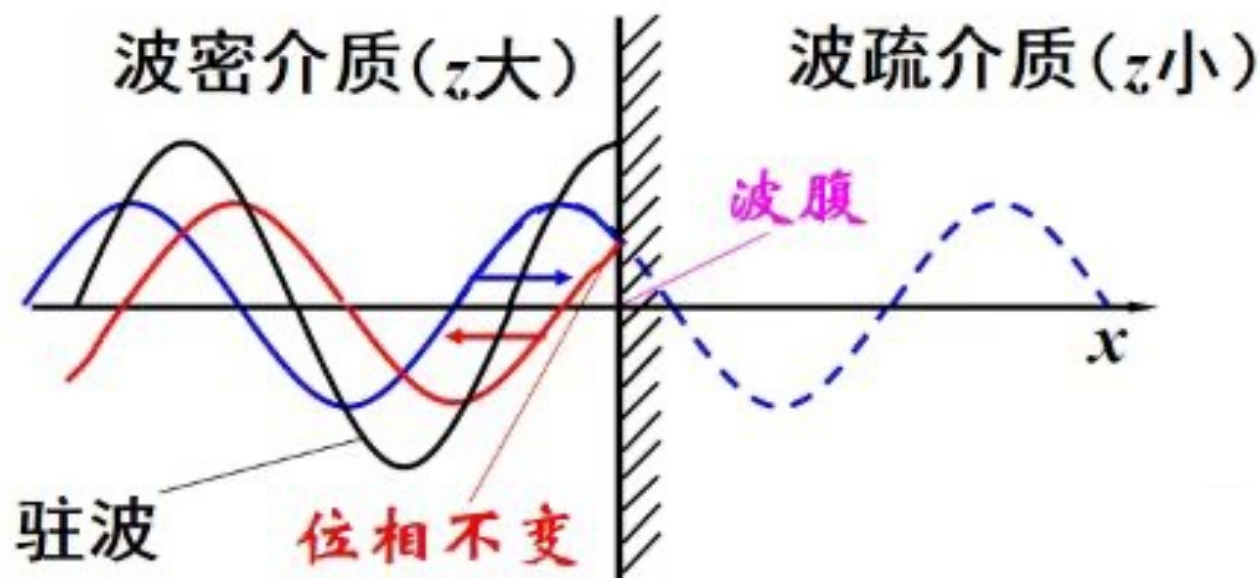
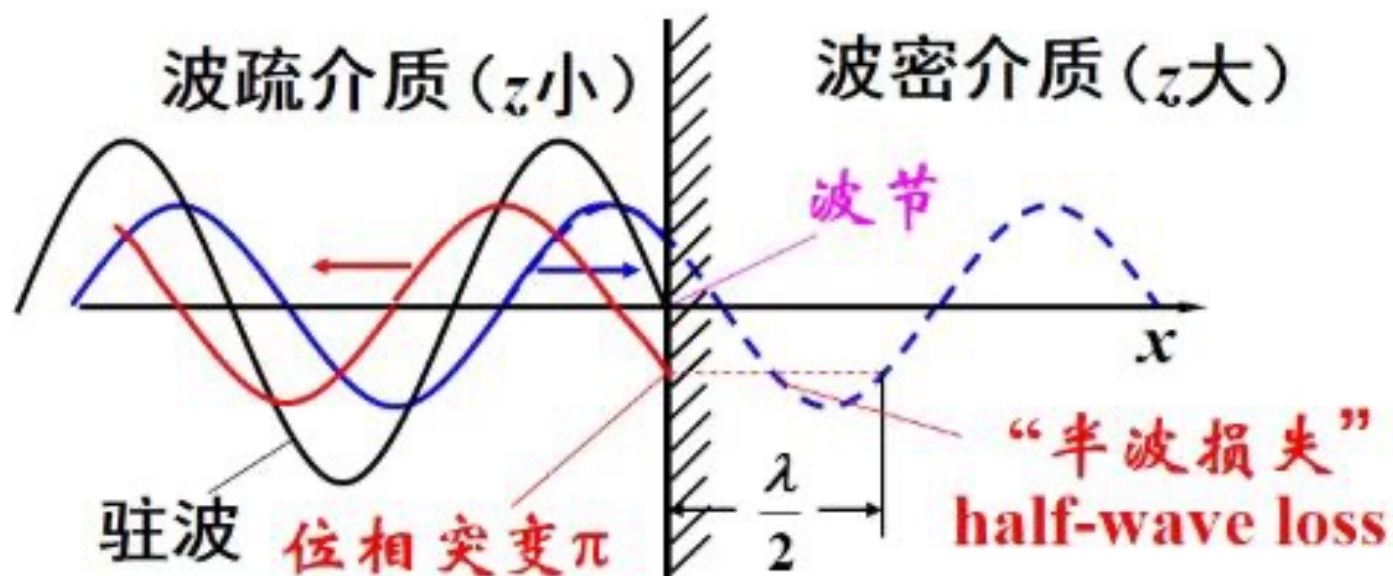
$x=0$  振幅最大      界面上总是波腹

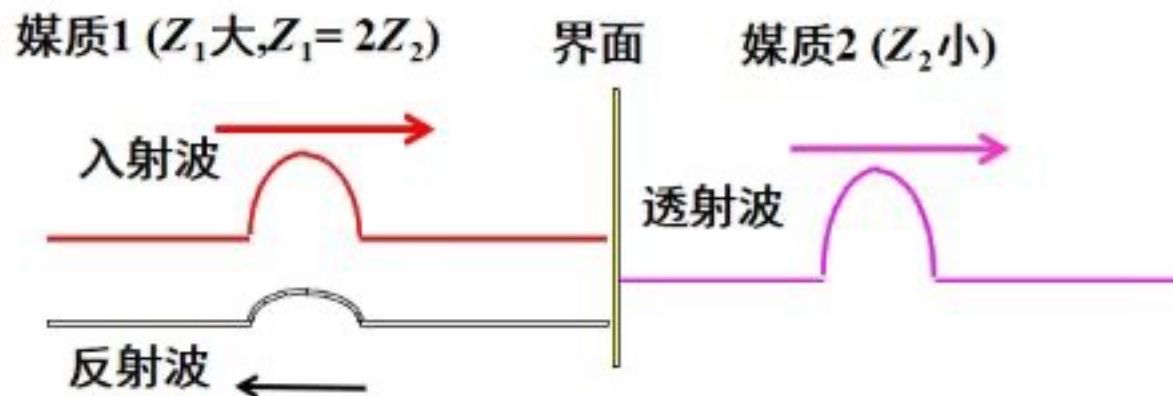
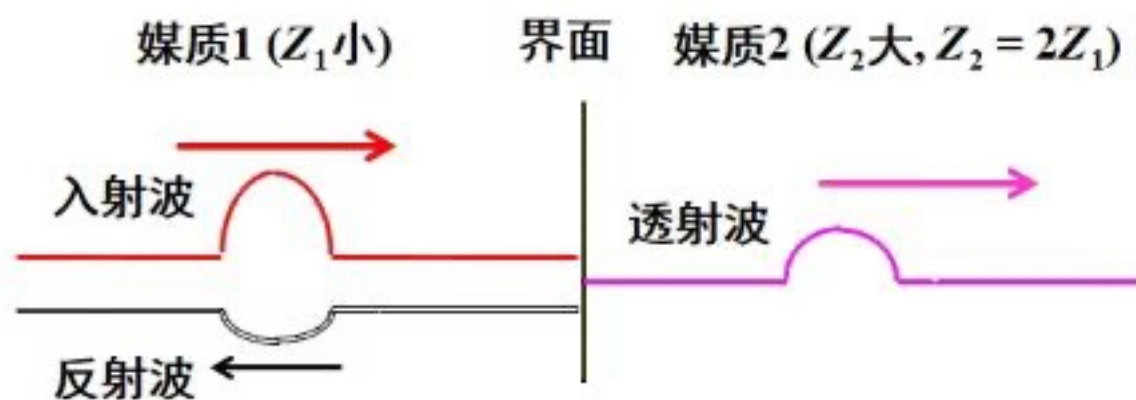
$$\left[ \frac{F_1}{S} + \frac{F_1'}{S} \right]_{x=0} \propto \left[ \frac{\partial y_1}{\partial x} + \frac{\partial y_1'}{\partial x} \right]_{x=0} \approx 0 \approx \left[ \frac{F_2}{S} \right]_{x=0}$$

$$\left[ \frac{\partial y_2}{\partial x} \right]_{x=0} \approx 0$$

自由端总是波腹

## 入射波和反射波的波形

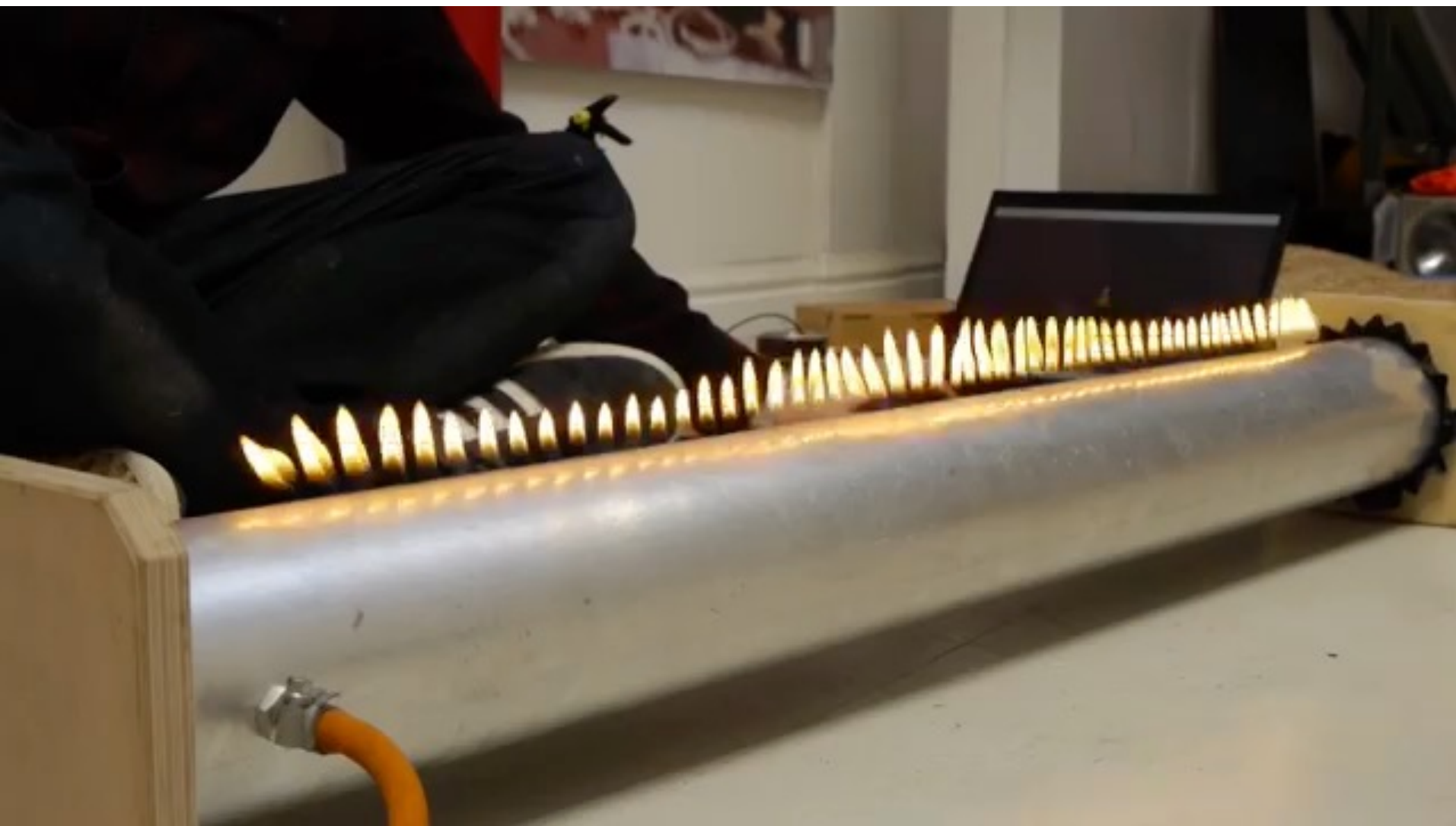








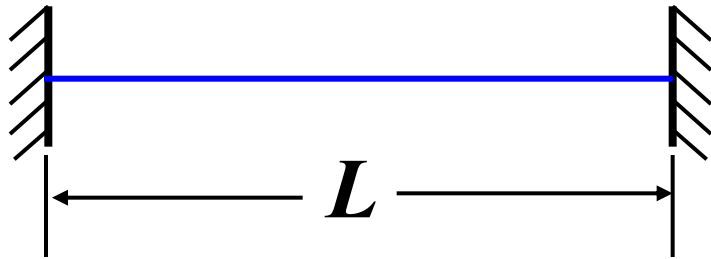




## 4、简正模式 (normal mode)

波在一定边界内传播时就会形成各种驻波。

如两端固定的弦，形成驻波必须满足以下条件：



$$n \frac{\lambda_n}{2} = L, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{或} \quad \lambda_n = \frac{2L}{n}$$

$$\nu_n = \frac{u}{\lambda_n} = n \frac{u}{2L}$$

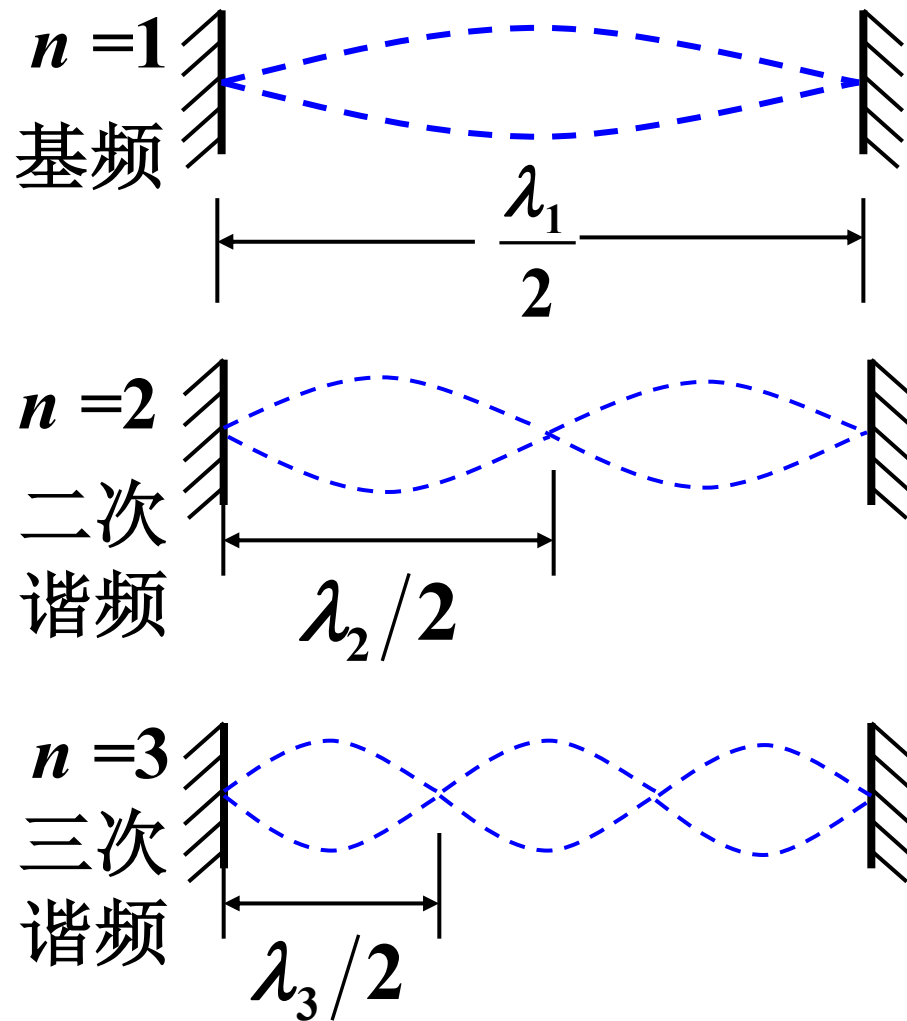
——系统的固有频率

波速  $u = \sqrt{\frac{F}{\rho_l}}$

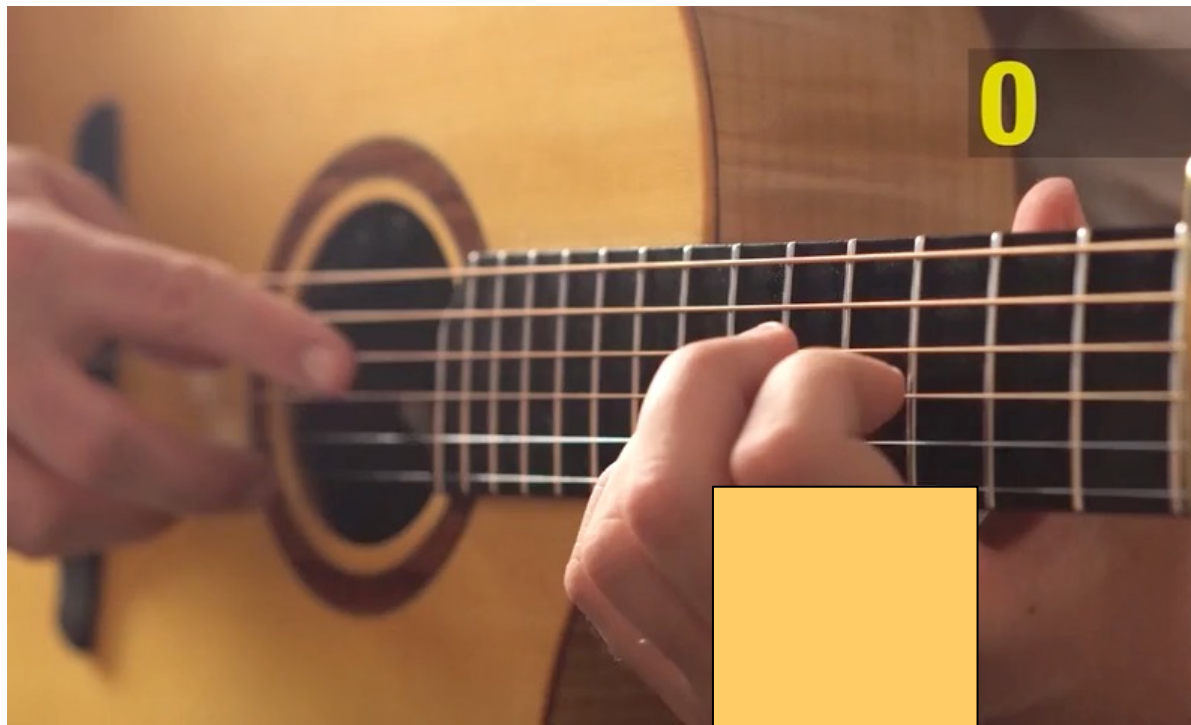
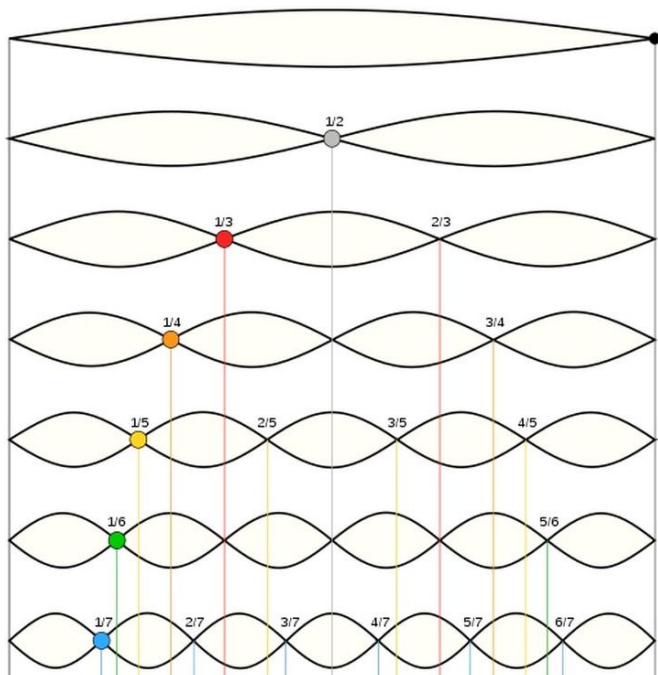
$F$  ——弦中的张力

$\rho_l$  ——弦的线密度

每种可能的**稳定振动方式**称作系统的一个**简正模式**。







边界情况不同，简正模式也不同：

$$L = n \frac{\lambda_n}{4}$$

$n=1,3,\dots$

$n=1$   
基频  
 $\nu_1$

$\frac{\lambda_1}{4}$

$n=3$   
三次谐频  
 $\nu_3$

$\frac{\lambda_3}{2}$

$$L = n \frac{\lambda_n}{2}$$

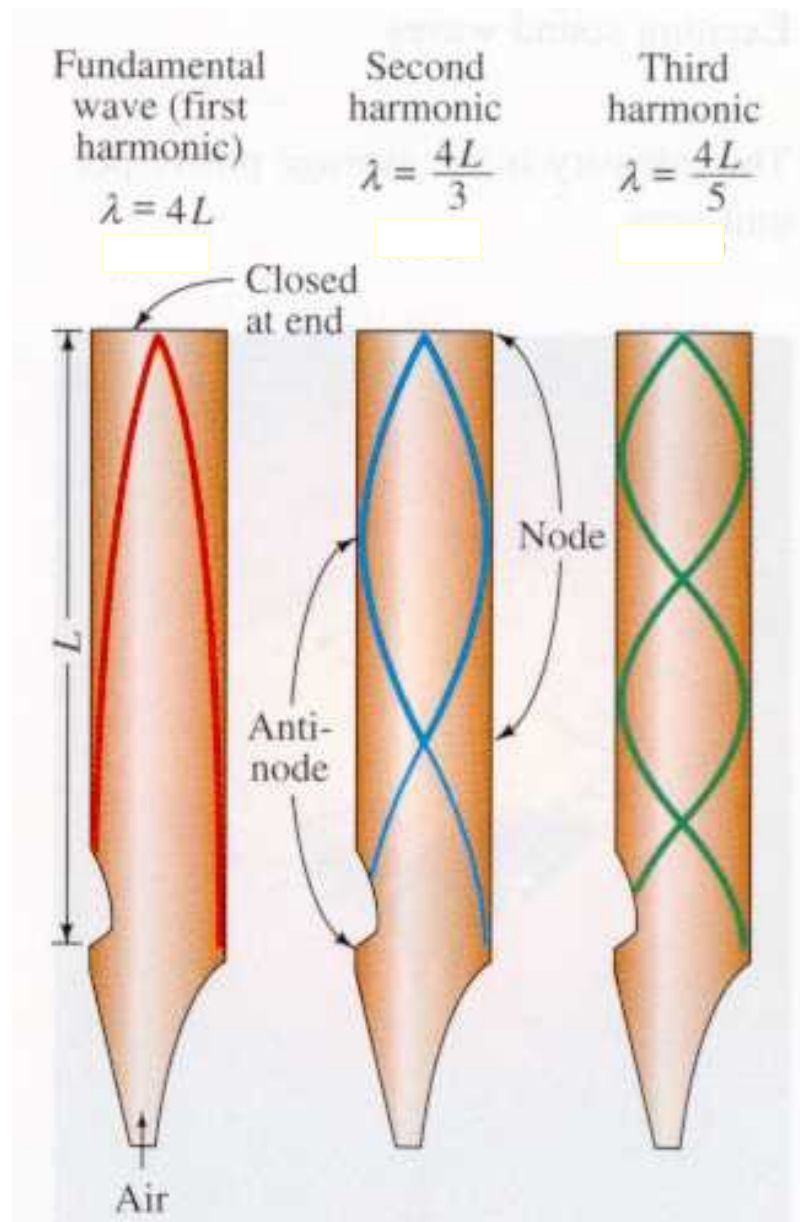
$n=1,3,\dots$

$n=1$   
基频  
 $\nu_1$

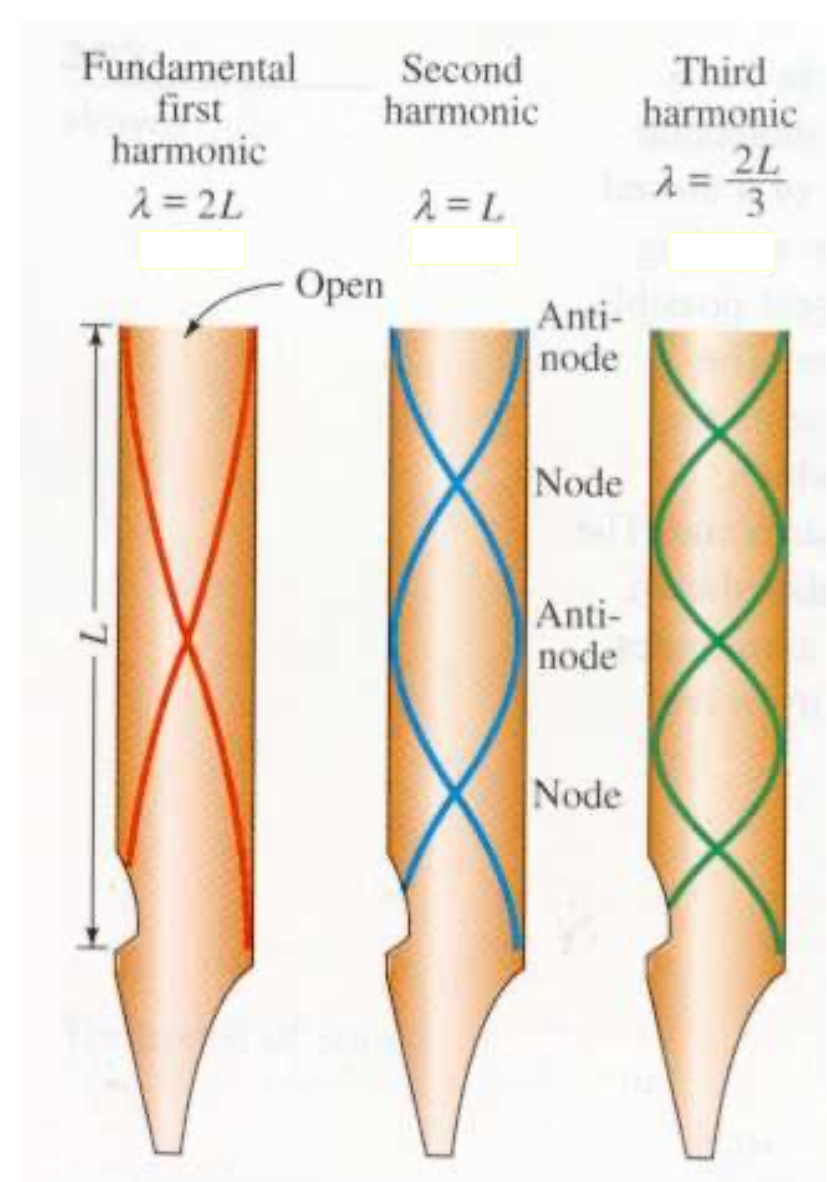
$\frac{\lambda_1}{2}$

$n=3$   
三次谐频  
 $\nu_3$

$\frac{3\lambda_3}{2}$

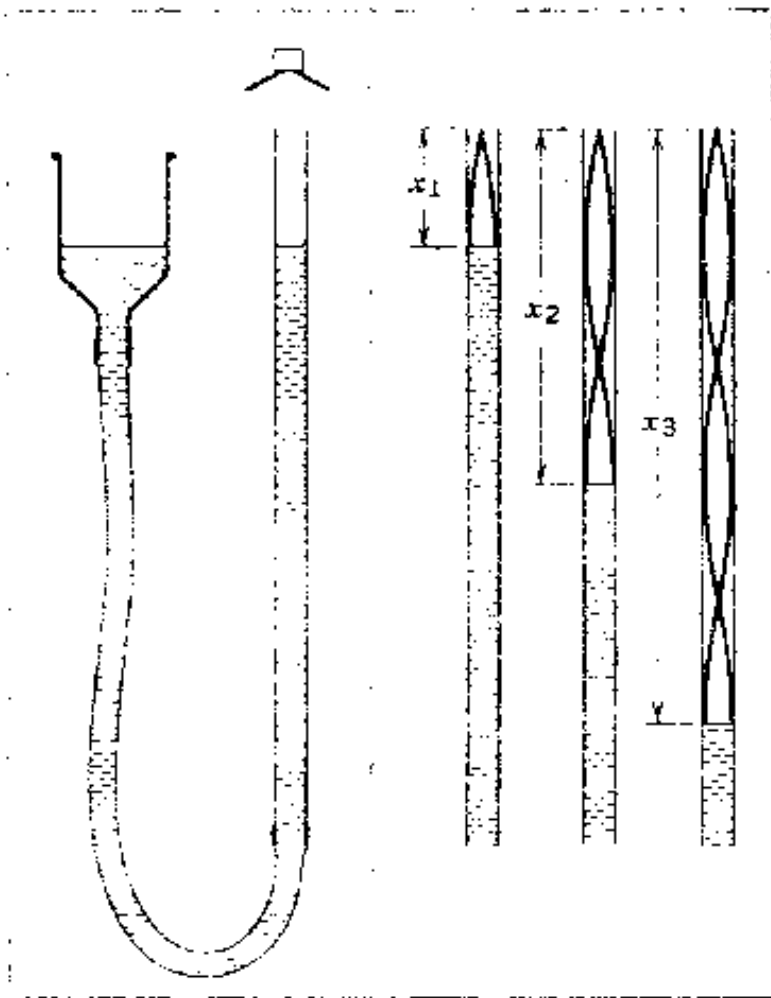


末端封闭的笛中的驻波



末端开放的笛中的驻波





Sample Problem 3. An apparatus for measuring the speed of sound in air. The water level can be adjusted by raising and lowering the reservoir on the left, which is connected through a hose to the tube. At right are shown the pressure waveforms of the first three resonant modes for a fixed wavelength.

**测声速：**可以调节水高度，用频率 1080Hz 的声波激励，在  $x_1=6.5\text{cm}$   
 $x_2=22.2\text{cm}$   
 $x_3=37.7\text{cm}$ ;  
 发生共振。

$$\frac{1}{2} \lambda = \Delta x$$

$$\lambda = 31.4; \quad 31.0\text{cm}$$

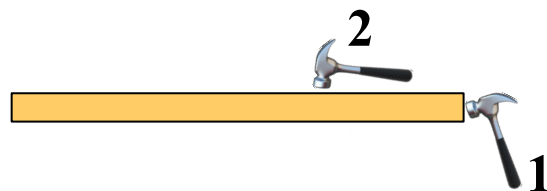
$$\text{平均波长为} \quad 31.2\text{cm},$$

$$u = \lambda \nu =$$

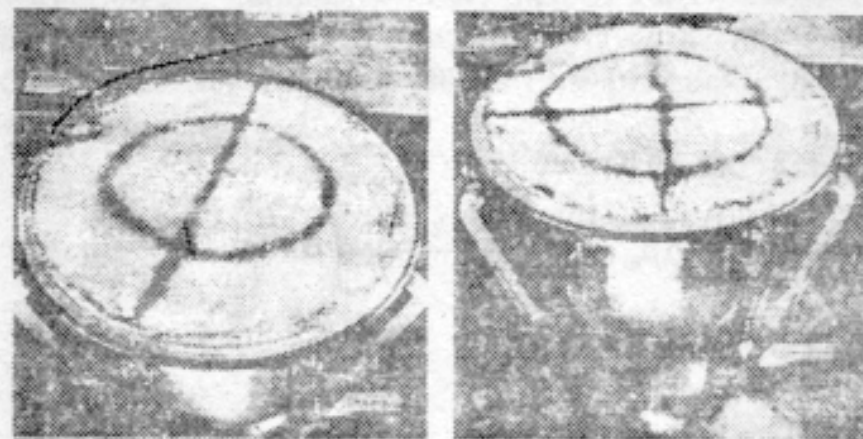
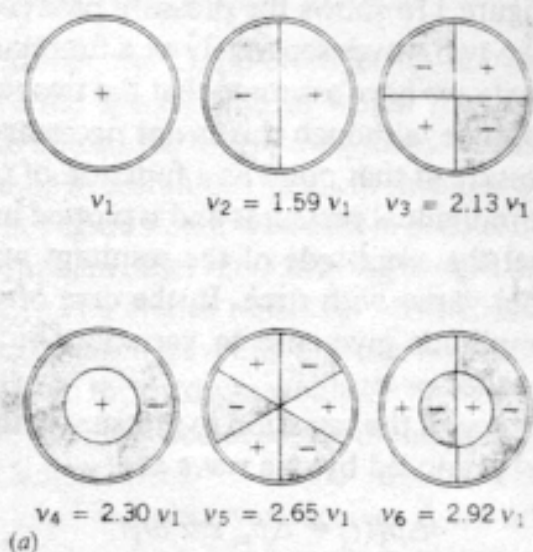
$$31.2\text{cm} \times 1080\text{ Hz}$$

$$= 337\text{ m / s}$$

捏住一钢棒中间位置，用铁锤敲击不同位置。第一次对着钢棒端口截面敲击，第二次对着钢棒侧面某一点敲击

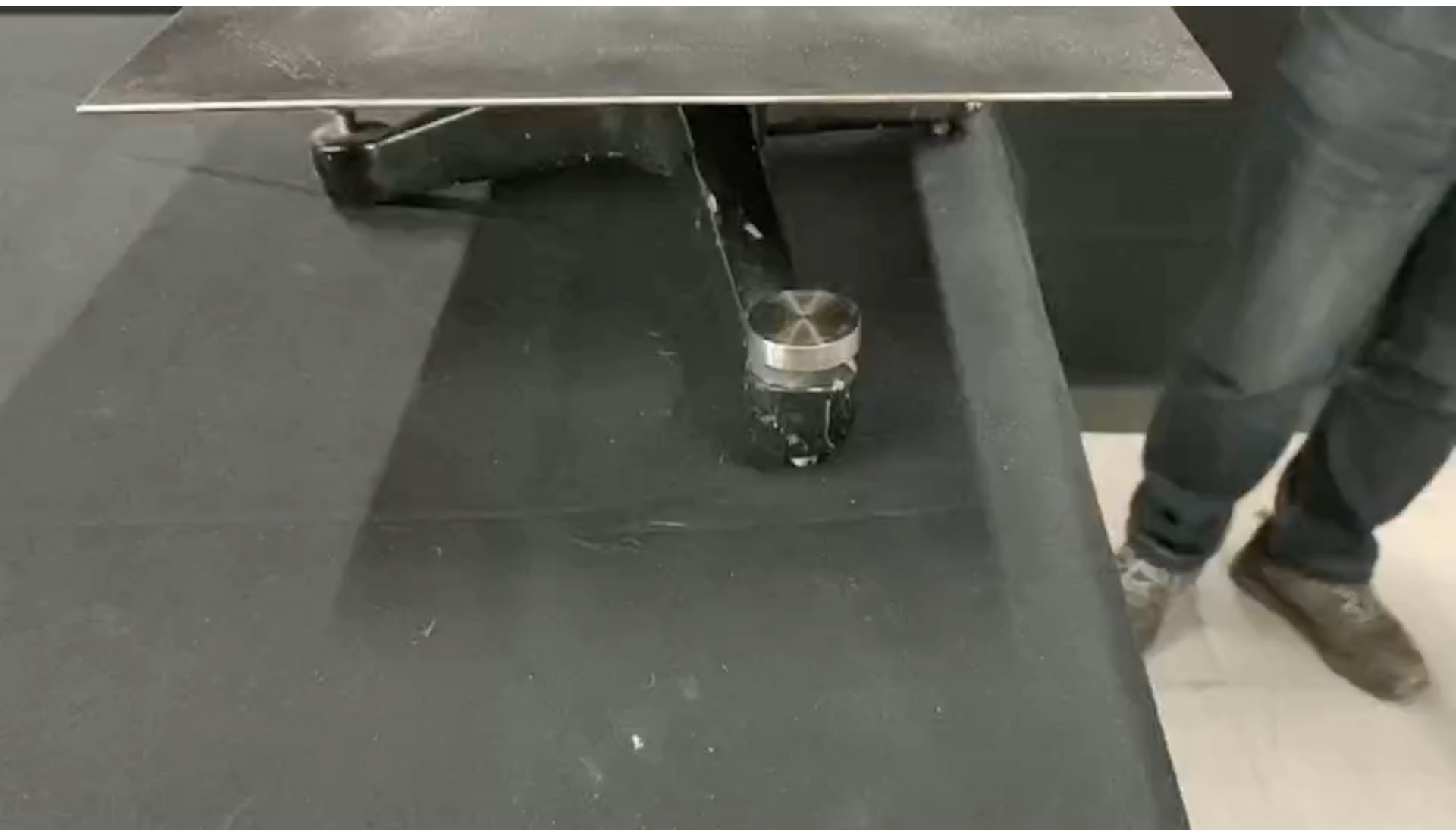


- ☒ A 第一次听到的主要频率更高
- ☐ B 第二次听到的主要频率更高
- ☐ C 因为是同一钢棒，两次听到的主要频率相同
- ☐ D 由于不知道第二次敲击的具体位置，无法判断哪次频率更高



(b)

**Figure 10** (a) The lowest six resonant modes of a circular drumhead clamped at its rim. The lines represent nodes; the rim is also a nodal line. The + or - signs indicate that a particular region is moving up out of the page or down into the page. In this case the overtones are not integral multiples of the fundamental and are thus not harmonics. (b) The vibrational patterns of a kettledrum in the modes numbered 4, 5, and 6, and one additional mode not illustrated in (a). They are made visible by sprinkling dark powder on the drumhead and setting it into vibration at the proper frequency using a mechanical vibrator. As the drumhead vibrates, the powder is shaken and eventually settles on the nodal lines, where there is no motion.









@哇喔科学

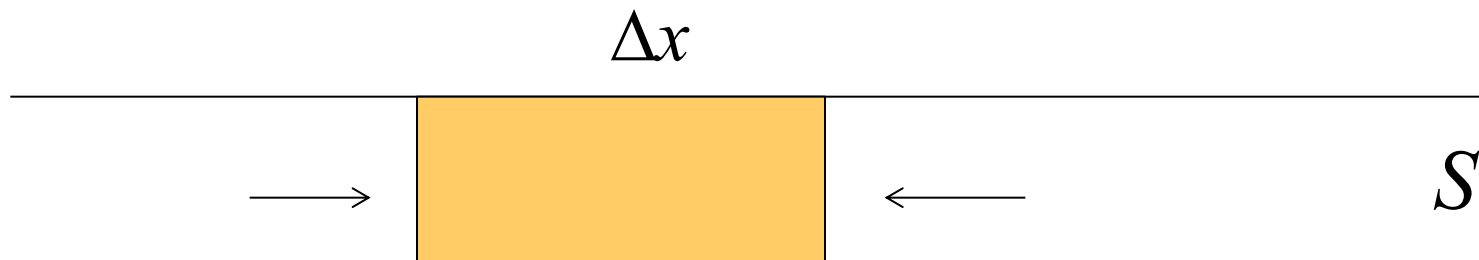
## § 7.8 声波 (sound wave)

声压

(sound pressure)  $\Delta p = p_{\text{波}} - p_{\text{静}}$

(可正、可负)

一维模型 (平面波)



$$\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V} \rightarrow \frac{F}{S} = -K \frac{\Delta l}{l} \quad \Delta p = -K \frac{\partial y}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad \xrightarrow{\text{对 } x \text{ 求导}} \quad \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} - \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial t^2} = 0$$

$$\Delta p = -K \frac{\partial y}{\partial x} \qquad y(x, t) = A \cos \omega \left( t - \frac{x}{u} \right)$$

$$\Delta p = -KA \frac{\omega}{u} \sin \omega \left( t - \frac{x}{u} \right)$$

声压振幅:  $p_m = \rho u A \omega$  位移的导数

**声强** (intensity of sound)  $I = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 A^2$

标准声强:  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

(在1000Hz下, 这个声强人能够勉强听到)

$\nu \sim$ 几百Hz 时, 标准声强振幅  $\sim 10^{-10} \text{ m}$

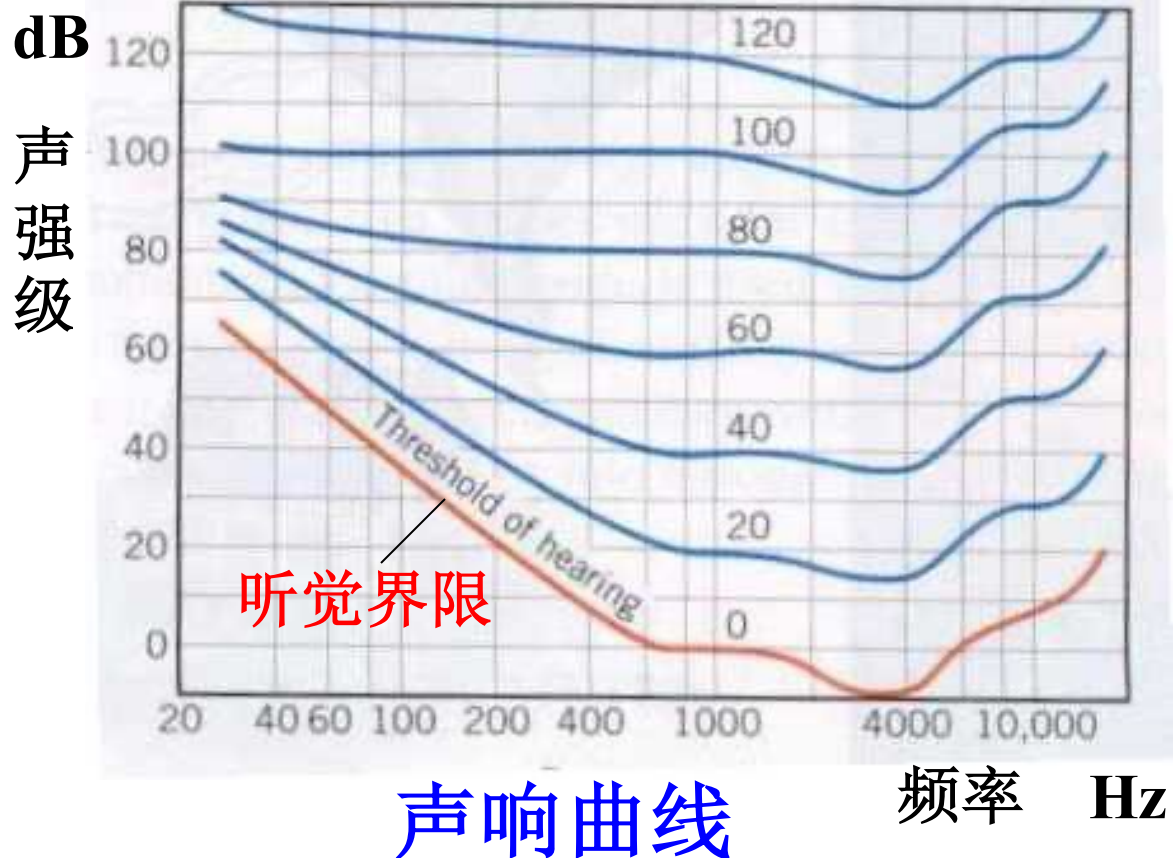


## 声强级

(sound intensity level)

$$L = \log \frac{I}{I_0} (\text{Bel}) = 10 \log \frac{I}{I_0} (\text{dB})$$

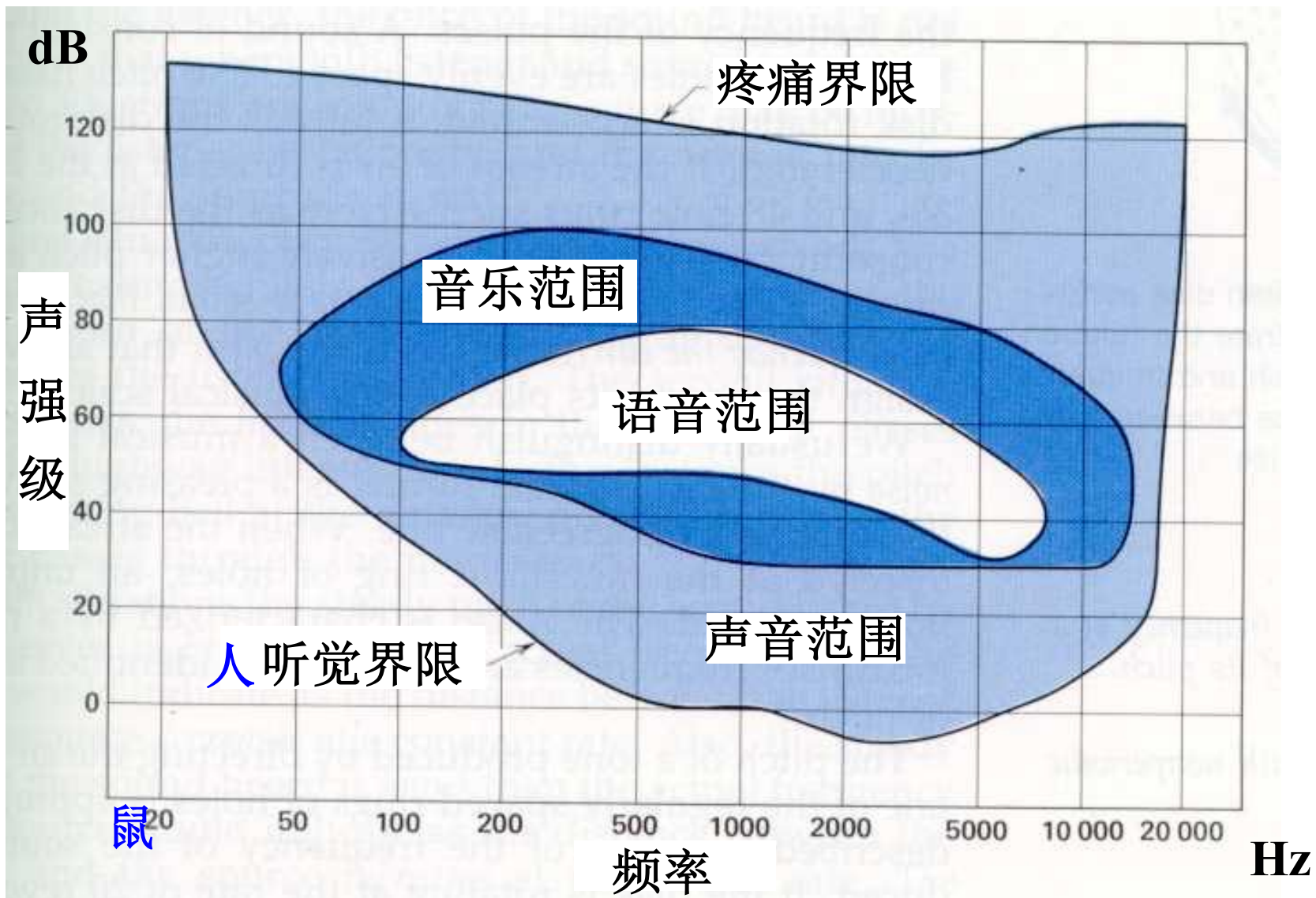
正常说话~60dB，噪声>70dB，炮声~120dB。



每条曲线描绘的是不同频率下人耳感受相同响度(几千人的测试数据)的声强级

**TABLE 2 SOME INTENSITIES AND SOUND LEVELS**

<i>Sound</i>	<i>Intensity</i> (W/m <sup>2</sup> )	<i>Relative</i> <i>Intensity</i> ( $I/I_0$ )	<i>Sound</i> <i>Level</i> (dB)
Threshold of hearing	$1 \times 10^{-12}$	$10^0$	0
Rustle of leaves	$1 \times 10^{-11}$	$10^1$	10
Whisper (at 1 m)	$1 \times 10^{-10}$	$10^2$	20
City street, no traffic	$1 \times 10^{-9}$	$10^3$	30
Office, classroom	$1 \times 10^{-7}$	$10^5$	50
Normal conversation (at 1 m)	$1 \times 10^{-6}$	$10^6$	60
Jackhammer (at 1 m)	$1 \times 10^{-3}$	$10^9$	90
Rock group	$1 \times 10^{-1}$	$10^{11}$	110
Threshold of pain	1	$10^{12}$	120
Jet engine (at 50 m)	10	$10^{13}$	130
Saturn rocket (at 50 m)	$1 \times 10^8$	$10^{20}$	200



声 阈