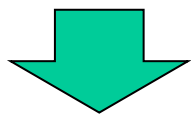


大学物理 B(1)

期中考试

时间： 下周六(4月22日) 上午9:50~11:50

伽利略变换与光速为常量的矛盾



牛顿理论与麦克斯韦电磁理论的矛盾



“以太”：光在以太中传播



被实验否定

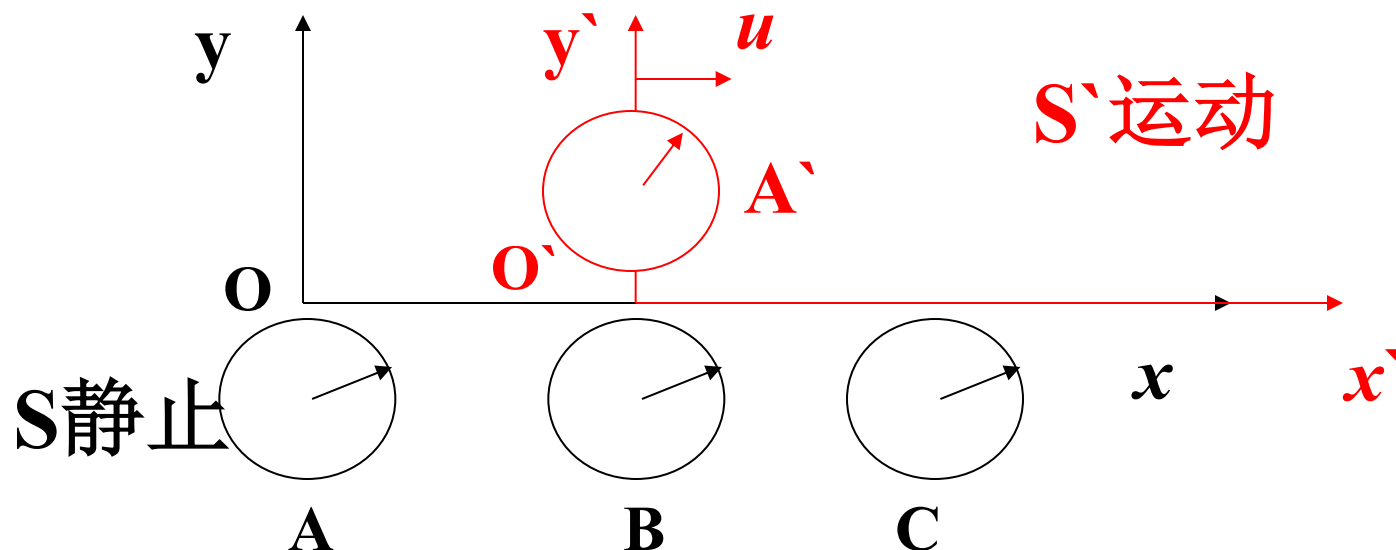
爱因斯坦：1. 光速不变原理

2. 相对性原理（一切物理规律在任何惯性系中形式相同，洛伦兹变换下数学形势不变）



同时性的相对性

原时最短 (S') = 时间膨胀 (S) = 运动时钟变慢效应 (S')



O和 O' 点重合时，A和 A' 为零时

在静止的S系的观察者比较 A' 和S系的一系列同步钟

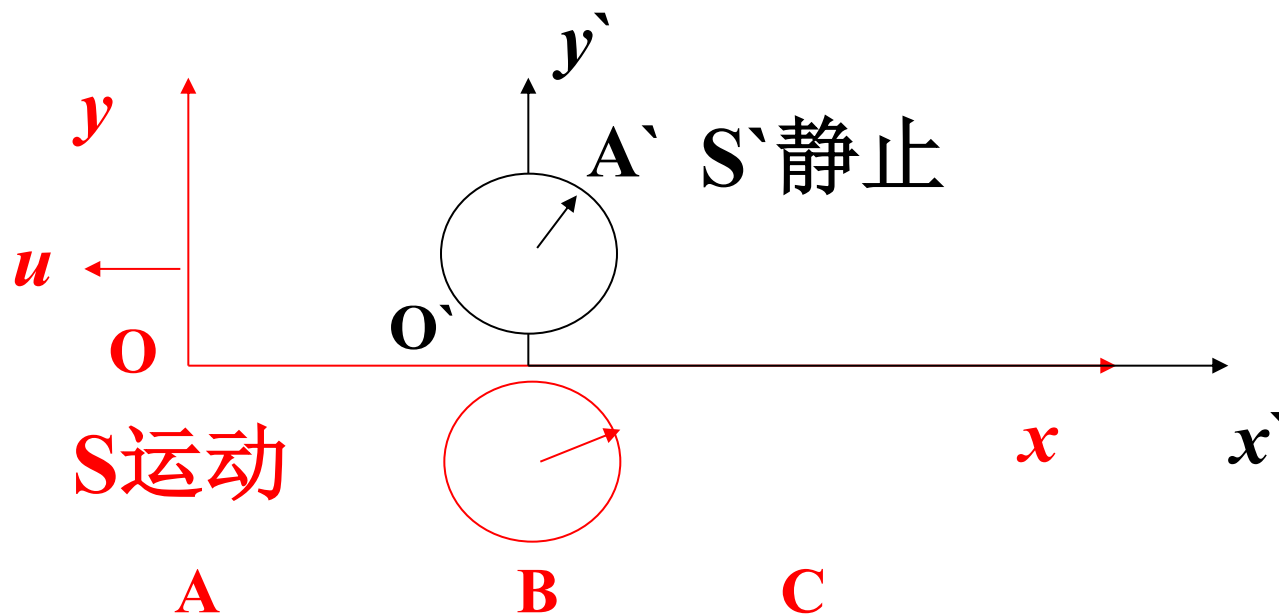
事件1： A' 遇 A 事件2： A' 遇 B

在 S' 是原时，原时最短， A' 钟慢

在S系观察，**S'系运动**，**S'系运动时钟变慢**

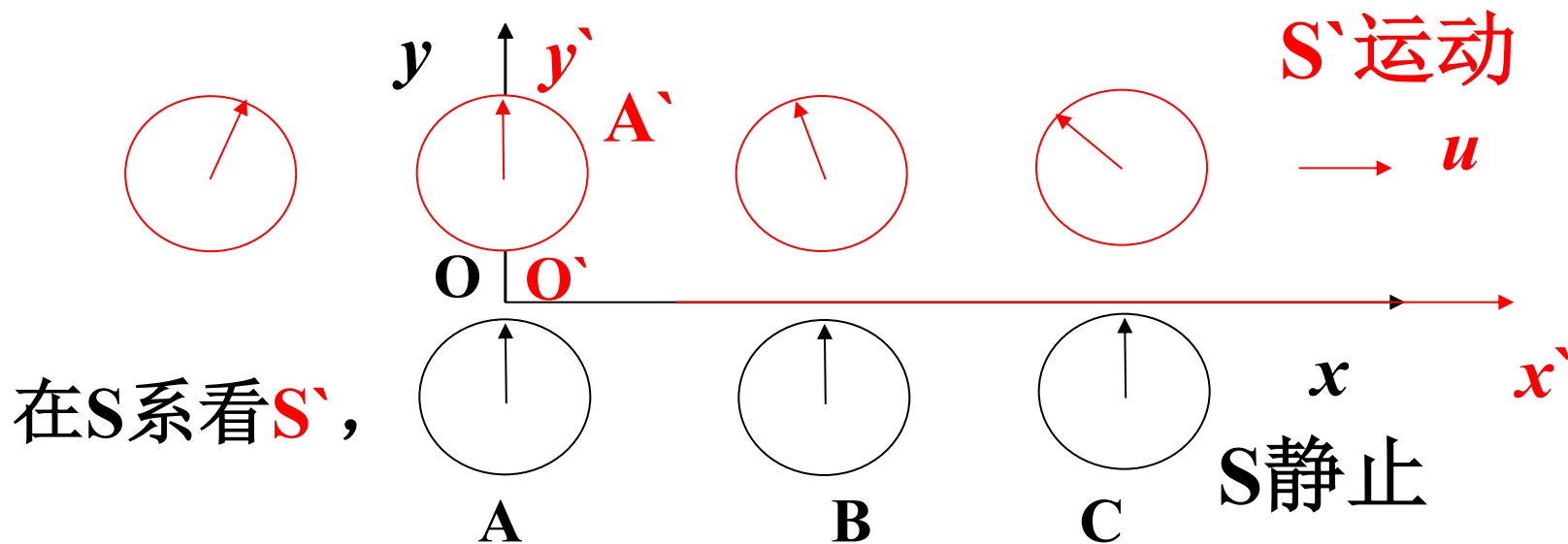
但运动是相对的，S'系的观察者应该发现**S系运动**，**S系的钟变慢**

有矛盾吗？



O和**O'**点重合时，**A**和**A'**为零时

O和O'点重合时，A和A'为零时

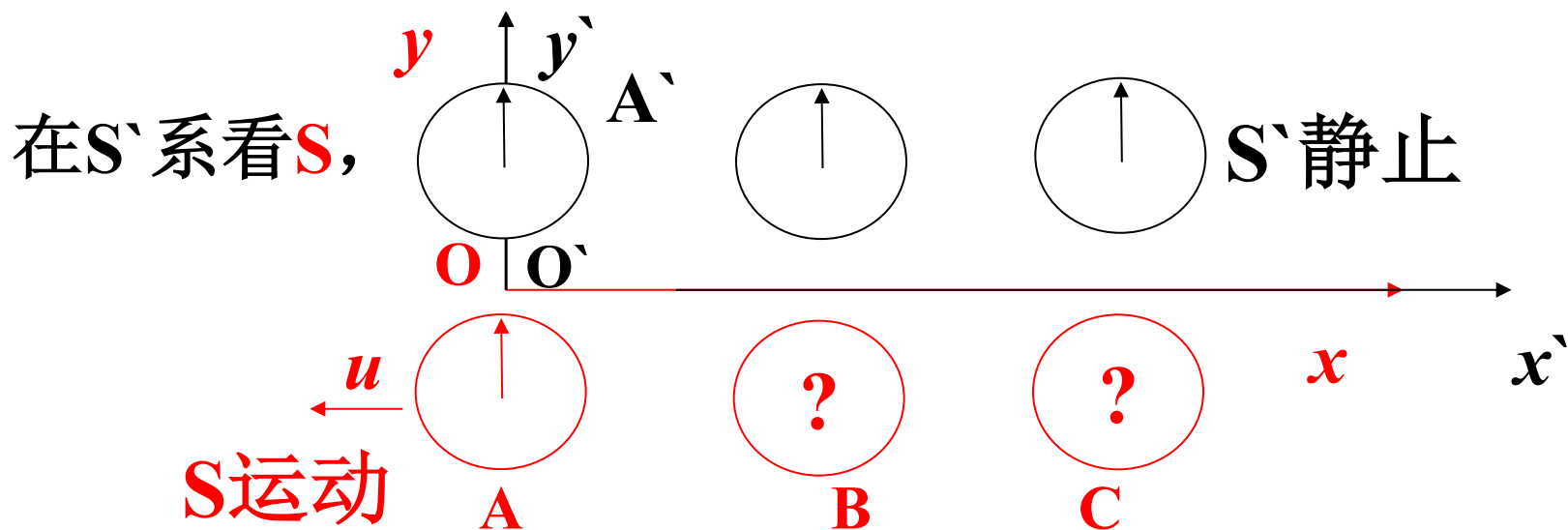
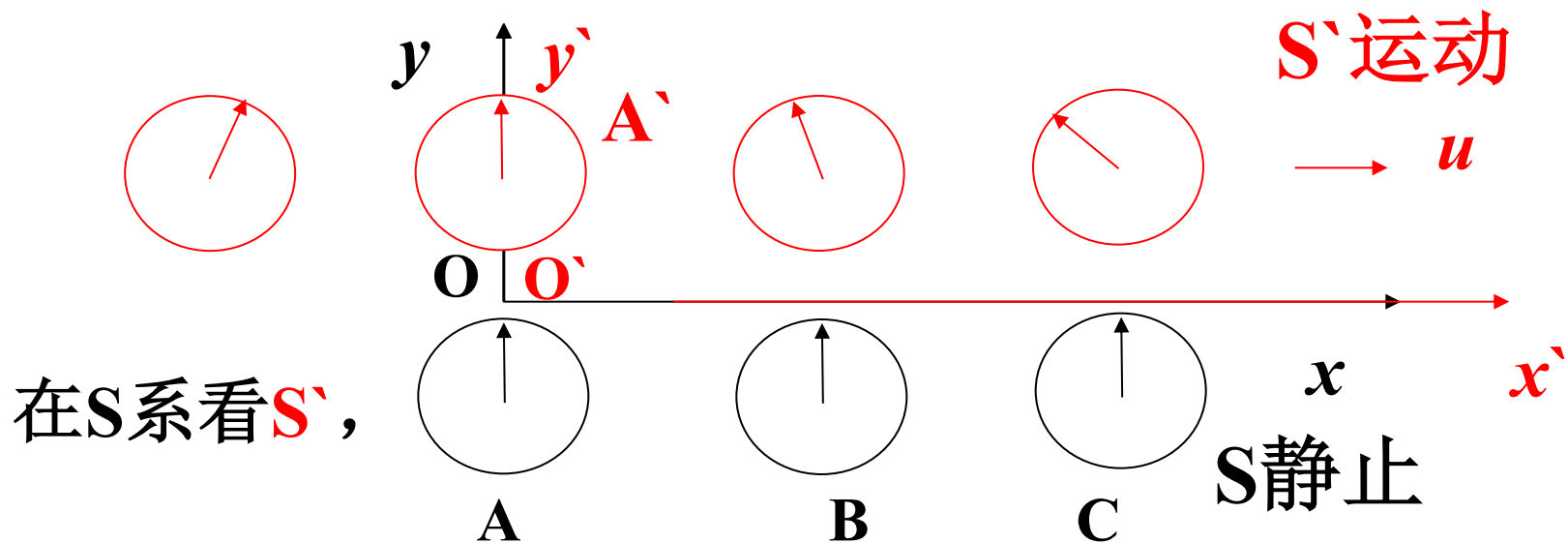


$$t' = \gamma \left(t - \frac{\beta}{c} x \right) = -\frac{\beta}{c} x \gamma \neq 0$$

↓
0

发现运动的S'系里的钟没有都对准在零！

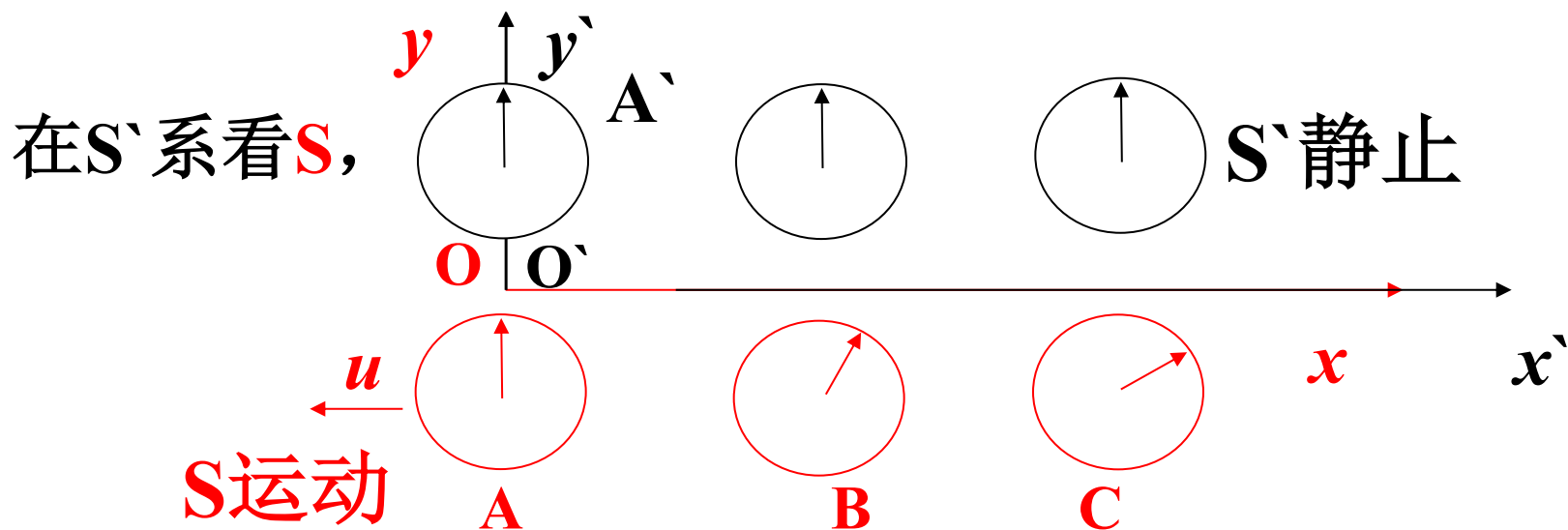
○和○'点重合时，A和A'为零时



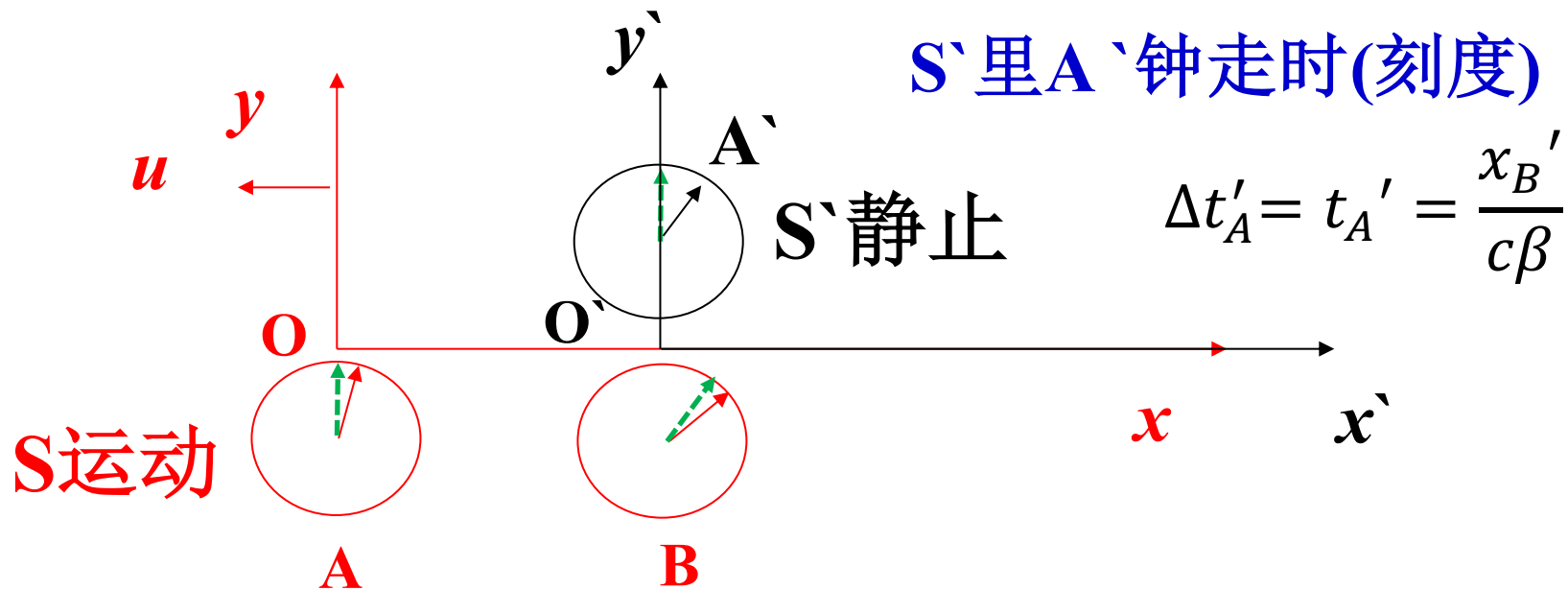
O和**O'**点重合时, **A**和**A'**为零时

$$t_B = \gamma \left(\underset{\substack{\uparrow \\ \mathbf{0}}}{t'} + \frac{\beta}{c} x' \right) = \frac{\beta}{c} x'_B \gamma \neq 0$$

运动的**S**系里的钟没有都对准在零



S'里A'钟走时(刻度)



在S'系看S:

B钟刻度 $t_B = \gamma \left(t' + \frac{\beta}{c} x' \right) = \gamma t'_A > t'_A$

B钟走时 $\Delta t_B = \gamma \frac{x'_B}{c\beta} - \gamma \frac{\beta}{c} x'_B = \frac{x'_B}{c\beta\gamma} = \Delta t_A < \Delta t'_A$

$$\frac{\Delta t_B}{\Delta t_A'} = \frac{\Delta t_A}{\Delta t_A'} = \frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \beta^2} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} < 1$$

S'系的观察者发现运动的S系的钟慢 无矛盾

*与钟一起运动的观测者是感受不到钟变慢的。

例：大气上层有大量 μ 子。 μ 子不稳定，在相
对其静止的参考系中平均飞行 $2.2 \times 10^{-6} \text{s}$ 就衰变
为电子和中微子，这一事件为 μ 子的固有寿命。
尽管 μ 子的速率高达 $0.998c$ ，但是按其固有寿
命算它从产生到衰变只能走过平均650m的路
程。一般 μ 子在空中离地面8000m左右，为什
么在地面可以检测 μ 子？

例：大气上层有大量 μ 子。 μ 子不稳定，在相
对其静止的参考系中平均飞行 $2.2 \times 10^{-6} \text{s}$ 就衰变
为电子和中微子，这一事件为 μ 子的固有寿命。
尽管 μ 子的速率高达 $0.998c$ ，但是按其固有寿
命算它从产生到衰变只能走过平均 650m 的路
程。一般 μ 子在空中离地面 8000m 左右，为什
么在地面可以检测 μ 子？

解：地面观测 μ 子的寿命

$$t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{2.2 \times 10^{-6} \text{s}}{\sqrt{1 - 0.998^2}} = 3.4 \times 10^{-5} \text{s}$$

为固有寿命的16倍， μ 子衰变前平均走的路程：

$$\Delta l = 0.998c \times 3.4 \times 10^{-5} \text{s} \approx 10000 \text{m}$$



二. 长度收缩

length contraction

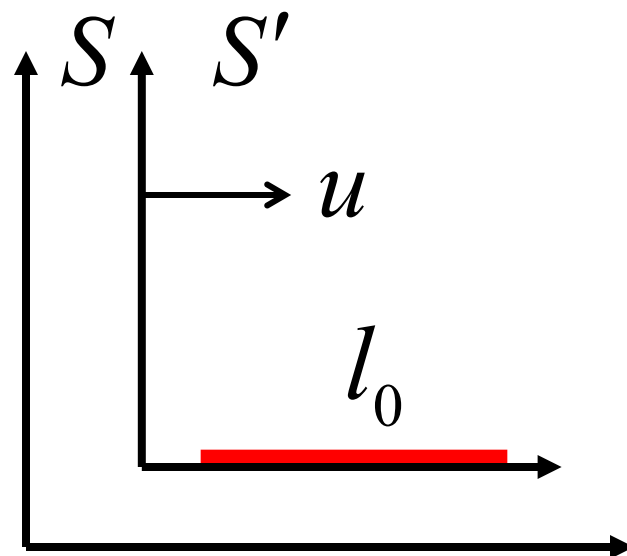
1. 原长

尺静止时测得的长度，

也称静长

尺静止在 S' 系中 l_0 静长

无需同时测量两端的坐标



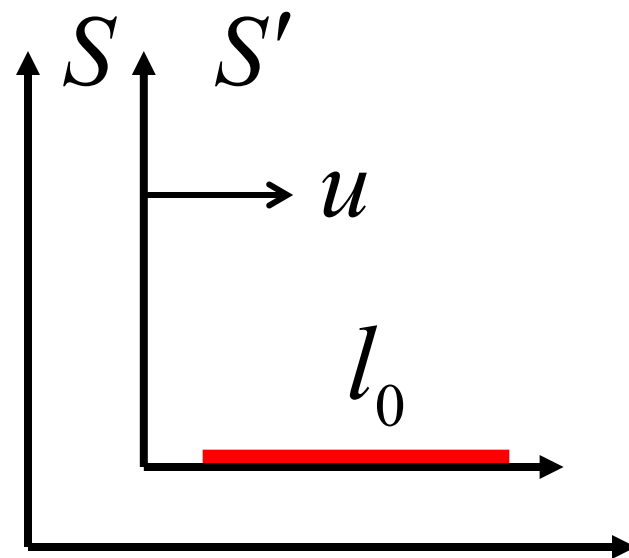
2. 运动长度

S 系怎么测？

尺以极高的速度相对S系运动
S系测得尺的长度值是什么呢？

同时测两端

同时测的条件



相应的时空坐标

事件1：测棒的左端

S	S'
x_1, t_1	x'_1, t'_1
x_2, t_2	x'_2, t'_2
$(t_2 = t_1)$	

3. 原长最长

事件1: 测尺的左端

$$x_1, t_1$$

$$x'_1, t'_1$$

事件2: 测尺的右端

$$x_2, t_2$$

$$x'_2, t'_2$$

$$l = x_2 - x_1$$

$$l_0 = x'_2 - x'_1$$

同时测 $\Delta t = 0$

由洛仑兹变换

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t)$$



$$l = l_0 / \gamma$$

同时测两端得到的长度(测长)
< 原长

$$\Delta t' = \gamma \left(\Delta t - \frac{\beta}{c} \Delta x \right) \neq 0$$

同时性的相对性

$$l = l_0 / \gamma = l_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \quad \text{运动长度缩短}$$

同时发生的任意两个事件的空间间隔，
在它们同时发生的惯性系中最短

- ① 相对效应，观测效应（与热胀冷缩不同）
- ② 纵向效应
- ③ 在低速下 \Rightarrow 伽利略变换
- ④ 同时性的相对性的直接结果

眼睛看到高速运动的圆球

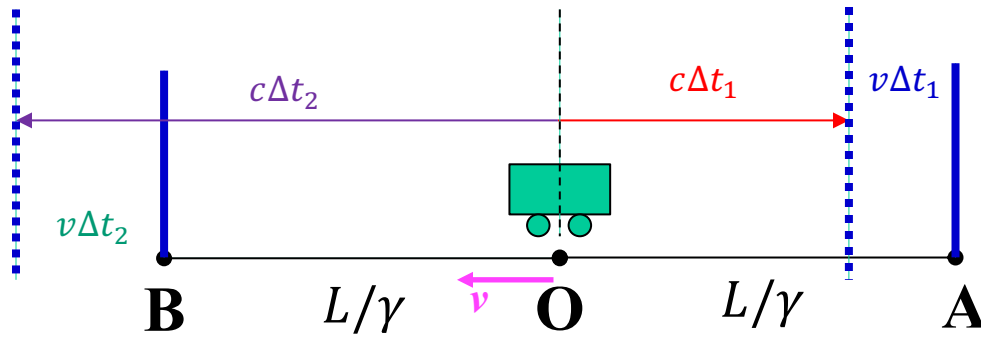
- ☐ A 变成椭球，运动方向被压扁
- ☒ B 不变
- ☐ C 变成椭球，运动方向被拉长

提交



火车以匀速 v 运动，假设地面和火车两个惯性系在 $t=0$ 时原点重合，且原点处发出闪光。地面上距离原点两侧 L 处都设有反光镜，所以在地面原点处观察到两束反射光同时到达。火车原点处观察到

- ☐ A 从前方反射的光提前 $\frac{2L}{c} \frac{2v/c}{1-v^2/c^2}$ 到达
- ☒ B 从前方反射的光提前 $\frac{2L}{c} \frac{2v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ 到达
- ☐ C 两束反射光同时到达



$$c\Delta t_2 = \frac{L}{\gamma} + v\Delta t_2$$

$$c\Delta t_1 = \frac{L}{\gamma} - v\Delta t_1$$

$$\Delta t_B = 2\Delta t_2 = \frac{2L}{(c - v)\gamma}$$

$$\Delta t_A = 2\Delta t_1 = \frac{2L}{(c + v)\gamma}$$

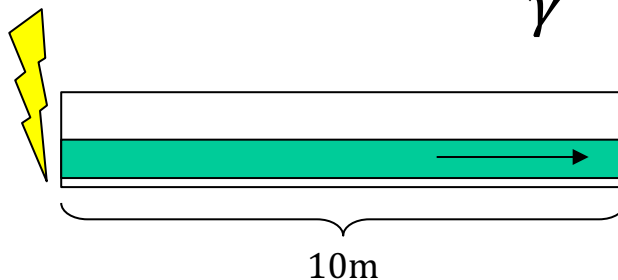
$$\Delta t_B - \Delta t_A = \frac{2L}{\gamma} \left(\frac{1}{c - v} - \frac{1}{c + v} \right) = \frac{2L}{c} \frac{2v}{c} \gamma$$

一列车静长 $L=20\text{m}$ ，隧道静长 $l=10\text{m}$ ，车速为 $\sqrt{3}c/2$ 。在地面观测，车头刚驶出隧道出口时，一闪电此时击中隧道入口外侧，闪电能打到车尾吗？在列车上观察又如何？

- ☐ A 地面看能打中，列车看打不中
- ☐ B 地面和列车看都能打中
- ☐ C 地面看打不中，列车看能打中
- ☒ D 地面和列车看都打不中

$$\beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2$$

在地面参考系S看：列车长 $\frac{L}{\gamma} = l = 10\text{m}$



在火车参考系S' 看：隧道长 $\frac{l}{\gamma} = \frac{L}{4} = 5\text{m}$



车头到达隧道出口事件： P1

闪电打向(车尾到达)隧道入口外侧事件： P2

地面参考系S: P1(x_1 , t_1) P2($x_1 - l$, t_1)

火车参考系S': P1(x'_1 , t'_1) P2($x'_1 - L$, t'_2)

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \gamma \left(\Delta t - \frac{\beta}{c} \Delta x \right) = \gamma \frac{\beta}{c} l = \sqrt{3} \frac{l}{c}$$

车头到达隧道出口事件：P1

闪电打向(车尾到达)隧道入口外侧事件：P2

地面参考系S：P1(x_1, t_1) P2($x_1 - l, t_1$)

火车参考系S'：P1(x'_1, t'_1) P2($x'_1 - L, t'_2$)

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \gamma \left(\Delta t - \frac{\beta}{c} \Delta x \right) = \gamma \frac{\beta}{c} l = \sqrt{3} \frac{l}{c}$$

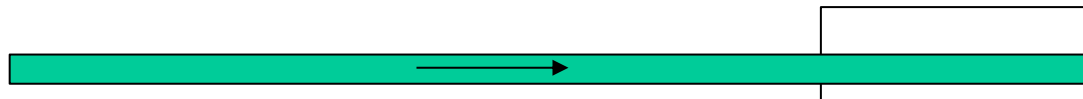
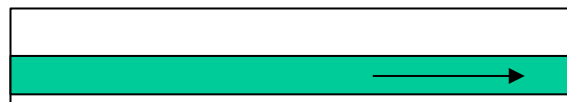
车头到达隧道出口之后 $\sqrt{3} \frac{l}{c}$ ，闪电才下来
这段时间火车继续前行：

$$v \Delta t' = \sqrt{3} c / 2 \cdot \sqrt{3} \frac{l}{c} = 3l/2$$



假如上题中隧道出口大门是封闭的，地面看到火车车尾进入隧道入口就关闭入口大门。地面上看火车能否在某一时刻被完全包进隧道中？

火车上看呢？



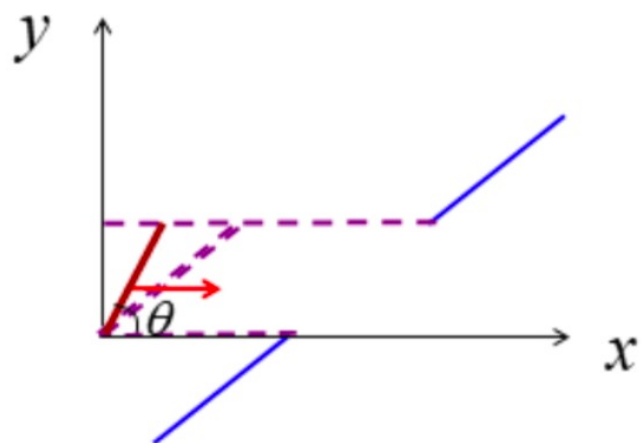
- ☐ A 地面上看能，火车上看不能
- ☐ B 地面上看不能，火车上看能
- ☐ C 都不能
- ☒ D 都能

提交

墙上有一条缝，缝宽为 L 。有一根静止长度也是 L 的杆沿着红色箭头方向运动，其中沿着墙的速度分量为 u （ u 很大），垂直墙的速度分量为 v 。分别在地面和杆的参考系看，杆能否穿过缝隙？为什么？

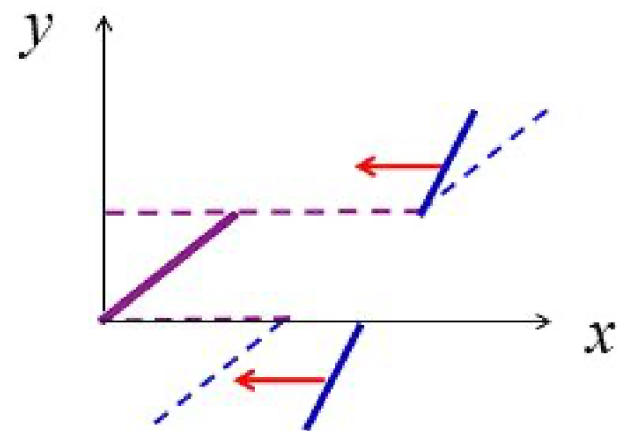
- ☐ A 地面系看能穿过，杆参考系看穿不过
- ☐ B 杆参考系能穿过，地面参考系穿不过
- ☒ C 都能穿过
- ☐ D 都不能穿过





$$\tan \theta = \gamma \frac{v}{u}$$

地面参考系

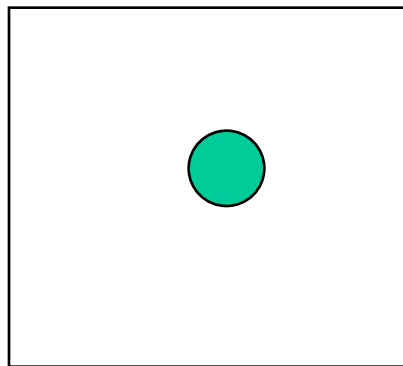


$$\tan \theta = \gamma \frac{v}{u}$$

杆参考系

引力效应

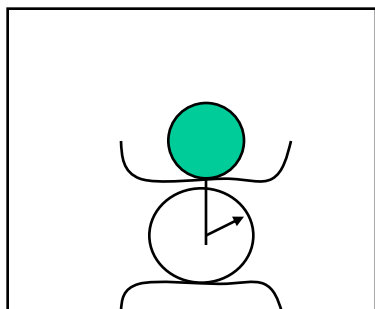
Gravity and the principle of equivalence



地面上自由下落



物体失重，如同无引力



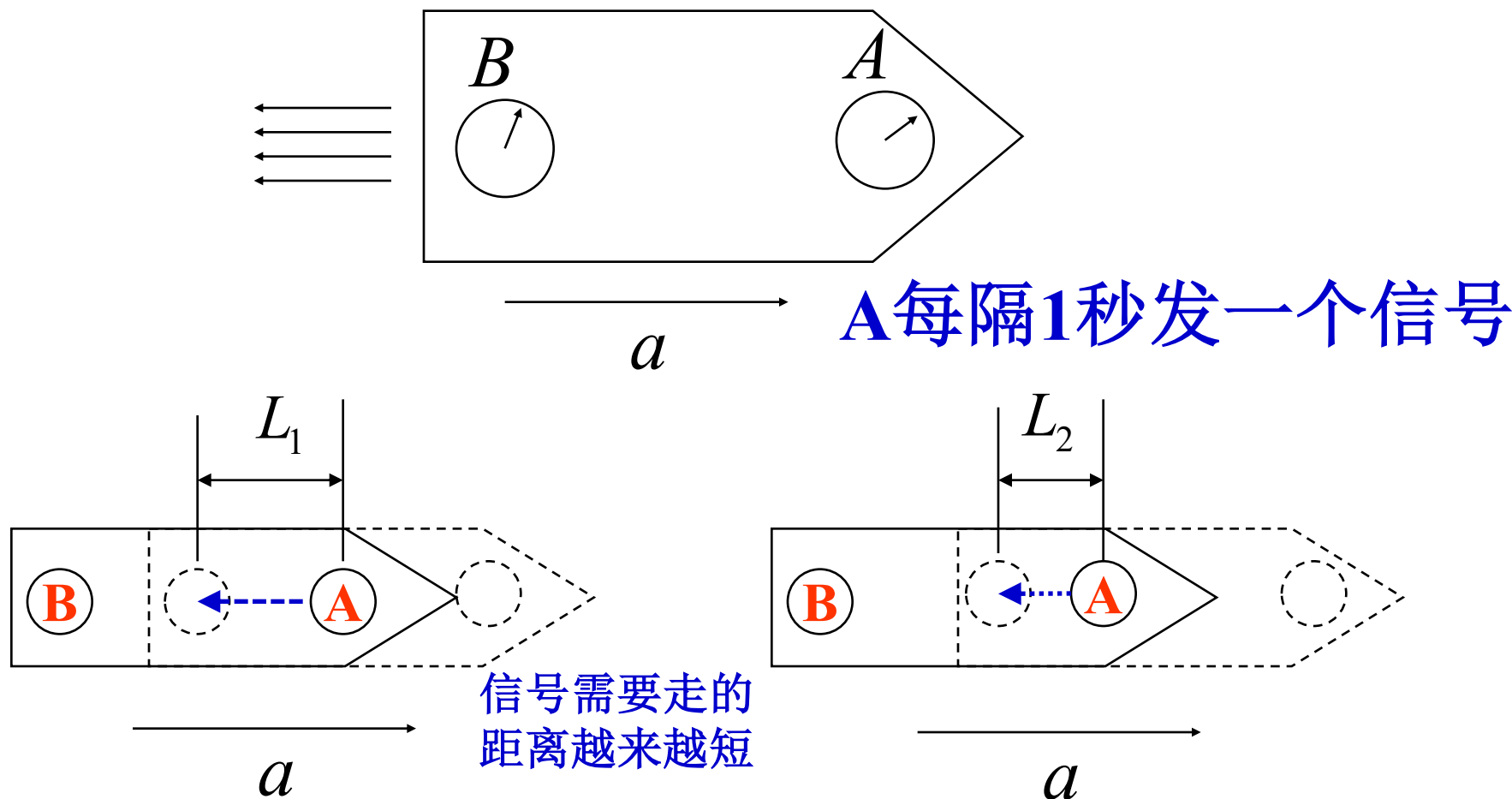
无引力太空中飞船加速运动

物体重量： mg

等效原理：引力和加速效果等价

(严格的讲应在一点, 否则引潮力有影响)

The speed of clocks in a gravitational field

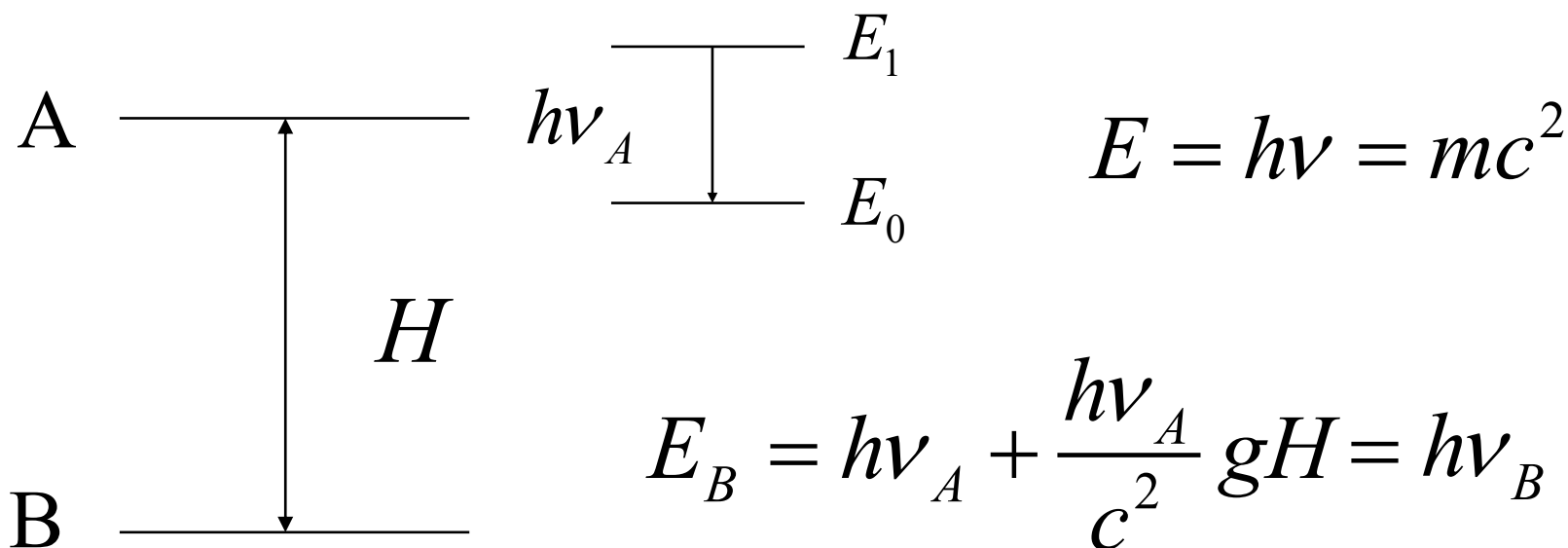


A钟比B钟走的快

引力导致时间变慢

根据等效原理，地面高处钟比低处的快

引力使时间变慢

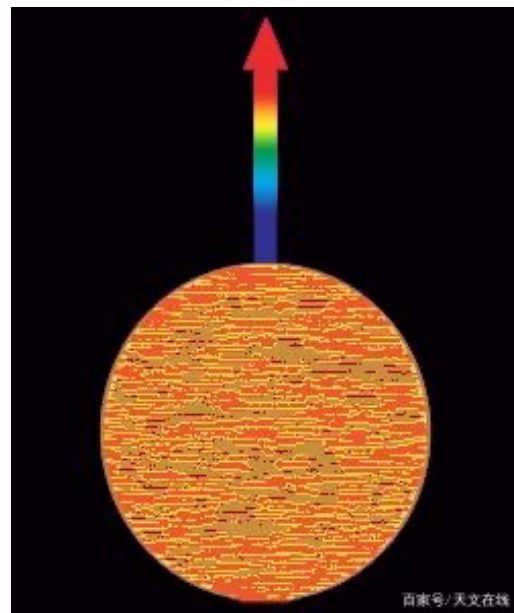


光子 $\nu_B = \nu_A \left(1 + \frac{gH}{c^2}\right)$

光周期与当地钟有关 $\Delta t_B = \Delta t_A \left(1 - \frac{gH}{c^2}\right)$

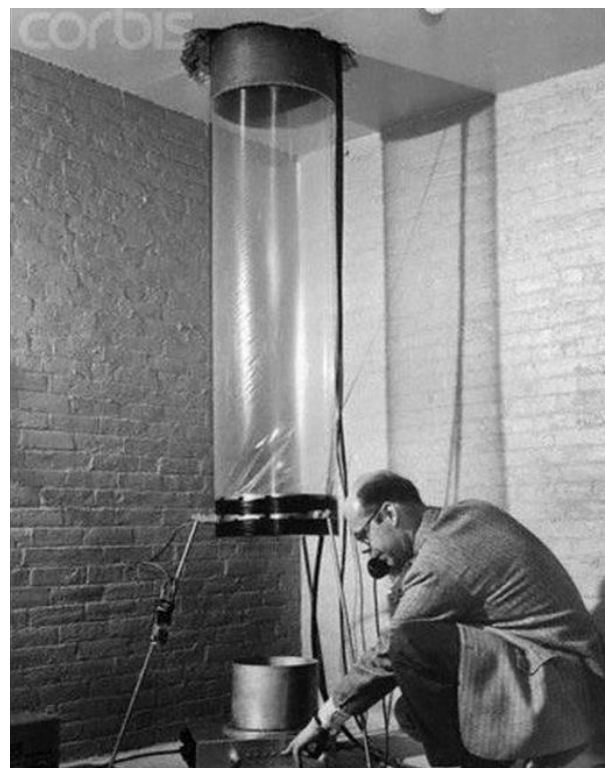
1916年爱因斯坦提出

引力红移（Gravitational redshift）：光波或者其他波动从重力场源（如巨大星体或黑洞）远离时，整体频谱会往红色端方向偏移



1959年哈佛大学实验证实

楼底频率高，楼上频率低
光往下发射会发生蓝移
光往上发射会发生红移



相对论时间延迟是不是与实际应用很远？

GPS或者北斗定位系统

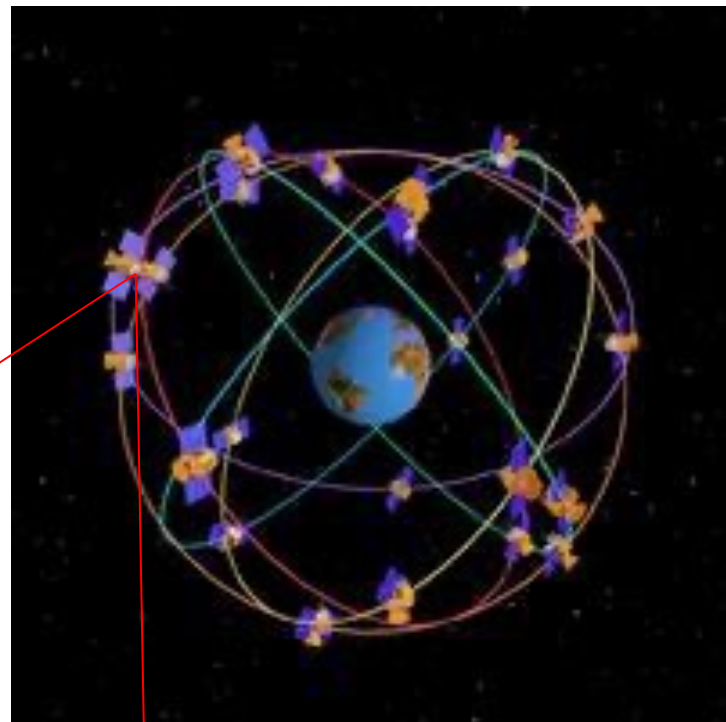
位置由距离测算
距离 = 光速 × 时间

动钟变慢 $\Delta t = \gamma \tau$

引力使时间变慢

$$\Delta t / \sqrt{1 - \frac{2GM}{Rc^2}} = \tau / \sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}$$

一天差几十微秒，一天岔出去十公里





一对孪生兄弟中的A以 $0.8c$ 的速度坐飞船去8光年远的星球，然后返回，另一兄弟B留在地球，则

- ☐ **A 比B年轻，年轻多少无法用狭义相对论计算**
- ☐ **B 比A年轻，年轻多少无法用狭义相对论计算**
- ☒ **C A比B年轻，可以利用狭义相对论计算年轻了多少**
- ☐ **D B比A年轻，可以利用狭义相对论计算年轻了多少**
- ☐ **E A和B都相对于对方运动，效果对称，所以其实年龄一样**

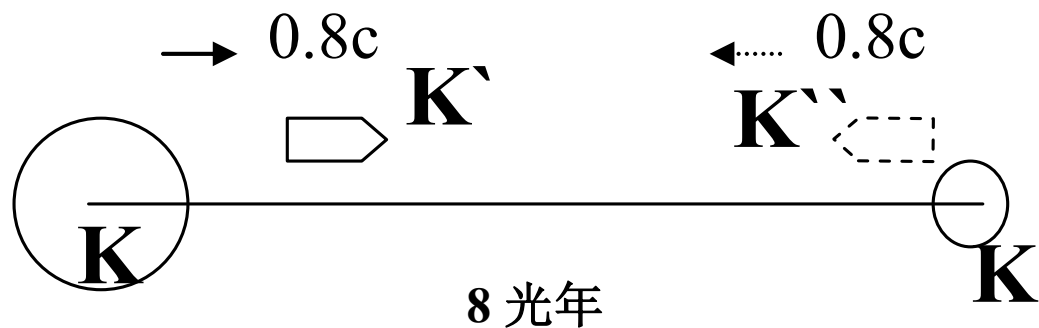
双生子佯谬 (twin paradox)



三个参照系，地球-天体K，去时飞船K'，回时飞船K''
地球和天体的K钟是对准的。起飞时，地球和飞船的钟指示 $t = t' = 0$ ，求：飞船起飞，到达天体，返回地球，
对应于宇航员所在参考系，三时刻所有钟的读数。

解： $v = 0.8c$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} = \frac{5}{3}$

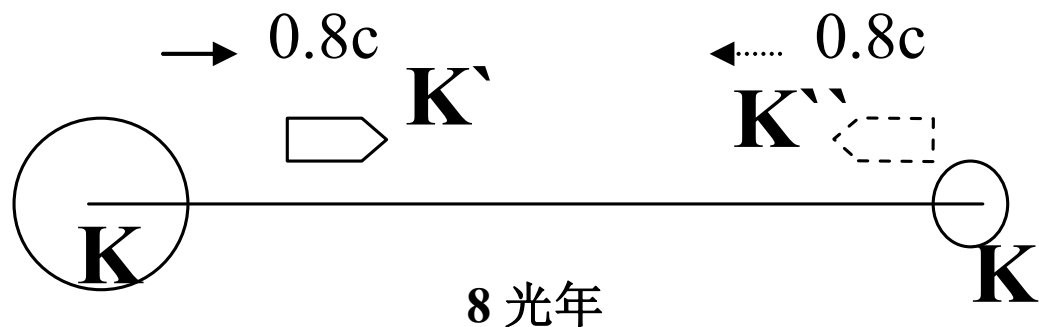
K系 天体距地球 $8c$ 年，10年飞到
K'系 天体距地球 $x/\gamma = 4.8c$ 年，6年飞到



起飞时**K**系看，地球、飞船、天体处的钟都是**0**

起飞时：跳上 **K'** 系，地球： $t = 0$ ，飞船： $t' = 0$ ， $x' = 4.8c$ ，

天体钟快进： $t = \gamma(t' + x' \beta / c) = 5 / 3(0 + 4.8 \cdot 0.8) = 6.4$ 年



起飞时K系看，地球、飞船、天体处的钟都是0

起飞时：跳上 K' 系，地球： $t = 0$ ，飞船： $t' = 0$ ， $x' = 4.8c$ ，

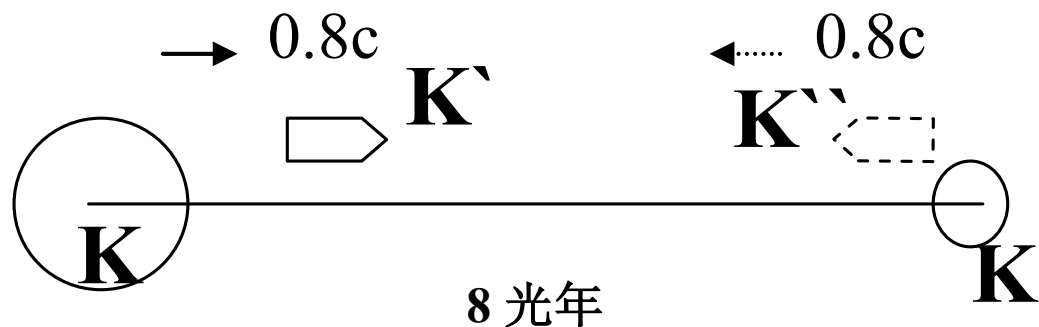
天体钟快进： $t = \gamma(t' + x' \beta / c) = 5 / 3(0 + 4.8 \cdot 0.8) = 6.4$ 年

到达天体时在K'系看，飞船： $t' = 4.8c / 0.8c = 6$ 年，

地球K系相对飞船在运动，时钟变慢 $t = t' / \gamma = 3.6$ 年

天体也在K系： $t = 6.4 + 3.6 = 10$ 年

从飞船跳到天体的时刻：**地球钟从3.6年快进到10年**

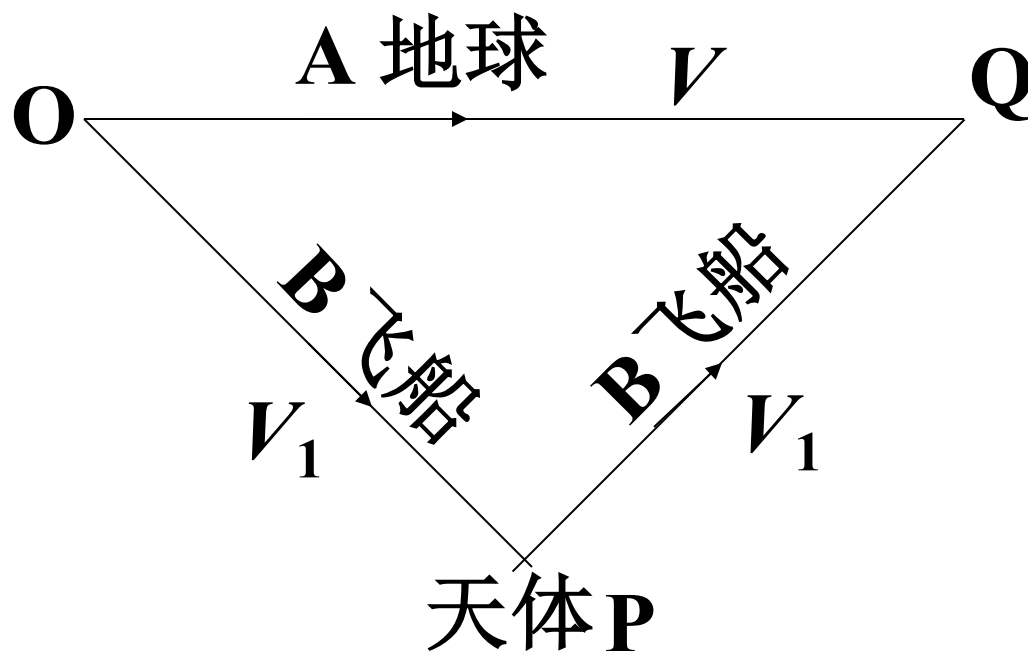


返回时跳上 K'' 系：飞船 $t'' = 6$ 年，天体 $t = 10$ 年，
地球 t 比当地时间超前6.4年， $t = 10 + 6.4 = 16.4$ 年

$$\Delta t = \gamma \left(\Delta t'' + \frac{\beta}{c} \Delta x'' \right) = 6.4 \text{年}$$

在 K'' 系看，6年后到达地球：飞船 $t'' = 6 + 6 = 12$ 年，
天体和地球时间又增长3.6年，
天体 $t = 13.6$ 年，地球 $t = 20$ 年。

宇航员年轻 8 年



在A参考系
B离开又回

A 经历时间 $\tau_A = \frac{\overline{OQ}}{V\gamma}$

B 经历时间 $\tau_B = \frac{\overline{OP} + \overline{PQ}}{V_1\gamma_1}$

$$\frac{\tau_A}{\tau_B} = \frac{\frac{\overline{OQ}}{V\gamma}}{\frac{\overline{OP} + \overline{PQ}}{V_1\gamma_1}} = \frac{\gamma_1}{\gamma} > 1$$

$(V_1 > V, \gamma_1 > \gamma)$

