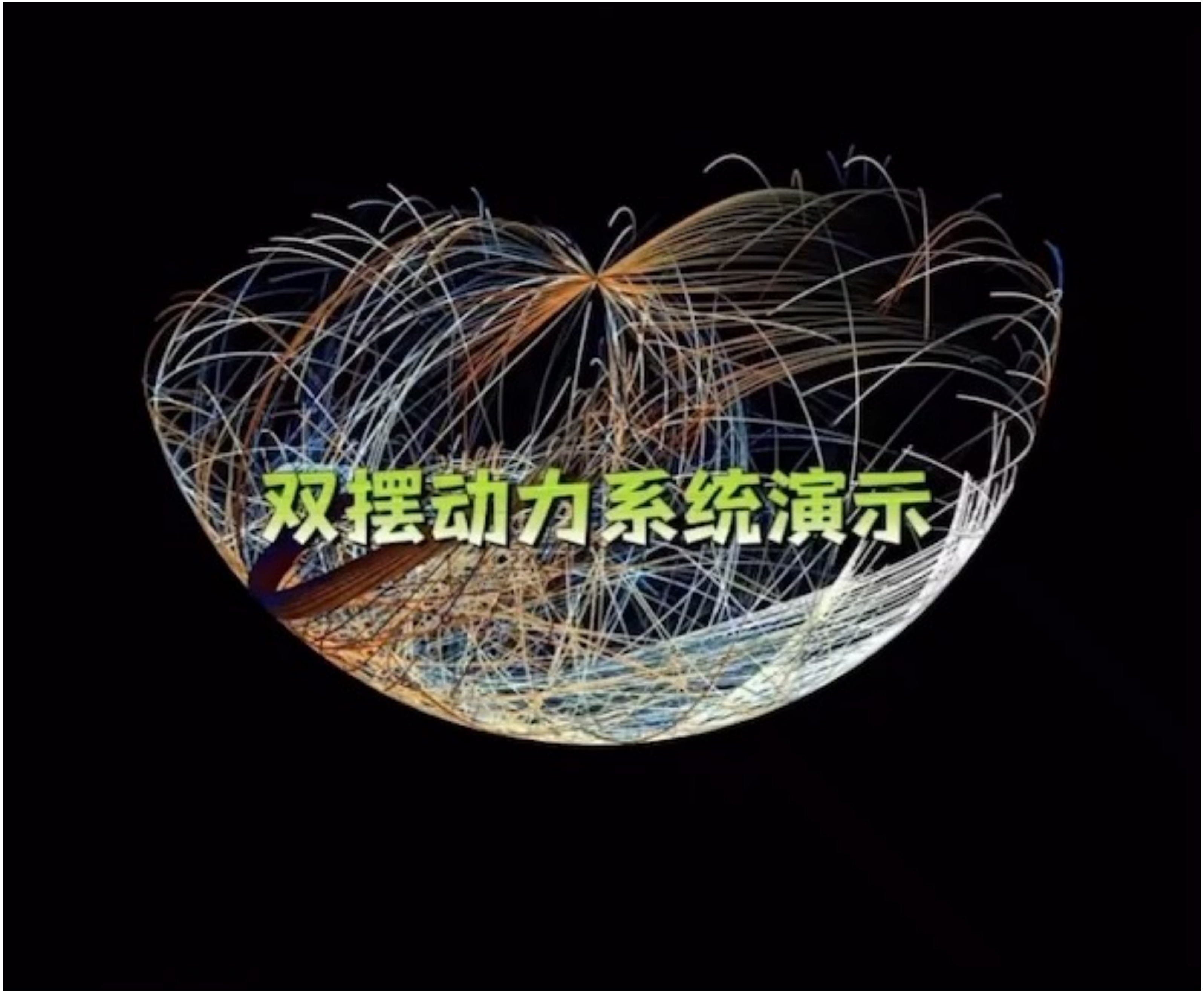
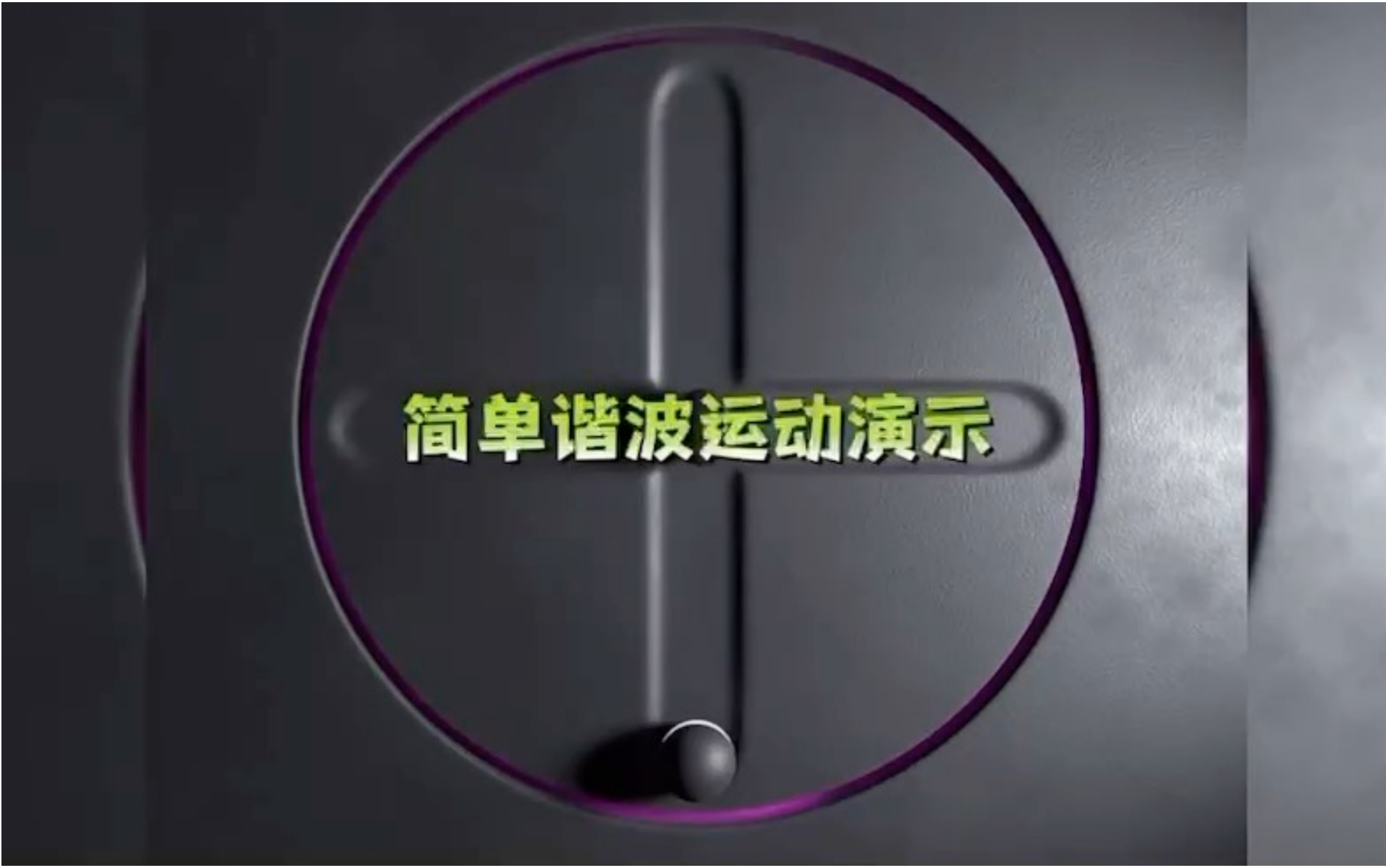
大学物理 B(1)

清华大学物理系


双摆动力系统演示


简单谐波运动演示

§7.5 波的能量 （energy of wave）

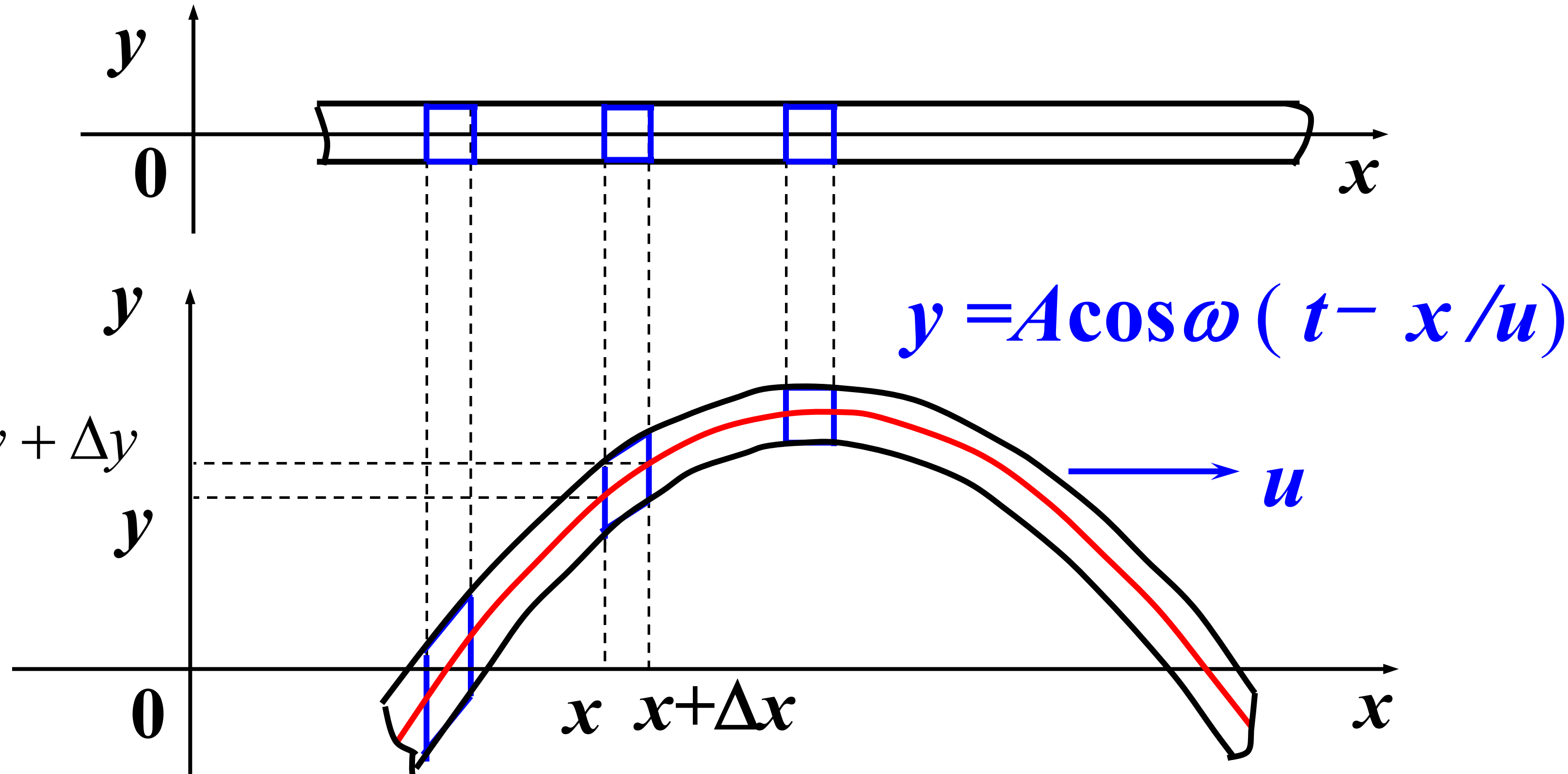
一. 波的能量

振动有能量，振动的传播将导致能量的传播。

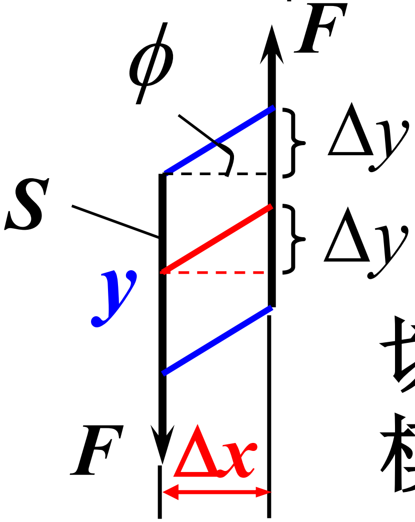
①媒质质元能量是如何变化的？

②能量传播的规律如何？

以弹性棒中的简谐横波为例来分析：



振动势能ΔW_p



$$\Delta W_p = \int_0^{\Delta y} F \,\mathrm{d}\, y = \int_0^{\phi} GS\phi \,\Delta x \,\mathrm{d}\,\phi = \frac{1}{2} G\phi^2 \Delta V$$

切变模量

$$G = \frac{F/S}{\phi} \rightarrow F = GS\phi \qquad \phi = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\Delta W_p = \frac{1}{2} G \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)^2 \Delta V = \frac{1}{2} u^2 \rho \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)^2 \Delta V$$

$$u = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \rightarrow G = u^2 \rho \qquad y = A\cos\omega\,(t - x/u)$$

又 $$\frac{\Delta y}{\Delta x} \approx \frac{\partial y}{\partial x} = -\omega A \sin\omega(t - \frac{x}{u}) \cdot \frac{1}{u}$$

$$\therefore \quad \Delta W_p = \frac{1}{2} \rho \Delta V \omega^2 A^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})$$

$$\Delta W_k = \frac{1}{2} (\rho \Delta V) \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \rho \Delta V \omega^2 A^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u}) = \Delta W_p$$

质元总能量 $\Delta W = \Delta W_p + \Delta W_k = 2\Delta W_p = 2\Delta W_k$

$$= \rho\omega^2 A^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})\Delta V$$

振动系统：$E_k \neq E_p$， $E_k + E_p = \text{const}.$

系统与外界无能量交换。

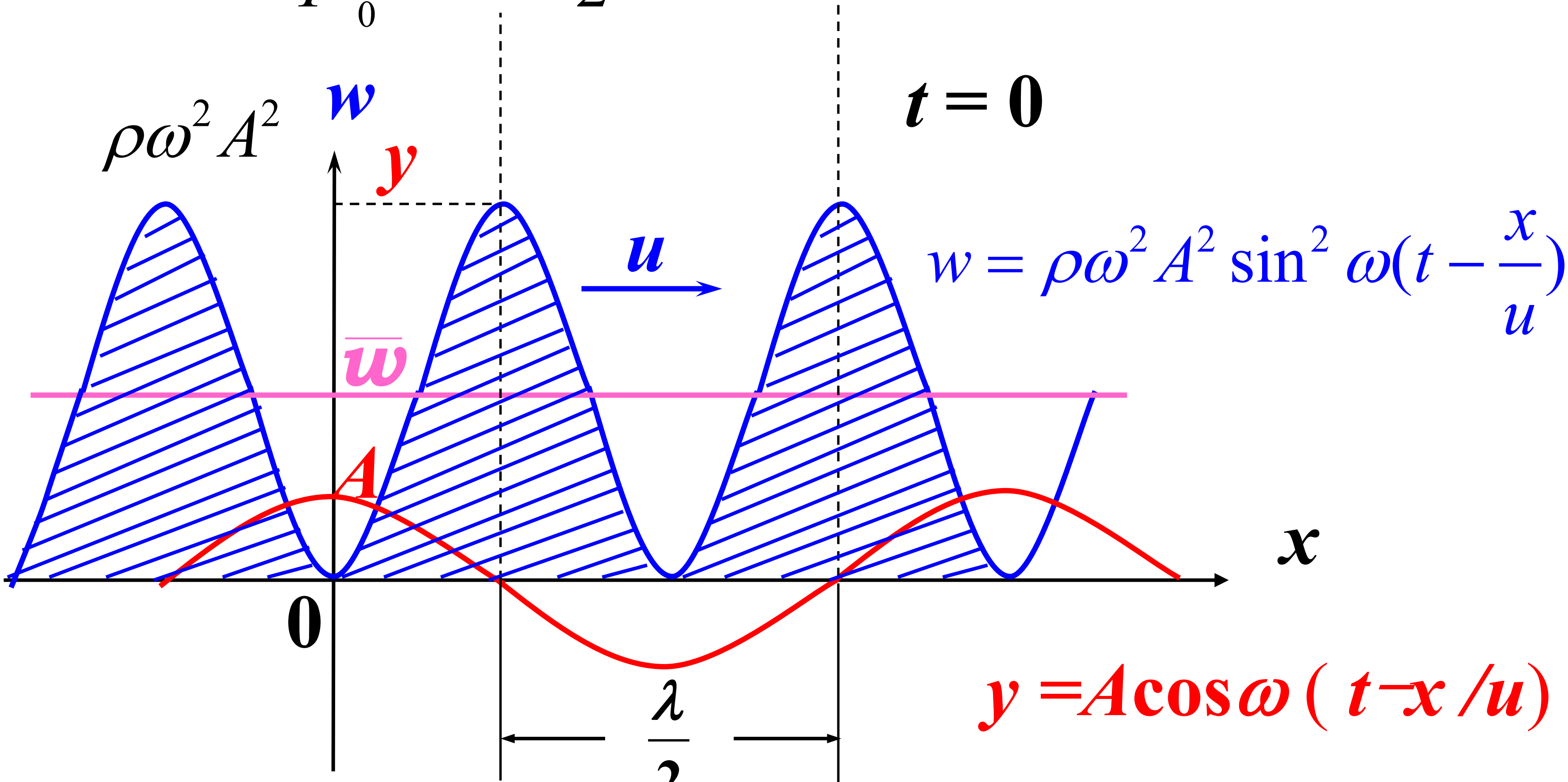
波动质元：$\Delta W_k = \Delta W_p$， $\Delta W_k + \Delta W_p \neq \text{const}.$

每个质元都与周围媒质交换能量。

能量密度（energy density）：

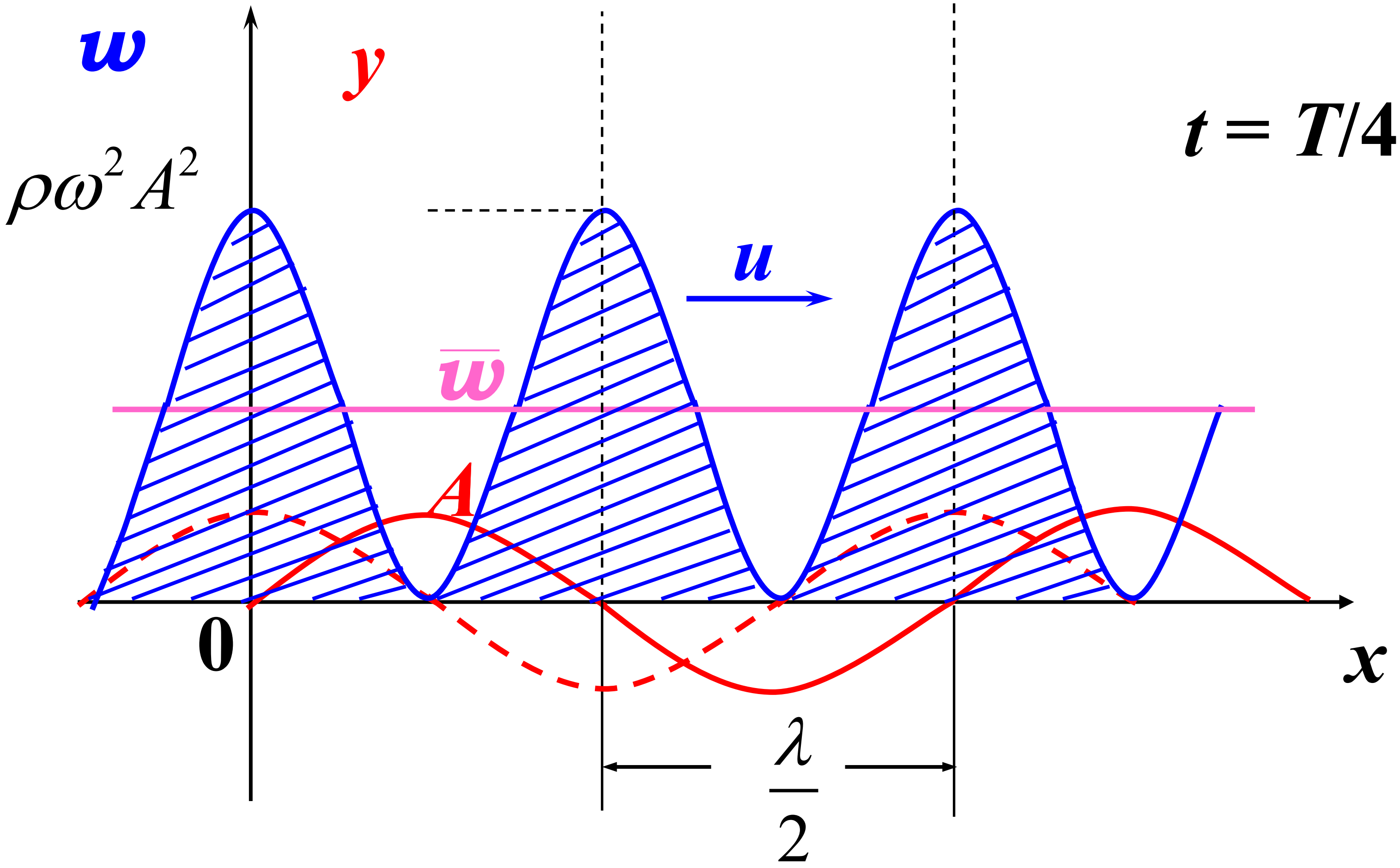
$$w = \frac{\Delta W}{\Delta V} = \rho\omega^2 A^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u}) \propto \omega^2 A^2 \text{（特征）}$$

$$\bar{w} = \frac{1}{T}\int_0^T w\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2$$ 适用于各种弹性波



$y = 0$ 处， $w = w_{max}$ ， $y = A$ 处， $w = 0$ ，

偏离平衡位置越远能量反而小，反之亦然



能量“一堆堆”地传播。

多选题 1分

设置

周期为T的简谐波通过时，质元做简谐振动，其振动能量由动能和形变势能组成，则

A 质元的动能和势能相同

B 质元的动能和势能的时间平均值相同

C 质元的振动能量守恒

D 质元的振动能量随时间变化周期为T

提交

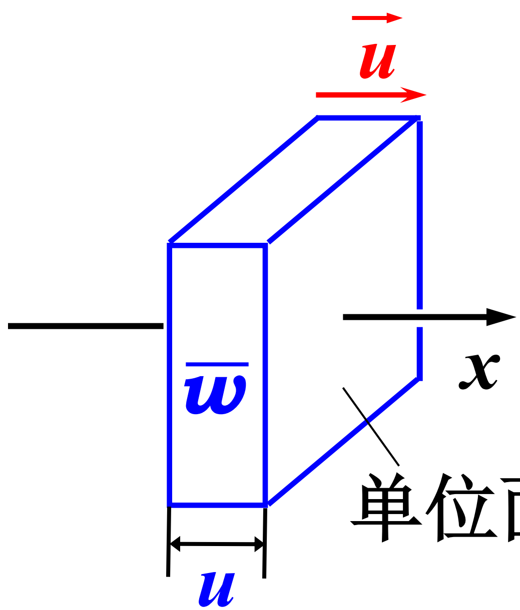
二. 能流密度 （energy flux density）

波的传播 →能量传播 →能流

能流(密度)S——单位时间内通过垂直于波线方向单位面积波的能量。

波的强度 $I=\bar{S}$

由图示有：体积为u



$$I=\bar{w}u=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2u$$

$$=\frac{1}{2}z\omega^2A^2$$

$z=\rho u$ ——媒质的“特性阻抗”

利用 $I=\frac{1}{2}z\omega^2A^2$ 和能量守恒，可以证明，

对无吸收媒质：

平面波 $I=const.\rightarrow A=\mathrm{const.}$

球面波 $r^2I=\mathrm{const.}\rightarrow A\propto\frac{1}{r}$

柱面波 $rI=\mathrm{const.}\rightarrow A\propto\frac{1}{\sqrt{r}}$

$\boldsymbol{r}$ —— 场点到波源的距离

多选题 1分

设置

关于简谐波的能量，下列说法正确的是

A 势能大的地方动能小，势能小的地方动能大

B 介质上的质元做简谐振动，机械能守恒

C 介质上的质元的机械能不守恒

D 势能为0的地方动能也为0

提交

*三. 波的吸收（absorption of wave）

波通过媒质时，一部分能量要被媒质吸收。

造成吸收的因素：

①内摩擦：　机械能→热运动能（不可逆）；

②热传导：　疏部、密部有温差，发生热交换，

机械能→热运动能 （不可逆）；

③分子碰撞：非弹性碰撞使分子规则振动能

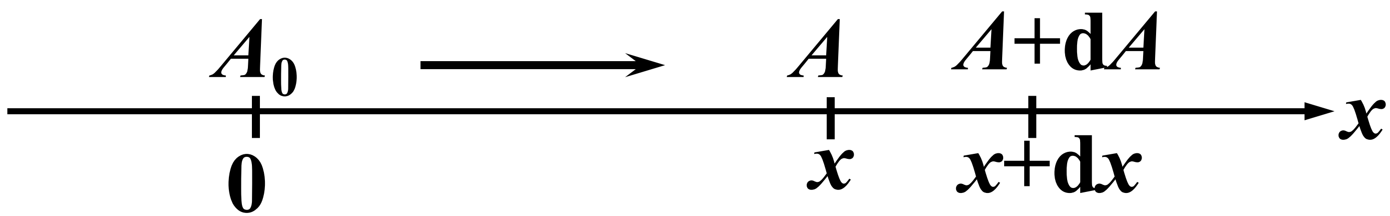
→分子内部无规则的转、振能

（不可逆）。

定义吸收系数 $\boxed{\alpha = \dfrac{-\mathrm{d}A}{A\,\mathrm{d}x}}$

成像?

对平面波:



$$\mathrm{d}A = -\alpha A\,\mathrm{d}x \rightarrow \int_{A_0}^{A}\frac{\mathrm{d}A}{A} = -\int_0^x \alpha\,\mathrm{d}x$$

设 $\alpha = \mathrm{const.}$ 则 $\boxed{A = A_0 e^{-\alpha x}}$

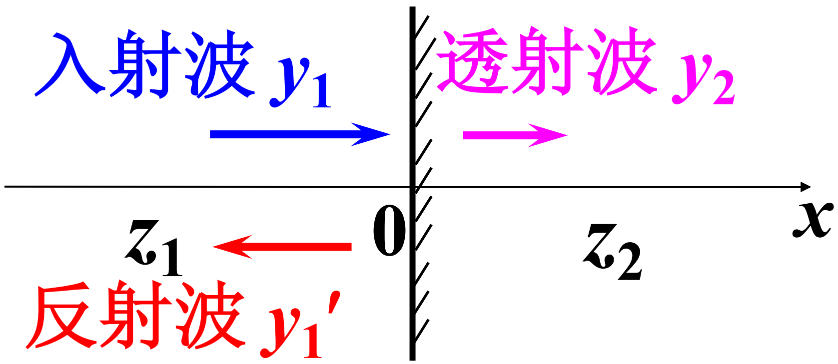
$\because \quad I \propto A^2 \quad \therefore \quad \boxed{I = I_0 e^{-2\alpha x}}$

$$\nu\uparrow \rightarrow \alpha\uparrow \begin{cases} \text{空气：} \quad \alpha \propto \nu^2 \text{，} \alpha_{\text{气}} = 2\times 10^{-11}\nu^2\ \mathrm{m}^{-1} \\ \text{钢：} \quad \alpha \propto \nu \text{，} \alpha_{\text{钢}} = 4\times 10^{-7}\nu\ \mathrm{m}^{-1} \end{cases}$$

▲空气中低频波可传得很远

▲ ν很大时（超声）$\alpha_{\text{气}} >> \alpha_{\text{钢}}$

*四. 波在界面的反射和透射



$z=\rho u$ —— 特性阻抗

相对而言

z大—— 波密媒质

z小—— 波疏媒质

$$y_1 = A_1 \cos(\omega t - \frac{x}{\lambda_1} 2\pi + \phi_1)$$

$$y_1' = A_1' \cos(\omega t + \frac{x}{\lambda_1} 2\pi + \phi_1')$$

$$y_2 = A_2 \cos(\omega t - \frac{x}{\lambda_2} 2\pi + \phi_2)$$

机械波⊥入射时，利用界面关系：

①界面两侧质元位移相同（接触）

$$[y_1+y_1']_{x=0} = [y_2]_{x=0}$$

②界面两侧应力相等（牛顿第三定律）

$$\left[\frac{F_1}{S}+\frac{F_1'}{S}\right]_{x=0}=\left[\frac{F_2}{S}\right]_{x=0}$$

$$Y_1\left[\frac{\partial y_1}{\partial x}+\frac{\partial y_1'}{\partial x}\right]_{x=0}=Y_2\left[\frac{\partial y_2}{\partial x}\right]_{x=0} \qquad \text{（纵波）}$$

将 y 的表达式代入界面关系

$$A_1\cos(\omega t+\phi_1)+A_1'\cos(\omega t+\phi_1')=A_2\cos(\omega t+\phi_2)$$

$$\frac{Y_1}{\lambda_1}[A_1\sin(\omega t+\phi_1)-A_1'\sin(\omega t+\phi_1')]=\frac{Y_2}{\lambda_2}A_2\sin(\omega t+\phi_2)$$

考虑 $\boldsymbol{Y=\rho u^2}$ $\quad \lambda=uT$ 可得：

$$z_1[A_1\sin(\omega t+\phi_1)-A_1'\sin(\omega t+\phi_1')]=z_2A_2\sin(\omega t+\phi_2)$$

$$A_1e^{i(\omega t+\phi_1)}+A_1'e^{i(\omega t+\phi_1')}=A_2e^{i(\omega t+\phi_2)}$$

$$z_1[A_1e^{i(\omega t+\phi_1)}-A_1'e^{i(\omega t+\phi_1')}]=z_2A_2e^{i(\omega t+\phi_2)}$$

t=0时：

$$A_1 e^{i\phi_1} + A_1' e^{i\phi_1'} = A_2 e^{i\phi_2}$$

$$z_1 (A_1 e^{i\phi_1} - A_1' e^{i\phi_1'}) = z_2 A_2 e^{i\phi_2}$$

$$A_1' e^{i(\phi_1' - \phi_1)} = \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} A_1 \longrightarrow \begin{cases} \phi_1' = \phi_1 & z_1 > z_2 \\ \phi_1' = \phi_1 - \pi & z_1 < z_2 \end{cases}$$

$$A_2 e^{i(\phi_2 - \phi_1)} = \frac{2z_1}{z_1 + z_2} A_1 \longrightarrow \phi_2 = \phi_1$$

反射波：　　　　透射波：无特别

(1) 波密→波疏，无特别

(2) 波疏→波密，反射波有相位突变π

——半波损失

多选题 1分

设置

一列波从某个媒质入射到另一个媒质，如下情形会产生“半波损失”的是

A 简谐波

B 不管以什么角度入射，只要是从声阻抗相对较小的媒质入射到界面

C 垂直的从声阻抗相对较小的媒质入射到界面，但两媒质的声阻抗差别不大

D 垂直的从声阻抗相对较小的媒质入射到界面，两媒质的声阻抗差别非常大

提交

能量传输比：

$$I=\frac{1}{2}z\omega^2A^2$$

反射率 $R=\frac{I_1'}{I_1}=(\frac{A_1'}{A_1})^2=\left(\frac{z_1-z_2}{z_1+z_2}\right)^2$

透射率 $T=\frac{I_2}{I_1}=\frac{z_2A_2^2}{z_1A_1^2}=\frac{4z_1z_2}{(z_1+z_2)^2}$

$R+T=1$
(能量守恒)

▲ z_1、z_2互换，R、T不变。

▲ $z_1>>z_2$ 或 $z_1<<z_2$时，$R\approx1$，$T\approx0$，全反射

▲ $z_1\approx z_2$时，$R\approx0$（无反射），$T\approx1$，全透射

反射波：

$$A_1' = \frac{|z_1 - z_2|}{z_1 + z_2} A_1 \qquad \begin{cases} \phi_1' = \phi_1 & z_1 > z_2 \\ \phi_1' = \phi_1 - \pi & z_1 < z_2 \end{cases}$$

透射波：

$$A_2 = \frac{2z_1}{z_1 + z_2} A_1 \qquad \phi_2 = \phi_1$$

▲ $z_1 >> z_2$ 或 $z_1 << z_2$时，

反射波： $A_1' = A_1$

透射波： $z_1 << z_2 \qquad A_2 \approx 0$

$z_1 >> z_2 \qquad A_2 \approx 2A_1$

	$z(\mathrm{kg/m^2 \cdot s})$	T
空气(标准状况)	420	空气→水 0.1%
水	1.5×10^6	空气→钢 0.004%
钢(按纵波算)	4.6×10^7	水→钢 12%

∴ 要使声波进入钢，不能有气隙。

在钢表面 涂一层油(耦合层)，以增加透射率

实际的波发射和接收装置都需要设置耦合层，

以保证声阻抗的"匹配"。

§7.6 惠更斯原理（Huygens principle）

讨论与波的传播特性有关的现象、原理和几何方法。

由于某些原因，波在传播过程中其传播方向、频率和振幅都有可能改变。

惠更斯原理给出的方法（惠更斯作图法）是一种处理波传播方向的普遍(简明)方法。

一. 惠更斯原理（1690）

1. 原理的叙述

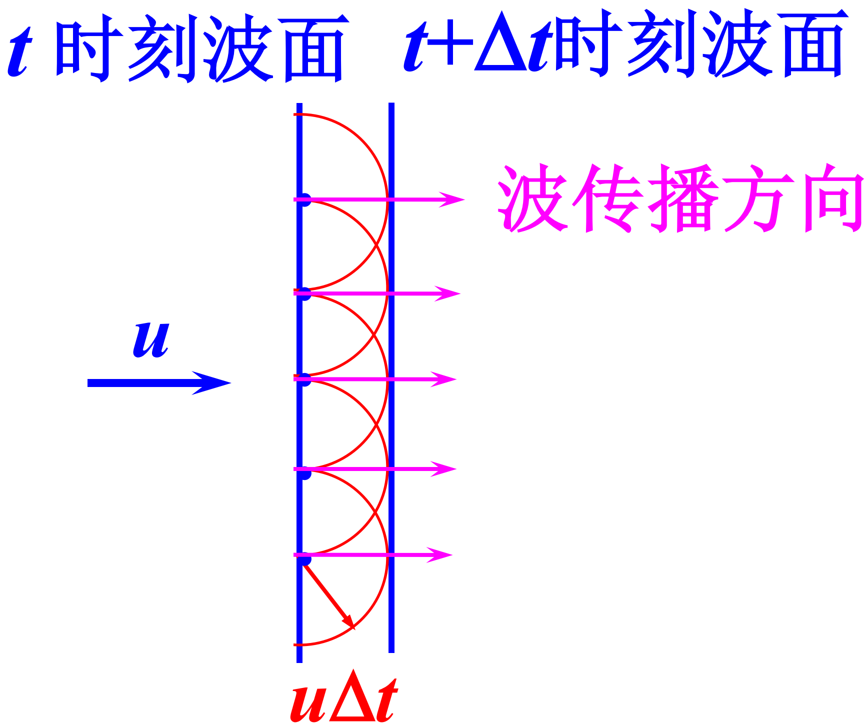
媒质中任意波面上的各点，都可看作是发射子波（次级波）的波源（点源），其后的任一时刻，这些子波面的包络面（包迹）就是波在该时刻的新的波面。

2. 原理的应用

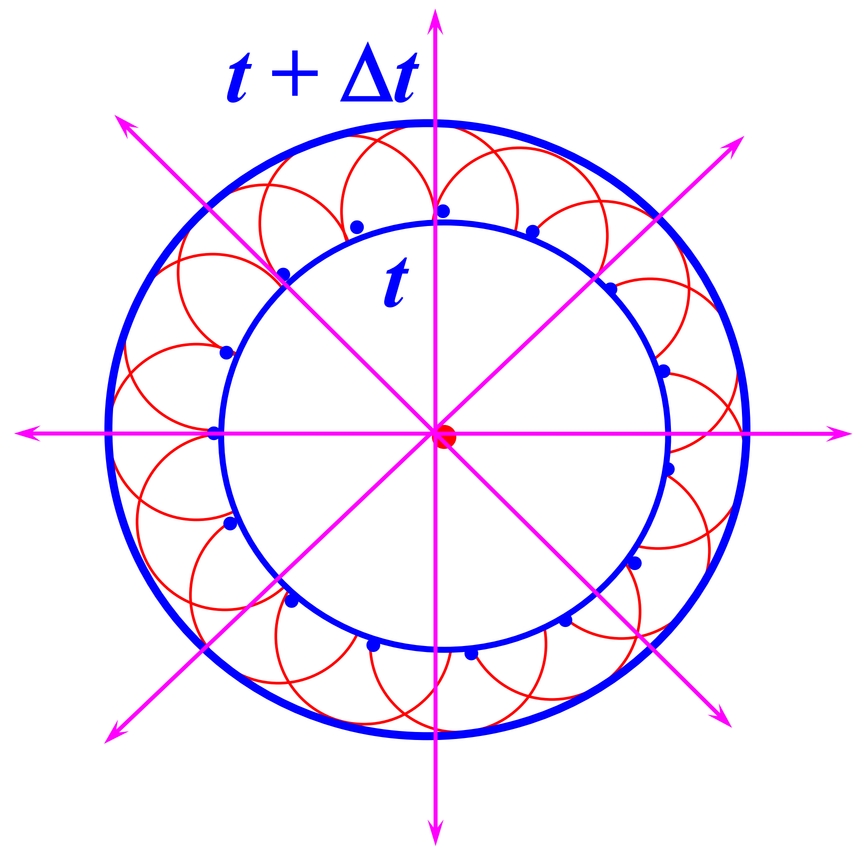
已知 t 时刻的波面→ $t+\Delta t$ 时刻的波面，从而可进一步给出波的传播方向。

例如，均匀各向同性媒质内波的传播：

平面波



球面波

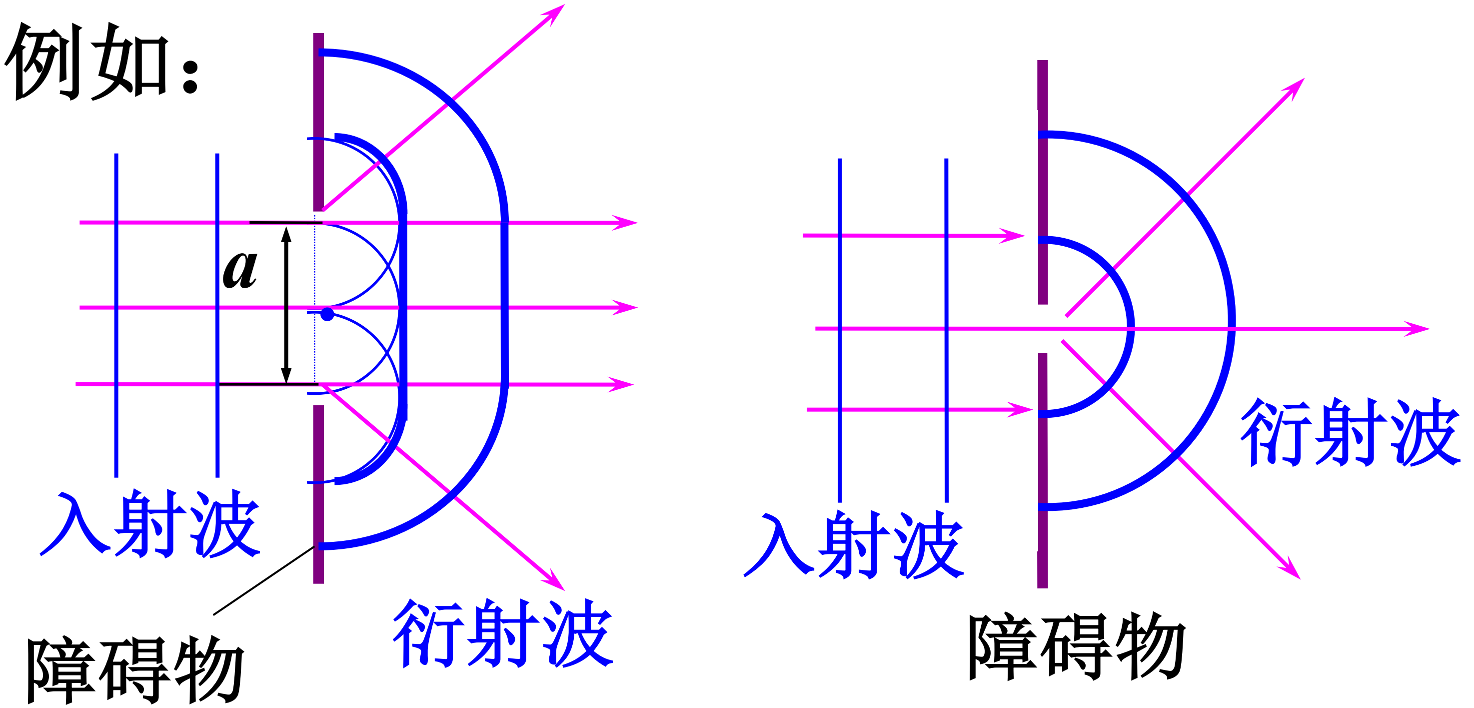


向后?

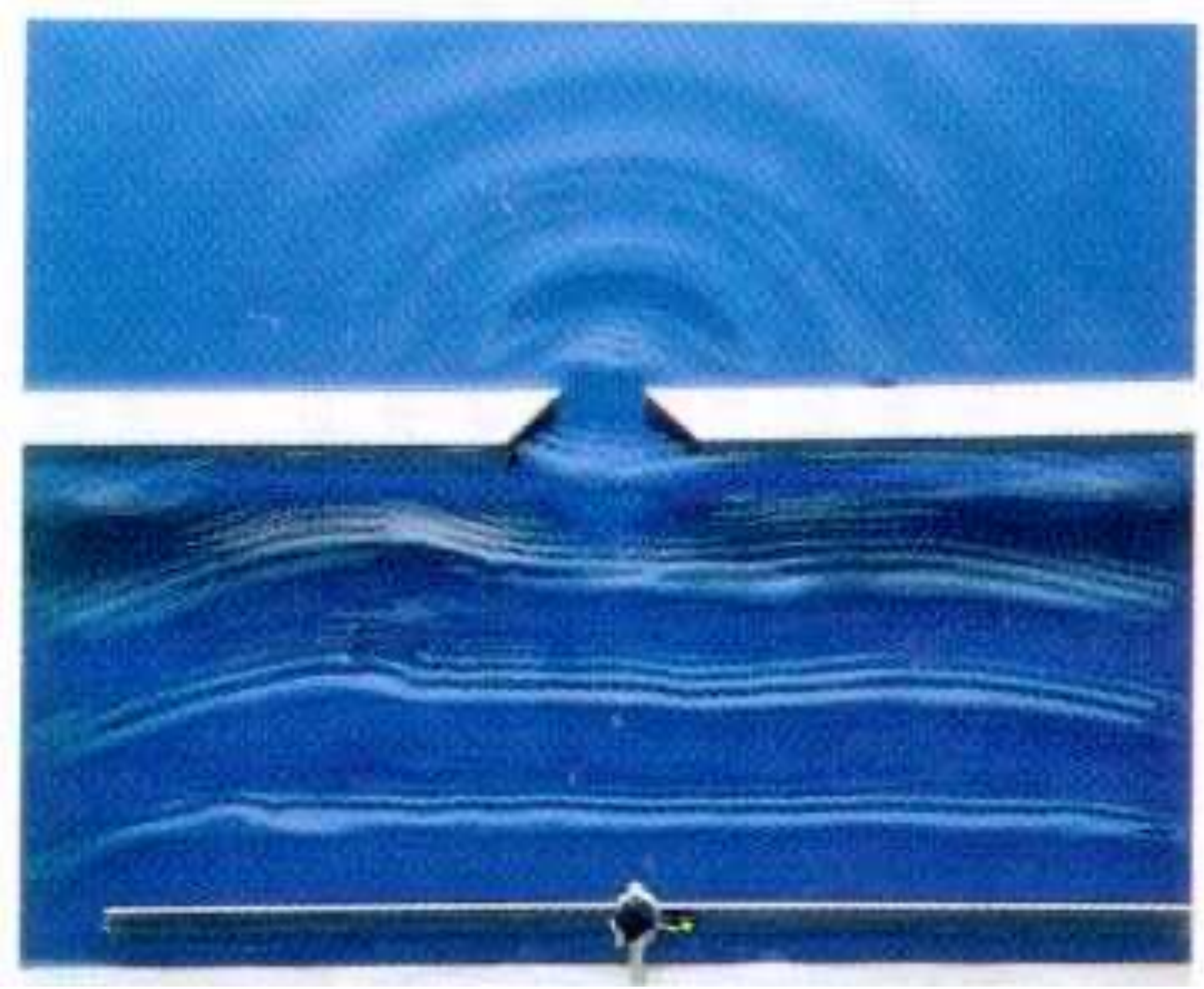
二. 波的衍射（wave diffraction）

衍射：波传播过程中，当遇到障碍物时，能绕过障碍物边缘而偏离直线传播的现象。

例如：



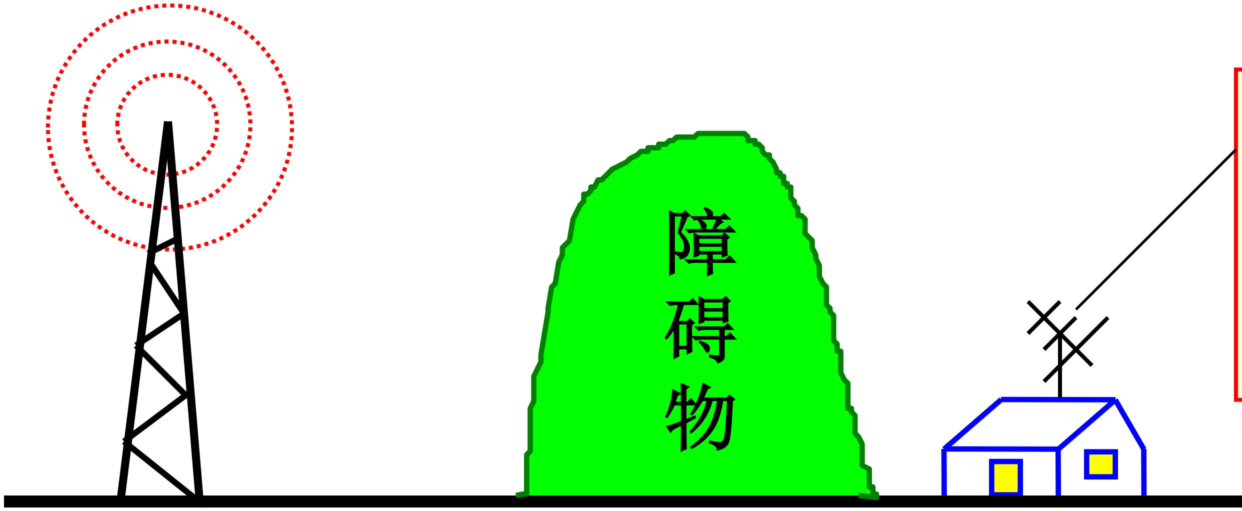
相对障碍物（包括孔、缝）的线度而言，波长大衍射现象明显，波长小衍射现象不明显?



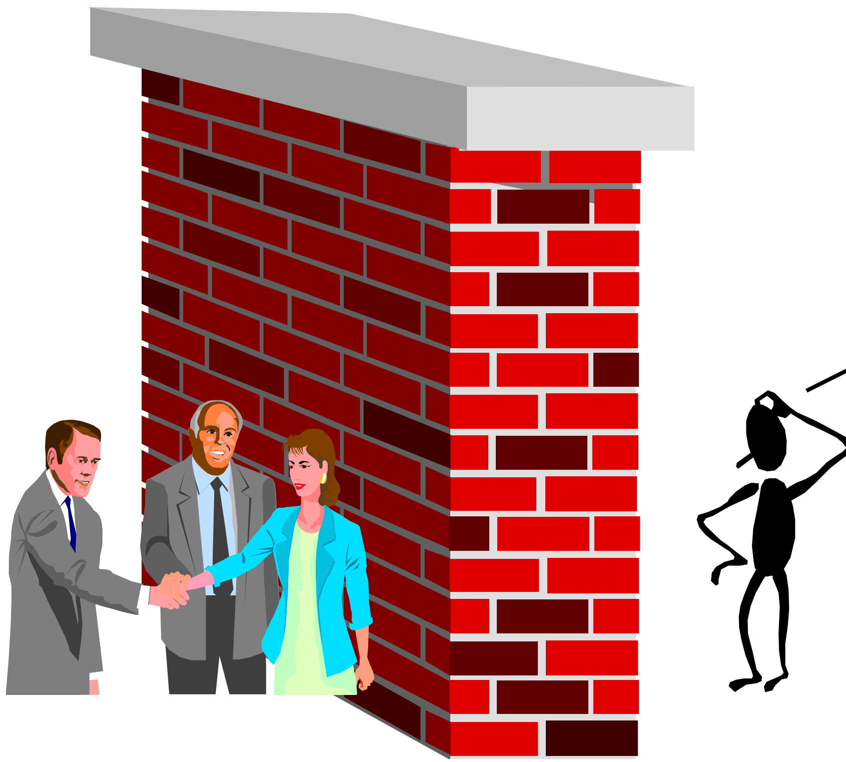
水波通过窄缝时的衍射

Laser Diffraction and Interference

MIT Department of Physics
Technical Services Group



广播和电视哪个更容易收到?



更容易听到男的还是女的说话的声音?

多选题 1分

设置

下列说法正确的是

A 电视信号更容易绕过障碍物

B 广播信号更容易绕过障碍物

C 躲在墙后面更容易听清楚男声

D 躲在墙后面更容易听清楚女声

提交