

1. 反证: 若割集 S 不包含生成树 T 的任意一个树枝

设 G 分割后的图为 G_1, G_2

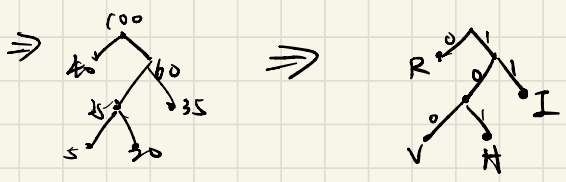
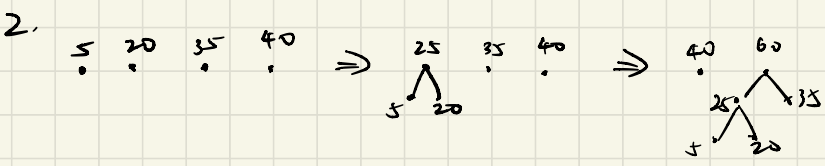
则在 G_1 或 G_2 中任取一顶点 V ,
在分割后有一树枝 e 与 V 相连

并且由于 T 中不能存在回路

则一定存在一树枝 e_k , 与 G_1 中一顶点 V_1 和 G_2 中一顶点 V_2 相连

\Rightarrow 与割集 S 矛盾

\Rightarrow 得证



$$\Rightarrow \begin{cases} R = 0 \\ I = 11 \\ V = 100 \\ H = 101 \end{cases}$$

$$3. \quad G = K_{m+n} \xrightarrow{\text{分割}} K_m + K_n$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow |S| &= \left| E(K_{m+n}) - E(K_m) - E(K_n) \right| \\ &= \frac{1}{2} (m+n)(m+n-1) - \frac{1}{2} m(m-1) - \frac{1}{2} n(n-1) \\ &= mn \end{aligned}$$