

Chapter 2:

1.

(3) 证明 $((P \rightarrow \neg Q) \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)) \wedge R = R$

$$(P \rightarrow \neg Q) \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)$$

$$= (\neg P \vee \neg Q) \rightarrow (\neg Q \vee \neg P)$$

$$= (\neg P \vee \neg Q) \rightarrow (\neg P \vee \neg Q)$$

$$= T$$

$$\text{等式左侧} = T \wedge R = R$$

得证

(4) 证明 $(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow ((P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg P)) = P \wedge \neg P$

$$(P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg P) = \neg (P \leftrightarrow Q)$$

$$\text{等式左侧} = (P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow \neg (P \leftrightarrow Q)$$

$$= F = P \wedge \neg P$$

(6) 证明: $\neg (P \leftrightarrow Q) = (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$

P	Q	左侧	右侧
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	F	F

3. $\neg P = P \uparrow P$

$$P \wedge Q = (P \uparrow Q) \uparrow (P \uparrow Q)$$

$$P \vee Q = (P \downarrow Q) \downarrow (P \downarrow Q)$$

$$P \rightarrow Q = P \uparrow (Q \uparrow Q)$$

$$P \leftrightarrow Q = (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P) = ((P \uparrow (Q \uparrow Q)) \uparrow (Q \uparrow (P \uparrow P))) \uparrow ((P \uparrow (Q \uparrow Q)) \uparrow (Q \uparrow (P \uparrow P)))$$

5. (3) $(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow (P \leftrightarrow \neg Q)$

析取范式: $(P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$

主析取范式: $V_{1,2,3}$

主合取范式: \wedge_3

合取范式: $(P \vee Q)$

$$\begin{cases} P=T \\ Q=T \end{cases}, \begin{cases} P=T \\ Q=F \end{cases}, \begin{cases} P=F \\ Q=T \end{cases}$$

(5) $P \wedge (Q \vee (\neg P \wedge R))$

析取范式: $P \wedge Q = (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R)$

主析取范式: $V_{6,7}$

主合取范式: $\wedge_{2,3,4,5,6,7}$

合取范式: $P \wedge Q$

$$\begin{cases} P=T \\ Q=T \\ R=T \end{cases}, \begin{cases} P=T \\ Q=T \\ R=F \end{cases}$$

(8) $(P \rightarrow Q) \vee ((Q \wedge P) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg P))$

析取范式: $\neg P \vee Q$

主合取范式: \wedge_1

主析取范式: $V_{0,1,3}$

合取范式: $(\neg P \vee Q)$

$$\begin{cases} P=T \\ Q=T \end{cases}, \begin{cases} P=F \\ Q=T \end{cases}$$

$$\begin{cases} P=F \\ Q=F \end{cases}$$