18.

(2) $A-B=B-A$

$A-(A\cap B)=B-(A\cap B)$

假设 $A-(A\cap B)\neq\emptyset$

$B-(A\cap B)\neq\emptyset$

则 $\exists x\in A-(A\cap B)\subseteq A$

$\in B-(A\cap B)\subseteq B$

$x\in A\cap B$

但 $x\notin A\cap B$，矛盾

因此 $A-(A\cap B)=B-(A\cap B)=\emptyset$

得 $A=B$

(4) $A\oplus B=A$

$\forall x\in A$, $\underline{x\in A\cup B}\wedge \underline{x\notin A\cap B}$

$(x\in A\vee x\in B)\wedge\neg(x\in A\wedge x\in B)$

$=x\in B\wedge(x\notin A\vee x\notin B)$

$=x\in B\wedge x\notin B$

因此 $B=\emptyset$

19.

(1) $(A-B)\cup(A-C)=A$

$\Leftrightarrow A-(B\cap C)=A$

$\Leftrightarrow A\cap B\cap C=\emptyset$

(3) $(A-B)\cap(A-C)=\emptyset$

$\Leftrightarrow A-(B\cup C)=\emptyset$

$\Leftrightarrow A\subseteq B\cup C$

21.

$\forall x(y\in A\wedge x\in y)\Leftrightarrow \underline{x\in\bigcup A}$

则 $y\subseteq\bigcup A$

由幂集定义知

$y\in P(\bigcup A)$

则 $A\subseteq P(\bigcup A)$

22. $\bigcup A \subseteq A$

$\Leftrightarrow (\forall y)(y \in \bigcup A \to y \in A)$

$\Leftrightarrow (\forall y)((\exists x)(x \in A \wedge y \in x) \to y \in A)$

$\Leftrightarrow (\forall y)(\forall x)((x \in A \wedge y \in x) \to y \in A)$

即传递集合的定义

$\Leftrightarrow$ A是传递集合

24.

(1) $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$

$\forall \langle x, y \rangle \in (A \cap B) \times (C \cap D)$

$\Leftrightarrow x \in A \cap B \wedge y \in C \cap D$

$\Leftrightarrow (x \in A \wedge y \in C) \wedge (x \in B \wedge y \in D)$

$\Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in (A \times C) \cap (B \times D)$

(3) $(A - B) \times (C - D) = (A \times C) - (B \times D)$

反例：$A = \{a, b\}$ $B = \{b\}$

$C = \{c, d\}$ $D = \{d\}$

左例 $= \{\langle a, c \rangle\}$

右例 $= \{\langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle\} - \{\langle b, d \rangle\}$

$= \{\langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle\}$

25.

$A \times B = A \times C$

$A \neq \emptyset$

$\forall \langle x,y \rangle \in A \times B \Rightarrow x \in A \wedge y \in B$

$\forall \langle x,y \rangle \in A \times C \Rightarrow x \in A \wedge y \in C$

$x \in A \wedge y \in B = x \in A \wedge y \in C$

$\downarrow A \neq \emptyset$

$y \in B = y \in C$

$B = C$

30.

构建集合 $X = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$

若满足题意，则 $A_4 \in A_3 \wedge A_3 \in A_2 \wedge A_2 \in A_1 \wedge A_1 \in A_4$

$\Rightarrow A_2 \in (A_1 \cap X) \quad A_3 \in (A_2 \cap X) \quad A_4 \in (A_3 \cap X) \quad A_1 \in (A_4 \cap X)$

与正则公理矛盾

33.

$A^+ = \{A, \{A\}\} = A \cup \{A\}$

$\forall x \in A^+, \ x = A \vee x \in A$

A传递 $\Rightarrow x = A \vee x \subseteq A$

$\Rightarrow x \subseteq A^+$

得证