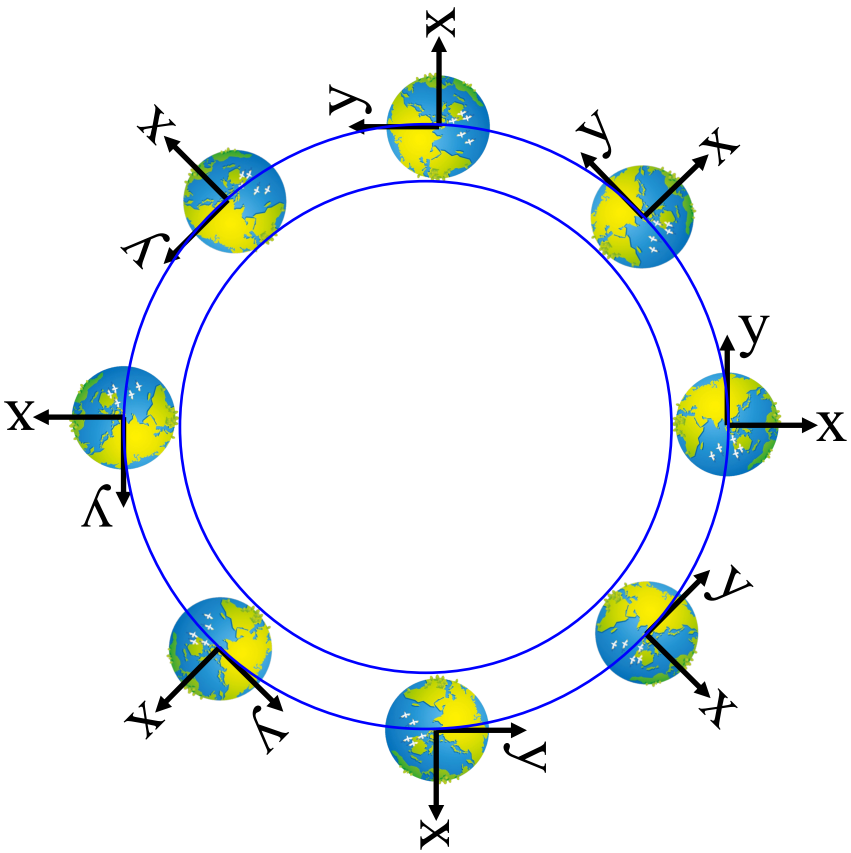
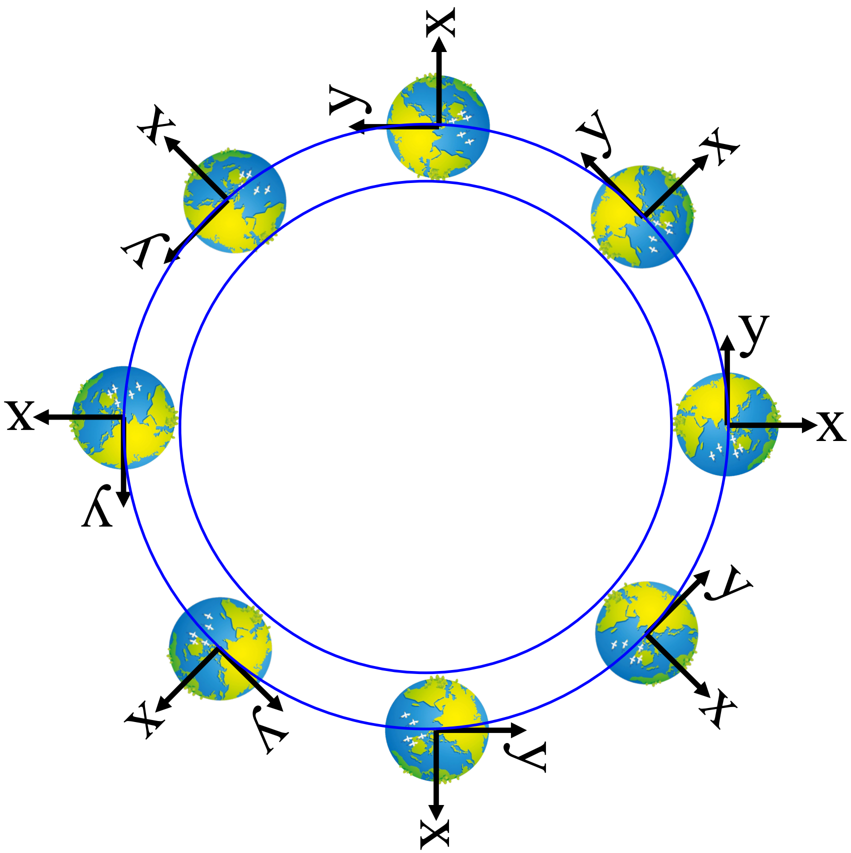
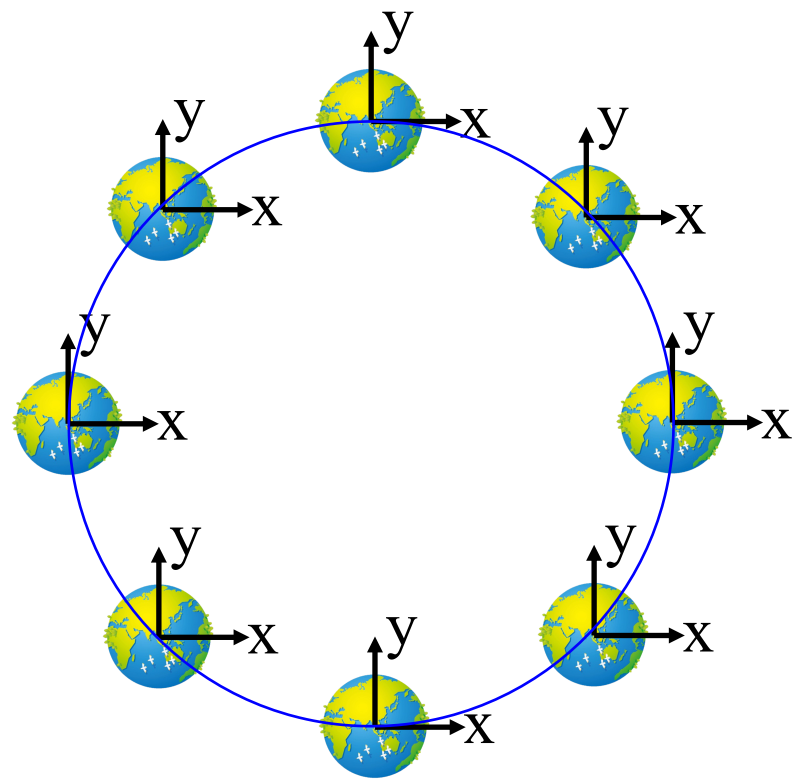
大学物理 B(1)

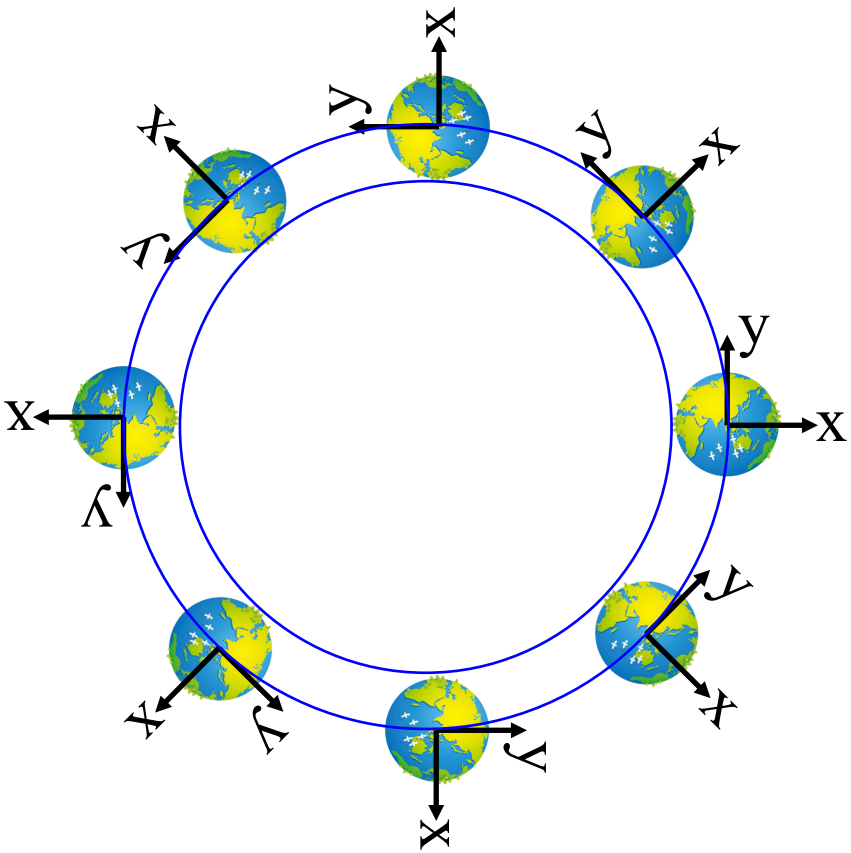
清华大学物理系


x
y
x
y
x
y
y
x
x
y
x
y
x
y
y
x

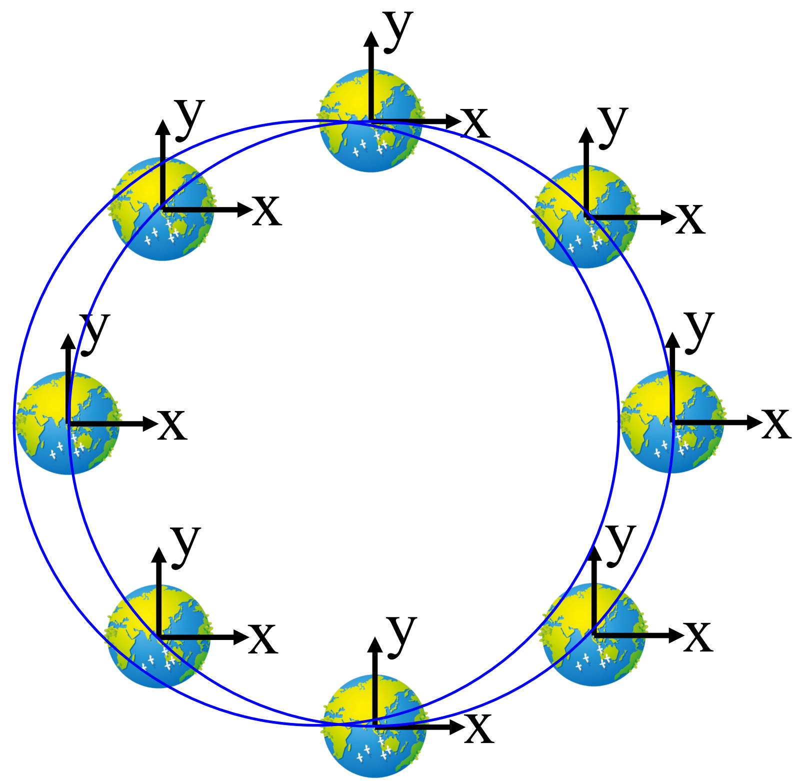




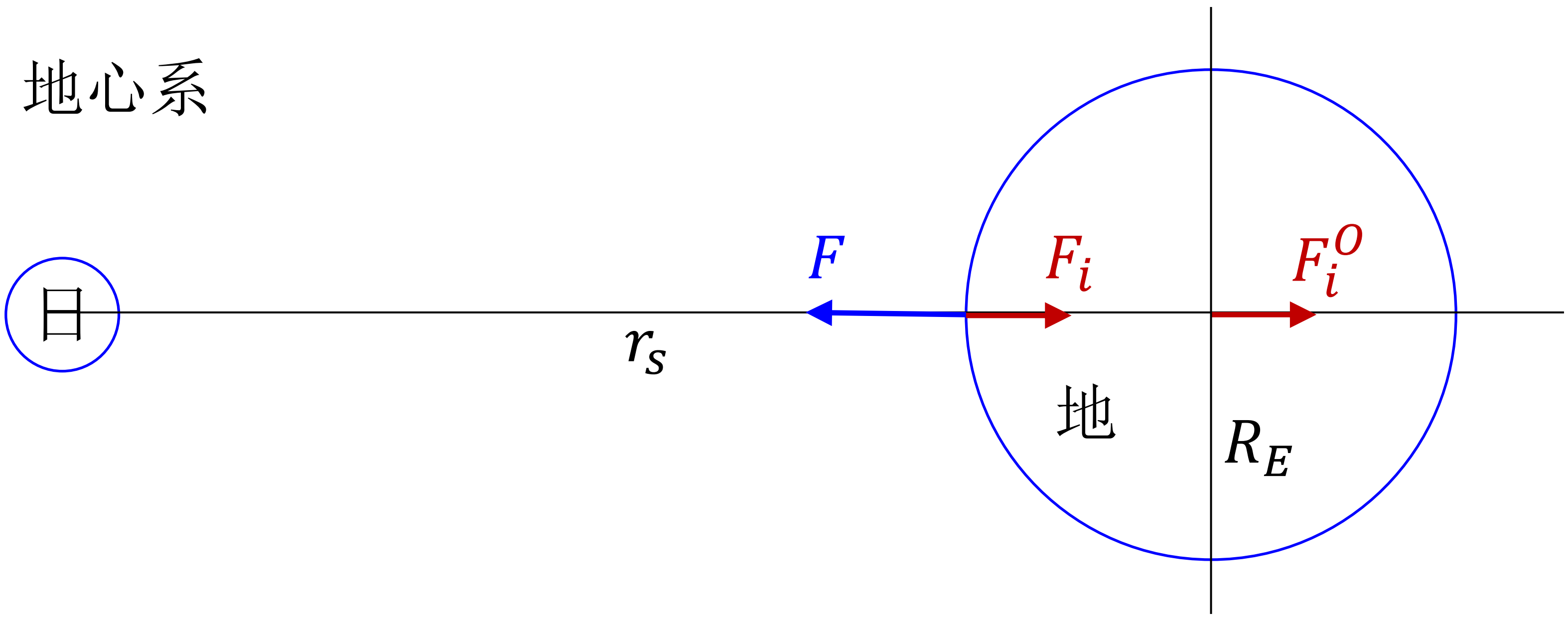
转动系，非地心系



转动系，非地心系



地心系是平动系，
任一点做圆周运动的半径相同，惯性离心力相同

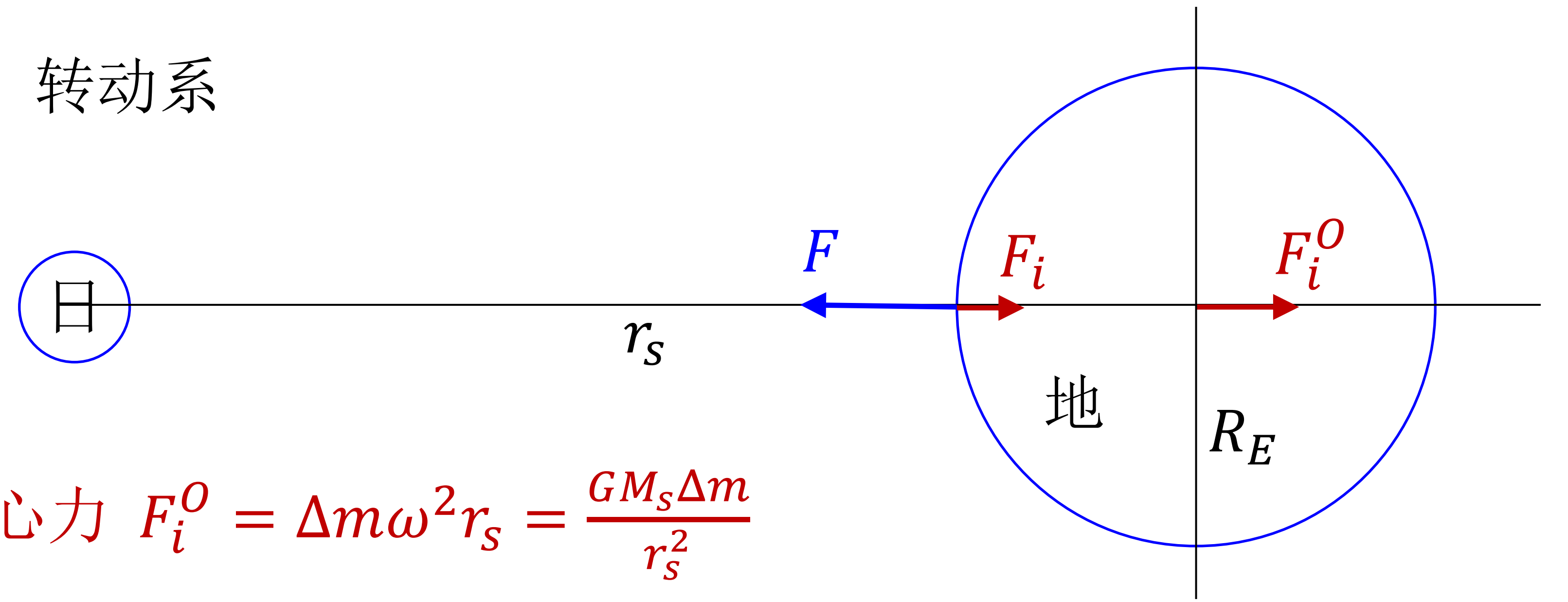


惯性离心力 $F_i = F_i^O = \Delta m\omega^2 r_s = \dfrac{GM_s\Delta m}{r_s^2}$

引力 $F = \dfrac{GM_s\Delta m}{(r_s - R_E)^2} \approx \dfrac{GM_s\Delta m}{r_s^2}\left(1 + \dfrac{2R_E}{r_s}\right)$

引潮力 $F' = F - F_i = \dfrac{GM_s\Delta m}{r_s^2}\left(1 + \dfrac{2R_E}{r_s}\right) - \dfrac{GM_s\Delta m}{r_s^2} = \dfrac{2GM_s\Delta m}{r_s^3} R_E$

转动系



惯性离心力 $F_i^O = \Delta m \omega^2 r_s = \frac{G M_s \Delta m}{r_s^2}$

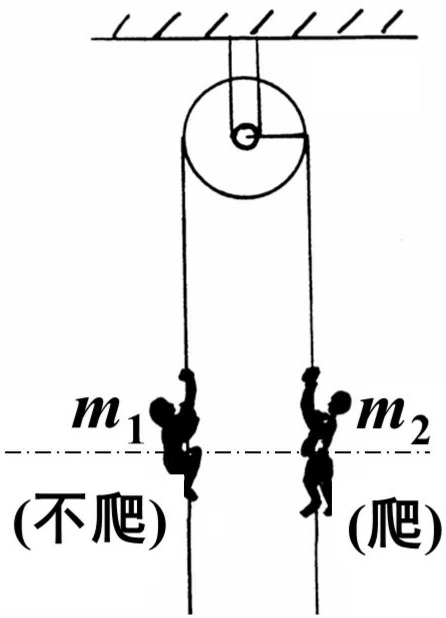
惯性离心力$F_i = \Delta m \omega^2 (r_s - R_E) = F_i^O \cdot \frac{r_s - R_E}{r_s} = \frac{G M_s \Delta m}{r_s^2} \cdot \frac{r_s - R_E}{r_s}$

引力 $F = \frac{G M_s \Delta m}{(r_s - R_E)^2} \approx \frac{G M_s \Delta m}{r_s^2}\left(1 + \frac{2R_E}{r_s}\right)$

引潮力 $F' = F - F_i = \frac{G M_s \Delta m}{r_s^2}\left(1 + \frac{2R_E}{r_s}\right) - \frac{G M_s \Delta m}{r_s^2} \cdot \frac{r_s - R_E}{r_s} = \frac{3 G M_s \Delta m}{r_s^3} R_E$

设置

如图示，两个同样重的小孩，各抓着跨过滑轮的一端。起初都不动，然后右边的小孩用力向上爬绳，左边的小孩只抓住绳但不爬动。忽略滑轮、绳的质量和轴的摩擦。设他们的起始高度相同，问哪个小孩先到达滑轮？



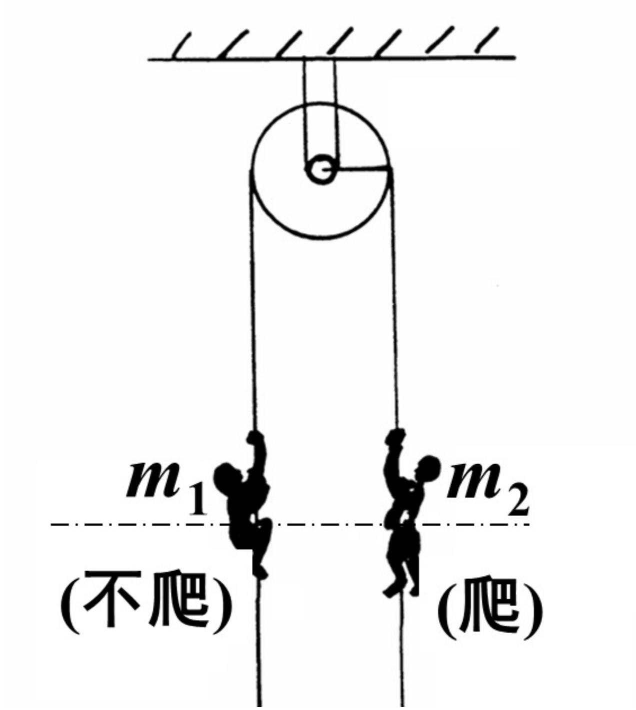
A m_1

B m_2

C 同时到

提交

如图示，两个同样重的小孩，各抓着跨过滑轮的一端。起初都不动，然后右边的小孩用力向上爬绳，左边的小孩只抓住绳但不爬动。忽略滑轮、绳的质量和轴的摩擦。设他们的起始高度相同，问哪个小孩先到达滑轮？



解答：小孩重力相等，相对轴心力矩大小相等方向相反，那么整个系统合外力矩为零，角动量守恒。

相对于轴心，

$$mv_1r = mv_2r \qquad v_1 = v_2$$

两个小孩同时到达滑轮。

单选题 1分

设置

对于质点系，下列说法正确的是

A 若质点系动量守恒，则角动量守恒

B 若质点系角动量守恒，则动量守恒

C 若质点系对任意点角动量守恒，则动量守恒

D 以上说法都不对

提交

单选题 1分

设置

假设，当听到一个预先安排好的信号后，世界上所有的人都开始向东跑，大约5秒钟后，所有人都停下来，然后恢复日常活动，则地球的总自转角动量

A 和人群起跑前一样

B 和人群起跑前相比变大

C 由于摩擦损耗，和人群起跑前相比变小

D 无法判断

提交


离心节速器
清华大学出版社

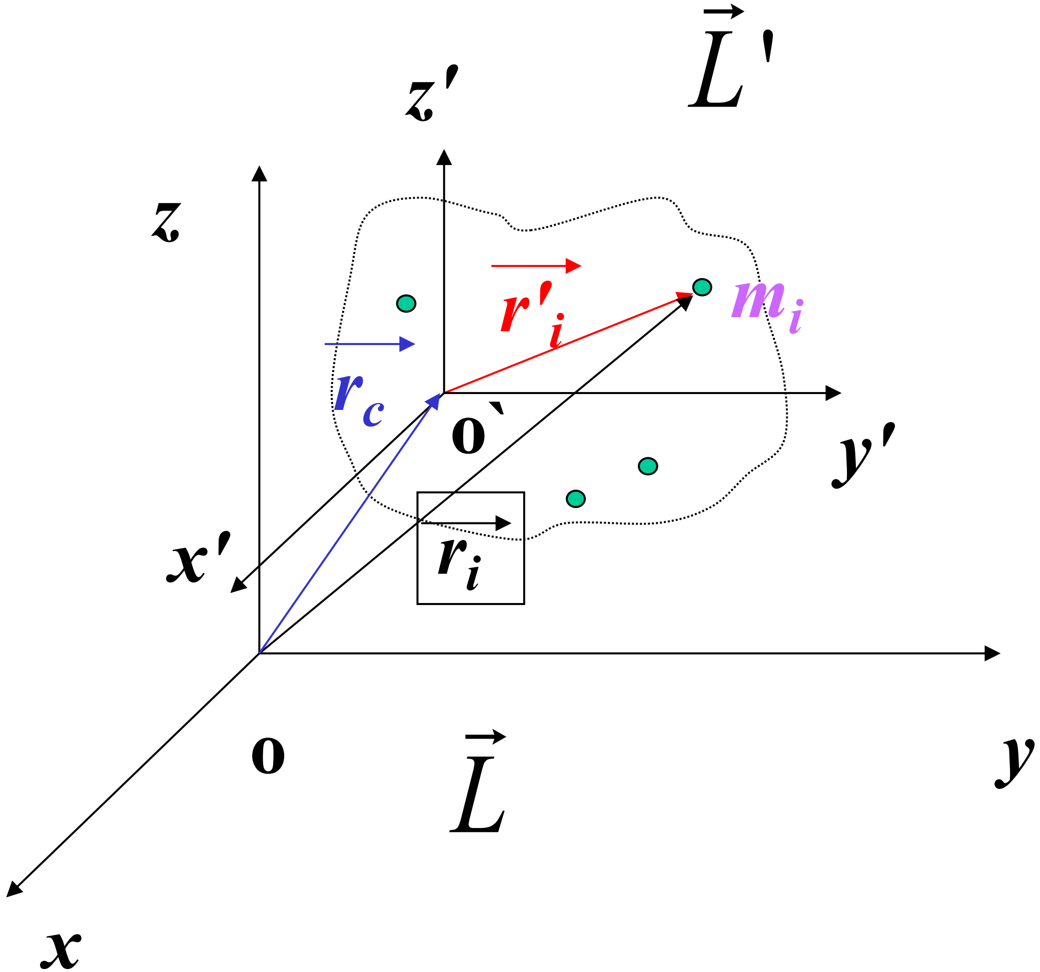
质心系

质心系是固结在质心上的平动参考系
质心系不一定是惯性系
质心系是零动量参考系

质点系的运动

1：质点系质心的运动
2：各质点相对于质心的运动（在质心系中考察质点的运动）

质心系



$$\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i$$

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i' + \vec{r}_c$$

$$\vec{v}_i = \vec{v}_i' + \vec{v}_c$$

$$\vec{L}=\sum_i \vec{r}_i\times\vec{p}_i=\sum_i m_i(\vec{r}_i{}'+\vec{r}_c)\times(\vec{v}_i{}'+\vec{v}_c)$$

$$=\sum_i \vec{r}_i{}'\times\vec{p}_i{}'+\sum_i m_i\vec{r}_i{}'\times\vec{v}_c+\vec{r}_c\times\sum_i \vec{p}_i{}'+\sum_i m_i\vec{r}_c\times\vec{v}_c$$

$$\boxed{\vec{L}=\vec{L}'+\vec{r}_c\times\vec{P}}\qquad\qquad\boxed{\vec{L}=\vec{L}'+\vec{L}_c}$$

质点系对惯性系中某定点的角动量＝
质点系对质心的角动量＋质心对该点的角动量

$$\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i = \sum_i m_i(\vec{r}_i{}' + \vec{r}_c) \times (\vec{v}_i{}' + \vec{v}_c)$$

$$= \sum_i \vec{r}_i{}' \times \vec{p}_i{}' + \sum_i m_i \vec{r}_i{}' \times \vec{v}_c + \vec{r}_c \times \sum_i \vec{p}_i{}' + \sum_i m_i \vec{r}_c \times \vec{v}_c$$

$$\boxed{\vec{L} = \vec{L}' + \vec{r}_c \times \vec{P}}$$

$$\boxed{\vec{L} = \vec{L}' + \vec{L}_c}$$

求导

$$\vec{M} = \dot{\vec{L}}' + \vec{r}_c \times \dot{\vec{P}} + \dot{\vec{r}}_c \times \vec{P}$$

$$\vec{M} = \dot{\vec{L}}' + \vec{r}_c \times \vec{F}$$

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i' + \vec{r}_c$$

$$\textstyle\sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i = \dot{\vec{L}}' + \vec{r}_c \times \sum_i \vec{F}_i$$

$$\textstyle\sum_i (\vec{r}_i - \vec{r}_c) \times \vec{F}_i = \dot{\vec{L}}'$$

$$\boxed{\vec{M}' = \dot{\vec{L}}'}$$

在质心系质点系的角动量定理

尽管质心系可能不是惯性系，但对质心系来说，角动量定理仍然成立。这再次显示了质心的特殊之处和选择质心系来讨论问题的优点。

若质心系是非惯性系，则外力矩中应包括惯性力对质心的力矩

$$\vec{M}' + \vec{M}_{\text{惯}} = \dot{\vec{L}}'$$

尽管质心系可能不是惯性系，但对质心系来说，角动量定理仍然成立。这再次显示了质心的特殊之处和选择质心系来讨论问题的优点。

若质心系是非惯性系，则外力矩中应包括惯性力对质心的力矩

$$\vec{M}' + \vec{M}_{惯} = \dot{\vec{L}}'$$

$$\vec{M}_{惯} = \sum_i \vec{r}_i{}' \times (-m_i \vec{a}_c) = -(\sum_i m_i \vec{r}_i{}') \times \vec{a}_c = 0$$

惯性力对质心的力矩之和为零

单选题 1分

设置

整个太阳系相对银河系中心的角动量，等于把太阳系的质量全部集中于太阳系质心（太阳中心），这个质心绕银河系中心运动的角动量。

A 正确

B 不正确

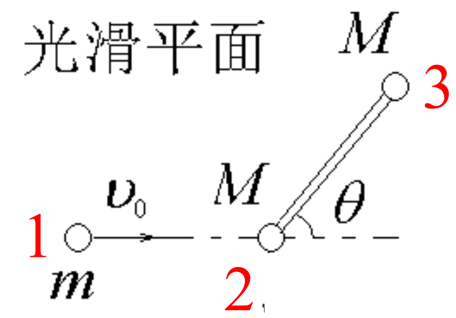
提交

例 光滑平面上，质量均为 M 的两小球由一长为 l 的轻杆相连. 另一个质量为 m 的小球与某一 M 发生完全非弹性碰撞. 所有小球的大小可以忽略.

试问:

1) 若以碰撞点为原点，求质心坐标和运动速度

2) 碰撞后系统绕质心转动的角速度



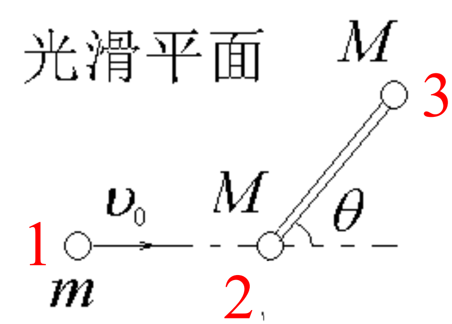
例 光滑平面上，质量均为 M 的两小球由一长为 l 的轻杆相连. 另一个质量为 m 的小球与某一 M 发生完全非弹性碰撞. 所有小球的大小可以忽略.

试问:

1) 若以碰撞点为原点，求质心坐标和运动速度

解:

$$x_c = \frac{mx_1 + M\times 0 + Ml\cos\theta}{2M+m} = \frac{mx_1 + Ml\cos\theta}{2M+m}$$



$$y_c = \frac{m\times 0 + M\times 0 + Ml\sin\theta}{2M+m} = \frac{Ml\sin\theta}{2M+m}$$

$$V_{cx} = \frac{mv_0}{2M+m}$$

碰撞瞬间的质心

$$V_{cy} = 0$$

$$\left(\frac{Ml\cos\theta}{2M+m}, \frac{Ml\sin\theta}{2M+m}\right)$$

例 光滑平面上，质量均为 M 的两小球由一长为 l 的轻杆相连. 另一个质量为 m 的小球与某一 M 发生完全非弹性碰撞. 所有小球的大小可以忽略.

试问:

2) 碰撞后系统绕质心转动的角速度

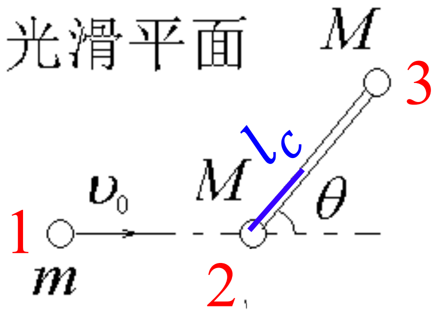
解:

碰撞前杆系统角动量相对原点为0

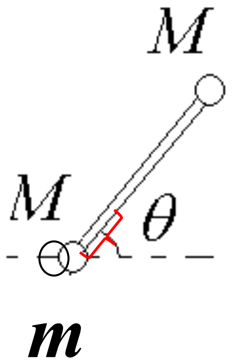
整个过程无外力矩，角动量守恒

碰撞后 $\boxed{\vec{L} = \vec{L}' + \vec{r}_c \times \vec{P} = 0}$

$$\left.\begin{aligned} \vec{L}' &= M(l - l_c)^2\omega + (m + M){l_c}^2\omega \\ \vec{r}_c \times \vec{P} &= -mv_0 y_c \end{aligned}\right\}$$



$$\omega = \frac{m}{m + M}\frac{v_0}{l}\sin\theta$$



质心 y 坐标

$$y_c = \frac{l\sin\theta}{3}$$

$$m = M, \quad \theta = 45^o$$

碰后系统角动量

$$\boxed{\vec{L} = \vec{L}' + \vec{r}_c \times \vec{P}}$$

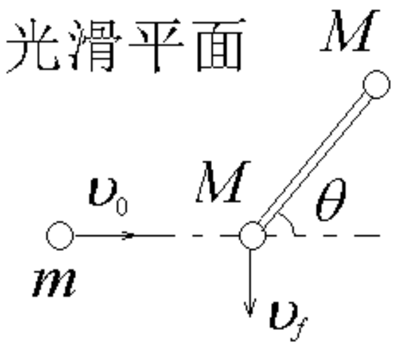
$$-(M+m)\frac{1}{3}l\omega\frac{1}{3}l - M\frac{2}{3}l\omega\frac{2}{3}l + (2M+m)\frac{1}{3}\upsilon_0\frac{1}{3}l\sin\theta = 0$$

$$\omega = \frac{\sqrt{2}}{4}\frac{\upsilon_0}{l}$$

例 光滑平面上，质量均为 M 的两小球由一长为 l 的轻杆相连. 另一个质量为 m 的小球与某一 M 发生完全弹性碰撞, 碰后 m 沿垂直于原速度方向运动, 如图所示. 所有小球的大小可以忽略.

试问: 碰撞后m的速度 和轻杆系统绕其质心转动的角速度 .

$$m = M, \quad \theta = 45^{o}$$

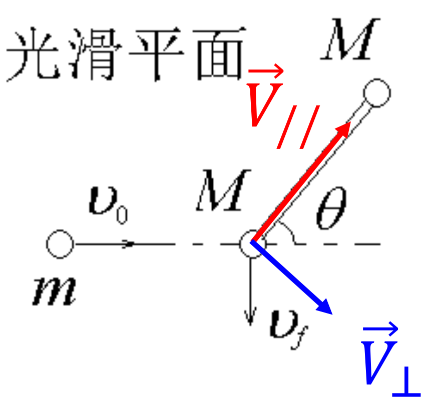


例 光滑平面上，质量均为 M 的两小球由一长为 l 的轻杆相连. 另一个质量为 m 的小球与某一 M 发生完全弹性碰撞, 碰后 m 沿垂直于原速度方向运动, 如图所示. 所有小球的大小可以忽略.

试问: 碰撞后m的速度 和轻杆系统绕其质心转动的角速度 .

$$m = M, \quad \theta = 45^o$$

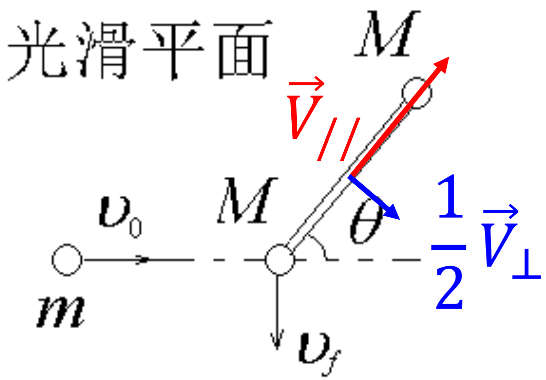
解: 角动量守恒



杆系统角动量相对原点为零

碰后杆质心速度

$$\vec{V}_c = \vec{V}_{//} + \frac{1}{2}\vec{V}_{\perp}$$



杆角动量

$$\boxed{\vec{L}=\vec{L}'+\vec{r}_c\times\vec{P}}$$

$$-2M\frac{1}{2}l\omega\frac{1}{2}l+2M\frac{1}{2}V_{\perp}\frac{1}{2}l=0$$

$$\omega=\frac{V_{\perp}}{l}$$

$$m=M,\quad \theta=45^o$$

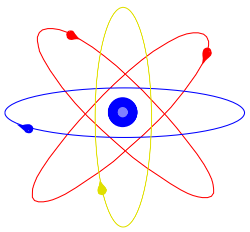
$$m\upsilon_0\cos\theta=2MV_{//}-m\upsilon_f\sin\theta$$

$$m\upsilon_0\sin\theta=MV_{\perp}+m\upsilon_f\cos\theta$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=\frac{1}{2}MV_{\perp}^2+MV_{//}^2+\frac{1}{2}m\upsilon_f^2$$

$$V_{\perp}=\frac{3\sqrt{2}\pm2}{7}\upsilon_0\qquad V_{//}=\frac{2\sqrt{2}\mp1}{7}\upsilon_0\qquad \upsilon_f=\frac{1\mp2\sqrt{2}}{7}\upsilon_0$$

$$\omega=\frac{3\sqrt{2}-2}{7}\frac{\upsilon_0}{l}$$



小结：动量与角动量

动量 $\vec{P} = \sum_i m_i \vec{v}_i$

极矢量

与固定点无关

与内力无关

动量定理 $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = \dot{\vec{P}}$

守恒条件 $\sum_i \vec{F}_i = 0$

质心系 $\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i\,' = 0$

角动量 $\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i$

轴矢量

与固定点有关

与内力矩无关

角动量定理 $\vec{M} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i = \dot{\vec{L}}$

守恒条件 $\sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i = 0$

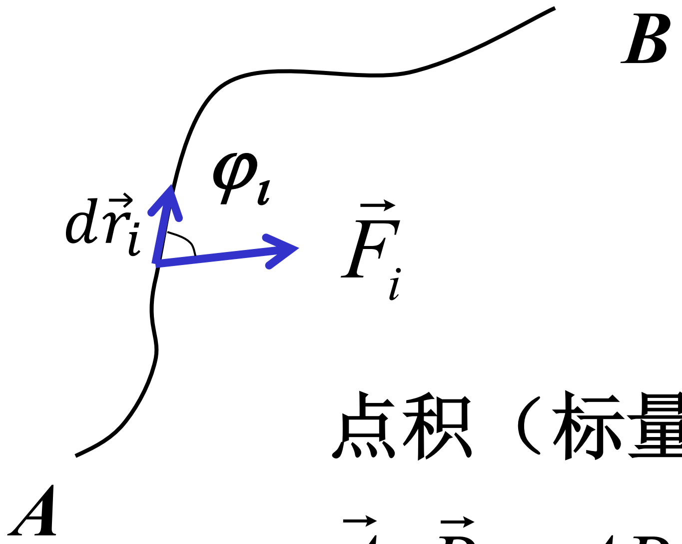
质心系 $\vec{L} = \vec{L}' + \vec{r}_c \times \vec{P}$

$\vec{M}' = \dot{\vec{L}}'$

第四章 功和能

§4.1 功

力的空间积累



元功

$$dW_i = \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i$$

$$W_{AB} = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$= \int_A^B F_i \cos\varphi_i \, |d\vec{r}|$$

力只在运动方向的分量做功

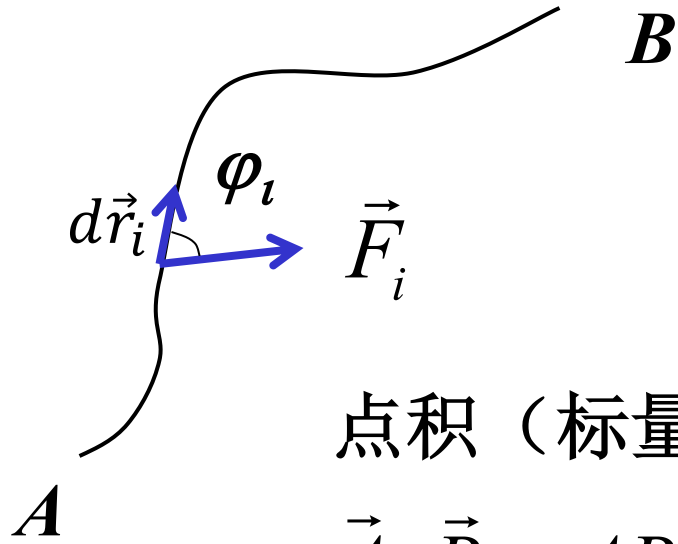
点积（标量积）

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\varphi$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

§ 4.1 功

力的空间积累



元功

$$dW_i = \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i$$

$$W_{AB} = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$= \int_A^B F_i \cos\varphi_i \, |d\vec{r}|$$

力只在运动方向的分量做功

点积（标量积）

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\varphi$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

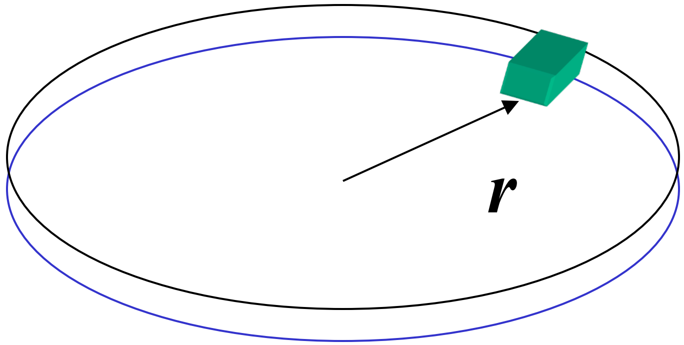
标量（可正可负）

过程量（一般与路径有关）

依赖参考系

功率 $P_i = \vec{F}_i \cdot \dfrac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{F}_i \cdot \vec{v}_i$

例：光滑的水平桌面上有一环带，环带与小物体的摩擦系数 μ，在外力作用下小物体（质量 m ）以速率 v 做匀速圆周运动，求转一周摩擦力做的功。



解：小物体对环带压力

$$f = m\frac{v^2}{r}$$

走一段小位移 ds 所做的功

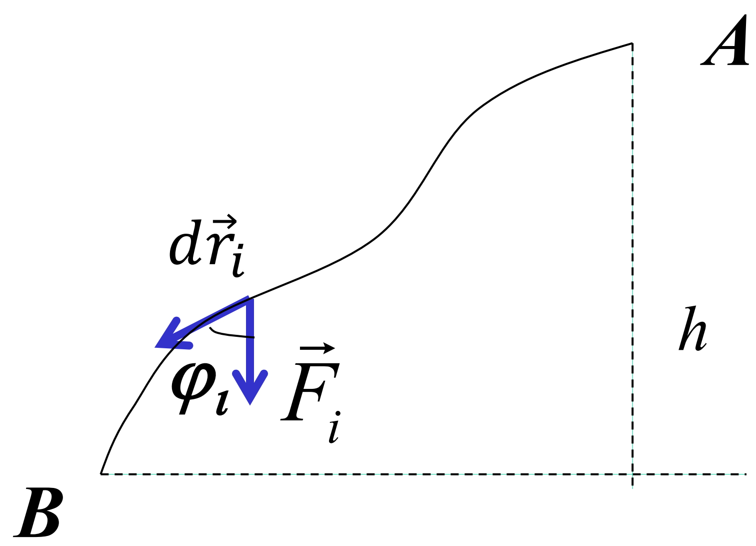
$$dW = -\mu m\frac{v^2}{r}ds$$

转一周

$$W = \oint dW = -\mu m\frac{v^2}{r}\oint ds = -2\pi\mu m v^2$$

重力做功

$$dW_i = \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i$$



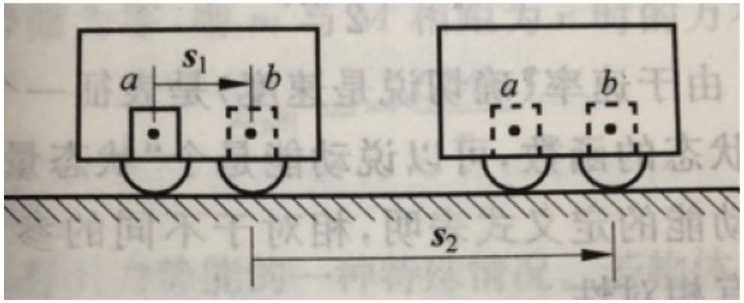
A到B做功

$$W_{AB} = \int_A^B dW_i = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$= \int_A^B -mg\hat{z} \cdot d\vec{r} = mg \int_B^A \hat{z} \cdot d\vec{r} = mg(h_A - h_B)$$

与路径无关，重力是保守力

一辆匀速前进的车中，物体在恒力f的作用下，沿直线从a运动到b，位移为s_1。在这段时间内车向前运动了s_2的距离，则这一过程中力f对质点做的功是多少？



A fs_1

B fs_2

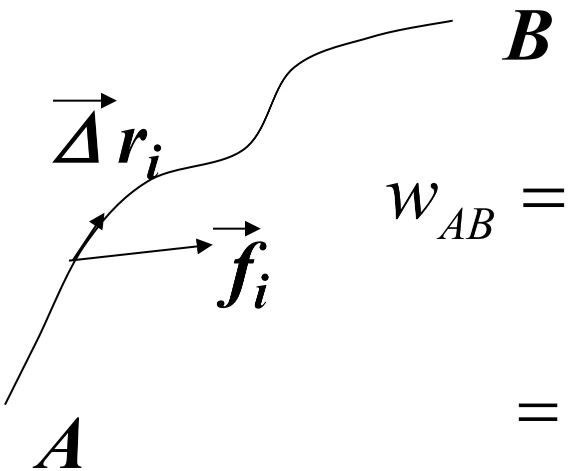
C fs_1+fs_2

D 无法确定

提交

§ 4.2 动能定理

合外力对质点所做的功等于质点动能的增量。



证明:

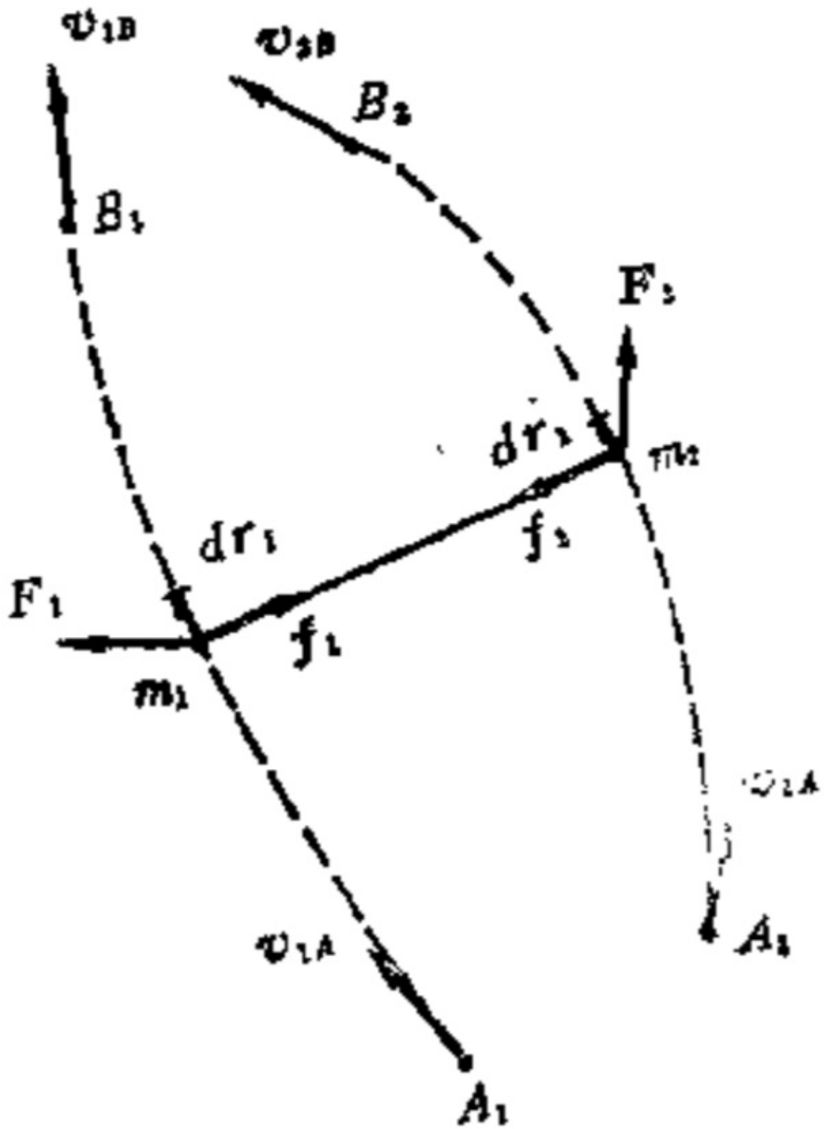
$$W_{AB} = \int_A^B \vec{f} \cdot d\vec{r} = \int_A^B m \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} \cdot d\vec{r} = \int_A^B m d\vec{\upsilon} \cdot \vec{\upsilon}$$

$$= \int_A^B m\vec{\upsilon} \cdot d\vec{\upsilon} = \int_A^B d\left(\frac{1}{2} m\vec{\upsilon} \cdot \vec{\upsilon}\right)$$

$$= \frac{1}{2} m\upsilon_B^2 - \frac{1}{2} m\upsilon_A^2 = E_{BK} - E_{AK}$$

W定义中：是受力质点的位移，非力的作用点的位移

质点系



$$\text{对}m_1\text{：}\int_{A_1}^{B_1}\vec{F}_1\cdot d\vec{r}_1+\int_{A_1}^{B_1}\vec{f}_1\cdot d\vec{r}_1=\frac{1}{2}m_1v_{1B}^2-\frac{1}{2}m_1v_{1A}^2$$

$$\text{对}m_2\text{：}\int_{A_2}^{B_2}\vec{F}_2\cdot d\vec{r}_2+\int_{A_2}^{B_2}\vec{f}_2\cdot d\vec{r}_2=\frac{1}{2}m_2v_{2B}^2-\frac{1}{2}m_2v_{2A}^2$$

$$\underbrace{\int_{A_1}^{B_1}\vec{F}_1\cdot d\vec{r}_1+\int_{A_2}^{B_2}\vec{F}_2\cdot d\vec{r}_2}_{W_{\text{外}}}+\underbrace{\int_{A_1}^{B_1}\vec{f}_1\cdot d\vec{r}_1+\int_{A_2}^{B_2}\vec{f}_2\cdot d\vec{r}_2}_{W_{\text{内}}}=\underbrace{\left(\frac{1}{2}m_1v_{1B}^2+\frac{1}{2}m_2v_{2B}^2\right)}_{E_{KB}}-\underbrace{\left(\frac{1}{2}m_1v_{1A}^2+\frac{1}{2}m_2v_{2A}^2\right)}_{E_{KA}}$$

$$w_i=\int_{A_i}^{B_i}\vec{F}_i\cdot d\vec{r}_i+\int_{A_i}^{B_i}\vec{f}_i\cdot d\vec{r}_i=E_{KB_i}-E_{KA_i}$$

$$\text{对}m_1\text{：}\int_{A_1}^{B_1}\vec{F}_1\cdot d\vec{r}_1+\int_{A_1}^{B_1}\vec{f}_1\cdot d\vec{r}_1=\frac{1}{2}m_1v_{1B}^2-\frac{1}{2}m_1v_{1A}^2$$

$$\text{对}m_2\text{：}\int_{A_2}^{B_2}\vec{F}_2\cdot d\vec{r}_2+\int_{A_2}^{B_2}\vec{f}_2\cdot d\vec{r}_2=\frac{1}{2}m_2v_{2B}^2-\frac{1}{2}m_2v_{2A}^2$$

$$\sum_i w_i=\sum_i w_{\text{外}i}+\sum_i w_{\text{内}i}=\sum_i E_{KBi}-\sum_i E_{KAi}$$

$$W_{\text{外}}+W_{\text{内}}=E_{KB}-E_{KA}$$

$$\boxed{W_{\text{外}}+W_{\text{内}}=E_{KB}-E_{KA}=\Delta E_K}$$

质点系动能定理

对质点系来说，内力做功对总动能的贡献，下列正确的是

A 内力做功的和为零，对总动能无贡献

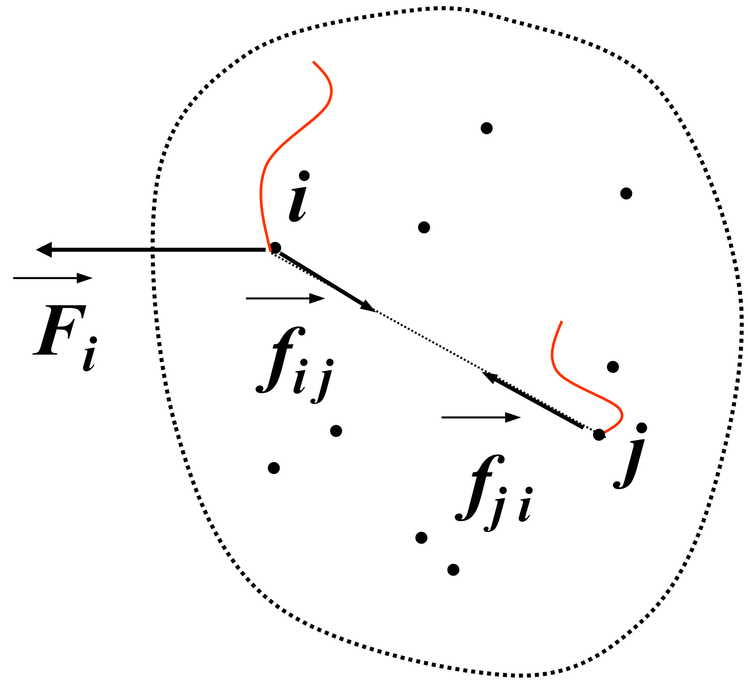
B 内力做功的和一定不为零，对总动能一定有贡献

C 内力做功的和一般不为零，可以对总动能有贡献

D 以上说法都不对

提交

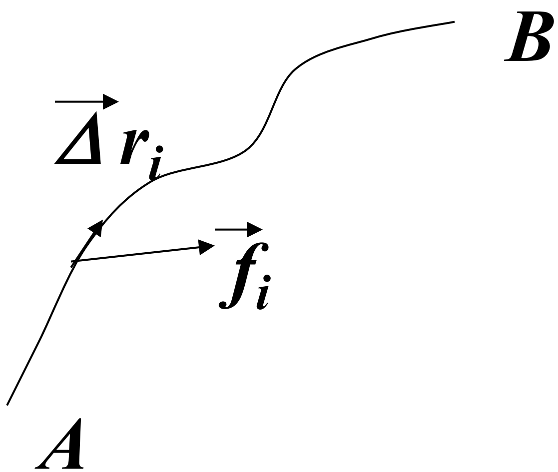
$$\vec{f}_1 \cdot d\vec{r}_1 + \vec{f}_2 \cdot d\vec{r}_2$$
$$= \vec{f}_2 \cdot d(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$
$$= \vec{f}_2 \cdot d\vec{r}_{21} \quad \neq 0 \,(\text{通常})$$



内力做功和通常不为零

例：炸弹爆炸，过程内力和为零，但内力所做的功转化为弹片的动能。

※ 迄今，最不可思议的动能是，宇宙射线中有些质子的动能达到 10^{19} eV，是其静止能量的10^{10}倍。



动能定理在惯性系成立

非惯性系引入惯性力的功

一般地，功是路径相关的

$$w_{AB} = \int_A^B \vec{f} \cdot d\vec{r}$$

$$= E_{BK} - E_{AK}$$

不同路径到达B，
动能通常不同

若是保守力，
则与路径无关

微分形式 $d(\frac{1}{2}mv^2) = \vec{f} \cdot d\vec{r}$

功率 $\vec{f} \cdot \vec{\upsilon} = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}m\upsilon^2) = \frac{dE_K}{dt}$

一个巨轮静止在平静的水面上，一个人在甲板上从静止开始加速，获得一定量的动能，那么巨轮

A 获得了更多的动能

B 获得了相同量的动能

C 获得了相对很少的动能

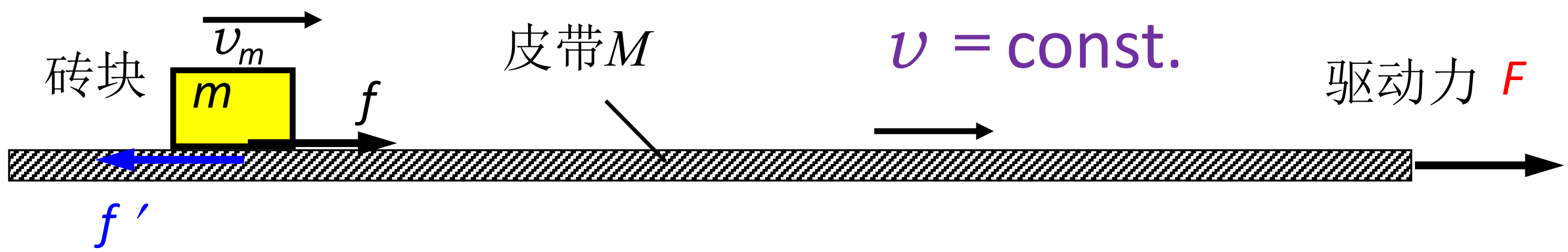
D 失去了这个人所获得的那些动能

提交

单选题 1分

设置

皮带放在光滑地面上，砖块m被皮带拖动，如图所示，物体m从$v_m=0$到$v_m=v$的过程中，判断下列说法是否正确：



A f'对M的功 = −（f对m的功）

B F 的功 + f'的功 = m获得的动能

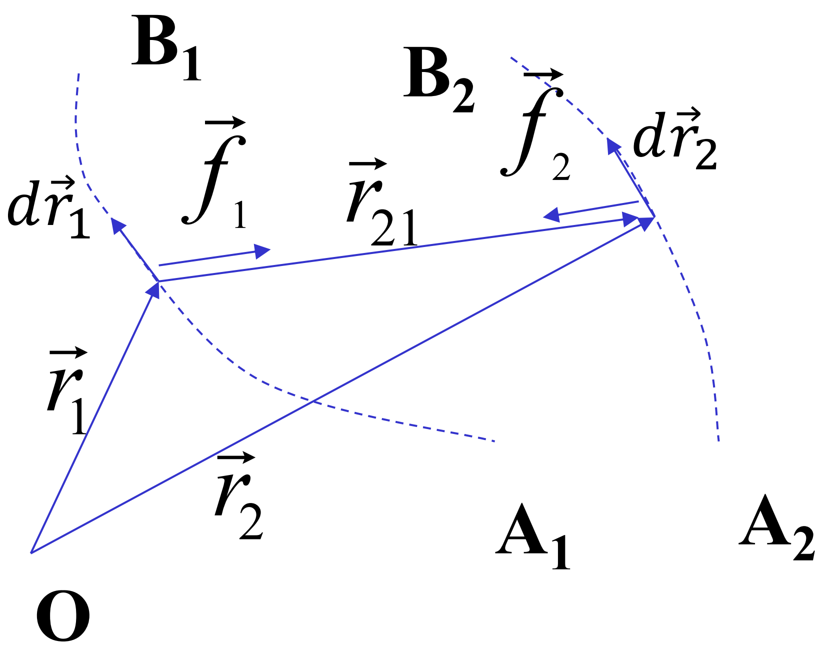
C F 的功 + f'的功 = 0

D F 的功 = m获得的动能

提交

§ 4.3 一对力的功

一对力：分别作用在两个物体上，大小相等，方向相反，不一定是作用力与反作用力



$$
\begin{aligned}
dW &= \vec{f}_1 \cdot d\vec{r}_1 + \vec{f}_2 \cdot d\vec{r}_2 \\
&= \vec{f}_2 \cdot (d\vec{r}_2 - d\vec{r}_1) \\
&= \vec{f}_2 \cdot d(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = \vec{f}_2 \cdot d\vec{r}_{21}
\end{aligned}
$$

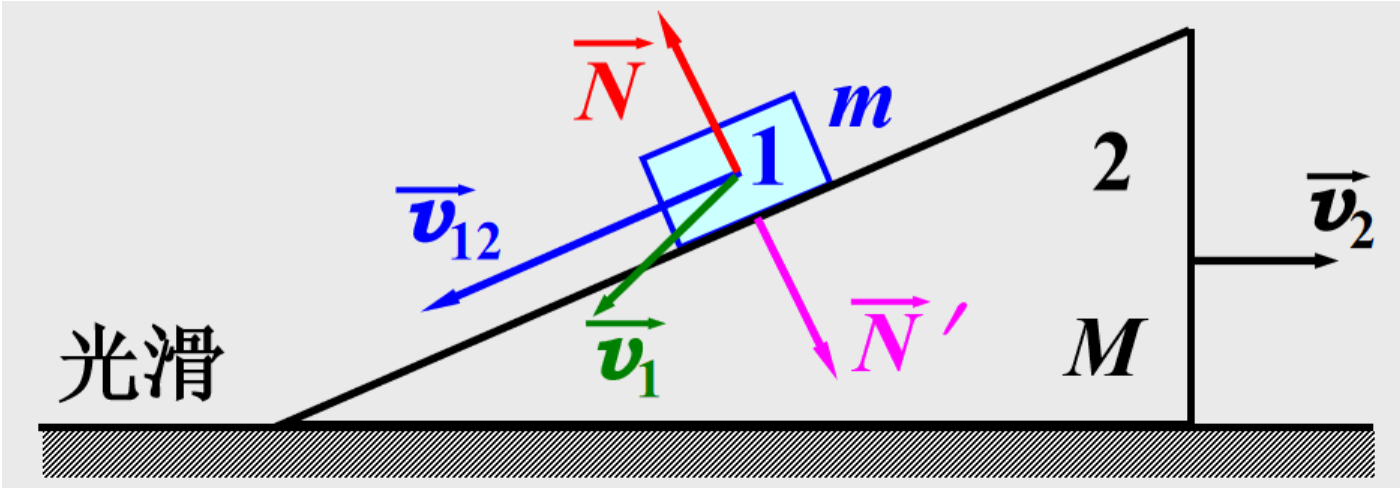
一对力所做的功的和，等于其中一个物体所受的力沿两个物体相对移动的路径所做的功。

$$dW_{对} = \vec{f}_{单个力} \cdot d\vec{r}_{相对}$$

$$W_{对} = \int_{相对初位置}^{相对末位置} \vec{f}_{单个力} \cdot d\vec{r}_{相对}$$

沿相对运动路径积分

- 一对力所做的功与参考系的选择无关。
- 一对滑动摩擦力的功恒为负 $dW = -f ds < 0$
- 无相对位移、相对位移和一对力垂直的时候，一对力的功必为零 $\vec{f}_{单个力} \cdot d\vec{r}_{相对} = 0$



$\vec{N}$不垂直于$\vec{v}_1 \rightarrow\ W_N \neq 0$

$\vec{N}'$不垂直于$\vec{v}_2 \rightarrow\ W_{N'} \neq 0$

$\vec{N}$垂直于$\vec{v}_{12} \rightarrow \vec{N}$垂直于$d\vec{r}_{12} \rightarrow \vec{N} \cdot d\vec{r}_{12} = 0$

$W_N + W_{N'} = 0$

思考：单个、一对静摩擦力作功如何？

单选题 1分

设置

一个人拖着一只箱子在粗糙的地面上作匀速直线运动。在地面参考系中，滑动摩擦力对箱子做负功。但在箱子参考系中，滑动摩擦力对箱子做功情况是

A 滑动摩擦力对箱子不做功

B 滑动摩擦力对箱子恒做负功

C 无法判断

提交

一对万有引力做的功

$$W_{12对} = \int_{(1)}^{(2)} \vec{f} \cdot d\vec{r}$$

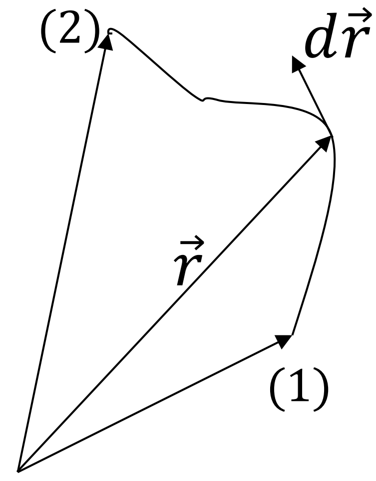
$$= \int_{(1)}^{(2)} -\frac{GMm}{r^3} \vec{r} \cdot d\vec{r}$$

$$= \int_{r_1}^{r_2} -\frac{GMm}{r^3} r dr$$

$$= \int_{r_1}^{r_2} -\frac{GMm}{r^2} dr$$

$$= -\frac{GMm}{r_1} - (-\frac{GMm}{r_2})$$

$$= E_p(1) - E_p(2)$$



$$r dr = \frac{1}{2} d(r^2) = \frac{1}{2} d(\vec{r} \cdot \vec{r})$$

$$= \frac{1}{2} (d\vec{r} \cdot \vec{r} + \vec{r} \cdot d\vec{r}) = \vec{r} \cdot d\vec{r}$$

一对万有引力做功与路径无关

保守力

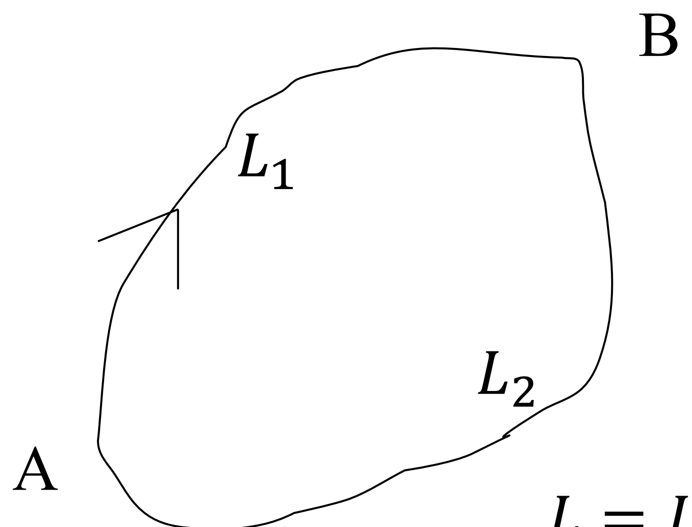
§ 4.4 保守力

定义：如果一对力的功与相对移动的路径无关，而只决定于相互作用物体的始末相对位置，这样的力称为保守力。

若$\vec{f}$为保守力：

$$\underset{L_1}{\int_A^B} \vec{f} \cdot d\vec{r} = \underset{L_2}{\int_A^B} \vec{f} \cdot d\vec{r}$$

$$\underset{L_1}{\int_A^B} \vec{f} \cdot d\vec{r} = -\underset{L_2}{\int_B^A} \vec{f} \cdot d\vec{r}$$

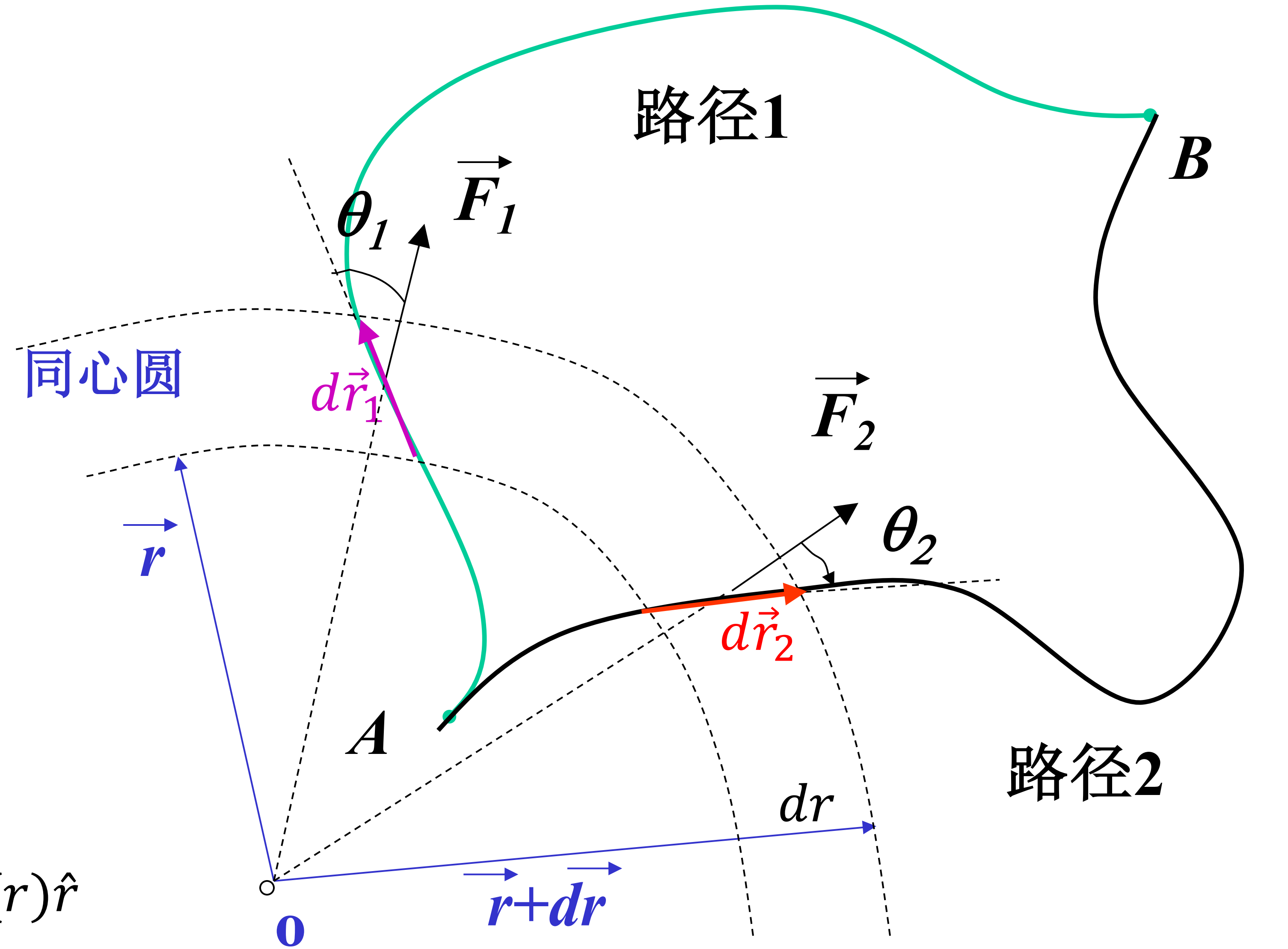


$$L = L_1 + L_2$$

$$\boxed{\oint_L \vec{f} \cdot d\vec{r} = 0}$$ 定义式

保守力沿任意闭合路径所做的功为零。

有心力



$$\vec{F}(\vec{r}) = f(r)\hat{r}$$

$$\vec{F}_1 \cdot d\vec{r}_1 = \vec{F}_2 \cdot d\vec{r}_2 = f(r)dr$$

任何有心力做功与路径无关

弹性力

一维运动时 $\vec{f} = -k\vec{x}$

惯性离心力

虽然不是一对力

但可当做保守力

重力

万有引力+惯性离心力

弹性力

一维运动时 $\vec{f} = -k\vec{x}$

惯性离心力

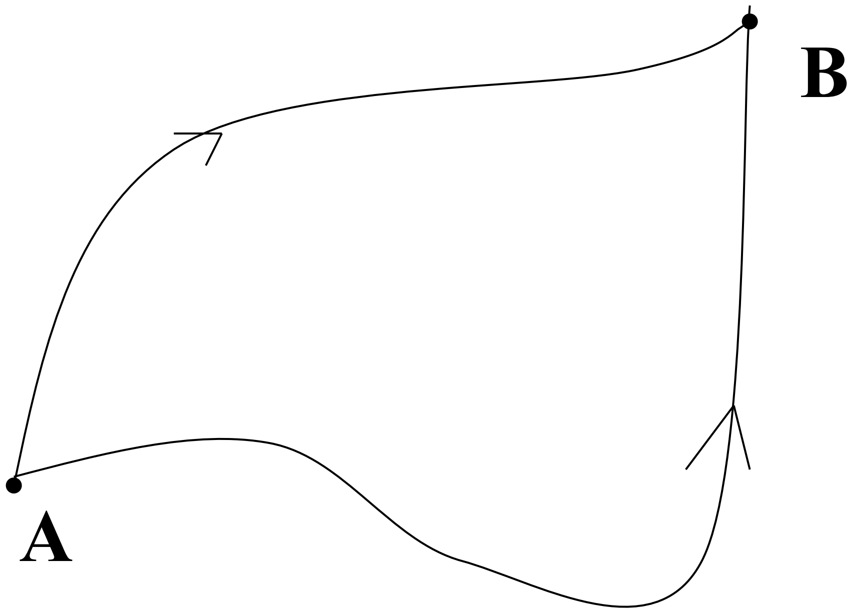
虽然不是一对力
但可当做保守力

重力

万有引力+惯性离心力

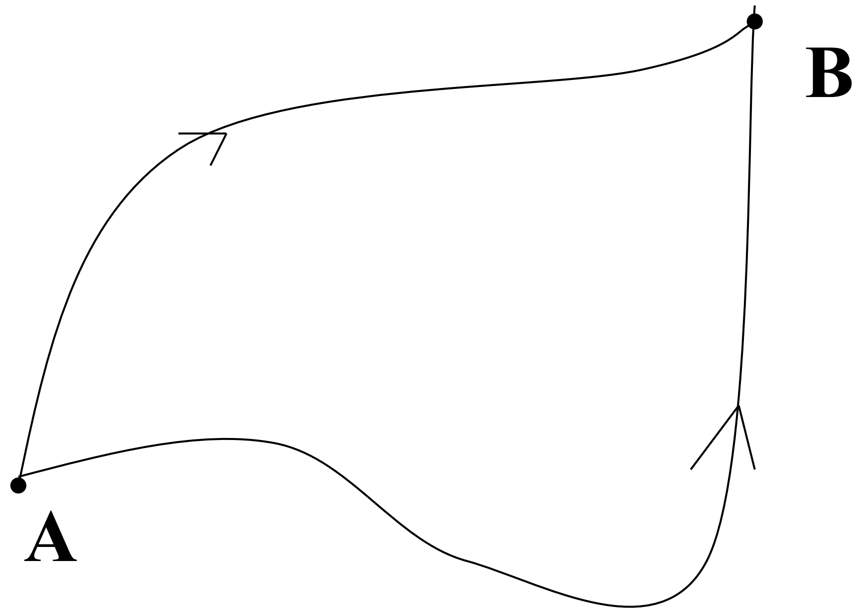
与保守力相对的称为非保守力：作功与路径有关的力
如滑动摩擦力（耗散力），爆炸力

§ 4.5 势能



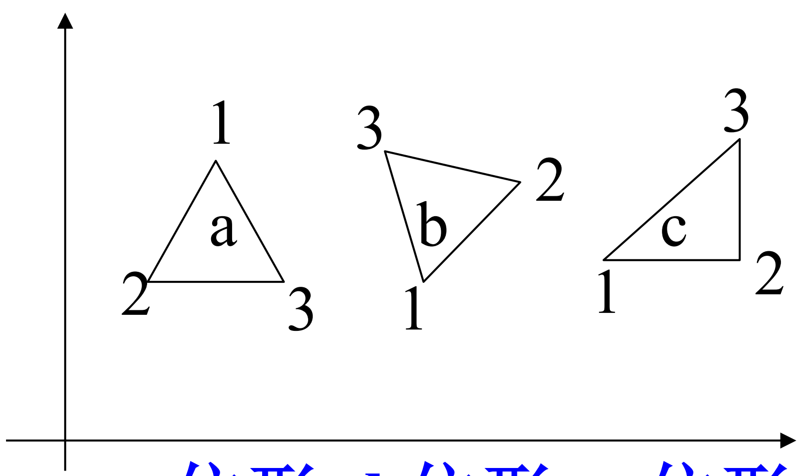
在保守力场（在任意点受保守力的作用），质点从A-->B，所做的功与路径无关，而只与这两点的位置有关，可引入一个只与位置有关的函数

§ 4.5 势能



在保守力场（在任意点受保守力的作用），质点从A-->B，所做的功与路径无关，而只与这两点的位置有关，可引入一个只与位置有关的函数

位形：系统各质点之间的相对位置关系。
相对位置关系不变，位形就不变。
与参考系无关。



a位形=b位形≠c位形

系统由位形A变到位形B，A 点的函数值减去B点的函数值（系统势能的减少），定义为保守内力从A --> B所做的功，该函数就是势能函数。

$$E_P(A)-E_P(B)=-\Delta E_P=W_{A\to B}=\int_A^B \vec{f}_{\text{保内}}\cdot d\vec{r}$$

$$-dE_P=dW_{\text{保内}}=\vec{f}_{\text{保内}}\cdot d\vec{r}$$

沿力的方向势能减小

系统由位形A变到位形B， A 点的函数值减去B点的函数值（系统势能的减少），定义为保守内力从A --> B所做的功，该函数就是势能函数。

$$E_P(A) - E_P(B) = -\Delta E_P = W_{A\to B} = \int_A^B \vec{f}_{保内} \cdot d\vec{r}$$

$$-dE_P = dW_{保内} = \vec{f}_{保内} \cdot d\vec{r}$$

沿力的方向势能减小

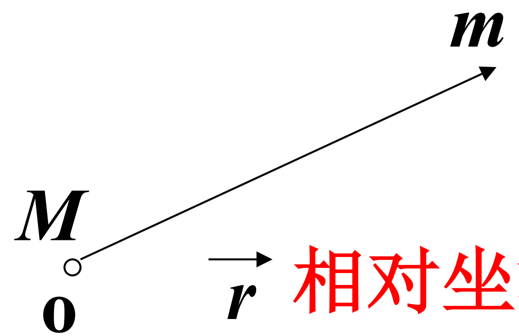
选参考点（势能零点），设 $E_P(B) = 0$

$$E_P(A) - 0 = W_{A\to B}$$

- 两位形间的势能差是一定的，与零点选择无关
- 势能属于系统，是状态量
- 势能、势能零点选择和参考系无关

§ 4.6 万有引力势能

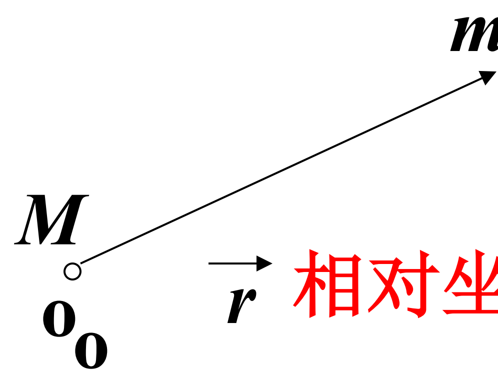
$$\vec{f} = -G\frac{mM}{r^2}\hat{r}$$



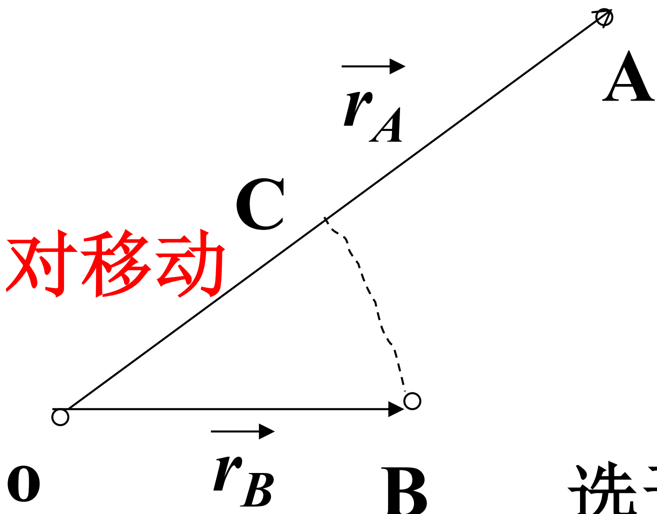
相对坐标

§ 4.6 万有引力势能

$$\vec{f} = -G\frac{mM}{r^2}\hat{r}$$



相对坐标



相对移动

一对力的功

$$W_{A\to B} = \int_A^B \vec{f}\cdot d\vec{r} = -\frac{GMm}{r_A} - \left(-\frac{GMm}{r_B}\right)$$

$$= E_P(A) - E_P(B)$$

选无限远点势能为零

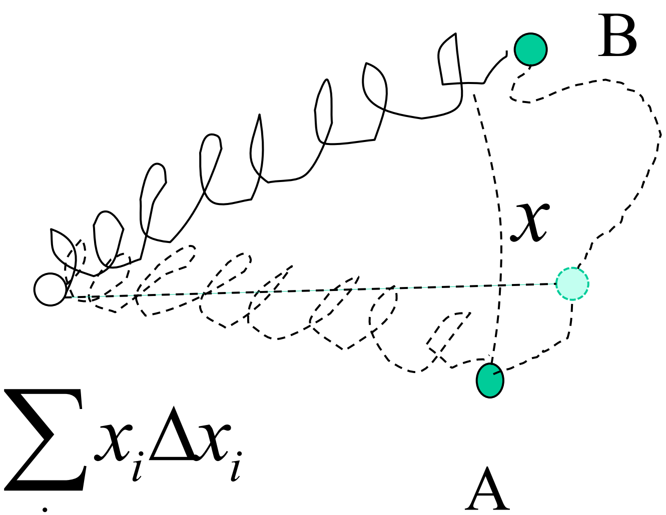
$$r_A \to \infty$$

$$\boxed{E_P = -G\frac{mM}{r}}$$

两体共有的势能，与参考系无关

课后推导：地面为零点时重力势能

§ 4.7 弹性势能



弹性力 $-kx$

$$W_{A\to B}=\sum_i -kx_i\Delta x_i=-k\sum_i x_i\Delta x_i$$

$$W_{A\to B}=-k\int_A^B xdx=-\frac{1}{2}k(x_B{}^2-x_A{}^2)$$

$$E_P(A)-E_P(B)=W_{A\to B}$$

自然长度 $x_B=0$，弹性势能为零 $\boxed{E_P=\frac{1}{2}kx^2}$

课后推导：惯性离心势能