大学物理 B(1)

清华大学物理系


REC
定格经典
反物理学惊世一击！
这球到底怎么进的？

§ 4.11 流体的稳定流动

1、描述流体流动的两种方法

拉格朗日法

确定每个质元的运动状态 $(\vec{r}_i, \vec{v}_i, \vec{a}_i)$ 及其变化规律

质元太多，无法跟踪，描述不方便

欧拉法

讨论流体场（流体性质场）的分布，如

流体速度场 $\vec{v}(\vec{r}, t)$，加速度场 $\vec{a}(\vec{r}, t)$，压强场

不必关注每个质点，描述的是整体的场的性质，所以简单

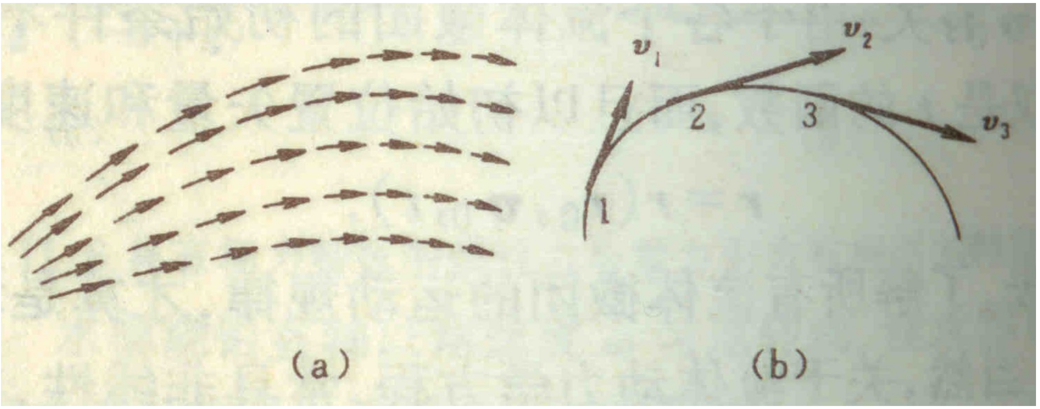
我们采用欧拉法

流线：某一时刻流速场力线 $\vec{v}(x, y, z, t)$

类比：电场线（电力线），磁场线（磁力线）

流线为有向曲线，流线上任意一点的切线方向为该点质元的速度方向

流线的分布反映流速场的空间分布



某一时刻的一条流线，如果流体不稳定流动，流线随时间变化

流线不相交

2、一些名词、定义和概念

流体：气体和液体

流体力学：流体流动的规律以及它与固体的相互作用

马赫数：　M=气体流速/声速

不可压缩流体　液体，密度保持常数

可压缩流体　气体

粘滞性, 粘滞系数　η

雷诺数 Reynolds number　$\mathbf{Re} = \rho v d / \eta$

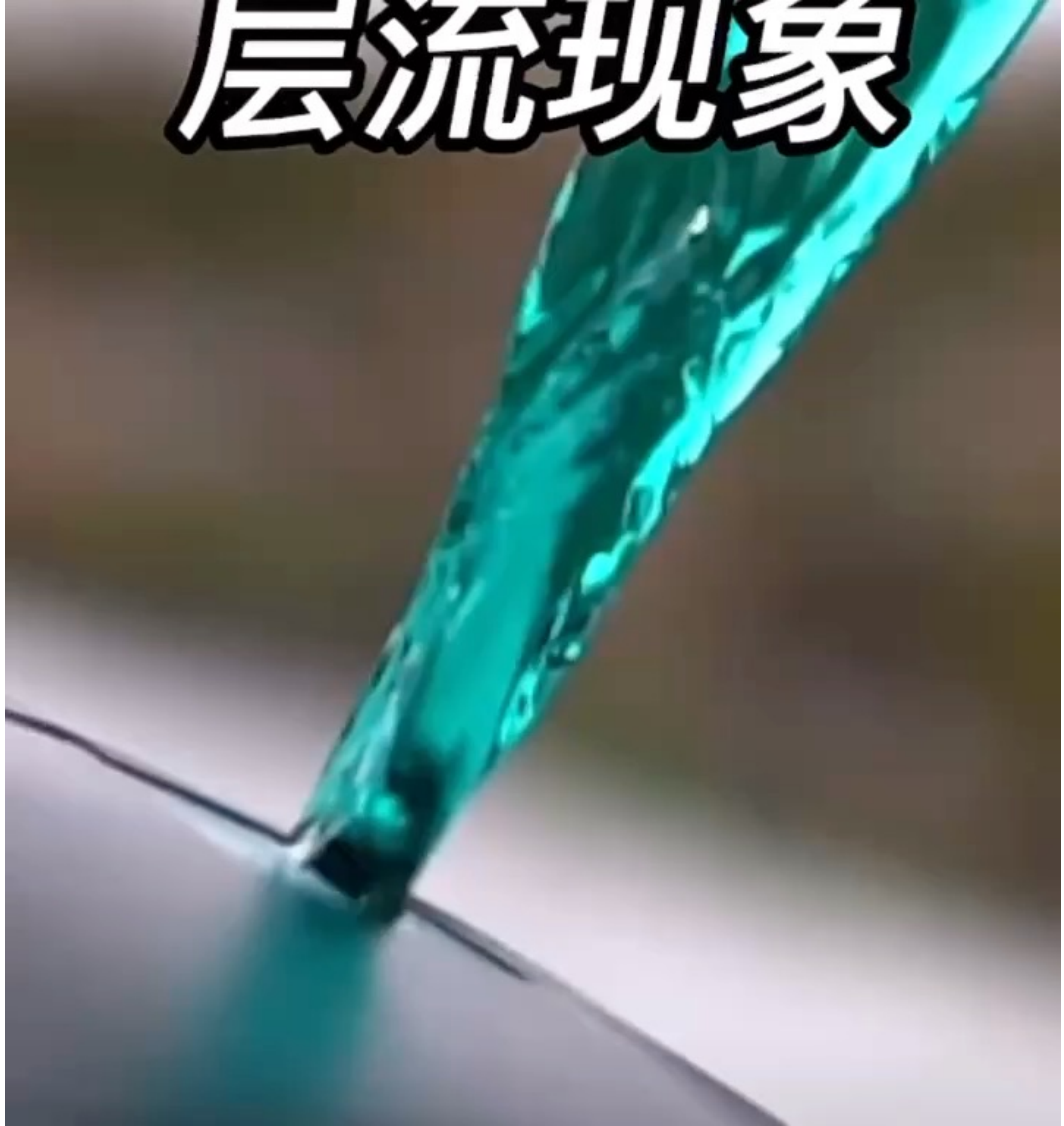
乒乓球 ~30m/s

$\mathrm{Re} \sim 5000$

流体密度、流速、和特征尺寸（如管道直径）

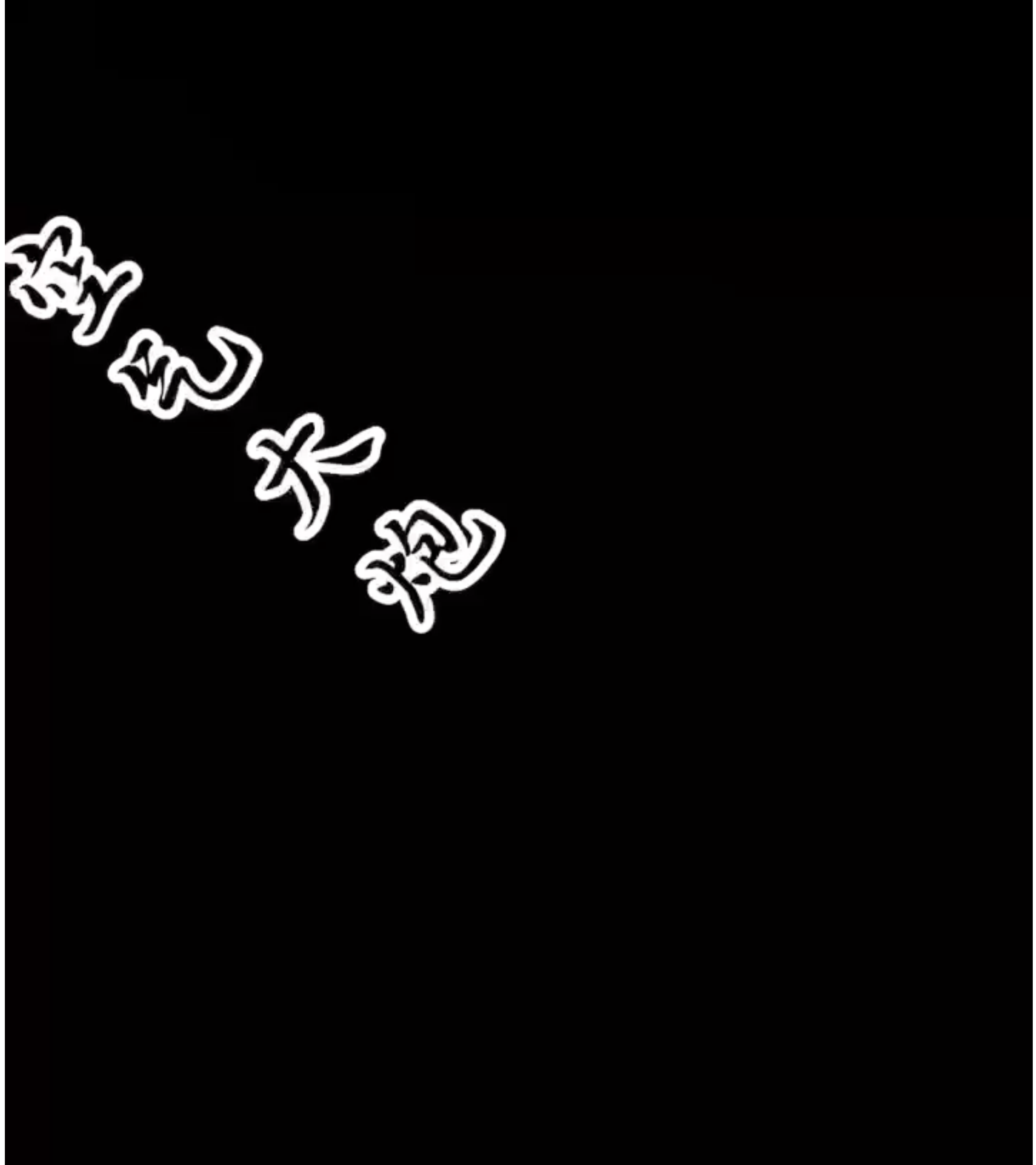
层流

涡流（湍流）



层流

涡流（湍流）

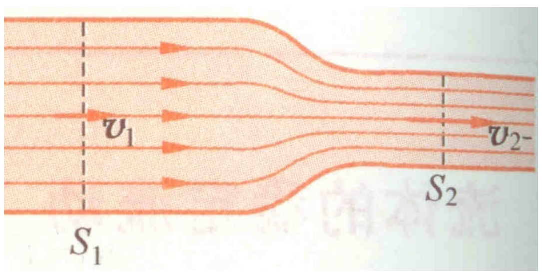


本章研究对象

1. 稳定流动（稳流，定常流动）

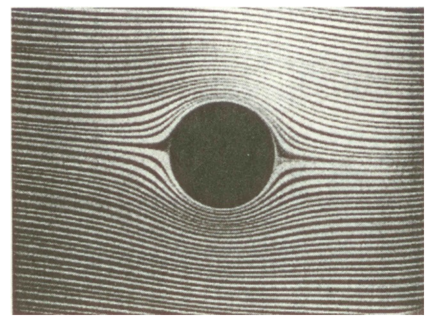
流速场不随时间变化

可随空间变化



流体在一管道中稳定流动

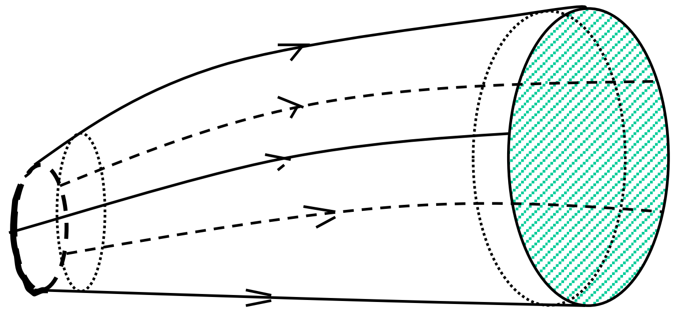
稳流的判定依赖于参考系



木板在水中匀速运动

2. 理想流体：不可压缩、无粘滞性

流管



在流体内作一微小的闭合曲线，通过该曲线上各点的流线所围成的细管

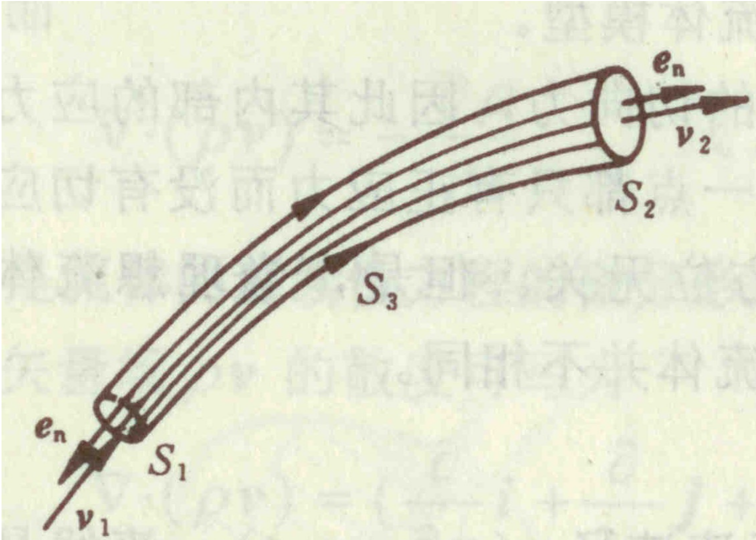
流线不会相交，流管内外的流体不会穿越管壁

体积（质量）流量

单位时间内流过某一面元的体积（质量）

$$dV = \vec{v} \cdot d\vec{S}$$ 由内到外为正方向

理想流体稳流的连续性方程



$$V_1 = -\int_{S_1} \vec{v} \cdot d\vec{S} = \int_{S_2} \vec{v} \cdot d\vec{S}$$

理想流体稳流：

$$\oiint_{S_1} \vec{v} \cdot d\vec{S} = 0$$

如果S_1和S_2都垂直于该处的流速，则

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$ 连续性方程 （质量守恒）

横截面小的地方流速大
横截面大的地方流速小

单选题 1分

设置

作定常流动的流体，既可以在流管内流动，也可以在管壁之间流动，对否？

A 对

B 不对

提交

单选题 1分

设置

作定常流动的流体，对任意流管的体积流量和质量流量恒定，对否？

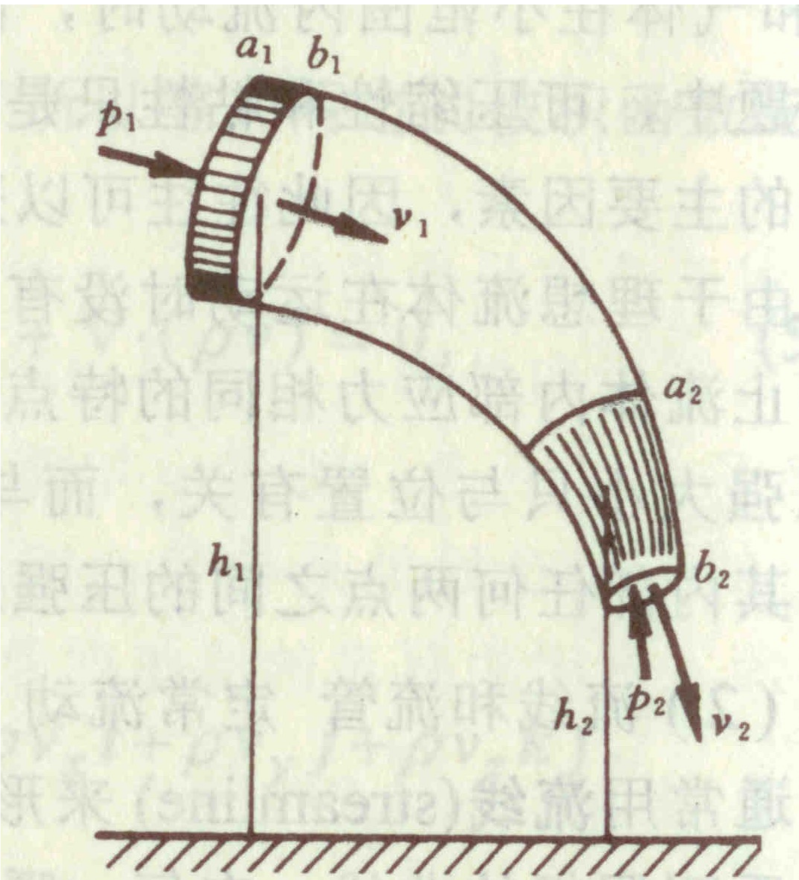
A 对

B 不对

提交

§4.12 伯努利方程 (Bernoulli Equation)

1、伯努利方程的推导



功能关系在流体中的应用

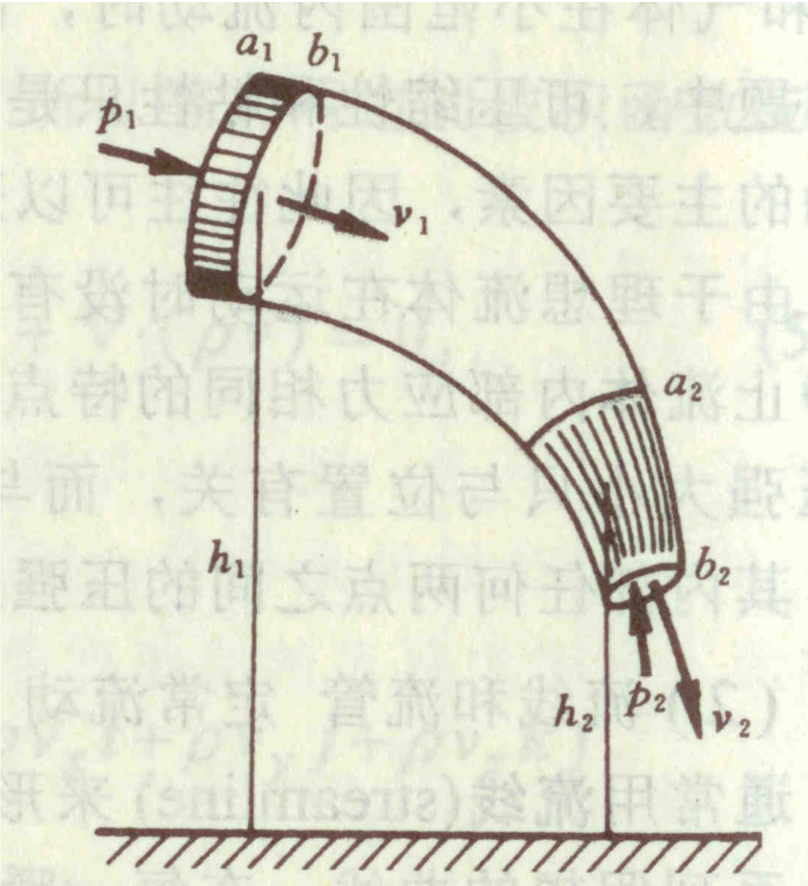
考虑理想流体的稳定流动

t 时刻：处于a_1a_2位置

$t+\Delta t$ 时刻：处于b_1b_2位置

§ 4.12 伯努利方程 (Bernoulli Equation)

1、伯努利方程的推导



功能关系在流体中的应用

考虑理想流体的稳定流动

t 时刻：处于a_1a_2位置

$t+\Delta t$ 时刻：处于b_1b_2位置

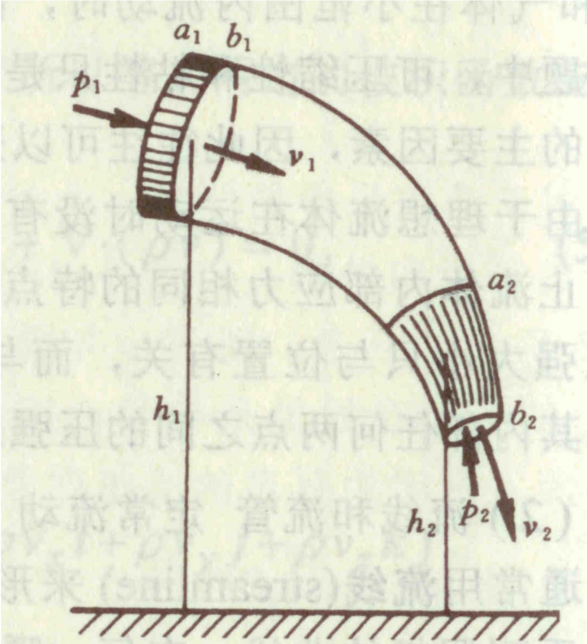
流体和地球系统：重力为保守力

无内力（理想流体）

外力：$F_1 = p_1S_1 \quad F_2 = p_2S_2$

惯性系中的功能关系

$$p_1S_1\overline{a_1b_1} - p_2S_2\overline{a_2b_2} = (\frac{1}{2}\Delta m_2 v_2^2 + \Delta m_2 g h_2) - (\frac{1}{2}\Delta m_1 v_1^2 + \Delta m_1 g h_1)$$

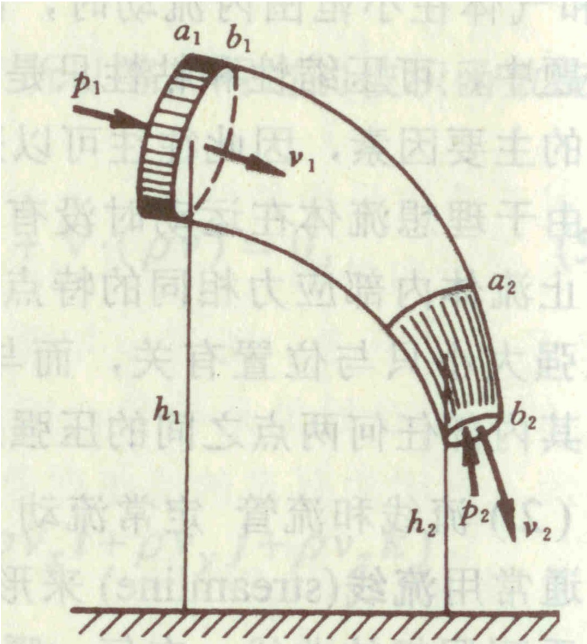


$$S_1\overline{a_1b_1} = S_1v_1\Delta t$$
$$S_2\overline{a_2b_2} = S_2v_2\Delta t$$

因为是理想流体稳流，体积流量不变

$$S_1v_1 = S_2v_2$$
$$S_1\overline{a_1b_1} = S_2\overline{a_2b_2} = \Delta V$$

$$\Delta m_2 = \Delta m_1 = \rho\Delta V$$



$$S_1\overline{a_1b_1} = S_1v_1\Delta t$$

$$S_2\overline{a_2b_2} = S_2v_2\Delta t$$

因为是理想流体稳流，体积流量不变

$$S_1v_1 = S_2v_2$$

$$S_1\overline{a_1b_1} = S_2\overline{a_2b_2} = \Delta \mathrm{V}$$

$$\Delta m_2 = \Delta m_1 = \rho\Delta \mathrm{V}$$

$$p_1\Delta V - p_2\Delta V = (\frac{1}{2}\rho\Delta V \mathrm{v}_2^2 + \rho\Delta V g h_2) - (\frac{1}{2}\rho\Delta V \mathrm{v}_1^2 + \rho\Delta V g h_1)$$

$$p_1 - p_2 = (\frac{1}{2}\rho \mathrm{v}_2^2 + \rho g h_2) - (\frac{1}{2}\rho \mathrm{v}_1^2 + \rho g h_1)$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho \mathrm{v}_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho \mathrm{v}_2^2 + \rho g h_2$$

即 $p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = const.$

伯努利方程

即 $p+\frac{1}{2}\rho v^2+\rho gh=const.$ 伯努利方程

静压 动压

伯努利方程成立的条件：

- 惯性系 •理想流体（无摩擦、无粘滞力、不可压缩）
- 稳定流动

即 $p+\frac{1}{2}\rho v^2+\rho gh=const.$ 伯努利方程

静压 动压

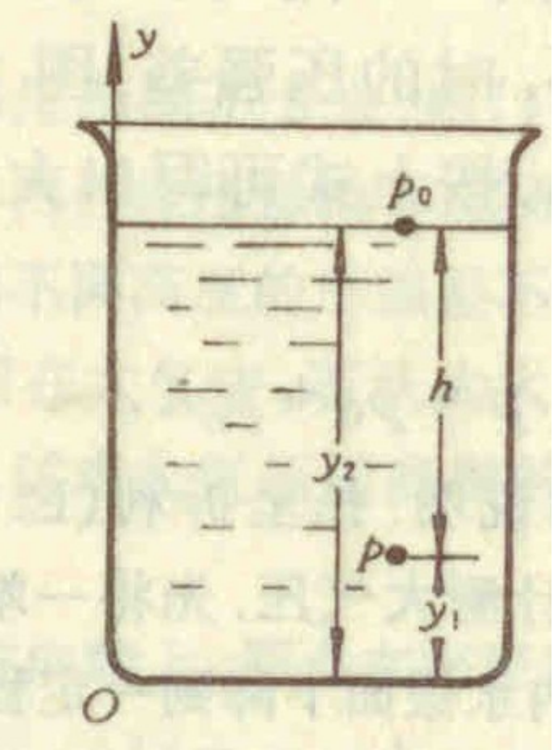
伯努利方程成立的条件：

•惯性系 •理想流体（无摩擦、无粘滞力、不可压缩）

•稳定流动

2、应用举例

•静态流体



以容器底为重力势能零点

$$p_0+\rho g y_2=p+\rho g y_1$$

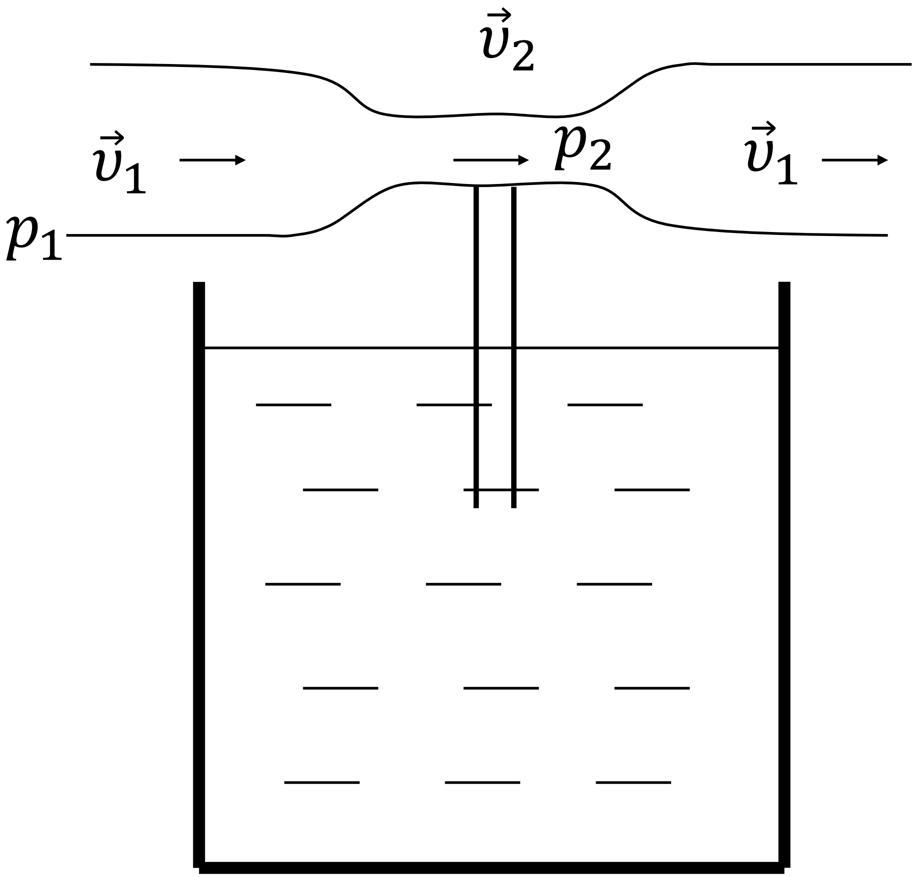
$$p=p_0+\rho gh$$

$v_2 > v_1$

$p_1 > p_2$

等高流管

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = const.$$



流速大的地方压强小

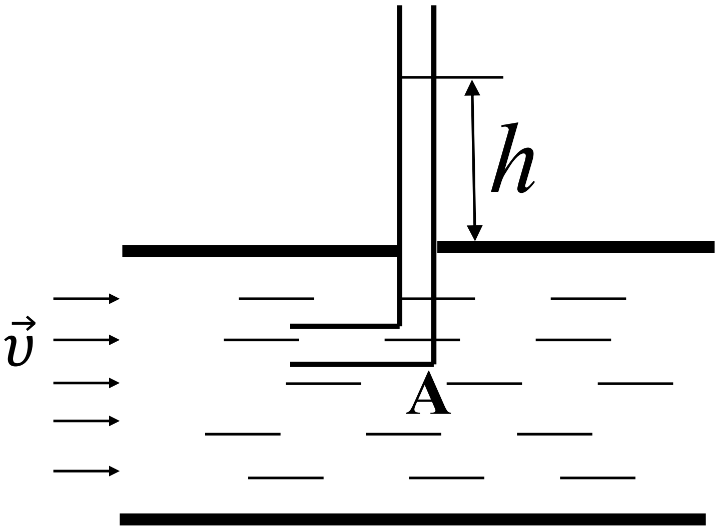
喷雾器、
水流抽气机

皮托管测流速

驻点A：障碍物前流体静止不动的点

$$\rho g h = \frac{1}{2}\rho v^2$$

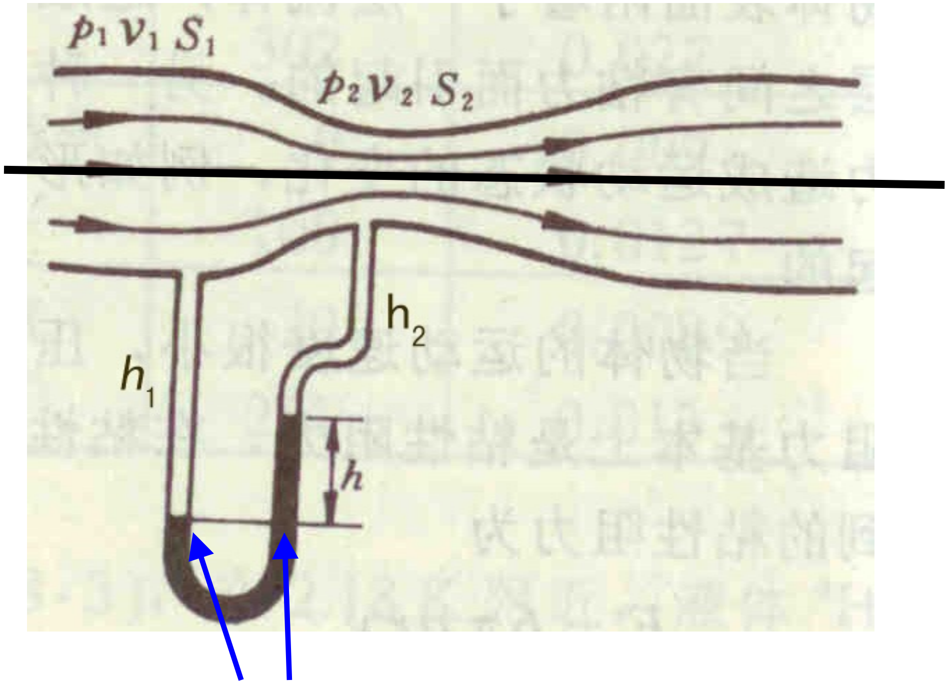
流速：$v = \sqrt{2gh}$



•文丘里流量计

惯性系 理想流体 稳定流动

可以用伯努利方程分析



找等高点：

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad (1)$$

连续性方程：

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 = Q_v \qquad (2)$$

找静止点： $$p_1 + \rho g h_1 = p_2 + \rho g h_2 + \rho_{汞} g h$$

$$p_1 - p_2 = \rho g(h_2 - h_1) + \rho_{汞} g h \qquad (3)$$

$$h_1 \approx h_2 + h \qquad (4)$$

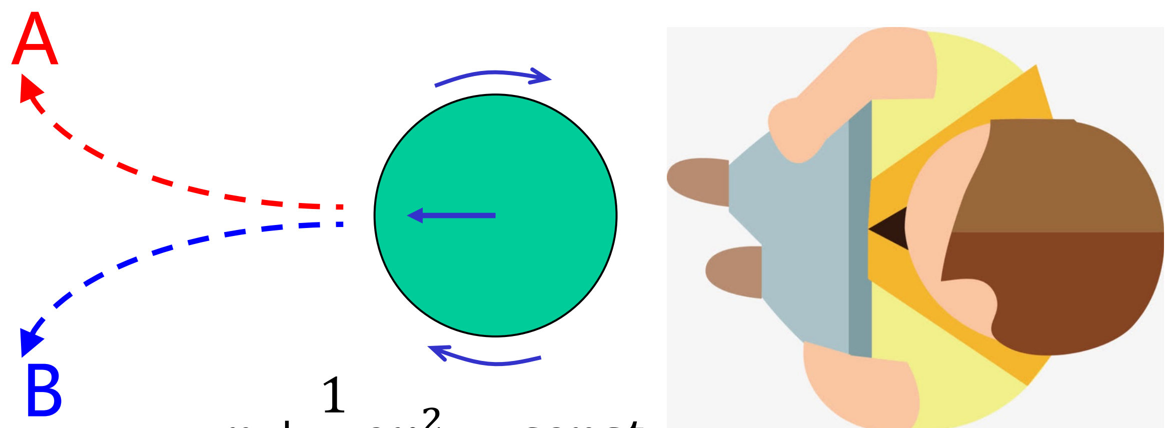
$$Q_v = \sqrt{\frac{2(\rho_{汞} - \rho)\, g h S_1^2 S_2^2}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}$$

单选题 1分

设置

球运动时，球表面会带动附近的空气跟着球一起运动。如图踢一个旋转球，球会向哪个方向偏转？

- A A
- B B
- C 不偏转
- D 无法确定



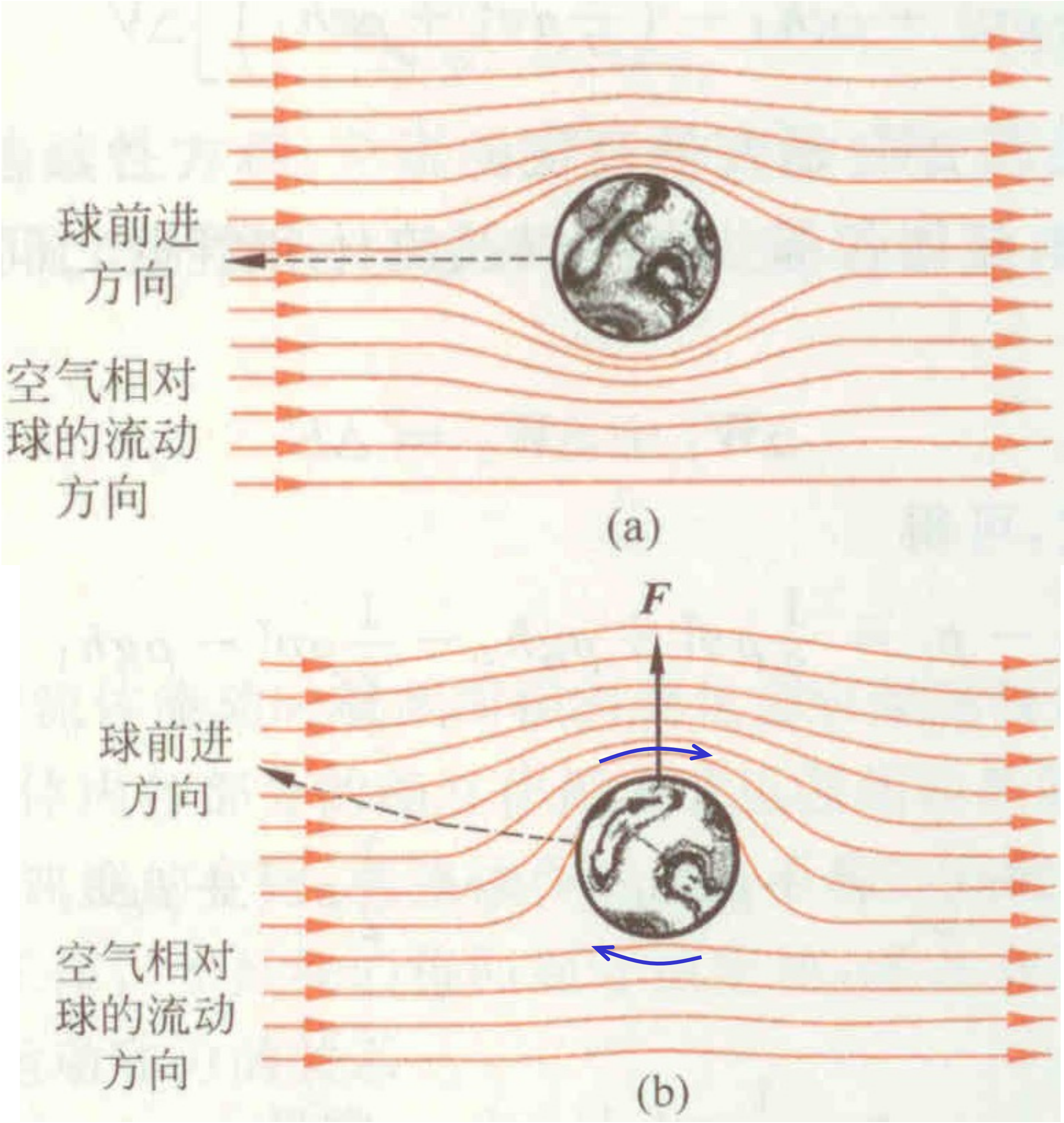
$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = const.$$

提交

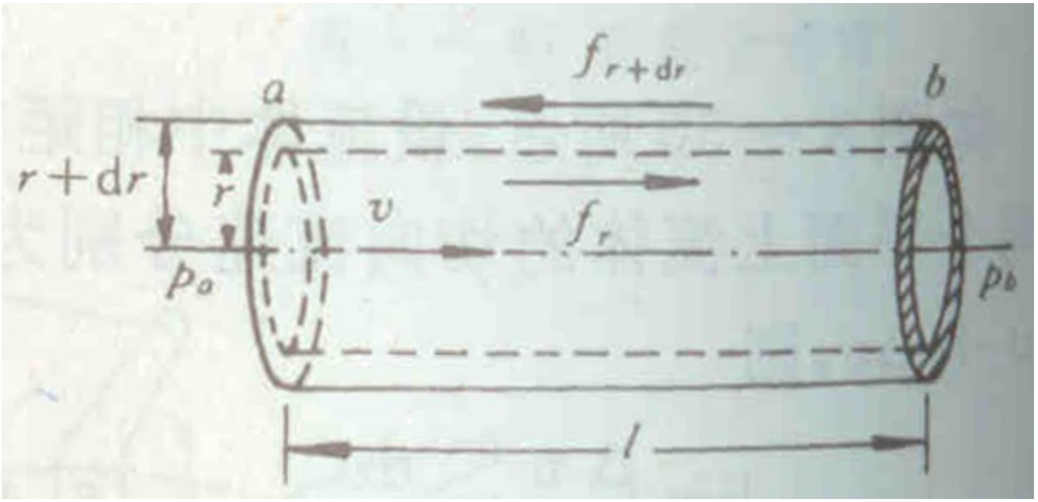
•香蕉球分析

选择参考系：
球心参考系，
符合稳定流动条件

$$p+\frac{1}{2}\rho v^2 = const.$$

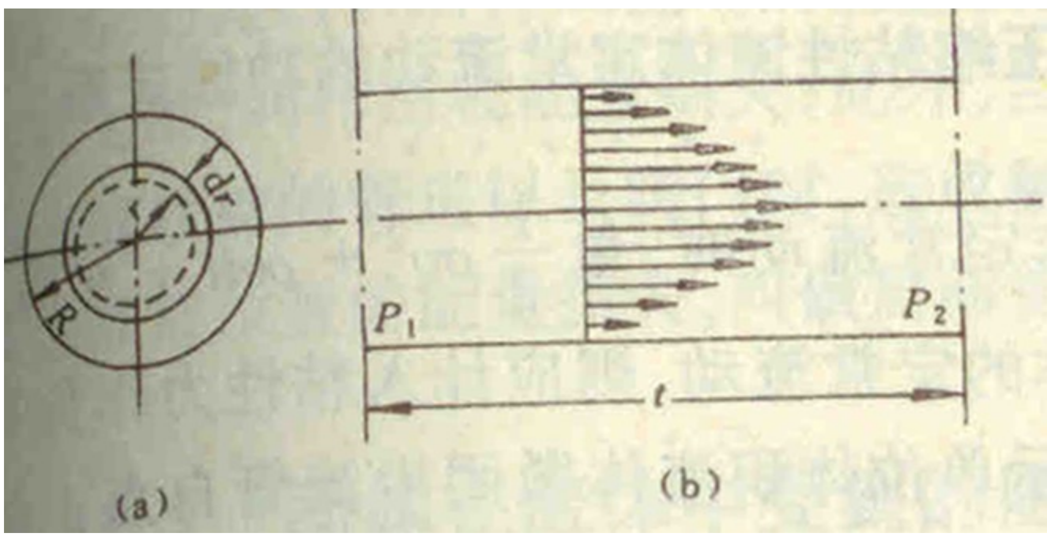


粘滞情况下液体的流动



流速分布

$$v = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l}(R^2 - r^2)$$

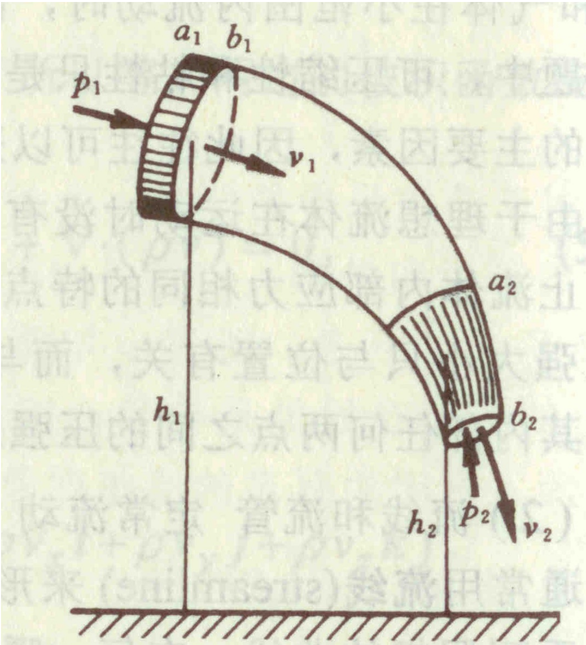


单位时间内的流量

泊肃叶公式

$$Q = \int_0^R \upsilon 2\pi r dr = \int_0^R \frac{p_1 - p_2}{4\eta l}(R^2 - r^2) 2\pi r dr = \frac{\pi R^4}{8\eta l}(p_1 - p_2)$$

伯努利效应和粘滞流体的演示



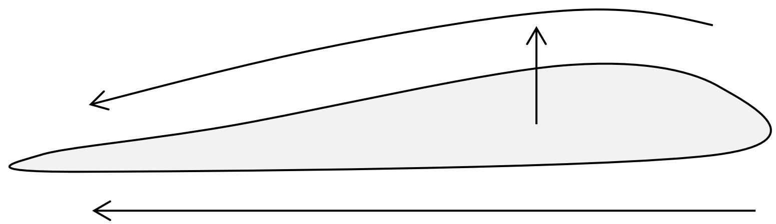
$$p_1 S_1 \overline{a_1 b_1} - p_2 S_2 \overline{a_2 b_2} \boxed{-\Delta W}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\Delta m_2 v_2^2 + \Delta m_2 g h_2\right) - \left(\frac{1}{2}\Delta m_1 v_1^2 + \Delta m_1 g h_1\right)$$

$$p_1 - p_2 \boxed{-\frac{\Delta W}{\Delta V}} = \left(\frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2\right) - \left(\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1\right)$$

$$\left(p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2\right) - \left(p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1\right) = \boxed{-\frac{\Delta W}{\Delta V}}$$

飞机机翼的升力



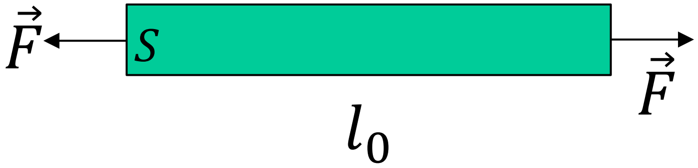
课后阅读参考资料

第五章 刚体的转动

（Rotation of Rigid Body about a Fixed Axis）

§ 5.1 刚体的运动

一. 刚体 (rigid body) 的概念

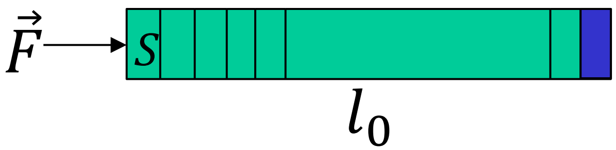


$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0}$$ E 为杨氏弹性模量

$E \to \infty$， $\Delta l \to 0$ 我们把这种不能变形的物体称为刚体

§ 5.1 刚体的运动

一. 刚体 (rigid body) 的概念



$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0}$$

E 为杨氏弹性模量

$E \to \infty$， $\Delta l \to 0$ 　我们把这种不能变形的物体称为刚体

弹性纵波： $v = \sqrt{E/\rho} \approx 3000\, m/s$ （常见固体）

弹性波的传播速度远大于物体运动的速度

弹性扰动是瞬时的，可把物体当刚体处理

刚体是对实际物体的理想化抽象模型，但有它的实际意义

特殊的质点系，各质点相对位置不变，质点系的规律都适用

二 . 刚体的基本运动形式

1.平动（translation）

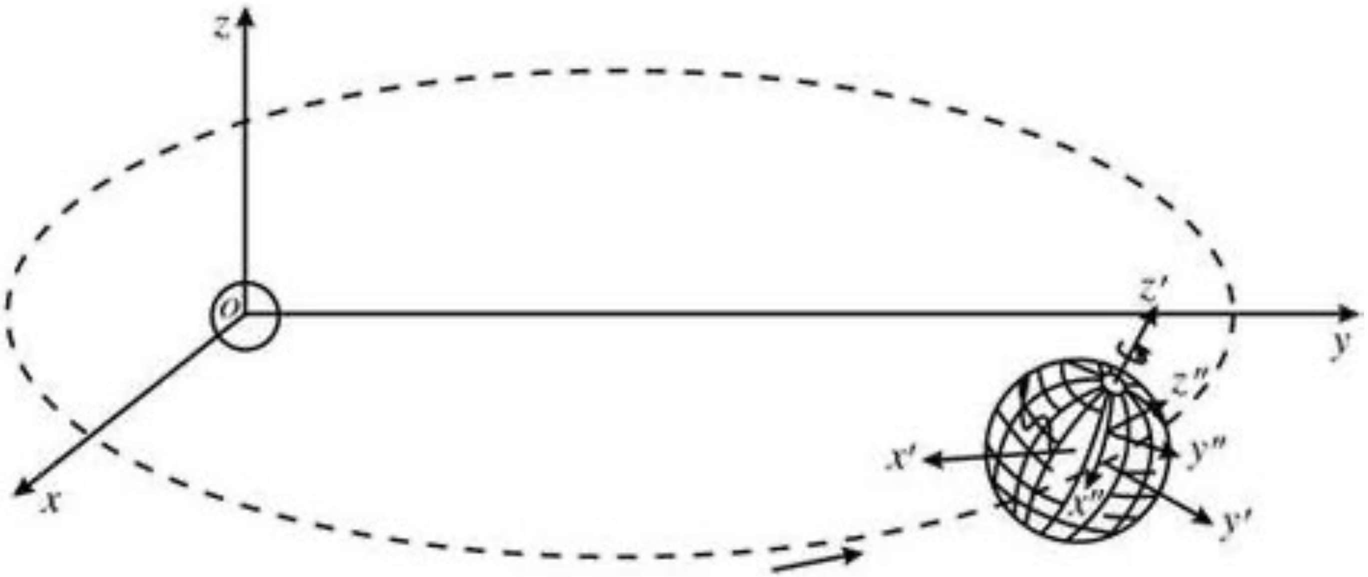
2.转动（rotation）

▲ 定点转动

▲ 定轴转动

1、平动（translation）

刚体内任意两点的连线在运动中始终保持平行。



纯平动时，刚体上各点具有相同的运动速度

刚体上任一点的运动来代表整体的运动

代表点：基点，常选择质心

刚体的基本运动形式之一

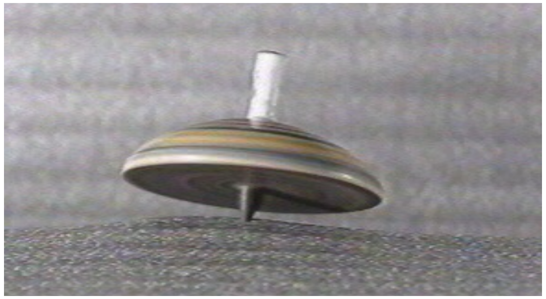
2、转动（rotation）

▲ 定轴转动

各质元均做圆周运动，且各圆心都在转轴上

▲ 定点转动

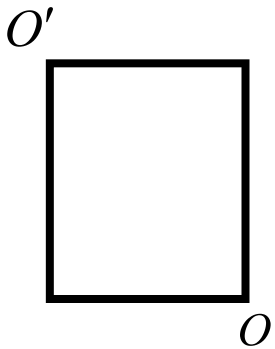
整个刚体绕过该定点的某一瞬时轴线转动。

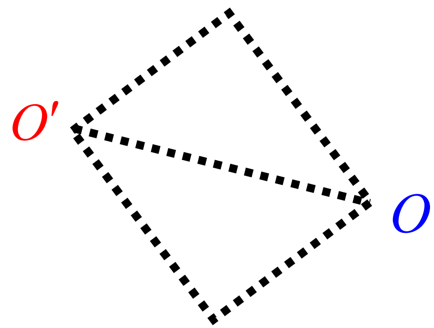


轴不断地随着时间变化（瞬时轴）

3、一般运动

可分解为 平动+定点转动



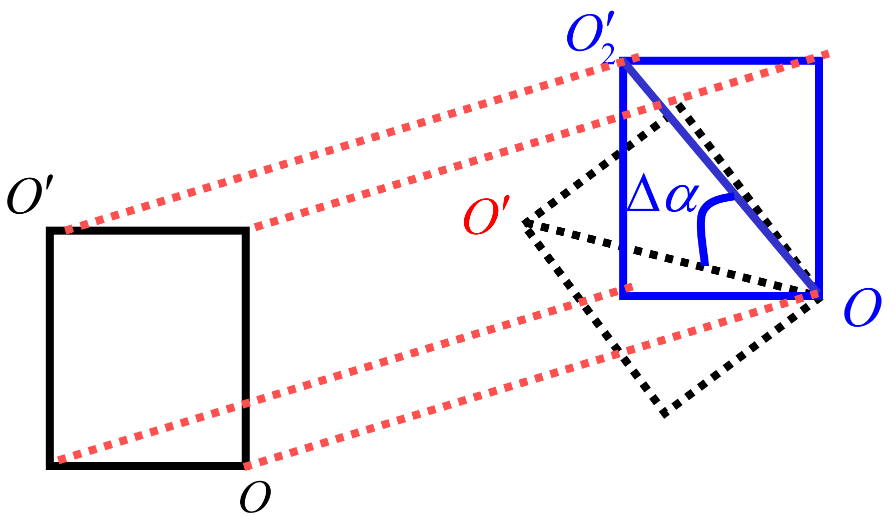


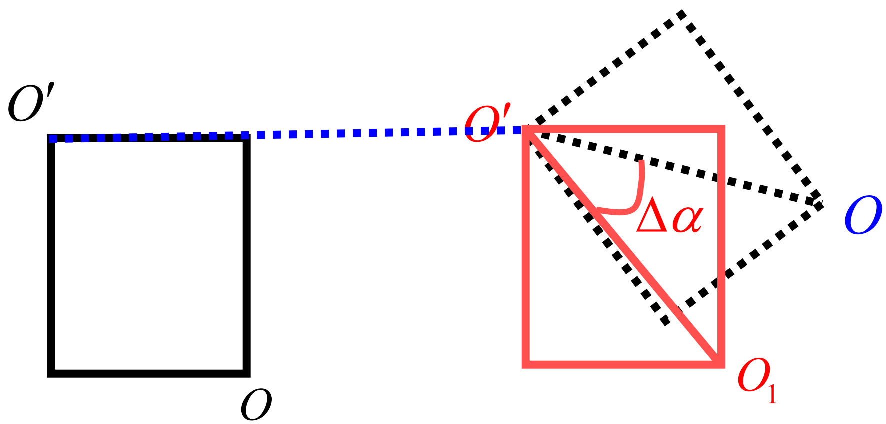
选择不同的基点，会不会转动不一样呢？

先选O点，再选O’点

3、一般运动

可分解为　平动+定点转动





选择不同的基点，
会不会转动不一
样呢？

先选O点，　再选O’点

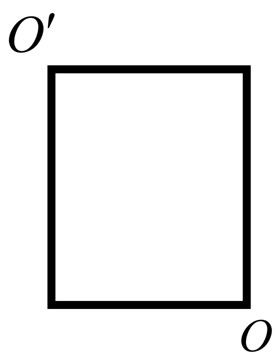
基点选取不同

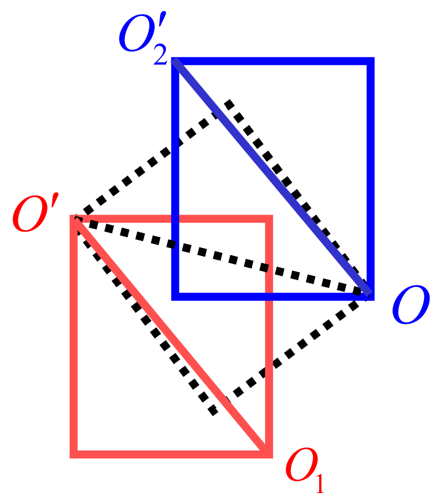
平动可以不同

转动却相同

转动与基点的选取无关

常选质心为基点





单选题 1分

设置

将地球当成刚体，在太阳参考系中观察地球的运动：

A 只有平动

B 只有转动

C 既有平动，也有转动

提交

单选题 1分

设置

作定轴转动的刚体上不同的两点A和B，距离转轴的距离相等，则：

A　A 和B两点的线加速度一定相等；

B　A和B两点的线速度一定相等；

C　A和B两点的线速度和线加速度大小一定相等，但方向不一定相同；

提交

5.2 刚体定轴转动（运动学）

刚体位置随时间的变化

角位移

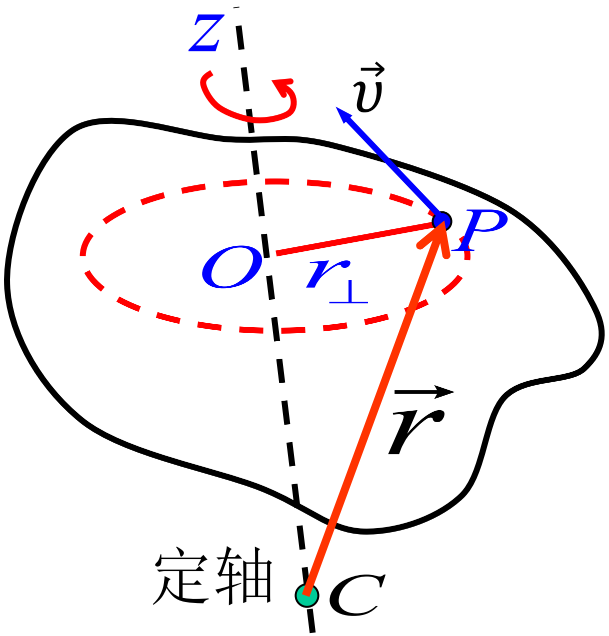
角速度

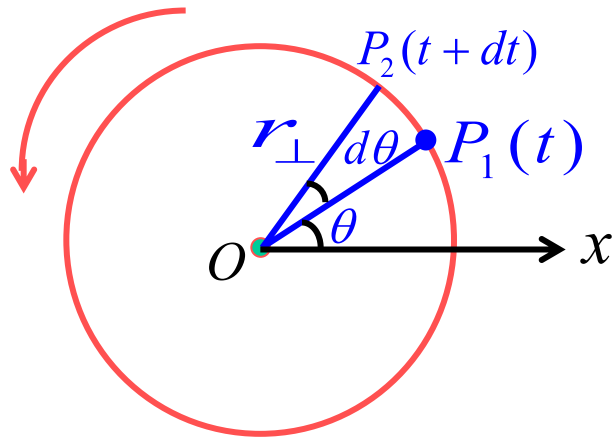
角加速度

线速度

线加速度

1、定轴转动运动学





角位移

$d\theta$

角速度

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

角加速度

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

θ角可唯一确定刚体上P点的位置　　　“一维运动”

定轴转动（角度）

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

若 $\alpha = \text{const.}$

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \alpha t \\ (\theta - \theta_0) = \omega_0 t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0) \end{cases}$$

一维直线运动（线度）

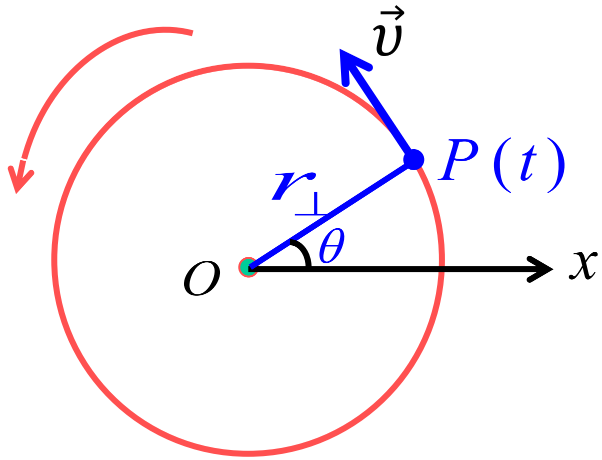
$$\upsilon = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

若 $a = \text{const.}$

$$\begin{cases} \upsilon = \upsilon_0 + a t \\ (s - s_0) = \upsilon_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2 \\ \upsilon^2 - \upsilon_0^2 = 2a(s - s_0) \end{cases}$$

线量和角度量

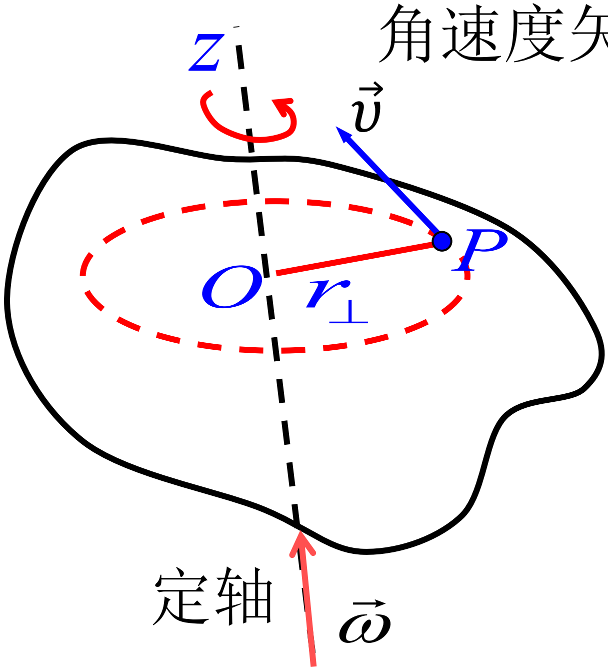


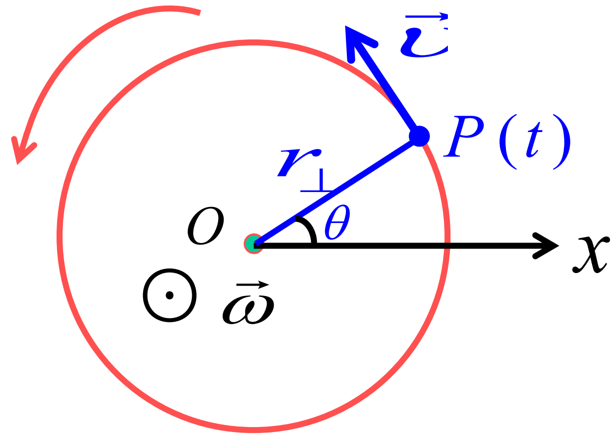
线速度大小 $\boldsymbol{v} = r_\perp \boldsymbol{\omega}$

切向加速度 $\boldsymbol{a_t} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}\boldsymbol{t}} = \boldsymbol{r}_\perp \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}{\mathrm{d}\boldsymbol{t}} = \boldsymbol{r}_\perp \boldsymbol{\alpha}$

法向加速度 $a_n = \dfrac{v^2}{r_\perp} = r_\perp \omega^2$

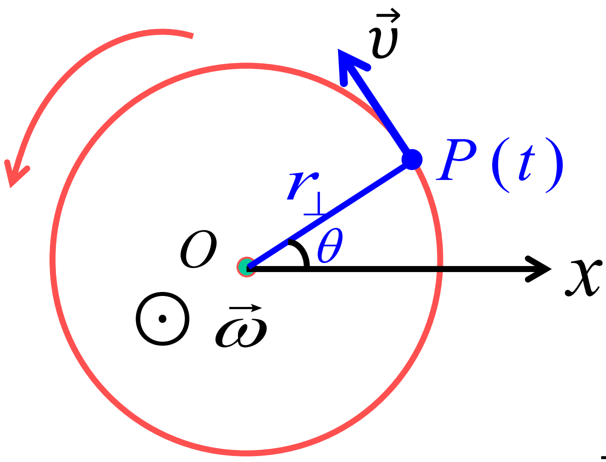
角速度矢量 $\vec{\omega}$





引入角速度矢量 $\vec{\omega}$

大小: $|\vec{\omega}| = \omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$　方向: 右手螺旋法则



角速度 $\quad \vec{\omega}$

角加速度 $\quad \vec{\alpha} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$

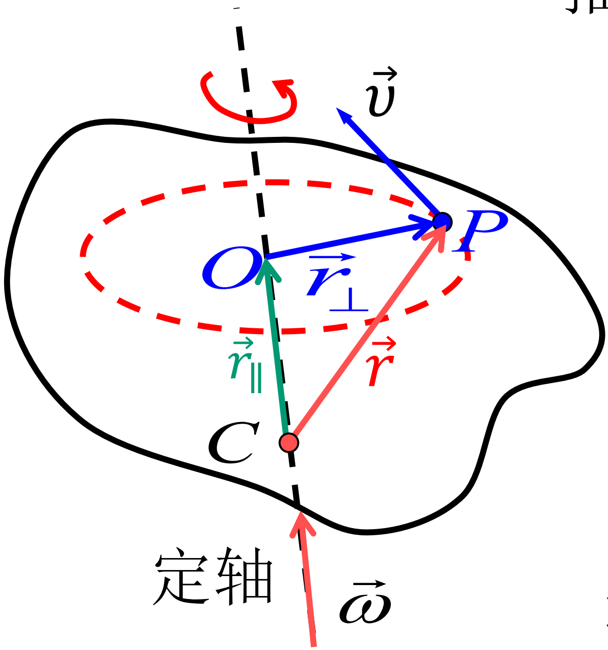
线速度 $\quad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}_\perp$

线加速度 $\quad \vec{a} = \dfrac{\overrightarrow{\mathrm{d}\, v}}{\mathrm{d}\, t} = \dfrac{\overrightarrow{\mathrm{d}\, \omega}}{\mathrm{d}\, t} \times \vec{r}_\perp + \vec{\omega} \times \dfrac{\overrightarrow{\mathrm{d}\, r_\perp}}{\mathrm{d}\, t}$

$$= \underbrace{\vec{\alpha} \times \vec{r}_\perp}_{\text{旋转加速度}} + \underbrace{\vec{\omega} \times \vec{v}}_{\text{向轴加速度}}$$

对于定轴转动 $\quad \vec{\omega} \quad \vec{\alpha} \quad$ 退化为代数量 $\quad \omega \quad\quad \alpha$

推广到轴上任一点C



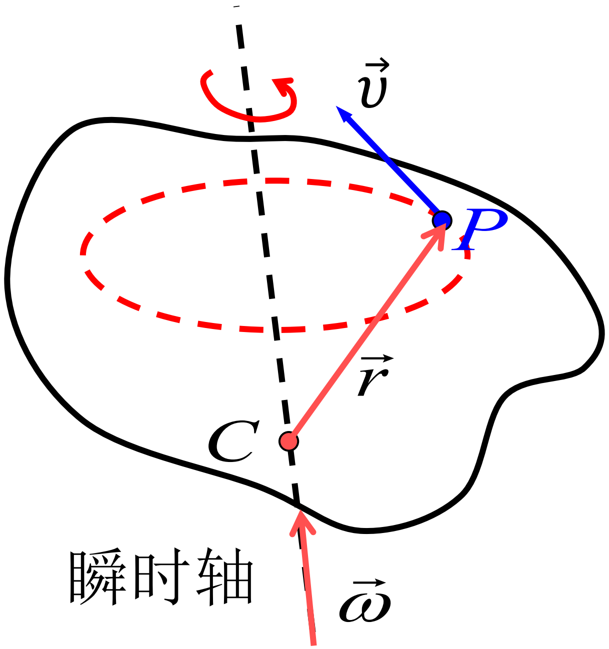
$$\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r} = \vec{\omega}\times(\vec{r}_\perp + \vec{r}_{//}) = \vec{\omega}\times\vec{r}_\perp$$

线加速度 $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}\times\vec{r} + \vec{\omega}\times\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$

$$= \underbrace{\vec{\alpha}\times\vec{r}}_{\text{旋转加速度}} + \underbrace{\vec{\omega}\times\vec{v}}_{\text{向轴加速度}}$$

为什么要做这样的推广？

2、定点转动



线速度 $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

线加速度 $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

$$= \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$= \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

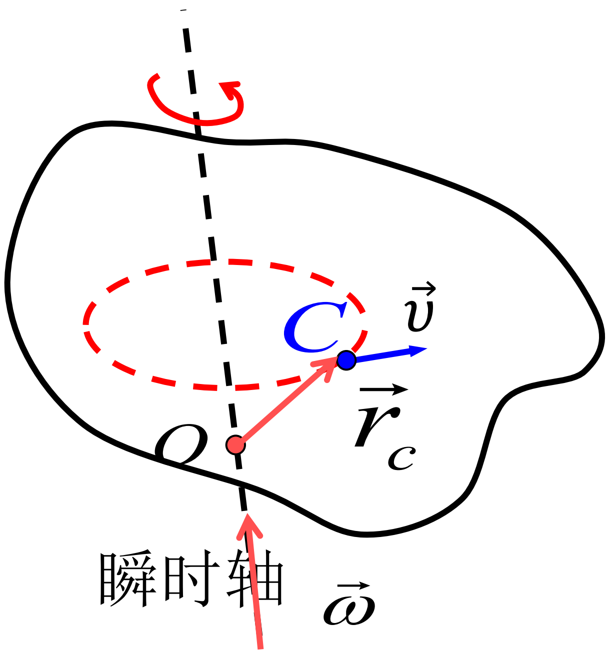
$\vec{\omega}$ 方向变化

$$|\vec{\omega}| = \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$ （不一定平行于角速度）

5.3 刚体的动量和动量定理

$$\vec{F}_{te} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{v}_c)}{dt} = m\vec{a}_c$$



定点转动

$$\vec{P} = m\vec{v}_c = m\vec{\omega}\times\vec{r}_c$$

单选题 1分

设置

轴对称刚体，绕质量对称轴转动，该刚体的总动量

A 一定为零

B 一定不为零

C 可能为零，也可能不为零

提交

5.4 刚体的定轴转动定律

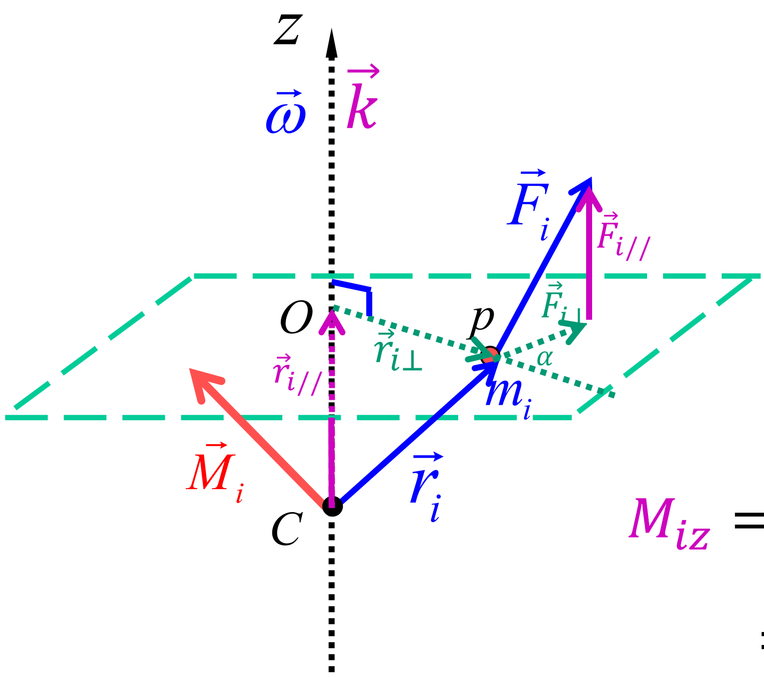
回顾：质点系的角动量定理

对固定点 $\vec{M}_{外} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}$

$M_{外z} = \dfrac{\mathrm{d}L_z}{\mathrm{d}t}$ 对转动轴

1、力对轴的力矩

m_i $\vec{F}_i$ $\vec{r}_i$



对**C点**的力矩

$$\vec{M}_i = \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

对**转轴**的力矩

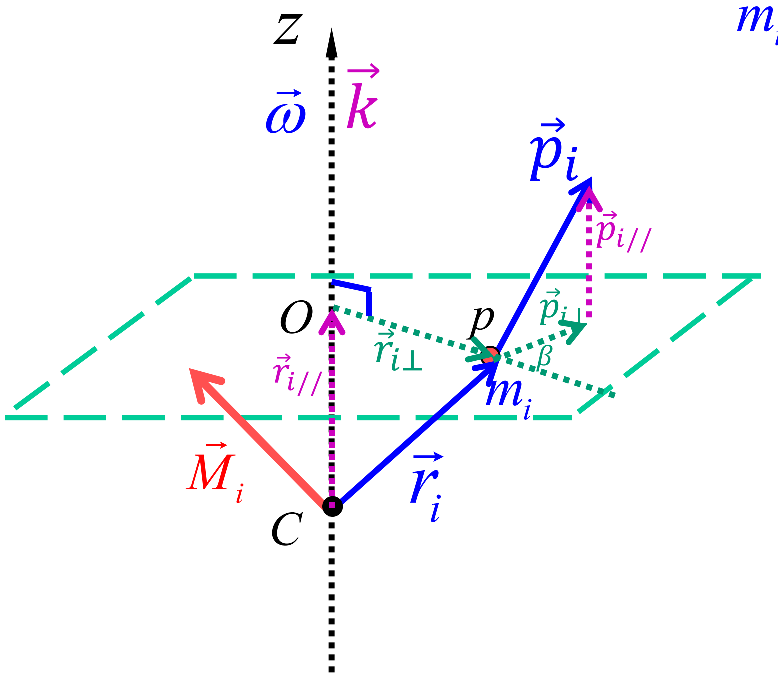
$$M_{iz} = \vec{M}_i \cdot \vec{k} = \left[(\vec{r}_{i//} + \vec{r}_{i\perp}) \times (\vec{F}_{i//} + \vec{F}_{i\perp})\right] \cdot \vec{k}$$

$$= \vec{r}_{i\perp} \times \vec{F}_{i\perp} \cdot \vec{k} = \pm \vec{r}_{i\perp} \times \vec{F}_{i\perp}$$

$$M_{iz} = r_{i\perp} F_{i\perp} \sin\alpha$$ （正负系数放入α）

α 是 $\vec{r}_{i\perp}$ 和 $\vec{F}_{i\perp}$ 之间的夹角

2、质点对轴的角动量



m_i $\vec{p}_i$ $\vec{r}_i$ $\vec{L}_i$

对**C点**的角动量

$$\vec{L}_i = \vec{r}_i \times \vec{p}_i$$

对**转轴**的角动量

$$L_{iz} = \vec{L}_i \cdot \vec{k}$$

$$= r_{i\perp} p_{i\perp} \sin\beta \qquad \text{（正负系数放入}\beta\text{）}$$

刚体：圆周运动 $L_{iz} = r_{i\perp} p_{i\perp}$

多选题 1分

设置

有两个力作用在一个有固定轴的刚体上，下列说法正确的是：

A 这两个力都平行于轴作用时，它们对轴的合力矩一定为零；

B 这两个力都垂直于轴作用时，它们对轴的合力矩可能是零；

C 当这两个力的合力为零时，它们对轴的合力矩也一定为零；

D 当这两个力对轴的合力矩为零时，它们的合力也一定为零；

提交