

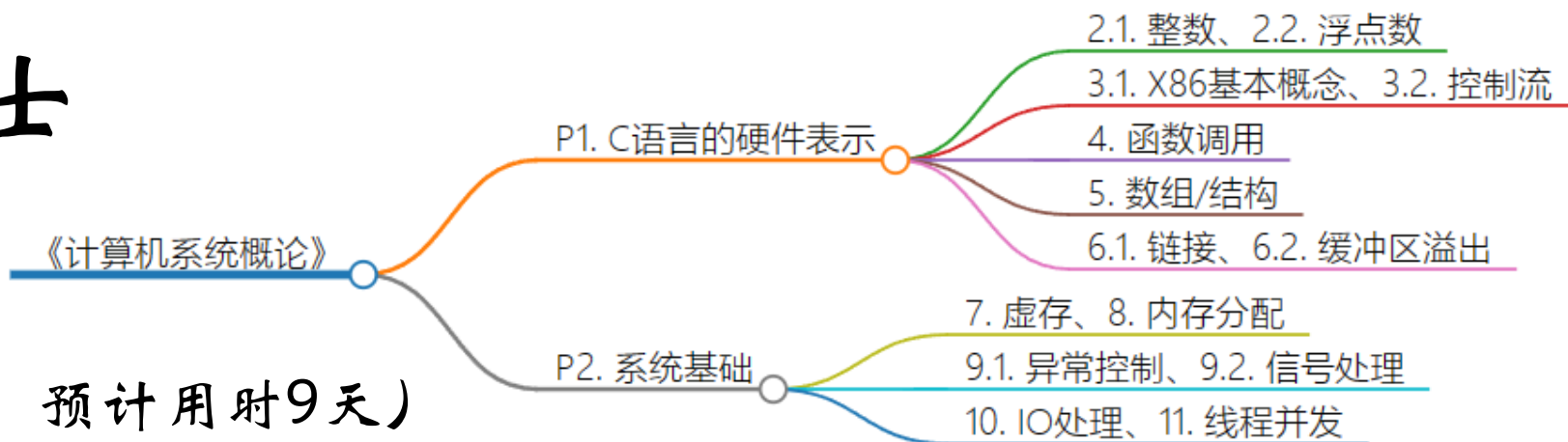
期末复习(1)

《计算机系统概论》习题课

张宇轩

yuxuanzh23@mails.tsinghua.edu.cn

一些复习小贴士



0. 尽早开始复习 (9个分支, 预计用时9天)

合理规划复习时间, 可以偏爱但请不要偏科

1. 整理手上有的复习材料, 按课件顺序复习

- 学习资源共享库:

[THUanonymous/bypass-thu-cst](#):

[PKUanonym/REKCARC-TSC-UHT](#): 只需看X86 **MIPS不考!**

- CSAPP课后习题 (**必刷**):

[CSAPP-3e-Solutions \(unofficial\)](#)

- 参考解答 + 习题课课件 **易错题汇总** **尤其是页表、fork、I/O**

2. 第8讲之后涉及许多库函数的使用

一定要勤上机搞明白来

3. 3次实验内容也有可能出现在考试中出现

课程	考试时间
计算机系统概论	240108 (一) 晚上
数据结构	240109 (二) 下午
形式语言与自动机	240113 (六) 晚上
大学物理B(2)	240114 (日) 上午
复变函数引论	240119 (五) 下午
概率论与数理统计	240116 (二) 上午

作业一 · Q2. 9位浮点数表示

见课件《2.2浮点数》P.10,11

Q2.2. 9位浮点数表示

假设存在一种符合IEEE浮点数标准的9位浮点数，由1个符号位、4位阶码、4位尾数组成，数值表示仍遵循 $V = (-1)^s \cdot M \cdot 2^E$ 。请在下表中填空：

描述	9位二进制表示	M (十进制表示)	E (十进制表示)	V (十进制表示)
3.5				3.5
大于0的最小浮点数				

$$\text{Bias} = 2^{e-1} - 1 = 2^{4-1} - 1 = 7$$

- 3.5 (规格化数) :
 $3.5_{10} = 11.1_2 = 1.11_2 \times 2^1$, 于是 $E = 1$, $M = 1.11_2 = 1.75_{10}$
- 大于0的最小浮点数 (非规格化数) :
其二进制表示为 0 0000 0001, 那么 $M = 0.0001_2 = 2^{-4} = 1/16$, $E = 1 - \text{Bias} = -6$, 值等于 $2^{-4} \times 2^{-6} = 2^{-10} = 1/1024$

描述	9位二进制表示	M (十进制表示)	E (十进制表示)	V (十进制表示)
3.5	0 1000 1100	1.75	1	3.5
大于0的最小浮点数	0 0000 0001	1/16	-6	1/1024

允许使用分数

注意各域位宽

注意进制 (写错 0 分)

IEEE 754 标准

规格化浮点数 (Normalized)

» 满足条件 » $\text{exp} \neq 000\dots 0$ 且 $\text{exp} \neq 111\dots 1$

真实的阶码值 E (即指数) 需要减去一个偏置量

$$E = \text{Exp} - \text{Bias}$$

- Exp : 指数域所表示的无符号数值

单精度数: 127 (Exp: 1...254, E: -126...127)

双精度数: 1023 (Exp: 1...2046, E: -1022...1023)

- Bias 的取值

$\text{Bias} = 2^{e-1} - 1$, e 表示 exp 域的位数

</> 小数域的第一位隐含为 1

$$M = 1.\text{xxx}\dots\text{x}_2$$

- 因此, 第一位的 "1" 可以省去
- 当 frac 为 000...0, 值为最小, 即 $M = 1.0$
- 当 frac 为 111...1, 值为最大, 即 $M = 2.0 - \epsilon$

ϵ 的值?

非规格化浮点数 (Denormalized)

» 满足条件 » $\text{exp} = 000\dots 0$

其它域的取值

- $E = 1 - \text{Bias}$
- $M = 0.\text{xxx}\dots\text{x}$
 - xxx...x: bits of frac

$\text{Bias} = 2^{e-1} - 1$, e 为指数域的位数
(注: 对规格化数而言 $E = \text{Exp} - \text{Bias}$)

具体示例

exp = 000...0, frac = 000...0

- 表示 0
- 注意有 +0 与 -0

exp = 000...0, frac \neq 000...0

- 表示 "非常接近" 于 0 的浮点数
- 会逐步丧失精度, 称为 "Gradual underflow (逐步下溢)"

作业一 · Q3.1. 加法溢出检测

要求通过位运算来实现 `INT_MIN`，并赋值给 `MY_INT_MIN`。而 `INT_MIN` 的特征为除符号位为 1，其余位为 0，一般实现方式如下：

`INT_MAX` *sign为0, 其余为1*

```
/* 表达式(1) */
// (1) 仅限于32位整数
const unsigned MY_INT_MIN = 1u << 31;
// (2) 通用实现，但涉及一次乘法运算（02能优化掉）
const unsigned MY_INT_MIN = 1u << (sizeof(unsigned) * 8 - 1);
```

加法溢出发生于两个同符号整数相加后，得到的结果与被加数异号，如负数加负数得到正数。最直接的做法是判断结果的符号位与被加数 `si1` 或 `si2`（因为它们同号）的符号位是否相同。对此我们可以使用异或运算来实现：
在C语言中，`x ^ y` 表示对 `x` 和 `y` 的每一位进行异或运算，自然包括了作为最高位的符号位：

```
/* 表达式(2) */
// (1) 参考解
unsigned result = usum ^ si1;
// (2) 另一种解答，保险但没必要
unsigned result = (usum ^ si1) & (usum ^ si2);
// (3) 如果被加数是正数，直接看usum符号位；反之是负数，usum是正数，就将其符号位取反
unsigned result = (si1 > 0) ? usum : ~usum; // -usum也行
```

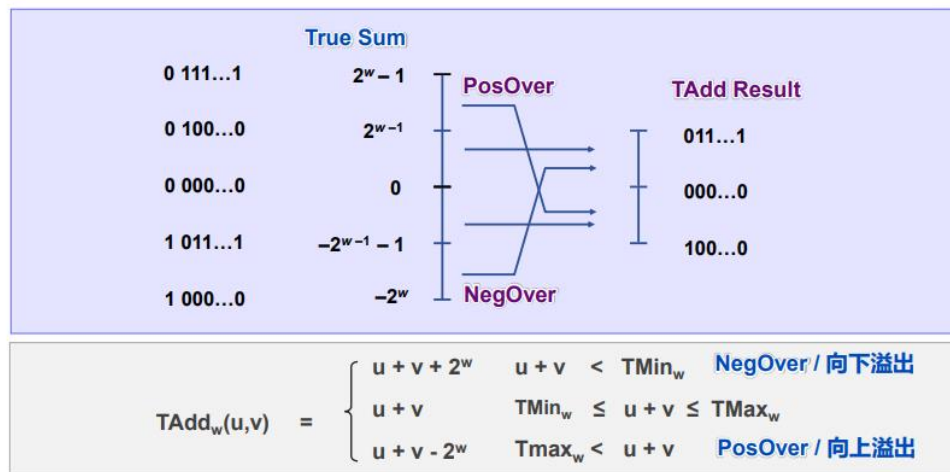
可是我们最终只想看符号位的值：假设加法实际没有溢出，但是除符号位外的位非全 0（比如 `0x01234567`），在C语言的 `if ()` 中，所有非零值对应逻辑值为 `true`，则该溢出判断成立——出bug了！

还记得一开始准备的 `MY_INT_MIN` 吗？它只有符号位为 1，其余位为 0："与"上 `MY_INT_MIN`，保留符号位的同时置其余位为 0，这时的结果是否非零完全取决于符号位，符合我们的预期。

```
if (result & MY_INT_MIN) ... // 符号位异号，发生溢出
```

见课件《2.1 整数》P.23

补码加法的溢出



思考：如何实现减法溢出检测呢？

a和b同号必不溢出 (why?)
同号
a和b异号 $\Rightarrow a - b = a + (-b)$
Step 1
Step 2
怎么修改呢？

作业二 · Q1.1. 匹配

汇编代码	对应函数 (填写函数名即可)	说明
<pre>foo2: pushl %ebp movl %esp, %ebp movl 8(%ebp), %eax testl %eax, %eax jge .L2 addl \$15, %eax .L2: sarl \$4, %eax movl %ebp, %esp popl %ebp ret</pre>	choice5	<pre>int choice5(int x) { return x / 16; }</pre> <p>通过 testl 指令设置 ZF 和 SF (并清空 CF, OF), 若 SF 为 0 (表示正数), 则直接跳转到 .L2 处执行 >> 4, 否则先 + 15 再继续 这等于向零舍入的带符号整数除法 (见课件《2.1整数》P.28)</p>
<pre>foo3: pushl %ebp movl %esp, %ebp movl 8(%ebp), %eax shrl \$31, %eax movl %ebp, %esp popl %ebp ret</pre>	choice1	<pre>int choice1(int x) { return (x < 0); }</pre> <p>关键的地方是逻辑右移指令 shrl, 在C语言中对于 $x \gg 4$, 若 x 是 int 则进行<u>算术右移</u> (见 课件《2.1整数》P.27), 若 x 是 unsigned 才进行逻辑右移: 这里的参数是 int x。因此最合适的是 choice1 返回符号位 (最高位) 的值 (0 或 1)。</p>

考察：见课件《2.1整数》P.25,27
(无/带符号整数与逻辑/算术右移)
shrl sarl

见课件《2.1整数》P.28

带符号整数除以2的k次幂

期望的结果是 $\lceil x / 2^k \rceil$ (需要向0舍入, 而不是向“下”舍入)

所以引入偏置量 $\lfloor (x+2^k-1) / 2^k \rfloor$
C语言: $(x + (1 << k) - 1) >> k$

情况一: 能够被2^k整除

被除数:	u	1	...	0	...	0	0		
	+2 ^k -1	0	...	0	0	1	...	1	1
除数:	/ 2 ^k	1	...	1	...	1	1		
	$\lceil u / 2^k \rceil$	0	...	0	1	0	...	0	0
		1	...	1	1	1	...	1	1

此时偏置量不起作用

小数点

作业二 · Q1.3. switch语句

```
switch_eg:
    movq    %rdx, %rcx
    cmpq    $3, %rdi
    je      .L8
    jg      .L3
    cmpq    $1, %rdi
    je      .L4
    cmpq    $2, %rdi
    jne     .L11
    movq    %rsi, %rax
    cqto
    idivq   %rcx
    addq    %rcx, %rax
    ret

.L3:
    movl    $1, %eax
    subq    $5, %rdi
    subq    %rdx, %rax
    cmpq    $2, %rdi
    movq    %rax, %rcx
    movl    $2, %eax
    cmovb   %rcx, %rax
    ret

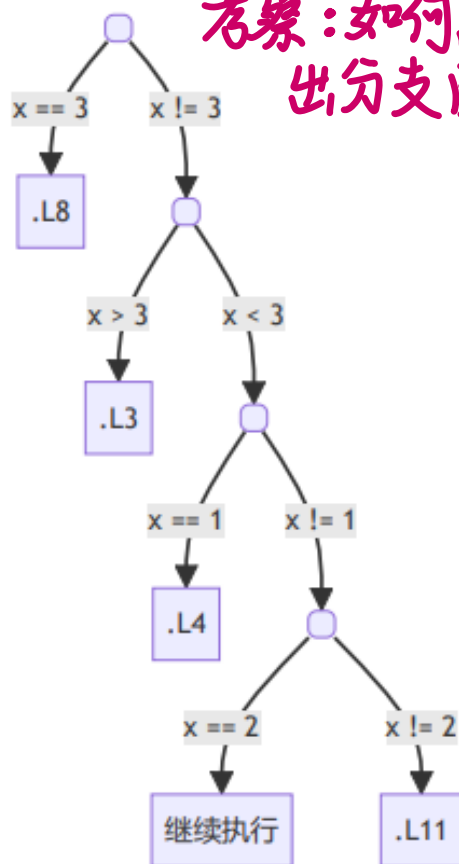
.L8:
    movl    $1, %eax
    addq    %rcx, %rax
    ret

.L4:
    movq    %rdx, %rax
    imulq   %rsi, %rax
    ret

.L11:
    movl    $2, %eax
    ret
```

```
long switch_eg(long x, long y, long z) {
    long w = 1;
    switch (x) {
        // TODO: 实现switch
    }
    return w;
}
```

考察：如何画出分支图



需要注意在 switch 之前已经执行了 `int w = 1;`。这时分情况讨论：

- `x == 3` : 跳转到 .L8
 - 先执行 `w = 1;` , 再执行 `w = w + z;` 后就返回了;
 - `w += z; break;`
- `x > 3` : 跳转到 .L3
 - 先执行 `x -= 5;` (实际没有修改 `x` 的值), 在赋值 `%rax` 前令 `%rcx = w - z`, `%rax = 2`; 执行 `cmpq $2, %rdi`, 来判断 `(x - 5) < 2` 是否为真 (看 `(x - 5) - 2` 是否需要借位, 若需要则置 `CF = 1`, 反之为 `0`) ; 若成立 (对应于 `CF = 1`) 则执行 `cmovb` 指令, 令 `%rax = %rcx`, 否则保持 `%rax` ;
 - 注意, 在判断时不会考虑是否为有符号数: `x = 4` 时, `x - 5 = 0xffffffff > 2`, `x > 6` 时, `x - 5 >= 2`, 它们对应的赋值为 `w = 2;` ; 注意只有 default 分支有立即数赋值, 因此对应于 default 分支; `x - 5 < 2`, 只有可能是 `x = 5` 和 `x = 6`, 对应的赋值为 `w = w - z;`, 执行完毕后返回;

尽量复用!

```
case 5:
case 6:
    w -= z;
    break;
// 其他情况与default一致
```

- `x == 1` : 跳转到 .L4
 - 先执行 `w = z`, 再执行 `w = w * y`, 之后返回;
 - `w = z * y; break;`
- `x == 2` : 继续执行
 - 先执行 `w = y`, 再执行 `w = w / z` (对应于 `cqto` 和 `idivq %rcx` 指令), 最后执行 `w = w + z` ;
 - `w = y / z; w += z; break;`
 - 考虑到 `w += z; break;` 其实对应于 `x == 3`, 可以按 Fall through 来写:

```
case 2:
    w = y / z;
case 3:
    w += z;
    break;
```

```
switch (x) {
    case 1:
        w = y * z; break;
    case 2:
        w = y / z;
    case 3:
        w += z; break;
    case 5:
    case 6:
        w -= z; break;
    default:
        w = 2; break;
}
```

作业二 · Q2.1. 整数&浮点数回顾

课件《2.1 整数》P.31 参考解答

Integer Puzzles

判断以下的推断或者等式是否成立 (不成立则给出示例)

- x, y 为32位带符号整数
- ux, uy 为与 x, y 具有相同二进制表示的32位无符号整数

• $x < 0$	否, T_{min} 会下溢出	$\Rightarrow ((x*2) < 0)$	• $x \geq 0$	是, $-T_{max}$ 是 $T_{min}-1$	$\Rightarrow -x \leq 0$
• ux		≥ 0 是	• $x \leq 0$	否, $-T_{min}$ 还是 T_{min}	$\Rightarrow -x \geq 0$
• $x \& 7 == 7$	是, 最低三位为1	$\Rightarrow ((x \ll 30) < 0)$	• $(x -x) \gg 31$		$== -1$ 否, $x=0$
• ux		> -1 否, 比较时-1为 U_{max}	• $ux \gg 3$	是	$== ux/8$
• $x > y$		$\Rightarrow -x < -y$ 否, $x=0, y=T_{min}$ 时	• $x \gg 3$		$== x/8$ 否, 不是向0舍入
• $x > 0 \&\& y > 0$		$\Rightarrow x + y > 0$	• $x \& (x-1)$		$!= 0$ 否, $x=0,1$
否, 上溢出, $x, y=T_{max}$					

以上仅从带符号整数、无符号数的定义出发, 不涉及C语言的编译器具
体实现, 有兴趣同学可以深入参考C语言的“Undefined Behavior”

作业二 · Q2.1. 整数&浮点数回顾

课件《2.2浮点数》P.30 参考解答

Floating Point Puzzles

》 以下判断是否成立，如不成立请给出反例

`int x = ...;`

`float f = ...;`

`double d = ...;`

假设d 与 f 都不是 NaN

验证浮点数a, b一致，即验证 $(a-b) < \text{EPS}$ 成立
EPS是浮点数的机器精度， $2^{(-p)}$ ，其中p是尾数宽度
如float, $p=24$, $\text{EPS}=2^{(-24)} \approx 10^{(-8)}$
(有兴趣者可以预习数值分析C01的内容)

frac域隐含了1., 只保留了小数, 所以尾数宽度为 $23+1=24$ 位

- `x == (int)(float) x` 否, 24位尾数, 精度丢失
- `x == (int)(double) x` 是, 53位尾数, 精度保证
- `f == (float)(double) f` 是, 不影响
- `d == (float) d` 否, 精度减小
- `f == -(-f);` 是, 仅改变符号位
- `2/3 == 2/3.0` 否, C/C++下左式为0
- `d < 0.0` \rightarrow `((d*2) < 0.0)` 是, 符号位不影响
- `d > f` \rightarrow `-f > -d` 是
- `d * d >= 0.0` 是
- `(d+f)-d == f` 否, (d+f)提升了f的精度, 结果不一定完全一致

作业三 · Q1.2. bfloat16

```
union {
    bfloat16 f;
    unsigned short s;
}
```

现在为 f 赋予 bfloat16 所能表示的最接近于 1 且大于 1 的数, 在 X86 (小端序) 机器上运行时, s 的十六进制值为多少?

再次强调!!

bfloat16 是由 Google 提出的一种半精度浮点数, exp 域为 8 位, frac 域为 7 位, sign 域为 1 位。除了位宽度差别外, bfloat16 的其它规格符合 IEEE 754 标准。

符合 IEEE 754 标准, 即 bfloat16 严格遵循 $(-1)^s \times M \times 2^E$ 的标准, 且有 $E = \text{exp} - \text{bias} \Rightarrow \text{exp} = E + \text{bias}$

接近于 1 且大于 1, 说明这个数:

考察: 规格化浮点数

- 是一个规格化浮点数 \Rightarrow 尾数省略前导 1、 $\text{bias} = 2^{E-1} - 1$
- 正数, 符号域 $s = 0$, 即 $s = 0b$
- **大于 1**, 说明 $M = 1.0000001$, 省略前导 1, 即 $\text{frac} = 0000001b$
- $E = 0$, 则 $\text{bias} = 2^{8-1} - 1 = 127$, 于是 $\text{exp} = 0b + 01111111b = 01111111b$

则二进制表示为 $0\ 01111111\ 0000001b = 0x3f81$

规格化浮点数 (Normalized)

满足条件

$\text{exp} \neq 000\dots 0$ 且 $\text{exp} \neq 111\dots 1$



真实的阶码值 E (即指数) 需要减去一个偏置量

$E = \text{Exp} - \text{Bias}$

• Exp: 指数域所表示的无符号数值

• Bias 的取值

单精度数: 127 (Exp: 1...254, E: -126...127)

$\text{Bias} = 2^{e-1} - 1$, e 表示 exp 域的位数

双精度数: 1023 (Exp: 1...2046, E: -1022...1023)



小数域的第一位隐含为 1

$M = 1.XXX\dots X_2$

• 因此, 第一位的 "1" 可以省去

• 当 frac 为 000...0, 值为最小, 即 $M = 1.0$

• 当 frac 为 111...1, 值为最大, 即 $M = 2.0 - \epsilon$

ϵ 的值?

思考:

不是严格 > 0
exp, frac 域非全 0

如果是最接近于 0 的非 0 数, s 可能的值为?

非规格化数 \Rightarrow 怎么表示?



hint: 正负 0

有几个这样的数?