

Discrete Mathematics for Computer Science Spring 2023

Final

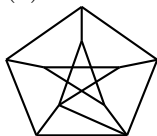
514B

June 8, 2023

Part I

选择题

- (5 points) 非连通图 G 有7个顶点, 最多有多少条边? A. 7 B. 15 C. 21
- (5 points) $2n$ 个顶点的树最多有多少个完全匹配? A. 0 B. 1 C. $n-1$ D. n
- (5 points) 有以下字符及其出现概率: 0: 30%, 1: 20%, 2: 15%, 3: 10%, 4: 10%, 5: 6%, 6: 5%, 7: 4%. 请问若使编码长度最小, 10000个字符的预期编码长度为多少? A. 20000 B. 20900 C. 27400 D. 29600
- (5 points) 下列说法正确的个数是:
 - 字符串aX, Xb, aZ, tZ, 能否找到某种方法, 使用6个字母排出这5个字符串首尾相接(不考虑顺序, 即aX与Xa均可)的拼接结果.
 - 一个有6个顶点, 12条边的平面图, 它的每个域的边界数均为3.
 - 下图有H回路.



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Part II

填空题

- 字符串ac, bd, abe, ad, ce, 找到它们与字母a~e的一一对应.
- 求下图所有的最小生成树. (图没记住)

- 有21个人, 围成一个圆圈坐, 每轮要求与之前所有轮的相邻者不同, 问最多可以进行多少轮.
- 有一系列无向图 G_n , 由 $n+1$ 个顶点组成, 结构为一个核心节点连接剩余 n 个节点, 剩余 n 个节点形成



一个环. 比如 G_4 : . 尝试求出 G_4 的树的数目以及 G_n 的树的数目的递推公式.

Part III

解答题

- 有某个无向图(图没记住), 求
 - 该图的中国邮路;
 - 该图是否可平面? 最小覆盖数是多少? 其色相多项式是多少?

- (1). 证明 $S_e C_e^T = 0$;

(2). 已知图 G 的关联矩阵 $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 画出图 G , 写出 C_f , 并计算 S_f .

- 证明五色定理.
- 证明 $\sum (d^+(v_i))^2 = \sum (d^-(v_i))^2$.