大学物理 B(1)

清华大学物理系

- 功是过程量：一般与路径有关，找不到一个标量性质的原函数
    - 依赖参考系
- 质点系动能定理： $\boldsymbol{W}_{外}+\boldsymbol{W}_{内}=\boldsymbol{E}_{KB}-\boldsymbol{E}_{KA}=\Delta\boldsymbol{E}_{K}$
    - 动能定理在惯性系成立（非惯性系引入惯性力的功）
- 一对力所做的功: 与参考系的选择无关
- 保守力：一对力的功与相对移动的路径无关

$$\boxed{\oint_L \vec{f}\cdot d\vec{r}=0}$$

任意闭合的相对运动路径的积分等于0

一对保守力做功：可以找到一个标量性质的、只与相对位置有关的原函数（势能函数）

- 保守力的功 = 势能减小
- 两位形间的势能差是一定的，与零点选择无关
- 势能属于系统，是状态量，不属于某个质点
- 势能、势能零点选择和参考系无关

一对保守力做功：可以找到一个标量性质的、只与相对位置有关的原函数（势能函数）

- 保守力的功 = 势能减小
- 两位形间的势能差是一定的，与零点选择无关
- 势能属于系统，是状态量，不属于某个质点
- 势能、势能零点选择和参考系无关

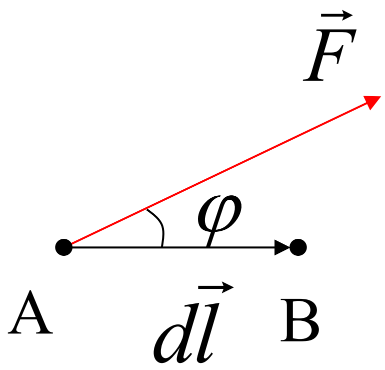
例如：万有引力 $\vec{f} = -G\dfrac{mM}{r^2}\hat{r}$

一对万有引力做功：
$$W_{A\to B} = \int_A^B \vec{f}\cdot d\vec{r} = -\frac{GMm}{r_A} - \left(-\frac{GMm}{r_B}\right)$$
$$= E_P(A) - E_P(B)$$

势能零点：两质点距离无穷远时的位型（不是某一个质点跑到无穷远），两体共有的势能为0

$$r_A \to \infty \qquad \boxed{E_P = -G\frac{mM}{r}}$$

§ 4.8 由势能求保守力



$$E_P(A)-E_P(B)=W_{A\to B}$$

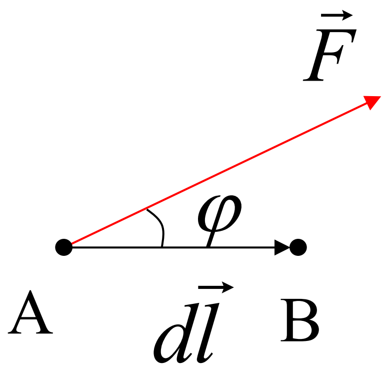
$$-dE_P=W_{A\to B}=\vec{F}\cdot d\vec{l}=F_l dl$$

$$\boxed{F_l=-\frac{dE_P}{dl}}$$

$$F_l=F\cos\varphi$$

在某点处，保守力沿空间某一方向的分量，等于势能沿该方向的方向导数的负值

§ 4.8 由势能求保守力



$$E_P(A) - E_P(B) = W_{A\to B}$$

$$-dE_P = W_{A\to B} = \vec{F}\cdot d\vec{l} = F_l dl$$

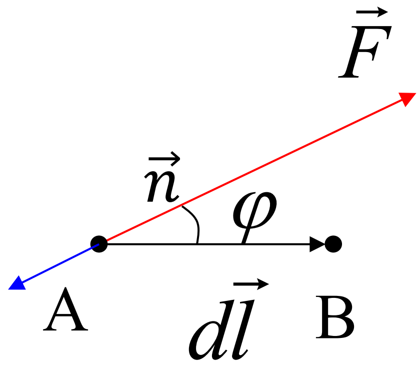
$$\boxed{F_l = -\frac{dE_P}{dl}}$$

$$F_l = F\cos\varphi$$

在某点处，保守力沿空间任一方向的分量，等于势能沿该方向的方向导数的负值

$$E_P = -G\frac{mM}{r} \quad \to \quad F_r = -\frac{dE_P}{dr} = -G\frac{mM}{r^2}$$

$$E_P = \frac{1}{2}kx^2 \quad \to \quad F_x = -\frac{dE_P}{dx} = -kx$$



E_P沿哪个方向的变化率最大?

$$\vec{F} = F_n\hat{n} = -\frac{dE_P}{dn}\hat{n}$$

定义梯度: $grad = \dfrac{d}{dn}\hat{n}$

$$\boxed{\vec{F} = -grad(E_P) = -\frac{dE_P}{dn}\hat{n}}$$

标量函数的梯度成为矢量:

方向:标量函数增长最快的方向($\hat{n}$)

大小:$|F| = \dfrac{dE_P}{dn}$ 变化最陡的方向导数(方向导数最大值)

***F* = 负的沿 $\hat{n}$ 方向 E_P 的变化率**

例 $$E_P = -G\frac{mM}{r} \quad \rightarrow \quad \vec{F} = -grad(E_P)$$

$$\vec{F} = -\frac{\partial E_P}{\partial r}\hat{r} = -G\frac{mM}{r^2}\hat{r}$$

变化最陡的方向导数

例 $E_P = -G\frac{mM}{r} \quad \rightarrow \quad \vec{F} = -grad(E_P)$

$$\vec{F} = -\frac{\partial E_P}{\partial r}\hat{r} = -G\frac{mM}{r^2}\hat{r}$$

变化最陡的方向导数

直角坐标系下梯度的算法：

x 分量 $F_x = -\frac{\partial E_P}{\partial x}$ 同理对 *y*, *z* 分量

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$$

$$= -\vec{i}\frac{\partial E_P}{\partial x} - \vec{j}\frac{\partial E_P}{\partial y} - \vec{k}\frac{\partial E_P}{\partial z}$$

$$\boxed{\nabla = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}}$$

哈密顿算符

$$\boxed{\vec{F} = -grad(E_P) = -\nabla E_P}$$

单选题 1分

设置

保守力指向势能增长最快的方向。

A 正确

B 不正确

提交

§ 4.9 机械能守恒定律

$$W_{外}+W_{内}=E_{KB}-E_{KA}$$ 内力分为两部分

$$W_{外}+W_{内非}+W_{内保}=E_{KB}-E_{KA}$$

$$W_{内保A\to B}=E_P(A)-E_P(B)$$

$$\underbrace{W_{外}+W_{内非}=(E_{KB}+E_{PB})-(E_{KA}+E_{PA})}_{功能原理}$$

机械能 E_K+E_P

质点系只有保守内力做功，机械能守恒。

孤立的保守系统（内力都是保守力的系统）的机械能守恒：动能、势能通过保守内力作功相互转化。

普遍的能量守恒定律

孤立系统内部不论经历何种变化，
系统内部各种能量总和保持不变。

热一律

机械能守恒定律是普遍的能量守恒定律在机械运动范围内的体现

单选题 1分

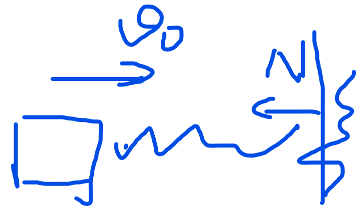
设置

系统在某个惯性系内机械能守恒，则在其他惯性系内机械能也守恒，对否？

A 对

B 不对

e.g



以地参 $\Rightarrow$ 守恒 $(W_N=0)$

和以 $\xleftarrow{v_0}$ 为参 $\Rightarrow$ 不守恒 $(W_N\neq 0)$

提交

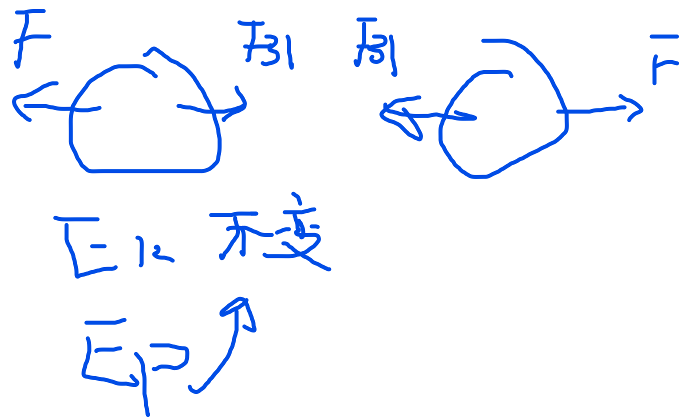
单选题 1分

设置

在惯性系中，保守系统所受的合外力为0，则它的机械能守恒。对否？

A 对

B 不对



提交

单选题 1分

设置

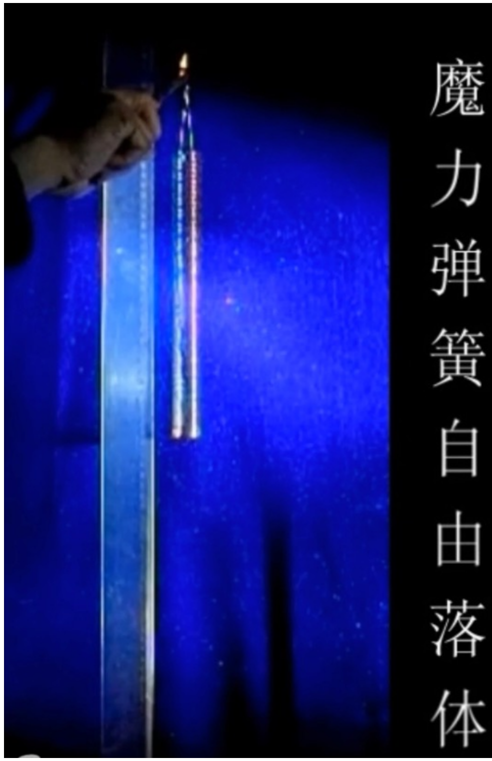
孤立的保守系统在一切惯性系内机械能守恒，对否？

A 一定对

B 不一定对

提交

重力场中的弹簧静长为L，劲度系数为k，质量为M。上端固定，下端自由伸长。上端拉力突然消失后，弹簧如何运动？



A 下端立即做加速度为g的自由落体运动

B 弹簧完全收缩前，下端静止不动

C 下端立即以小于g的加速度降落

D 可近似认为，弹簧下落的动能仅来源于重力势能

E 弹簧完全收缩需要的时间是$\sqrt{M/3k}$

提交

多选题 1分

设置

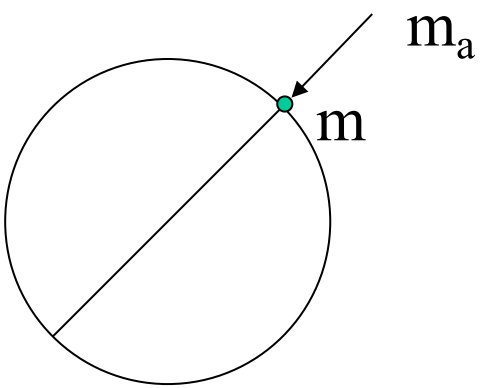
一颗质量为m的人造卫星在半径为r的圆形轨道上，以v的速度绕地球运动。意外受到飞向地球的小陨石撞击，陨石质量m_a，速度v_a，方向指向地心，撞上后整个嵌入到卫星里面。则，此后卫星（里面的陨石算在内）与碰撞前的卫星相比

A 角动量一定没有变化

B 动能一定变化

C 能量一定变化

D 轨道一定变化

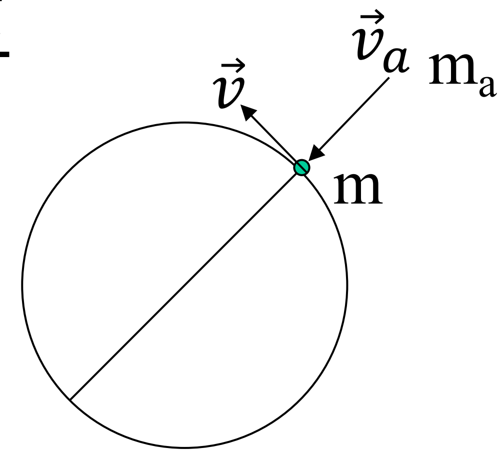


提交

系统动量$\vec{P}$守恒：$m\vec{v}+m_a\vec{v}_a$

碰撞后动能

$$E_K=\frac{\vec{P}^2}{2(m+m_a)}=\frac{m^2v^2+m_a^2v_a^2}{2(m+m_a)}$$



$$令\ k=\frac{\frac{1}{2}m_av_a^2}{\frac{1}{2}mv^2}$$

$$E_K=\frac{mv^2(m+km_a)}{2(m+m_a)}=E_{K0}\frac{m+km_a}{m+m_a}$$

碰撞后机械能

$$E_K+\left(-\mathrm{G}\frac{mM}{r}\right)+\left(-\mathrm{G}\frac{m_aM}{r}\right)$$

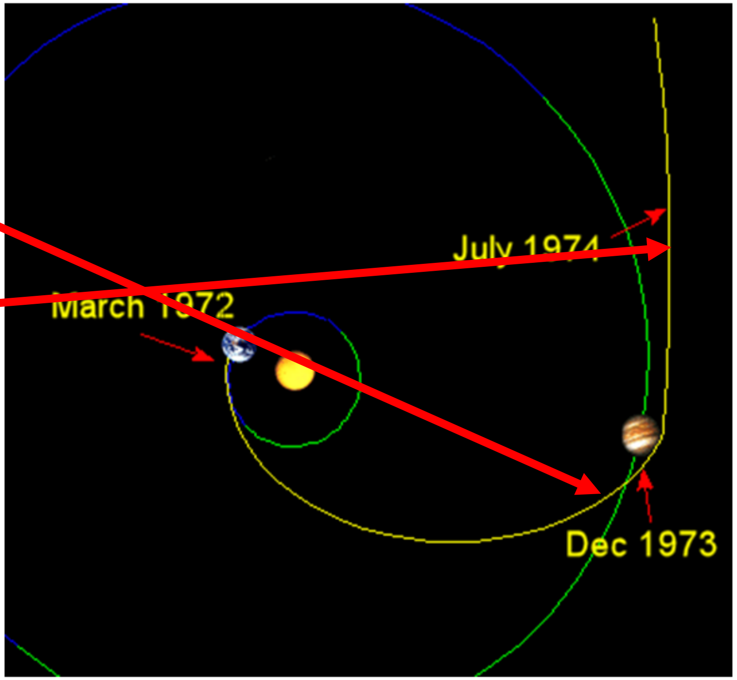
Slingshot

Pioneer10 接近时: v=9.8 km/s

Jupiter: V=13.5 km/s

离开时 v' =22.4 km/s

太阳系逃逸速度 18.5 km/s



假设探测器离开时基本沿木星运动方向，如图所示。接近时，速度与木星运动方向成多大角度？

作答

守恒定律的意义

- 自然界中有许多守恒定律
  - 能量守恒、动量守恒、角动量守恒、电荷守恒、粒子反应中的重子数守恒、轻子数守恒、……
  - 守恒定律优点：不究过程细节而能对系统的状态下结论
- 发现某种守恒现象 → 总结出守恒定律 → 在新事物中预言→ 设计实验检验
  - 若发现守恒定律失效 → 扩大守恒量的概念，使定律更普遍化
  - 仍然无法“补救” → 宣告该守恒定律不是普遍成立的
- 守恒定律的发现、推广和修正，在科学史上对人认识自然起过巨大的推动作用
- 守恒定律更深刻的根基：对称性

对称性

- 物理定律的对称性是指经过一定的操作后，物理定律的形式保持不变。
- 在空间某处做一个物理实验，然后在初始条件相同的情况下，
  - 将实验仪器平移到另一处，若实验结果不变 → 物理定律的空间平移对称性（空间均匀性）
  - 将实验仪器转一个角度，若实验结果不变 → 物理定律的空间转动对称性（空间各向同性）
  - 过一段时间再做一遍实验，若实验结果不变 → 物理定律的时间平移对称性（时间均匀性）
  - 在镜像世界中做一遍实验，若实验结果不变 → 物理定律具有空间反演对称性

对称性 与 守恒定律

- 德国数学家Noether指出：每一种连续对称性都有一个守恒量与之对应
  - 时间平移不变性 → 能量守恒
  - 空间平移不变性 → 动量守恒
  - 空间转动不变性 → 角动量守恒
  - 空间反射（反演）不变性 → 宇称守恒
- 上面这些属于场和粒子的时空性质的变换，称为时空对称性。另有独立于时空性质的变换，称为场和粒子的内部对称性，相应的守恒量称为内部对称性守恒量
  - 正反粒子（电荷）、同位旋、轻子数、重子数、奇异数……

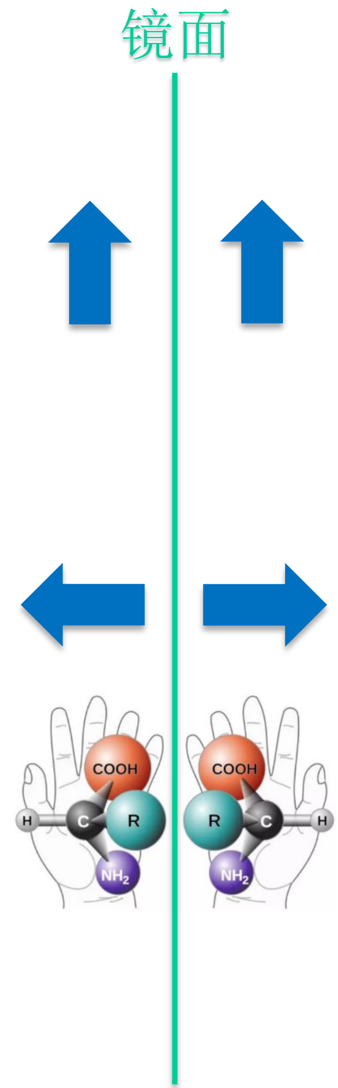
空间反演 与 宇称

- 空间反演（以二维平面为例）
  - 镜像与本身完全重合
  - 镜像与本身有左右之分
- 空间反演操作对应的守恒量：宇称
  - 描述物体的运动状态和它在镜子里的像的运动状态是否相同的一个物理量

$$P^2 = 1$$

$$P = \begin{cases} 1 & \text{偶宇称} \\ -1 & \text{奇宇称} \end{cases}$$

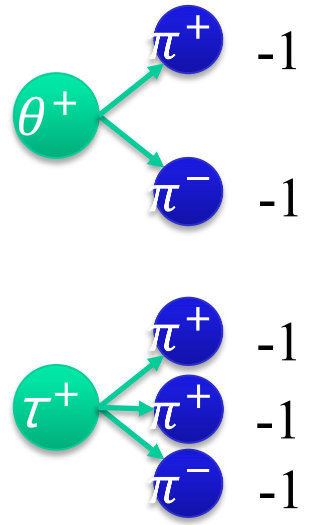
- 宇称具有可乘性而非可加性



偶宇称
$P = +1$
完全重合

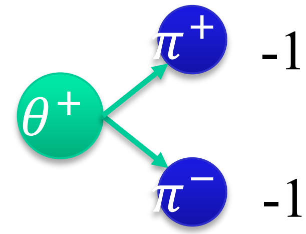
奇宇称
$P = -1$
反转重合

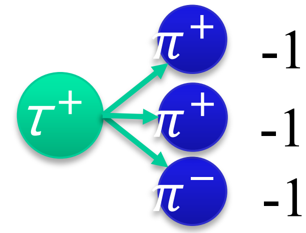
- **20世纪中期，粒子物理学中的*θ-τ*疑难：**
  1. ***θ*** 介子和***τ*** 介子像同一种粒子：实验测得的质量、寿命及其他性质都相同
  2. ***θ*** 介子和***τ*** 介子是两种不同的粒子：宇称不同



宇称不守恒的提出

- **20世纪中期，粒子物理学中的*θ-τ*疑难：**
  1. ***θ*** 介子和***τ*** 介子像同一种粒子：实验测得的质量、寿命及其他性质都相同
  2. ***θ*** 介子和***τ*** 介子是两种不同的粒子：宇称不同





- 弱相互作用中宇称不守恒？

  杨振宁和李政道提出宇称不守恒

  - 所有证实了宇称守恒的实验，都是在强相互作用和电磁相互作用中证实的
  - 弱相互作用中并没有实验验证宇称守恒

θ 介子和***τ*** 介子是同一种粒子？

"我不相信上帝是一个惯用左手的左撇子，我准备下极大的赌注，来赌实验将显示出对称的结果。"

泡利

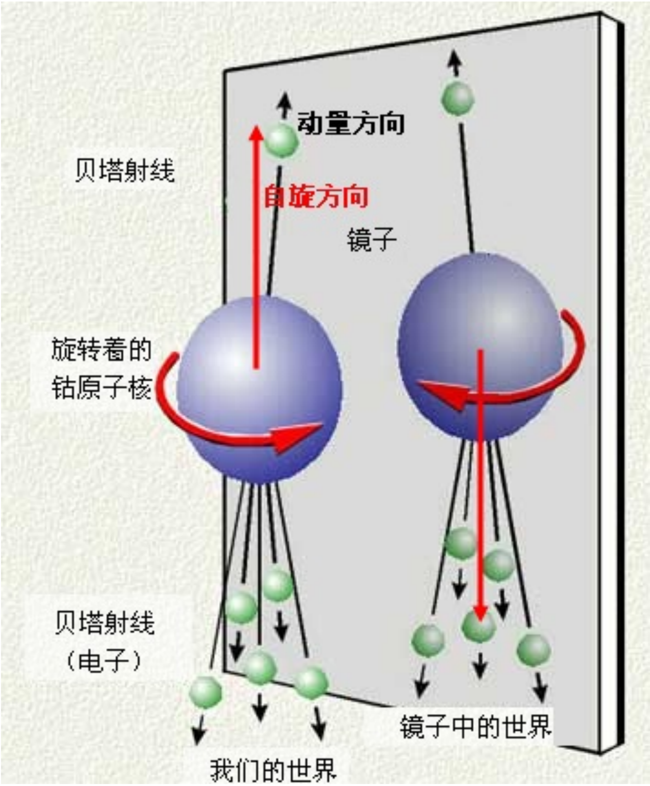

05:26
WIFI
21%
在镜子面前演示宇称不守恒
242人正在看
34.6万
+ 关注
活动:万物研究所
00:00
02:14
发个友善的弹幕见证当下
选集
倍速
高码率
1080P

实验验证：宇称不守恒

吴健雄等人设计实验：用钴的β衰变来检验弱相互作用中宇称是否守恒：

$$^{60}Co \rightarrow {}^{60}Ni + e^{-} + \bar{\nu}_e$$

1. 通过低温和强磁场是钴原子核极化
   - 自旋方向互为镜像
2. 实验测量β衰变
   1) 测量逆着自旋方向发射的电子数
   2) 测量顺着自旋方向发射的电子数
3. 实验结果分析
   - 若电子数相等→镜像对称→宇称守恒
   - 若电子数不等→弱相互作用中宇称不守恒→ θ，τ 是同种介子的两种衰变模式



测量电子数 测量电子数

李政道和杨振宁由此而获得1957年诺贝尔奖

李政道

杨振宁

珍藏视频·荣获诺贝尔奖时的杨振宁李政道风华正茂!
珍藏视频
杨振宁 李政道
+订阅
年轻时风华正茂

单选题 1分

设置

下述说法那个正确？

A 不受外力作用的系统，它的动量和机械能必然同时守恒

B 内力都是保守力的系统，当它所受合外力为零时，其机械能必然守恒

C 只有保守内力作用而不受外力作用的系统，它的动量和机械能必然守恒

D 上述说法都不对

提交

单选题 1分

设置

在一个惯性系中观察某个质点系的运动，该质点系动量守恒，且机械能也守恒，则在另一惯性系中，该质点系的运动

A 动量不守恒，机械能守恒

B 动量守恒，机械能不守恒

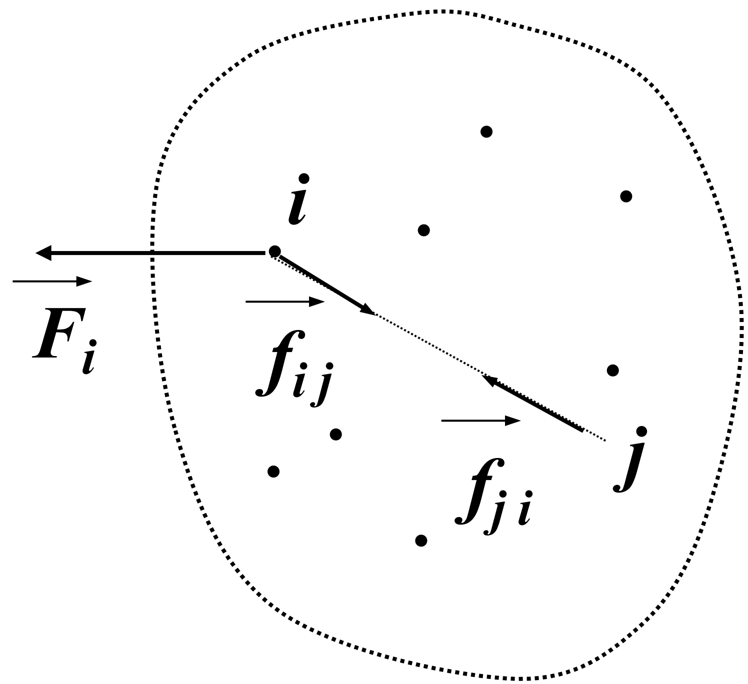
C 动量和机械能也都守恒

D 动量和机械能都不守恒

提交

$$\sum_i w_{外i} + \sum_i w_{内非i} = \Delta E = 0$$

$$\sum_i \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i + \sum_i \vec{f}_i \cdot d\vec{r}_i = 0$$



$$\vec{f}_1 \cdot d\vec{r}_1 + \vec{f}_2 \cdot d\vec{r}_2$$

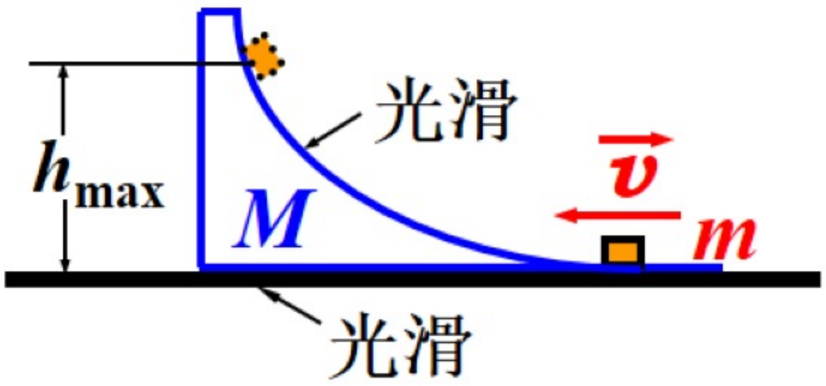
$$= \vec{f}_2 \cdot d(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

$$= \vec{f}_2 \cdot d\vec{r}_{21}$$ （与参考系无关）

$$\sum_i \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i = \sum_i \vec{F}_i \cdot (d\vec{r}_i' - d\vec{r}_0) = \sum_i \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i' - (\sum_i \vec{F}_i) \cdot d\vec{r}_0$$

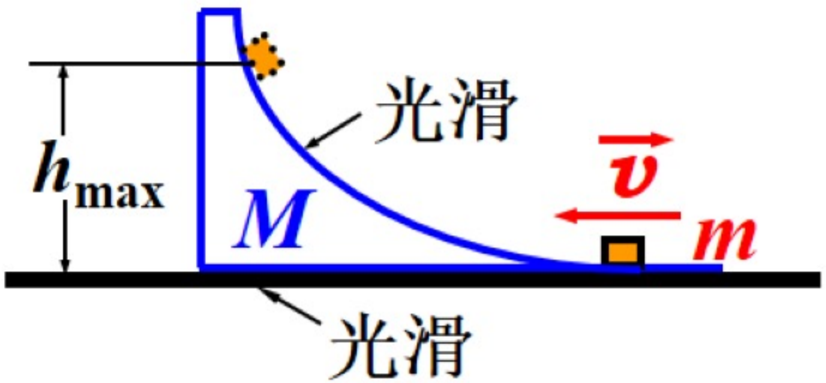
已知：m=0.2kg，M=2kg，v=4.9m/s

求：h_{max}=？



已知：m=0.2kg，M=2kg，
v=4.9m/s

求：h_{max}=?



解：m+M+地球：

$W_{外}=0$，$W_{内非}=0$，

故机械能守恒。

当$h=h_{max}$时，M与m有相同的水平速度$\vec{V}$。

取地面$E_p=0$，有：

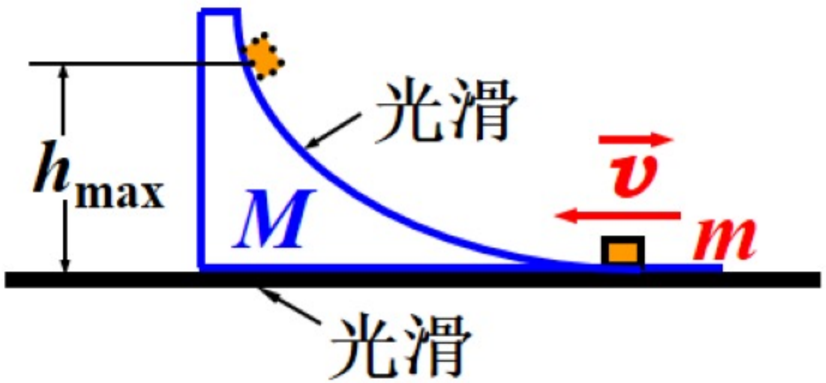
$$\frac{1}{2}mv^2+E_{pM}=\frac{1}{2}(m+M)V^2+E_{pM}+mgh_{max}$$

m+M：水平方向$F_{外}=0$，故水平方向动量守恒

$$mv=(m+M)V$$

联立上两式得：

$$h_{\max} = \frac{1}{1+\frac{m}{M}} \cdot \frac{v^2}{2g}$$



分析结果合理性：

- 单位对
- $\frac{m}{M} \to 0$，$h_{\max} = \frac{v^2}{2g}$

$$mgh_{\max} = \frac{1}{2}mv^2$$

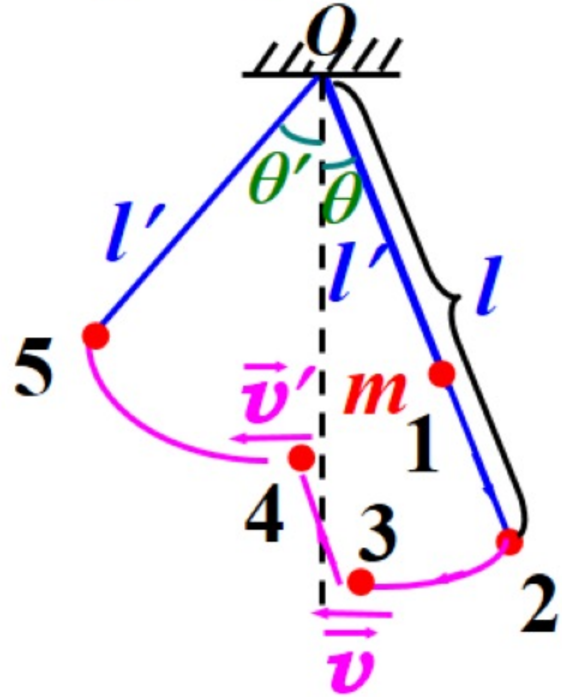
代入数据得：

$$h_{\max} = 1.11\ \mathrm{m}$$

思考：假如轨道是标准的圆弧，该过程中地面承受的压力如何变化？

分析荡秋千原理

分析荡秋千原理



- **1-2**：人迅速蹲下，
  使有效摆长$\overline{Om}$由l'变为l；

- **2-3**：对（人+地球）系统，
  只有重力作功，机械能守恒：$\frac{1}{2}mv^2 = mgl(1-\cos\theta)$

- **3-4**：人对O， $M_{外}=0$，角动量守恒：

$$mv'l' = mvl$$

- **4-5**：对（人+地球）系统，机械能守恒：

$$\frac{1}{2}mv'^2 = mgl'(1-\cos\theta')$$

联立上三式得：

$$\frac{1-\cos\theta'}{1-\cos\theta}=\frac{l^3}{l'^3}>1$$

$$\therefore \cos\theta'<\cos\theta$$

$$\theta'>\theta$$

思考： 人越摆越高，能量从哪儿来？

§4.10 质心系中的功能关系

一、柯尼希定理

$$\boxed{E_K = E'_K + E_{KC}}$$

证明：

S'（质心系）： $\sum m_i \vec{v}_i' = 0,\qquad \vec{v}_C' = 0$

$$E_K' = \sum \frac{1}{2} m_i {v_i'}^2 \qquad \text{（内动能）}$$

S（惯性系）：

$$E_K = \sum \frac{1}{2} m_i {v_i}^2 \qquad \text{（总动能）}$$

$$E_{KC} = \frac{1}{2}\left(\sum m_i\right) {v_C}^2 \qquad \text{（质心动能）}$$

$$\vec{v}_i = \vec{v}_i' + \vec{v}_C$$

$$E_K = \sum_i \frac{1}{2} m_i (\vec{v}_i' + \vec{v}_c) \cdot (\vec{v}_i' + \vec{v}_c)$$

$$= \sum_i \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i'^2 + \sum_i m_i \vec{v}_i' \cdot \vec{v}_c + \sum_i \frac{1}{2} m_i \vec{v}_c{}^2$$

$$= \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i'^2 + \frac{1}{2}\left(\sum_i m_i\right) v_c{}^2$$

$$= E_K' + E_{KC}$$

柯尼希定理

$$\boxed{E_K = E'_K + E_{KC}}$$

在惯性系中，质点系所受合外力为零，则

A 质心动能一定不变

B 质点系内动能一定不变

C 质心动能可能改变

D 质点系内动能可能改变

E 质点系动能可能改变

提交

单选题 1分

设置

质量为M的平板车静止在光滑的地面上，车上有N个人，每人的质量均为m，若每人消耗同样的体力（每人作功相同）沿水平方向向后跳，试问，怎样的跳法可使车得到最大的动能？

A 向不同方向随意跳

B 沿同一个方向一个个分别跳

C 沿同一个方向一起跳

D 只要沿同一个方向，车最终动能相同

提交

二、质心系中的功能关系

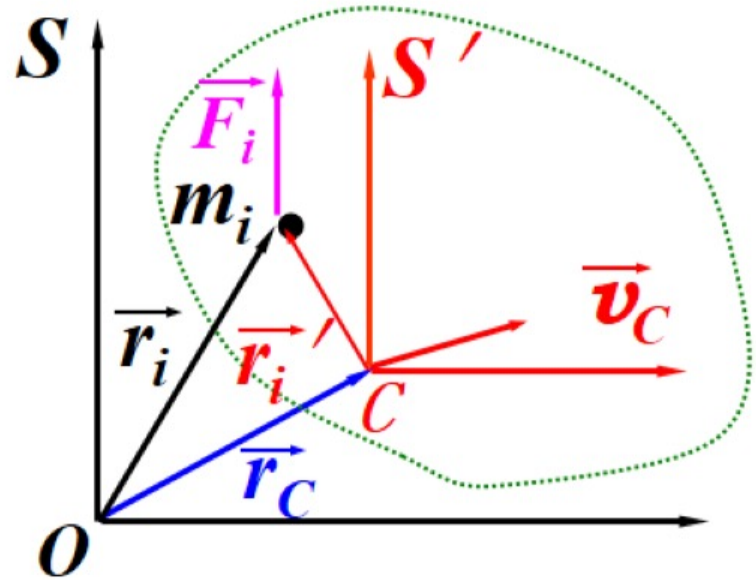
$$dW_{外} + dW_{非保内} = dE$$

$$dW_{外} = \sum \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i$$

$$= \sum \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i' + \sum \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_C$$

$$= dW'_{外} + \left(\sum \vec{F}_i\right) \cdot d\vec{r}_C$$

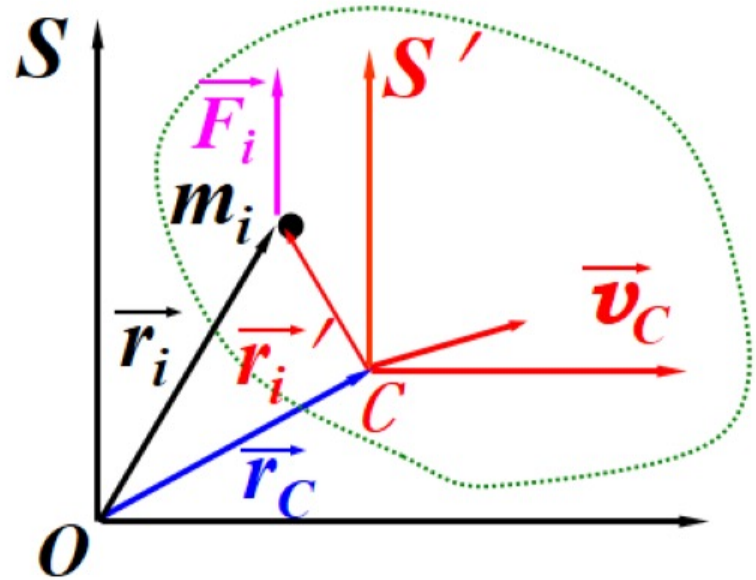
$$= dW'_{外} + dE_{KC}$$



$$dW_{外} = dW'_{外} + dE_{KC}$$

二、质心系中的功能关系

$$dW_{外} + dW_{非保内} = dE$$



$$dW_{外} = \sum \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i$$

$$= \sum \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i' + \sum \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_C$$

$$= dW_{外}' + \left(\sum \vec{F}_i\right) \cdot d\vec{r}_C$$

$$= dW_{外}' + dE_{KC}$$

$$dW_{外} = dW_{外}' + dE_{KC}$$

内力是一对力，与参考系无关：$dW_{非保内} = dW_{非保内}'$

柯尼希定理：$dE_K = dE_K' + dE_{KC}$

势能与参考系无关：$dE_P = dE_P'$

S（惯性系）中功能原理：

$$dW_{外} + dW_{非保内} = dE_K + dE_P = dE$$

$$dW'_{外} + dE_{KC} + dW'_{非保内} = dE'_K + dE_{KC} + dE'_P$$

S’（质心系）中功能原理：

$$dW'_{外} + dW'_{非保内} = dE'_K + dE'_P = dE'$$

$$W'_{外} + W'_{非保内} = \Delta E'$$

与惯性系中形式相同

质心系中的机械能守恒定律

若$W'_{外}=0$，且 $dW'_{非保内}=0$，则E'为常量

不管质心系是否为惯性系，功能原理和机械能守恒定律都与惯性系中形式相同。

单选题 1分

设置

质心系中的功能原理形式和惯性系中形式相同，说明质心系中惯性力对质点系作功为零，不需要考虑惯性力作功，对否？

A 正确

B 不正确

提交

质心系中惯性力做功

$$dW'_{外} + dW'_{非保内} + dW'_{惯} = dE'$$

设质心加速度为$\vec{a}_c$，则

$$dW'_{惯} = \sum_i -m_i\vec{a}_c \cdot d\vec{r}_i{}' = -\vec{a}_c \cdot d\sum_i m_i\vec{r}_i{}' = 0$$

$$dW'_{外} + dW'_{非保内} = dE'$$

三、质心系中的两质点系统的动能

S（惯性系）：

$$\vec{v}_C = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \qquad E_{KC} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_C^2$$

S'（质心系）：

$$\begin{aligned} E_K' &= E_K - E_{KC} \\ &= \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\left(\frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)^2 = \frac{1}{2}\mu\vec{v}_r^2 \end{aligned}$$

$$E'_K = \frac{1}{2}\mu v_r^2$$

折合质量 $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

若 $m_2 >> m_1$ 则 $\mu \approx m_1$， $E'_K = \dfrac{1}{2} m_1 v_r^2$

$$E'_K = \frac{1}{2}\mu v_r^2$$

折合质量 $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

较小的物体
的质量

若 $m_2 >> m_1$ **则** $\mu \approx m_1$, $E'_K = \frac{1}{2} m_1 v_r^2$

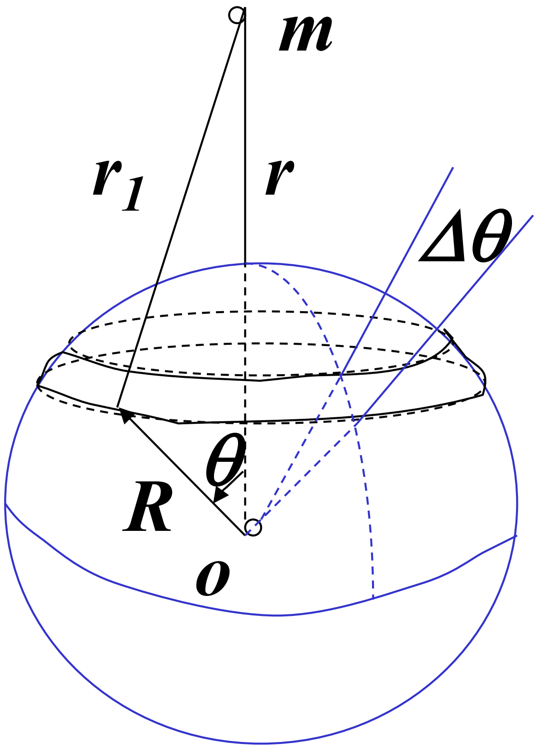
例如“地球-物体”系统

$M \gg m$ $\mu \approx m$ $E'_K = \frac{1}{2} m v_m^2$ 地心系中物体的动能

这就是讨论“物体-地球”系统的能量问题时，
不考虑地球动能的原因

自由落体时，“物体-地球”系统机械能守恒，为什么不考虑地球的动能，只考虑物体的动能$\frac{1}{2} m v_m^2$？

习题课：



1. 求均匀球壳对质点的引力势能、引力，

画出质点在壳内和壳外的势能曲线、
引力曲线

2. 求均匀球体对质点的引力势能、引力，

画出质点在球内和球外的势能曲线、
引力曲线