参考答案

1. （20分）设函数 。回答以下问题，并说明理由。

（I）函数在点 处是否连续？

（II）函数在点 处的两个一阶偏导数是否存在，若存在，求这两个偏导数。

（III）函数在点 处是否可微？可微时，求出它的微分。

解：（I）函数在点 处连续。

（II）两个偏导数存在，且 ，

（III）函数在点处不可微。理由如下：若可微，则

，其中， 即 ，

亦即 。显然该极限不存在。矛盾。

1. （20分）设函数为由方程确定的二阶可微函数，求。

解： 





1. （20分）在椭球曲面上寻找一点，位于第一卦限（即 ），使得该点处的切平面与三个坐标轴的交点到原点距离的平方和最小。

解：椭球面在点 处的切平面为

， 其中 为平面上的流动点。

该平面在三个坐标轴上的截距分别为  。考虑如下极值问题：



其中 。作Lagrange函数

。

解方程组 ，，，，不难得到在在第一卦限内有唯一解 。

这就是所要求的点。另外。解答完毕。

1. （20分）设函数在全平面上连续可微的，且满足两个条件（1）两个一阶偏导数处处相等，即， ；(2)，。

证明：对于，。

证明：对于，考虑函数。由于函数连续可微，因此函数也连续可微，且，即函数是常数，与无关。因此。此即。证毕

1. （20分）计算积分 , 其中 .

解：记，因为对于任意的，关于一致收敛，所以

。

而，所以。