

Mathematische Modellformulierung: Elektrifizierung der LKW-Flotte

ERWEITERUNG: CO₂-Emissionsobergrenze (Teilaufgabe 4)

Diese Dokumentation enthält das erweiterte Optimierungsmodell mit **CO₂-Emissionsobergrenze** (450 t/Jahr) und **Stromtyp-Differenzierung** (Öko- vs. Industriestrom).

Optimierungsproblem

Ziel: Minimierung der jährlichen Gesamtkosten für die Flottenplanung eines Logistikdepots unter Berücksichtigung von Diesel- und Elektro-LKW, Ladeinfrastruktur und Batteriespeicher – **bei Einhaltung einer CO₂-Obergrenze.**

Modelltyp: Gemischt-ganzzahliges lineares Programm (MILP)

Solver: Gurobi (via PuLP)

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|----|
| 1. Indexmengen | 1 |
| 2. Parameter | 1 |
| 2.1 Zeitparameter | 1 |
| 2.2 Fahrzeugparameter (pro Typ $f \in \mathcal{F}$) | 1 |
| 2.3 Routenparameter (pro Route $r \in \mathcal{R}$) | 2 |
| 2.4 Ladesäulenparameter (pro Typ $l \in \mathcal{L}$) | 2 |
| 2.5 Energiekosten und Netzparameter | 2 |
| 2.6 Speicherparameter | 3 |
| 2.7 Big-M Parameter | 3 |
| 2.8 CO ₂ -Emissionsparameter und Stromtypen (ERWEITERUNG) | 3 |
| 3. Entscheidungsvariablen | 3 |
| 3.1 Binärvariablen (0 oder 1) | 3 |
| 3.2 Kontinuierliche Variablen (≥ 0) | 4 |
| 3.3 Neue Binärvariablen (ERWEITERUNG) | 5 |
| 4. Zielfunktion | 5 |
| 4.1 Kostenkomponenten | 5 |
| 5. Nebenbedingungen | 7 |
| NB1: Tourenabdeckung | 7 |
| NB2: Typzuweisung (NB_Typzuweisung) | 7 |
| NB3: E-Fahrzeug-Identifikation (NB_IsElectric) | 7 |
| NB4: Fahrzeug-Aktivierung (NB_Aktivierung) | 8 |
| NB5: Zeitliche Überlappung (NB_EineRoute) | 8 |
| NB6: Maximale Ladesäulenanzahl | 8 |
| NB7: Netzleistungsbegrenzung | 8 |
| NB8: Spitzenlasterfassung | 8 |
| NB9: Energiebilanz am Netzanschlusspunkt | 9 |
| NB10: Speicher-SOC-Bilanz | 9 |
| NB11: Speicher-Leistungsbegrenzung | 9 |
| NB12: Speicher-Modus (Exklusives Laden/Entladen) | 9 |
| NB13: Speicher-SOC-Grenzen | 10 |
| NB14: Fahrzeug-SOC-Bilanz | 10 |
| NB15: Fahrzeug-SOC-Grenzen | 10 |

| | |
|---|----|
| NB16: Ladeleistung begrenzt durch Säule | 10 |
| NB17: Laden nur für E-Fahrzeuge..... | 11 |
| NB18: Gesamtladeleistung pro Fahrzeug..... | 11 |
| NB19: IsCharging-Verknüpfung (χ -Kopplung)..... | 11 |
| NB20: Ladepunkt-Kapazität | 11 |
| NB21: Ladesäulen-Gesamtleistung | 11 |
| NB22: On-Route-Verknüpfung | 12 |
| NB23: Nachts angesteckt bleiben (NB_STAY)..... | 12 |
| NB24: Ladeunterbrechungsverbot | 12 |
| NB25: Vollladen-Erkennung..... | 12 |
| NB26: Nach Vollladen nicht mehr laden..... | 13 |
| NB27: Kein Säulenwechsel während Laden..... | 13 |
| NB28: Zwangsfreigabe tagsüber bei Vollladung..... | 13 |
| NB29: Kein Laden während Fahrt..... | 13 |
| NB30: Ein Fahrzeug maximal an einer Säule | 13 |
| NB31: Diesel nicht angesteckt | 14 |
| NB32: Sofortiges Anstecken nachts wenn Laden nötig (NB_SOFRONT) | 14 |
| NB33: Stromtyp-Aufteilung und Exklusivität (ERWEITERUNG) | 14 |
| NB34: CO ₂ -Emissionsberechnung (ERWEITERUNG) | 15 |
| NB35: CO ₂ -Obergrenze (ERWEITERUNG) | 15 |
| 6. Modellgröße | 15 |
| 7. Notation Zusammenfassung | 16 |

1. Indexmengen

| Symbol | Beschreibung | Aussprache | Werte |
|-----------------------|---------------------------|-------------|---|
| \mathcal{V} | Menge der Fahrzeuge | „V“ | $\{v_1, v_2, \dots, v_{20}\}$ |
| \mathcal{F} | Menge der Fahrzeugtypen | „F“ | {ActrosL,eActros400,eActros600} |
| \mathcal{F}^D | Menge der Diesel-Typen | „F-Diesel“ | {ActrosL} |
| \mathcal{F}^E | Menge der Elektro-Typen | „F-Elektro“ | {eActros400,eActros600} |
| \mathcal{R} | Menge der Touren/Routen | „R“ | 20 Touren |
| \mathcal{L} | Menge der Ladesäulentypen | „L“ | {Alpitronic-50,Alpitronic-200,Alpitronic-400} |
| \mathcal{T} | Menge der Zeitschritte | „T“ | $\{1,2, \dots, 96\}$ (je 15 Minuten) |
| \mathcal{T}^{Nacht} | Nacht-Zeitschritte | „T-Nacht“ | $\{73, \dots, 96\} \cup \{1, \dots, 24\}$ (18:00–06:00) |
| \mathcal{T}^{Tag} | Tag-Zeitschritte | „T-Tag“ | $\{25, \dots, 72\}$ (06:00–18:00) |

2. Parameter

2.1 Zeitparameter

| Symbol | Beschreibung | Aussprache | Wert | Einheit |
|------------|-----------------------|------------|------|----------|
| Δt | Zeitschritt länge | „Delta t“ | 0,25 | h |
| D | Betriebstage pro Jahr | „D“ | 260 | Tag/Jahr |

2.2 Fahrzeugparameter (pro Typ $f \in \mathcal{F}$)

| Symbol | Beschreibung | Aussprache | ActrosL | eActros 400 | eActros 600 | Einheit |
|---------------|-------------------------------|-------------|---------|-------------|-------------|----------|
| c_f^{CAPEX} | Anschaffungskosten (annuiert) | „c-Capex-f“ | 24.000 | 50.000 | 60.000 | EUR/Jahr |
| c_f^{OPEX} | Betriebskosten (Wartung etc.) | „c-Opex-f“ | 6.000 | 5.000 | 6.000 | EUR/Jahr |
| c_f^{KZF} | KFZ-Steuer | „c-KFZ-f“ | 556 | 0 | 0 | EUR/Jahr |
| c_f^{THG} | THG-Quoten-Erlös | „c-THG-f“ | 0 | 1.000 | 1.000 | EUR/Jahr |

| Symbol | Beschreibung | Aussprache | ActrosL | eActros 400 | eActros 600 | Einheit |
|-----------------|---------------------------|-------------------|---------|----------------|----------------|----------------------------------|
| κ_f | Verbrauch | „Kappa-f“ | 26 | 105 | 110 | L/100km bzw. kWh/100 km |
| Q_f^{max} | Batteriekapazität | „Q-max-f“ | 0 | 414 | 621 | kWh |
| $P_f^{max,Fzg}$ | Max. Ladeleistung | „P-max- Fzg-f“ | 0 | 400 | 400 | kW |
| SOC_f^{min} | Min. Ladezustand (10%) | „SOC-min- f“ | 0 | 41,4 | 62,1 | kWh |

2.3 Routenparameter (pro Route $r \in \mathcal{R}$)

| Symbol | Beschreibung | Aussprache | Einheit |
|---------------|-------------------------|-------------|---------|
| d_r | Gesamtdistanz der Route | „d-r“ | km |
| d_r^{Maut} | Mautpflichtige Distanz | „d-Maut-r“ | km |
| t_r^{start} | Startzeitschritt | „t-start-r“ | – |
| t_r^{end} | Endzeitschritt | „t-end-r“ | – |

2.4 Ladesäulenparameter (pro Typ $l \in \mathcal{L}$)

| Symbol | Beschreibung | Aussprache | Alpi- 50 | Alpi- 200 | Alpi- 400 | Einheit |
|---------------|--------------------|-------------|-------------|--------------|--------------|----------|
| c_l^{CAPEX} | Anschaffungskosten | „c-Capex-l“ | 3.000 | 10.000 | 16.000 | EUR/Jahr |
| c_l^{OPEX} | Betriebskosten | „c-Opex-l“ | 1.000 | 1.500 | 2.000 | EUR/Jahr |
| P_l^{max} | Max. Ladeleistung | „P-max-l“ | 50 | 200 | 400 | kW |
| n_l^{Spots} | Anzahl Ladepunkte | „n-Spots-l“ | 2 | 2 | 2 | – |

2.5 Energiekosten und Netzparameter

| Symbol | Beschreibung | Aussprache | Wert | Einheit |
|------------------|---------------------------|--------------------------|------------|----------|
| p^{Arbeit} | Arbeitspreis Strom | „p-Arbeit“ | 0,25 | EUR/kWh |
| $p^{Leistung}$ | Leistungspreis Strom | „p-Leistung“ | 150 | EUR/kW |
| p^{Grund} | Grundgebühr Strom | „p-Grund“ | 1.000 | EUR/Jahr |
| p^{Diesel} | Dieselpreis | „p-Diesel“ | 1,60 | EUR/L |
| p^{Maut} | Mautgebühr (Diesel) | „p-Maut“ | 0,34 | EUR/km |
| $p^{Netz,Basis}$ | Basis-Netzanschluss | „P-Netz-Basis“ | 500 | kW |
| $p^{Netz,Erw}$ | Erweiterung Netzanschluss | „P-Netz- Erweiterung“ | 500 | kW |
| $c^{Netz,Erw}$ | Kosten Netzerweiterung | „c-Netz- Erweiterung“ | 10.00 0 | EUR/Jahr |
| L^{max} | Max. Anzahl Ladesäulen | „L-max“ | 3 | – |

2.6 Speicherparameter

| Symbol | Beschreibung | Aussprache | Wert | Einheit |
|-----------------|----------------------------|----------------|-----------|---------|
| $c^{Sp,P}$ | Speicher-CAPEX Leistung | „c-Speicher-P“ | 30 | EUR/kW |
| $c^{Sp,E}$ | Speicher-CAPEX Kapazität | „c-Speicher-E“ | 350 | EUR/kWh |
| α^{OPEX} | OPEX-Rate Speicher | „Alpha-OPEX“ | 0,02 | - |
| η | Round-Trip-Wirkungsgrad | „Eta“ | 0,98 | - |
| η^{ch} | Ladewirkungsgrad Fahrzeuge | „Eta-charge“ | 0,95 | - |
| DoD | Max. Entladetiefe | „DoD“ | 0,97 5 | - |

2.7 Big-M Parameter

| Symbol | Beschreibung | Aussprache | Wert | Einheit |
|-----------------------------|---------------------------------|--------------|------------|---------|
| M^{SOC} | Big-M für SOC-Constraints | „M-SOC“ | 621 | kWh |
| M^{Sp} | Big-M für Speicher | „M-Speicher“ | 10.00 0 | kW |
| M^{ch} | Big-M für Ladeleistung | „M-charge“ | 400 | kW |
| M^{Netz} (ERWEITERUNG) | Big-M für Netzanschlussleistung | „M-Netz“ | 1000 | kW |
| ε | Minimalladeleistung | „Epsilon“ | 0,1 | kW |

2.8 CO₂-Emissionsparameter und Stromtypen (ERWEITERUNG)

| Symbol | Beschreibung | Aussprache | Wert | Einheit |
|--------------------------|--|--------------------------------|-------------|---------|
| $p^{Strom,\text{Öko}}$ | Ökostrom-Arbeitspreis | „p-Strom-Öko“ | 0,35 | EUR/kWh |
| $p^{Strom,\text{Ind}}$ | Industriestrom-Arbeitspreis | „p-Strom-Industrie“ | 0,25 | EUR/kWh |
| $e^{CO_2,\text{Öko}}$ | CO ₂ -Emissionen Ökostrom | „e-CO ₂ -Öko“ | 0 | kg/kWh |
| $e^{CO_2,\text{Ind}}$ | CO ₂ -Emissionen Industriestrom | „e-CO ₂ -Industrie“ | 0,45 | kg/kWh |
| $e^{CO_2,\text{Diesel}}$ | CO ₂ -Emissionen Diesel | „e-CO ₂ -Diesel“ | 2,65 | kg/L |
| Cap^{CO_2} | CO ₂ -Obergrenze pro Jahr | „Cap-CO ₂ “ | 450. 000 | kg/Jahr |

Hinweis: Ökostrom wird bilanziell mit 0 kg CO₂/kWh angesetzt (zertifizierter Grünstrom).

3. Entscheidungsvariablen

3.1 Binärvariablen (0 oder 1)

| Symbol | Beschreibung | Aussprache | Index |
|---------|------------------------------|------------|---------------------|
| use_v | Fahrzeug v wird eingesetzt | „use-v“ | $v \in \mathcal{V}$ |

| Symbol | Beschreibung | Aussprache | Index |
|----------------|--|-------------|---|
| $\tau_{v,f}$ | Fahrzeug v ist vom Typ f | „Tau-v-f“ | $v \in \mathcal{V}, f \in \mathcal{F}$ |
| ϵ_v | Fahrzeug v ist ein E-LKW | „Epsilon-v“ | $v \in \mathcal{V}$ |
| $x_{v,r}$ | Fahrzeug v fährt Route r | „x-v-r“ | $v \in \mathcal{V}, r \in \mathcal{R}$ |
| y_l | Ladesäule l wird installiert | „y-l“ | $l \in \mathcal{L}$ |
| $w_{v,l,t}$ | Fahrzeug v belegt Ladepunkt an Säule l zum Zeitpunkt t | „w-v-l-t“ | $v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$ |
| $\omega_{v,t}$ | Fahrzeug v ist auf Route zum Zeitpunkt t | „Omega-v-t“ | $v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$ |
| $\chi_{v,t}$ | Fahrzeug v lädt aktiv zum Zeitpunkt t | „Chi-v-t“ | $v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$ |
| γ | Netzanschluss wird erweitert | „Gamma“ | - |
| σ_t | Speicher-Modus: 1=Laden, 0=Entladen | „Sigma-t“ | $t \in \mathcal{T}$ |
| $\delta_{v,r}$ | Fahrzeug v fährt Route r mit Diesel | „Delta-v-r“ | $v \in \mathcal{V}, r \in \mathcal{R}$ |
| $\phi_{v,r,f}$ | Fahrzeug v fährt Route r mit Typ f | „Phi-v-r-f“ | $v \in \mathcal{V}, r \in \mathcal{R}, f \in \mathcal{F}$ |
| $\mu_{v,t}$ | Fahrzeug v ist zum Zeitpunkt t vollgeladen | „Mü-v-t“ | $v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$ |
| $\nu_{v,t}$ | Fahrzeug v benötigt Laden (SOC < Schwellwert) | „Nü-v-t“ | $v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$ |

3.2 Kontinuierliche Variablen (≥ 0)

| Symbol | Beschreibung | Aussprache | Index | Einheit |
|------------------|--|-----------------------|---|---------|
| $SOC_{v,t}$ | Ladezustand Fahrzeug v zum Zeitpunkt t | „SOC-v-t“ | $v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$ | kWh |
| $p_{v,l,t}^{ch}$ | Ladeleistung Fahrzeug v an Säule l zum Zeitpunkt t | „p-charge-v-l-t“ | $v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$ | kW |
| p_t^{Netz} | Netzbezug zum Zeitpunkt t | „p-Netz-t“ | $t \in \mathcal{T}$ | kW |
| P_{Peak} | Maximale Bezugsleistung (Spitzenlast) | „P-Peak“ | - | kW |
| P^{Sp} | Installierte Speicherleistung | „P-Speicher“ | - | kW |
| E^{Sp} | Installierte Speicherkapazität | „E-Speicher“ | - | kWh |
| SOC_t^{Sp} | Ladezustand Speicher zum Zeitpunkt t | „SOC-Speicher-t“ | $t \in \mathcal{T}$ | kWh |
| $p_t^{Sp,ch}$ | Speicher-Ladeleistung zum Zeitpunkt t | „p-Speicher-charge-t“ | $t \in \mathcal{T}$ | kW |

| Symbol | Beschreibung | Aussprache | Index | Einheit |
|------------------|--|--------------------------|---------------------|---------|
| $p_t^{Sp,dis}$ | Speicher-Entladeleistung zum Zeitpunkt t | „p-Speicher-discharge-t“ | $t \in \mathcal{T}$ | kW |
| $p_t^{Netz,Öko}$ | Ökostrom-Bezug zum Zeitpunkt t (ERWEITERUNG) | „p-Netz-Öko-t“ | $t \in \mathcal{T}$ | kW |
| $p_t^{Netz,Ind}$ | Industriestrom-Bezug zum Zeitpunkt t (ERWEITERUNG) | „p-Netz-Ind-t“ | $t \in \mathcal{T}$ | kW |
| E_{Jahr}^{CO2} | Gesamte CO ₂ -Emissionen pro Jahr (ERWEITERUNG) | „E-CO2-Jahr“ | – | kg |

3.3 Neue Binärvariablen (ERWEITERUNG)

| Symbol | Beschreibung | Aussprache | Index |
|--------|---|------------|-------|
| ψ | Stromtyp-Wahl: 1=Ökostrom, 0=Industriestrom | „Psi“ | – |

4. Zielfunktion

$$\min C^{Gesamt} = C^{LKW} + C^{Lade} + C^{Strom} + C^{Netz} + C^{Speicher} + C^{Diesel} + C^{Maut} - C^{THG}$$

Aussprache: „Minimiere C-Gesamt gleich C-LKW plus C-Lade plus C-Strom plus C-Netz plus C-Speicher plus C-Diesel plus C-Maut minus C-THG“

Bedeutung: Die jährlichen Gesamtkosten setzen sich zusammen aus den Fahrzeugkosten, Ladeinfrastrukturkosten, Stromkosten, Netzkosten, Speicherkosten, Dieselkosten und Mautkosten, abzüglich der THG-Quoten-Erlöse.

4.1 Kostenkomponenten

LKW-Kosten

$$C^{LKW} = \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{f \in \mathcal{F}} (c_f^{CAPEX} + c_f^{OPEX} + c_f^{KFZ}) \cdot \tau_{v,f}$$

Aussprache: „C-LKW gleich Summe über alle Fahrzeuge v und alle Typen f von Klammer c-Capex-f plus c-Opex-f plus c-KFZ-f Klammer zu mal Tau-v-f“

Bedeutung: Summe der jährlichen Fahrzeugkosten (Anschaffung + Betrieb + Steuer) für alle eingesetzten Fahrzeuge.

THG-Quoten-Erlöse

$$C^{THG} = \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{f \in \mathcal{F}^E} c_f^{THG} \cdot \tau_{v,f}$$

Aussprache: „C-THG gleich Summe über alle Fahrzeuge v und alle E-Typen f von c-THG-f mal Tau-v-f“

Bedeutung: Jährliche Erlöse aus der THG-Quote für alle Elektro-LKW.

Ladeinfrastrukturkosten

$$C^{Lade} = \sum_{l \in \mathcal{L}} (c_l^{CAPEX} + c_l^{OPEX}) \cdot y_l$$

Aussprache: „C-Lade gleich Summe über alle Ladesäulen l von Klammer c-Capex-l plus c-Opx-l Klammer zu mal y-l“

Bedeutung: Jährliche Kosten für installierte Ladesäulen.

Stromkosten (ERWEITERUNG: Öko- vs. Industriestrom)

$$C^{Strom} = p^{Grund} + p^{Leistung} \cdot P^{Peak} + D \\ \cdot \left[p^{Strom,\text{Öko}} \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}} p_t^{\text{Netz,Öko}} \cdot \Delta t + p^{Strom,Ind} \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}} p_t^{\text{Netz,Ind}} \cdot \Delta t \right]$$

Aussprache: „C-Strom gleich p-Grund plus p-Leistung mal P-Peak plus D mal Klammer p-Strom-Öko mal Summe Ökostrom plus p-Strom-Industrie mal Summe Industriestrom Klammer zu“

Bedeutung: Stromkosten bestehend aus Grundgebühr, Leistungspreis und Arbeitspreis – wobei der Arbeitspreis nun nach Stromtyp differenziert wird (Ökostrom: 0,35 EUR/kWh, Industriestrom: 0,25 EUR/kWh).

Netzkosten

$$C^{Netz} = c^{Netz,Erw} \cdot \gamma$$

Aussprache: „C-Netz gleich c-Netz-Erweiterung mal Gamma“

Bedeutung: Kosten für die optionale Erweiterung des Netzanschlusses.

Speicherkosten

$$C^{Speiche} = (1 + \alpha^{OPEX}) \cdot (c^{Sp,P} \cdot P^{Sp} + c^{Sp,E} \cdot E^{Sp})$$

Aussprache: „C-Speicher gleich Klammer eins plus Alpha-OPEX Klammer zu mal Klammer c-Speicher-P mal P-Speicher plus c-Speicher-E mal E-Speicher Klammer zu“

Bedeutung: Jährliche Speicherkosten (CAPEX für Leistung und Kapazität, plus 2% OPEX).

Dieselkosten

$$C^{Diesel} = D \cdot p^{Diesel} \cdot \frac{\kappa_{ActrosL}}{100} \cdot \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{r \in \mathcal{R}} d_r \cdot \delta_{v,r}$$

Aussprache: „C-Diesel gleich D mal p-Diesel mal Kappa-ActrosL durch hundert mal Summe über v und r von d-r mal Delta-v-r“

Bedeutung: Jährliche Dieselkosten für alle Diesel-LKW basierend auf gefahrenen Kilometern.

Mautkosten

$$C^{Maut} = D \cdot p^{Maut} \cdot \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{r \in \mathcal{R}} d_r^{Maut} \cdot \delta_{v,r}$$

Aussprache: „C-Maut gleich D mal p-Maut mal Summe über v und r von d-Maut-r mal Delta-v-r“

Bedeutung: Jährliche Mautkosten für Diesel-LKW auf mautpflichtigen Strecken.

5. Nebenbedingungen

NB1: Tourenabdeckung

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} x_{v,r} = 1 \quad \forall r \in \mathcal{R}$$

Aussprache: „Summe über alle Fahrzeuge v von x-v-r gleich eins für alle Routen r“

Bedeutung: Jede Tour muss von genau einem Fahrzeug gefahren werden.

NB2: Typzuweisung (NB_Typzuweisung)

$$\sum_{f \in \mathcal{F}} \tau_{v,f} = use_v \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

Aussprache: „Summe über alle Typen f von Tau-v-f gleich use-v für alle Fahrzeuge v“

Bedeutung: Jedes aktive Fahrzeug hat genau einen Typ; inaktive Fahrzeuge haben keinen Typ.

NB3: E-Fahrzeug-Identifikation (NB_IsElectric)

$$\epsilon_v = \sum_{f \in \mathcal{F}^E} \tau_{v,f} \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

Aussprache: „Epsilon-v gleich Summe über alle E-Typen f von Tau-v-f für alle Fahrzeuge v“

Bedeutung: Ein Fahrzeug ist genau dann ein E-LKW, wenn es einem Elektro-Typ zugeordnet ist.

NB4: Fahrzeug-Aktivierung (NB_Aktivierung)

$$x_{v,r} \leq use_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, r \in \mathcal{R}$$

Aussprache: „ $x_{v,r}$ kleiner gleich use_v für alle Fahrzeuge v und alle Routen r “

Bedeutung: Ein Fahrzeug kann nur Routen fahren, wenn es aktiviert ist.

NB5: Zeitliche Überlappung (NB_EineRoute)

$$\sum_{r \in \mathcal{R}(t)} x_{v,r} \leq 1 \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

wobei $\mathcal{R}(t) = \{r \in \mathcal{R}: t_r^{start} \leq t < t_r^{end}\}$

Aussprache: „Summe über alle zum Zeitpunkt t aktiven Routen r von $x_{v,r}$ kleiner gleich eins für alle v und t “

Bedeutung: Ein Fahrzeug kann zu jedem Zeitpunkt höchstens eine Route fahren.

NB6: Maximale Ladesäulenanzahl

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} y_l \leq L^{max}$$

Aussprache: „Summe über alle Ladesäulen l von y_l kleiner gleich L^{max} “

Bedeutung: Es können maximal 3 Ladesäulen installiert werden.

NB7: Netzleistungsbegrenzung

$$p_t^{Netz} \leq P^{Netz,Basis} + P^{Netz,Erw} \cdot \gamma \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

Aussprache: „ p -Netz- t kleiner gleich P -Netz-Basis plus P -Netz-Erweiterung mal Gamma für alle t “

Bedeutung: Der Netzbezug ist durch den (ggf. erweiterten) Netzanschluss begrenzt.

NB8: Spitzenlastfassung

$$P^{Peak} \geq p_t^{Netz} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

Aussprache: „ P -Peak größer gleich p -Netz- t für alle t “

Bedeutung: Die Spitzenlast ist das Maximum aller Netzbezüge.

NB9: Energiebilanz am Netzanschlusspunkt

$$p_t^{Netz} + p_t^{Sp,dis} = \sum_{v \in V} \sum_{l \in L} p_{v,l,t}^{ch} + p_t^{Sp,ch} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

Aussprache: „p-Netz-t plus p-Speicher-discharge-t gleich Summe der Ladeleistungen plus p-Speicher-charge-t für alle t“

Bedeutung: Netzbezug plus Speicherentladung deckt Fahrzeugladung plus Speicherladung.

NB10: Speicher-SOC-Bilanz

$$SOC_t^{Sp} = SOC_{t-1}^{Sp} + (\eta \cdot p_t^{Sp,ch} - p_t^{Sp,dis}) \cdot \Delta t \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

Aussprache: „SOC-Speicher-t gleich SOC-Speicher-t-minus-eins plus Klammer Eta mal p-Speicher-charge-t minus p-Speicher-discharge-t Klammer zu mal Delta-t“

Bedeutung: Der Speicher-SOC ergibt sich aus dem vorherigen SOC plus Ladung (mit Wirkungsgrad) minus Entladung.

NB11: Speicher-Leistungsbegrenzung

$$p_t^{Sp,ch} \leq P^{Sp} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

$$p_t^{Sp,dis} \leq P^{Sp} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Lade- und Entladeleistung sind durch die installierte Speicherleistung begrenzt.

NB12: Speicher-Modus (Exklusives Laden/Entladen)

$$p_t^{Sp,ch} \leq M^{Sp} \cdot \sigma_t \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

$$p_t^{Sp,dis} \leq M^{Sp} \cdot (1 - \sigma_t) \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Der Speicher kann zu jedem Zeitpunkt entweder laden ODER entladen, aber nicht beides gleichzeitig.

NB13: Speicher-SOC-Grenzen

$$(1 - DoD) \cdot E^{Sp} \leq SOC_t^{Sp} \leq E^{Sp} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Der Speicher-SOC muss zwischen Minimum (basierend auf Entladetiefe) und Maximum (Kapazität) liegen.

NB14: Fahrzeug-SOC-Bilanz

$$SOC_{v,t} = SOC_{v,t-1} + \eta^{ch} \cdot \sum_{l \in \mathcal{L}} p_{v,l,t}^{ch} \cdot \Delta t - \sum_{r \in \mathcal{R}(t)} \sum_{f \in \mathcal{F}^E} \phi_{v,r,f} \cdot \kappa_{r,f}^{step}$$

wobei $\kappa_{r,f}^{step} = \frac{\kappa_f}{100} \cdot \frac{d_r}{t_r^{end} - t_r^{start}}$ der Verbrauch pro Zeitschritt ist.

Aussprache: „SOC-v-t gleich SOC-v-t-minus-eins plus Eta-charge mal Laden minus Verbrauch“

Bedeutung: Der Ladezustand eines Fahrzeugs ergibt sich aus dem vorherigen SOC plus Ladung (mit Wirkungsgrad $\eta^{ch} = 0,95$, d.h. 5% Ladeverluste) minus Energieverbrauch während der Fahrt.

NB15: Fahrzeug-SOC-Grenzen

$$SOC_{v,t} \leq \sum_{f \in \mathcal{F}^E} Q_f^{max} \cdot \tau_{v,f} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

$$SOC_{v,t} \geq \sum_{f \in \mathcal{F}^E} SOC_f^{min} \cdot \tau_{v,f} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

$$SOC_{v,t} \leq M^{SOC} \cdot \epsilon_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Der SOC muss im zulässigen Bereich des zugewiesenen Fahrzeugtyps liegen (10%-100%); Diesel-Fahrzeuge haben SOC = 0.

NB16: Ladeleistung begrenzt durch Säule

$$p_{v,l,t}^{ch} \leq P_l^{max} \cdot w_{v,l,t} \quad \forall v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Die Ladeleistung ist durch die Säulenleistung begrenzt und nur möglich wenn der Ladepunkt belegt ist.

NB17: Laden nur für E-Fahrzeuge

$$p_{v,l,t}^{ch} \leq M^{ch} \cdot \epsilon_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Nur E-LKW können laden.

NB18: Gesamtladeleistung pro Fahrzeug

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} p_{v,l,t}^{ch} \leq \sum_{f \in \mathcal{F}^E} P_f^{max,FZg} \cdot \tau_{v,f} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Die Gesamtladeleistung eines Fahrzeugs ist durch dessen maximale Ladeleistung begrenzt.

NB19: IsCharging-Verknüpfung (χ -Kopplung)

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} p_{v,l,t}^{ch} \leq M^{ch} \cdot \chi_{v,t} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} p_{v,l,t}^{ch} \geq \varepsilon \cdot \chi_{v,t} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung:

- Wenn $\chi_{v,t} = 1$, dann muss mindestens ε kW geladen werden
 - Wenn $\chi_{v,t} = 0$, dann darf nicht geladen werden
 - Koppelt die Binärvariable χ exakt mit der tatsächlichen Ladeleistung
-

NB20: Ladepunkt-Kapazität

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} w_{v,l,t} \leq n_l^{Spots} \cdot y_l \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

Aussprache: „Summe der Fahrzeuge an Säule l zum Zeitpunkt t kleiner gleich Anzahl Spots mal y_l “

Bedeutung: An jeder Ladesäule können maximal so viele Fahrzeuge gleichzeitig angeschlossen sein wie Ladepunkte vorhanden sind (nur wenn Säule installiert).

NB21: Ladesäulen-Gesamtleistung

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} p_{v,l,t}^{ch} \leq P_l^{max} \cdot y_l \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Die Gesamtladeleistung an einer Säule ist durch deren maximale Leistung begrenzt.

NB22: On-Route-Verknüpfung

$$\omega_{v,t} \geq x_{v,r} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in [t_r^{start}, t_r^{end}), r \in \mathcal{R}$$

$$\omega_{v,t} \leq \sum_{r \in \mathcal{R}(t)} x_{v,r} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: $\omega_{v,t} = 1$ genau dann, wenn Fahrzeug v zum Zeitpunkt t eine Route fährt.

NB23: Nachts angesteckt bleiben (NB_STAY)

$$w_{v,l,t} - w_{v,l,t+1} \leq \omega_{v,t+1} \quad \forall v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}^{Nac}$$

Aussprache: „w-v-l-t minus w-v-l-t-plus-eins kleiner gleich Omega-v-t-plus-eins für alle v, l und Nacht-Zeitschritte t“

Bedeutung: Nachts (18:00-06:00) darf ein Fahrzeug einen Ladepunkt NUR verlassen, wenn es im nächsten Zeitschritt auf Route geht ($\omega_{v,t+1} = 1$). „Wer nachts ansteckt, bleibt bis zur Abfahrt.“

NB24: Ladeunterbrechungsverbot

$$\chi_{v,t} - \chi_{v,t+1} \leq \omega_{v,t+1} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Aussprache: „Chi-v-t minus Chi-v-t-plus-eins kleiner gleich Omega-v-t-plus-eins“

Bedeutung: Ein laufender Ladevorgang darf nicht unterbrochen werden, außer das Fahrzeug fährt auf Route. Verhindert ineffiziente Lade-Pause-Lade-Muster.

NB25: Vollladen-Erkennung

$$SOC_{v,t} \geq Q_f^{max} \cdot \mu_{v,t} - M^{SOC} \cdot (1 - \tau_{v,f}) \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}, f \in \mathcal{F}^E$$

$$\mu_{v,t} \leq \epsilon_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: $\mu_{v,t} = 1$ wenn die Batterie voll ist ($SOC = Q^{max}$). Nur E-LKW können vollgeladen sein.

NB26: Nach Volladen nicht mehr laden

$$\chi_{v,t+1} \leq (1 - \mu_{v,t}) + \omega_{v,t+1} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Aussprache: „Chi-v-t-plus-eins kleiner gleich eins minus Mü-v-t plus Omega-v-t-plus-eins“

Bedeutung: Wenn die Batterie zum Zeitpunkt t voll ist ($\mu_{v,t} = 1$) UND das Fahrzeug nicht auf Route geht ($\omega_{v,t+1} = 0$), dann darf nicht mehr geladen werden ($\chi_{v,t+1} = 0$).

NB27: Kein Säulenwechsel während Laden

$$w_{v,l,t} - w_{v,l,t+1} \leq \omega_{v,t+1} + (1 - \chi_{v,t}) \quad \forall v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Ein Fahrzeug darf den Ladepunkt nur verlassen, wenn es auf Route geht ($\omega_{v,t+1} = 1$) ODER nicht aktiv lädt ($\chi_{v,t} = 0$). Verhindert Säulenwechsel während des aktiven Ladens.

NB28: Zwangsfreigabe tagsüber bei Volladung

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} w_{v,l,t+1} \leq (1 - \mu_{v,t}) + \omega_{v,t+1} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}^{Tag}$$

Bedeutung: Tagsüber (06:00-18:00): Wenn ein LKW vollgeladen ist ($\mu_{v,t} = 1$) und keine Route fährt ($\omega_{v,t+1} = 0$), muss er den Ladepunkt freigeben. Verhindert Blockierung von Ladepunkten durch vollgeladene Fahrzeuge.

Hinweis: Nachts (18:00-06:00) gilt diese Regel NICHT - vollgeladene LKW bleiben am Ladepunkt angesteckt, siehe NB23.

NB29: Kein Laden während Fahrt

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} w_{v,l,t} \leq 1 - \omega_{v,t} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Ein Fahrzeug kann nicht an einem Ladepunkt angesteckt sein, wenn es auf Route ist.

NB30: Ein Fahrzeug maximal an einer Säule

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} w_{v,l,t} \leq 1 \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Ein Fahrzeug kann nicht gleichzeitig an mehreren Ladesäulen angesteckt sein.

NB31: Diesel nicht angesteckt

$$w_{v,l,t} \leq \epsilon_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Diesel-Fahrzeuge dürfen nicht an Ladepunkten angesteckt sein.

NB32: Sofortiges Anstecken nachts wenn Laden nötig (NB_SOFORT)

Hilfsvariable: $v_{v,t}$ (needs*charge) = 1 wenn $SOC * v, t <$ maximaler Routenverbrauch

$$SOC_{v,t} \geq \kappa_f^{max} \cdot \tau_{v,f} - M^{SOC} \cdot v_{v,t} - M^{SOC} \cdot (1 - \tau_{v,f}) \quad \forall v, t, f \in \mathcal{F}^E$$

$$v_{v,t} \leq \epsilon_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Hauptconstraint:

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} w_{v,l,t+1} \geq \omega_{v,t} - \omega_{v,t+1} + v_{v,t+1} - 1 \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}^{Nacht}$$

Bedeutung: Wenn ein E-LKW nachts (18:00-06:00) von einer Route zurückkehrt ($\omega_{v,t} = 1, \omega_{v,t+1} = 0$) UND geladen werden muss ($v_{v,t+1} = 1$), dann muss er sofort an einen Ladepunkt angeschlossen werden.

Hinweis: Wenn der SOC ausreicht für die längste Route, darf der LKW ohne Ladepunkt zwischengeparkt werden.

NB33: Stromtyp-Aufteilung und Exklusivität (ERWEITERUNG)

NB33a: Aufteilung

$$p_t^{Netz,\text{Öko}} + p_t^{Netz,Ind} = p_t^{Netz} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

NB33b: Exklusivität Ökostrom

$$p_t^{Netz,\text{Öko}} \leq M^{Netz} \cdot \psi \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

NB33c: Exklusivität Industriestrom

$$p_t^{Netz,Ind} \leq M^{Netz} \cdot (1 - \psi) \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

wobei $M^{Netz} = P^{Netz,Basis} + P^{Netz,Erw} = 1000 \text{ kW}$

Bedeutung: Das Unternehmen muss sich für **einen** Stromtyp entscheiden: - $\psi = 1 \rightarrow \text{NUR Ökostrom}$ (0,35 EUR/kWh, 0 kg CO₂/kWh) - $\psi = 0 \rightarrow \text{NUR Industriestrom}$ (0,25 EUR/kWh, 0,45 kg CO₂/kWh)

Ein Mischen beider Stromtypen ist nicht möglich.

NB34: CO₂-Emissionsberechnung (ERWEITERUNG)

$$E_{Jahr}^{CO_2} = D \cdot \left[e^{CO_2, Diesel} \cdot \frac{\kappa_{ActrosL}}{100} \cdot \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} d_r \cdot \delta_{v,r} + e^{CO_2, Ind} \cdot \sum_{t \in T} p_t^{Netz, Ind} \cdot \Delta t \right]$$

Aussprache: „E-CO2-Jahr gleich D mal Klammer e-CO2-Diesel mal Diesel-Verbrauch plus e-CO2-Industrie mal Industriestrom-Verbrauch Klammer zu“

Bedeutung: Die jährlichen CO₂-Gesamtemissionen setzen sich zusammen aus: - **Diesel-Emissionen:** 2,65 kg CO₂/L × Verbrauch [L] × 260 Tage - **Industriestrom-Emissionen:** 0,45 kg CO₂/kWh × Verbrauch [kWh] × 260 Tage - **Ökostrom-Emissionen:** 0 kg CO₂/kWh (bilanziell null)

NB35: CO₂-Obergrenze (ERWEITERUNG)

$$E_{Jahr}^{CO_2} \leq Cap^{CO_2}$$

Aussprache: „E-CO2-Jahr kleiner gleich Cap-CO2“

Bedeutung: Die jährlichen CO₂-Gesamtemissionen dürfen die Obergrenze von 450 Tonnen (= 450.000 kg) nicht überschreiten. Dies ist eine **harte Nebenbedingung**, die bei der Kostenoptimierung eingehalten werden muss.

Auswirkung: Bei knappem CO₂-Budget kann das Modell gezwungen sein: - Mehr Ökostrom zu beziehen (teurer: 0,35 EUR/kWh, aber CO₂-frei) - Mehr Elektro-LKW einzusetzen (keine Diesel-Emissionen) - Diesel-LKW zu reduzieren (erzeugen 2,65 kg CO₂/L)

6. Modellgröße

| Komponente | Basismodell | Mit Erweiterung |
|---------------------------|-------------------|-------------------|
| Binärvariablen | ca. 19.000 | ca. 19.000 |
| Kontinuierliche Variablen | ca. 5.000 | ca. 5.200 |
| Variablen gesamt | ca. 24.000 | ca. 24.200 |
| Nebenbedingungen | ca. 75.000 | ca. 75.100 |

Neue Variablen (Erweiterung): - use_eco (ψ): 1 Binärvariable (Stromtyp-Wahl) - p_grid_eco[t]: 96 Variablen (Ökostrom pro Zeitschritt) - p_grid_industrial[t]: 96 Variablen (Industriestrom pro Zeitschritt) - total_co2_year: 1 Variable (Gesamtemissionen)

Neue Nebenbedingungen (Erweiterung): - NB33a: 96 Constraints (Stromtyp-Aufteilung) - NB33b: 96 Constraints (Exklusivität Ökostrom) - NB33c: 96 Constraints (Exklusivität

Industriestrom) - NB34: 1 Constraint (CO₂-Berechnung) - NB35: 1 Constraint (CO₂-Obergrenze)

7. Notation Zusammenfassung

| Griechisch | Name | Verwendung |
|---------------|-----------------|------------------------|
| τ | Tau | Typzuordnung |
| ϵ | Epsilon | E-LKW-Indikator |
| ω | Omega | On-Route-Indikator |
| χ | Chi | Is-Charging-Indikator |
| γ | Gamma | Netzerweiterung |
| σ | Sigma | Speicher-Modus |
| δ | Delta | Diesel-Route |
| ϕ | Phi | Typ-Route |
| μ | Mü | Volllade-Indikator |
| ν | Nü | Needs-Charge-Indikator |
| η | Eta | Wirkungsgrad |
| κ | Kappa | Verbrauch |
| α | Alpha | OPEX-Rate |
| ε | Epsilon (klein) | Minimalladefähigkeit |

*Dokumentation erstellt für DHBW Fallstudie SCM – Elektrifizierung der Logistik Erweiterung:
CO₂-Emissionsobergrenze (Teilaufgabe 4) Stand: 04.02.2026*