

Mathematische Modellformulierung: Elektrifizierung der LKW-Flotte

ERWEITERUNG: CO₂-Emissionsobergrenze (Teilaufgabe 4)

Diese Dokumentation enthält das erweiterte Optimierungsmodell mit **CO₂-Emissionsobergrenze** (450 t/Jahr) und **Stromtyp-Differenzierung** (Öko- vs. Industriestrom).

Optimierungsproblem

Ziel: Minimierung der jährlichen Gesamtkosten für die Flottenplanung eines Logistikdepots unter Berücksichtigung von Diesel- und Elektro-LKW, Ladeinfrastruktur und Batteriespeicher – **bei Einhaltung einer CO₂-Obergrenze**.

Modelltyp: Gemischt-ganzzahliges lineares Programm (MILP)

Solver: Gurobi (via PuLP)

Inhaltsverzeichnis

1. Indexmengen	4
2. Parameter	4
2.1 Zeitparameter	4
2.2 Fahrzeugparameter (pro Typ $f \in \mathcal{F}$)	4
2.3 Routenparameter (pro Route $r \in \mathcal{R}$)	5
2.4 Ladesäulenparameter (pro Typ $l \in \mathcal{L}$)	5
2.5 Energiekosten und Netzparameter	5
2.6 Speicherparameter	6
2.7 Big-M Parameter	6
2.8 CO ₂ -Emissionsparameter und Stromtypen (ERWEITERUNG)	6
3. Entscheidungsvariablen	7
3.1 Binärvariablen (0 oder 1)	7
3.2 Kontinuierliche Variablen (≥ 0)	8
3.3 Neue Binärvariablen (ERWEITERUNG)	8
4. Zielfunktion	8
4.1 Kostenkomponenten	9
5. Nebenbedingungen	10
NB1: Tourenabdeckung	10
NB2: Typzuweisung (NB_Typzuweisung)	11
NB3: E-Fahrzeug-Identifikation (NB_IsElectric)	11
NB4: Fahrzeug-Aktivierung (NB_Aktivierung)	11
NB5: Zeitliche Überlappung (NB_EineRoute)	11
NB6: Maximale Ladesäulenanzahl	11
NB7: Netzleistungsbegrenzung	12
NB8: Spitzenlasterfassung	12
NB9: Energiebilanz am Netzanschlusspunkt	12
NB10: Speicher-SOC-Bilanz	12
NB11: Speicher-Leistungsbegrenzung	13
NB12: Speicher-Modus (Exklusives Laden/Entladen)	13
NB13: Speicher-SOC-Grenzen	13
NB14: Fahrzeug-SOC-Bilanz	13
NB15: Fahrzeug-SOC-Grenzen	13
NB16: Ladeleistung begrenzt durch Säule	14
NB17: Laden nur für E-Fahrzeuge	14

NB18: Gesamtladeleistung pro Fahrzeug.....	14
NB19: IsCharging-Verknüpfung (χ -Kopplung).....	14
NB20: Ladepunkt-Kapazität	15
NB21: Ladesäulen-Gesamtleistung.....	15
NB22: On-Route-Verknüpfung	15
NB23: Nachts angesteckt bleiben (NB_STAY).....	15
NB24: Ladeunterbrechungsverbot	15
NB25: Vollladen-Erkennung.....	16
NB26: Nach Vollladen nicht mehr laden.....	16
NB27: Kein Säulenwechsel während Laden.....	16
NB28: Zwangsfreigabe tagsüber bei Vollladung.....	16
NB29: Kein Laden während Fahrt.....	17
NB30: Ein Fahrzeug maximal an einer Säule	17
NB31: Diesel nicht angesteckt	17
NB32: Sofortiges Anstecken nachts wenn Laden nötig (NB_SOFORT)	17
NB33: Stromtyp-Aufteilung und Exklusivität (ERWEITERUNG)	18
NB34: CO ₂ -Emissionsberechnung (ERWEITERUNG)	18
NB35: CO ₂ -Obergrenze (ERWEITERUNG)	18
6. Modellgröße	19
7. Notation Zusammenfassung	19

1. Indexmengen

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Werte
\mathcal{V}	Menge der Fahrzeuge	„V“	$\{v_1, v_2, \dots, v_{20}\}$
\mathcal{F}	Menge der Fahrzeugtypen	„F“	$\{\text{ActrosL}, \text{eActros400}, \text{eActros600}\}$
\mathcal{F}^D	Menge der Diesel-Typen	„F-Diesel“	$\{\text{ActrosL}\}$
\mathcal{F}^E	Menge der Elektro-Typen	„F-Elektro“	$\{\text{eActros400}, \text{eActros600}\}$
\mathcal{R}	Menge der Touren/Route n	„R“	20 Touren
\mathcal{L}	Menge der Ladesäulentypen	„L“	$\{\text{Alpitronic-50}, \text{Alpitronic-200}, \text{Alpitronic-400}\}$
\mathcal{T}	Menge der Zeitschritte	„T“	$\{1, 2, \dots, 96\}$ (je 15 Minuten)
$\mathcal{T}^{\text{Nacht}}$	Nacht-Zeitschritte	„T-Nacht“	$\{73, \dots, 96\} \cup \{1, \dots, 24\}$ (18:00–06:00)
\mathcal{T}^{Tag}	Tag-Zeitschritte	„T-Tag“	$\{25, \dots, 72\}$ (06:00–18:00)

2. Parameter

2.1 Zeitparameter

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Wert	Einheit
Δt	Zeitschrittlänge	„Delta t“	0,25	h
D	Betriebstage pro Jahr	„D“	260	Tage/Jahr

2.2 Fahrzeugparameter (pro Typ $f \in \mathcal{F}$)

Symbol	Beschreibung	Aussprache	ActrosL	eActros400	eActros600	Einheit
c_f^{CAPEX}	Anschaffungskosten (annuisiert)	„c-Capex-f“	24.000	50.000	60.000	EUR/Jahr
c_f^{OPEX}	Betriebskosten (Wartung etc.)	„c-Opex-f“	6.000	5.000	6.000	EUR/Jahr
c_f^{KFZ}	KFZ-Steuer	„c-KFZ-f“	556	0	0	EUR/Jahr

Symbol	Beschreibung	Aussprache	ActrosL	eActros400	eActros600	Einheit
c_f^{THG}	THG-Quoten-Erlös	„c-THG-f“	0	1.000	1.000	EUR/Jahr
κ_f	Verbrauch	„Kappa-f“	26	105	110	L/100km bzw. kWh/100km
Q_f^{max}	Batteriekapazität	„Q-max-f“	0	414	621	kWh
$P_f^{max,Fzg}$	Max. Ladeleistung	„P-max-Fzg-f“	0	400	400	kW
SOC_f^{min}	Min. Ladezustand (10%)	„SOC-min-f“	0	41,4	62,1	kWh

2.3 Routenparameter (pro Route $r \in \mathcal{R}$)

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Einheit
d_r	Gesamtdistanz der Route	„d-r“	km
d_r^{Maut}	Mautpflichtige Distanz	„d-Maut-r“	km
t_r^{start}	Startzeitschritt	„t-start-r“	–
t_r^{end}	Endzeitschritt	„t-end-r“	–

2.4 Ladesäulenparameter (pro Typ $l \in \mathcal{L}$)

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Alpi-50	Alpi-200	Alpi-400	Einheit
c_l^{CAPEX}	Anschaffungskosten	„c-Capex-l“	3.000	10.000	16.000	EUR/Jahr
c_l^{OPEX}	Betriebskosten	„c-Opex-l“	1.000	1.500	2.000	EUR/Jahr
P_l^{max}	Max. Ladeleistung	„P-max-l“	50	200	400	kW
n_l^{spots}	Anzahl Ladepunkte	„n-Spots-l“	2	2	2	–

2.5 Energiekosten und Netzparameter

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Wert	Einheit
p^{Arbeit}	Arbeitspreis Strom	„p-Arbeit“	0,25	EUR/kWh
$p^{Leistung}$	Leistungspreis Strom	„p-Leistung“	150	EUR/kW
p^{Grund}	Grundgebühr Strom	„p-Grund“	1.000	EUR/Jahr
p^{Diesel}	Dieselpreis	„p-Diesel“	1,60	EUR/L
p^{Maut}	Mautgebühr (Diesel)	„p-Maut“	0,34	EUR/km

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Wert	Einheit
$p^{Netz,Basis}$	Basis-Netzanschluss	„P-Netz-Basis“	500	kW
$p^{Netz,Erw}$	Erweiterung Netzanschluss	„P-Netz- Erweiterung“	500	kW
$c^{Netz,Erw}$	Kosten Netzerweiterung	„c-Netz- Erweiterung“	10.00 0	EUR/Ja hr
L^{max}	Max. Anzahl Ladesäulen	„L-max“	3	–

2.6 Speicherparameter

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Wert	Einheit
$c^{Sp,P}$	Speicher-CAPEX Leistung	„c-Speicher-P“	30	EUR/k W
$c^{Sp,E}$	Speicher-CAPEX Kapazität	„c-Speicher-E“	350	EUR/k Wh
α^{OPEX}	OPEX-Rate Speicher	„Alpha-OPEX“	0,02	–
η	Round-Trip-Wirkungsgrad	„Eta“	0,98	–
η^{ch}	Ladewirkungsgrad Fahrzeuge	„Eta-charge“	0,95	–
DoD	Max. Entladetiefe	„DoD“	0,97 5	–

2.7 Big-M Parameter

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Wert	Einheit
M^{SOC}	Big-M für SOC-Constraints	„M-SOC“	621	kWh
M^{Sp}	Big-M für Speicher	„M-Speicher“	10.00 0	kW
M^{ch}	Big-M für Ladeleistung	„M-charge“	400	kW
M^{Netz} (ERWEITERUNG)	Big-M für Netzanschlussleistung	„M-Netz“	1000	kW
ε	Minimalladeleistung	„Epsilon“	0,1	kW

2.8 CO₂-Emissionsparameter und Stromtypen (ERWEITERUNG)

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Wert	Einheit
$p^{Strom,\ddot{O}ko}$	Ökostrom-Arbeitspreis	„p-Strom-Öko“	0,35	EUR/k Wh
$p^{Strom,Ind}$	Industriestrom-Arbeitspreis	„p-Strom-Industrie“	0,25	EUR/k Wh
$e^{CO2,\ddot{O}ko}$	CO ₂ -Emissionen Ökostrom	„e-CO2-Öko“	0	kg/k Wh

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Wert	Einheit
$e^{CO_2, Ind}$	CO ₂ -Emissionen Industriestrom	„e-CO2-Industrie“	0,45	kg/kWh
$e^{CO_2, Diesel}$	CO ₂ -Emissionen Diesel	„e-CO2-Diesel“	2,65	kg/L
Cap^{CO_2}	CO ₂ -Obergrenze pro Jahr	„Cap-CO2“	450.000	kg/Jahr

Hinweis: Ökostrom wird bilanziell mit 0 kg CO₂/kWh angesetzt (zertifizierter Grünstrom).

3. Entscheidungsvariablen

3.1 Binärvariablen (0 oder 1)

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Index
use_v	Fahrzeug v wird eingesetzt	„use-v“	$v \in \mathcal{V}$
$\tau_{v,f}$	Fahrzeug v ist vom Typ f	„Tau-v-f“	$v \in \mathcal{V}, f \in \mathcal{F}$
ϵ_v	Fahrzeug v ist ein E-LKW	„Epsilon-v“	$v \in \mathcal{V}$
$x_{v,r}$	Fahrzeug v fährt Route r	„x-v-r“	$v \in \mathcal{V}, r \in \mathcal{R}$
y_l	Ladesäule l wird installiert	„y-l“	$l \in \mathcal{L}$
$w_{v,l,t}$	Fahrzeug v belegt Ladepunkt an Säule l zum Zeitpunkt t	„w-v-l-t“	$v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$
$\omega_{v,t}$	Fahrzeug v ist auf Route zum Zeitpunkt t	„Omega-v-t“	$v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$
$\chi_{v,t}$	Fahrzeug v lädt aktiv zum Zeitpunkt t	„Chi-v-t“	$v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$
γ	Netzanschluss wird erweitert	„Gamma“	–
σ_t	Speicher-Modus: 1=Laden, 0=Entladen	„Sigma-t“	$t \in \mathcal{T}$
$\delta_{v,r}$	Fahrzeug v fährt Route r mit Diesel	„Delta-v-r“	$v \in \mathcal{V}, r \in \mathcal{R}$
$\phi_{v,r,f}$	Fahrzeug v fährt Route r mit Typ f	„Phi-v-r-f“	$v \in \mathcal{V}, r \in \mathcal{R}, f \in \mathcal{F}$
$\mu_{v,t}$	Fahrzeug v ist zum Zeitpunkt t vollgeladen	„Mü-v-t“	$v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$
$\nu_{v,t}$	Fahrzeug v benötigt Laden (SOC < Schwellwert)	„Nü-v-t“	$v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$

3.2 Kontinuierliche Variablen (≥ 0)

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Index	Einheit
$SOC_{v,t}$	Ladezustand Fahrzeug v zum Zeitpunkt t	„SOC-v-t“	$v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$	kWh
$p_{v,l,t}^{ch}$	Ladeleistung Fahrzeug v an Säule l zum Zeitpunkt t	„p-charge-v-l-t“	$v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$	kW
p_t^{Netz}	Netzbezug zum Zeitpunkt t	„p-Netz-t“	$t \in \mathcal{T}$	kW
p^{Peak}	Maximale Bezugsleistung (Spitzenlast)	„P-Peak“	–	kW
P^{Sp}	Installierte Speicherleistung	„P-Speicher“	–	kW
E^{Sp}	Installierte Speicherkapazität	„E-Speicher“	–	kWh
SOC_t^{Sp}	Ladezustand Speicher zum Zeitpunkt t	„SOC-Speicher-t“	$t \in \mathcal{T}$	kWh
$p_t^{Sp,ch}$	Speicher-Ladeleistung zum Zeitpunkt t	„p-Speicher-charge-t“	$t \in \mathcal{T}$	kW
$p_t^{Sp,dis}$	Speicher-Entladeleistung zum Zeitpunkt t	„p-Speicher-discharge-t“	$t \in \mathcal{T}$	kW
$p_t^{Netz,\ddot{O}ko}$	Ökostrom-Bezug zum Zeitpunkt t (ERWEITERUNG)	„p-Netz-Öko-t“	$t \in \mathcal{T}$	kW
$p_t^{Netz,Ind}$	Industriestrom-Bezug zum Zeitpunkt t (ERWEITERUNG)	„p-Netz-Ind-t“	$t \in \mathcal{T}$	kW
$E_{Jahr}^{CO_2}$	Gesamte CO ₂ -Emissionen pro Jahr (ERWEITERUNG)	„E-CO2-Jahr“	–	kg

3.3 Neue Binärvariablen (ERWEITERUNG)

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Index
ψ	Stromtyp-Wahl: 1=Ökostrom, 0=Industriestrom	„Psi“	–

4. Zielfunktion

$$\min \quad C^{Gesamt} = C^{LKW} + C^{Lade} + C^{Strom} + C^{Netz} + C^{Speicher} + C^{Diesel} + C^{Maut} - C^{THG}$$

Aussprache: „Minimiere C-Gesamt gleich C-LKW plus C-Lade plus C-Strom plus C-Netz plus C-Speicher plus C-Diesel plus C-Maut minus C-THG“

Bedeutung: Die jährlichen Gesamtkosten setzen sich zusammen aus den Fahrzeugkosten, Ladeinfrastrukturkosten, Stromkosten, Netzkosten, Speicherkosten, Dieselskosten und Mautkosten, abzüglich der THG-Quoten-Erlöse.

4.1 Kostenkomponenten

LKW-Kosten

$$C^{LKW} = \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{f \in \mathcal{F}} (c_f^{CAPEX} + c_f^{OPEX} + c_f^{KFZ}) \cdot \tau_{v,f}$$

Aussprache: „C-LKW gleich Summe über alle Fahrzeuge v und alle Typen f von Klammer c-Capex-f plus c-Opex-f plus c-KFZ-f Klammer zu mal Tau-v-f“

Bedeutung: Summe der jährlichen Fahrzeugkosten (Anschaffung + Betrieb + Steuer) für alle eingesetzten Fahrzeuge.

THG-Quoten-Erlöse

$$C^{THG} = \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{f \in \mathcal{F}^E} c_f^{THG} \cdot \tau_{v,f}$$

Aussprache: „C-THG gleich Summe über alle Fahrzeuge v und alle E-Typen f von c-THG-f mal Tau-v-f“

Bedeutung: Jährliche Erlöse aus der THG-Quote für alle Elektro-LKW.

Ladeinfrastrukturkosten

$$C^{Lade} = \sum_{l \in \mathcal{L}} (c_l^{CAPEX} + c_l^{OPEX}) \cdot y_l$$

Aussprache: „C-Lade gleich Summe über alle Ladesäulen l von Klammer c-Capex-l plus c-Opex-l Klammer zu mal y-l“

Bedeutung: Jährliche Kosten für installierte Ladesäulen.

Stromkosten (ERWEITERUNG: Öko- vs. Industriestrom)

$$C^{Strom} = p^{Grund} + p^{Leistung} \cdot p^{Peak} + D \cdot \left[p^{Strom, \text{Öko}} \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}} p_t^{Netz, \text{Öko}} \cdot \Delta t + p^{Strom, Ind} \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}} p_t^{Netz, Ind} \cdot \Delta t \right]$$

Aussprache: „C-Strom gleich p-Grund plus p-Leistung mal P-Peak plus D mal Klammer p-Strom-Öko mal Summe Ökostrom plus p-Strom-Industrie mal Summe Industriestrom Klammer zu“

Bedeutung: Stromkosten bestehend aus Grundgebühr, Leistungspreis und Arbeitspreis – wobei der Arbeitspreis nun nach Stromtyp differenziert wird (Ökostrom: 0,35 EUR/kWh, Industriestrom: 0,25 EUR/kWh).

Netzkosten

$$C^{Netz} = c^{Netz,Erw} \cdot \gamma$$

Aussprache: „C-Netz gleich c-Netz-Erweiterung mal Gamma“

Bedeutung: Kosten für die optionale Erweiterung des Netzanschlusses.

Speicherkosten

$$C^{Speicher} = (1 + \alpha^{OPEX}) \cdot (c^{Sp,P} \cdot P^{Sp} + c^{Sp,E} \cdot E^{Sp})$$

Aussprache: „C-Speicher gleich Klammer eins plus Alpha-OPEX Klammer zu mal Klammer c-Speicher-P mal P-Speicher plus c-Speicher-E mal E-Speicher Klammer zu“

Bedeutung: Jährliche Speicherkosten (CAPEX für Leistung und Kapazität, plus 2% OPEX).

Dieselskosten

$$C^{Diesel} = D \cdot p^{Diesel} \cdot \frac{\kappa_{ActrosL}}{100} \cdot \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{r \in \mathcal{R}} d_r \cdot \delta_{v,r}$$

Aussprache: „C-Diesel gleich D mal p-Diesel mal Kappa-ActrosL durch hundert mal Summe über v und r von d-r mal Delta-v-r“

Bedeutung: Jährliche Dieselskosten für alle Diesel-LKW basierend auf gefahrenen Kilometern.

Mautkosten

$$C^{Maut} = D \cdot p^{Maut} \cdot \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{r \in \mathcal{R}} d_r^{Maut} \cdot \delta_{v,r}$$

Aussprache: „C-Maut gleich D mal p-Maut mal Summe über v und r von d-Maut-r mal Delta-v-r“

Bedeutung: Jährliche Mautkosten für Diesel-LKW auf mautpflichtigen Strecken.

5. Nebenbedingungen

NB1: Tourenabdeckung

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} x_{v,r} = 1 \quad \forall r \in \mathcal{R}$$

Aussprache: „Summe über alle Fahrzeuge v von x-v-r gleich eins für alle Routen r“

Bedeutung: Jede Tour muss von genau einem Fahrzeug gefahren werden.

NB2: Typzuweisung (NB_Typzuweisung)

$$\sum_{f \in \mathcal{F}} \tau_{v,f} = use_v \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

Aussprache: „Summe über alle Typen f von Tau-v-f gleich use-v für alle Fahrzeuge v“

Bedeutung: Jedes aktive Fahrzeug hat genau einen Typ; inaktive Fahrzeuge haben keinen Typ.

NB3: E-Fahrzeug-Identifikation (NB_IsElectric)

$$\epsilon_v = \sum_{f \in \mathcal{F}^E} \tau_{v,f} \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

Aussprache: „Epsilon-v gleich Summe über alle E-Typen f von Tau-v-f für alle Fahrzeuge v“

Bedeutung: Ein Fahrzeug ist genau dann ein E-LKW, wenn es einem Elektro-Typ zugeordnet ist.

NB4: Fahrzeug-Aktivierung (NB_Aktivierung)

$$x_{v,r} \leq use_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, r \in \mathcal{R}$$

Aussprache: „x-v-r kleiner gleich use-v für alle Fahrzeuge v und alle Routen r“

Bedeutung: Ein Fahrzeug kann nur Routen fahren, wenn es aktiviert ist.

NB5: Zeitliche Überlappung (NB_EineRoute)

$$\sum_{r \in \mathcal{R}(t)} x_{v,r} \leq 1 \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

wobei $\mathcal{R}(t) = \{r \in \mathcal{R}: t_r^{start} \leq t < t_r^{end}\}$

Aussprache: „Summe über alle zum Zeitpunkt t aktiven Routen r von x-v-r kleiner gleich eins für alle v und t“

Bedeutung: Ein Fahrzeug kann zu jedem Zeitpunkt höchstens eine Route fahren.

NB6: Maximale Ladesäulenzahl

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} y_l \leq L^{max}$$

Aussprache: „Summe über alle Ladesäulen l von y-l kleiner gleich L-max“

Bedeutung: Es können maximal 3 Ladesäulen installiert werden.

NB7: Netzleistungsbegrenzung

$$p_t^{Netz} \leq p^{Netz,Basis} + p^{Netz,Erw} \cdot \gamma \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

Aussprache: „p-Netz-t kleiner gleich P-Netz-Basis plus P-Netz-Erweiterung mal Gamma für alle t“

Bedeutung: Der Netzbezug ist durch den (ggf. erweiterten) Netzanschluss begrenzt.

NB8: Spitzenlasterfassung

$$p^{Peak} \geq p_t^{Netz} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

Aussprache: „P-Peak größer gleich p-Netz-t für alle t“

Bedeutung: Die Spitzenlast ist das Maximum aller Netzbezüge.

NB9: Energiebilanz am Netzanschlusspunkt

$$p_t^{Netz} + p_t^{Sp,dis} = \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{l \in \mathcal{L}} p_{v,l,t}^{ch} + p_t^{Sp,ch} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

Aussprache: „p-Netz-t plus p-Speicher-discharge-t gleich Summe der Ladeleistungen plus p-Speicher-charge-t für alle t“

Bedeutung: Netzbezug plus Speicherentladung deckt Fahrzeugladung plus Speicherladung.

NB10: Speicher-SOC-Bilanz

$$SOC_t^{Sp} = SOC_{t-1}^{Sp} + (\eta \cdot p_t^{Sp,ch} - p_t^{Sp,dis}) \cdot \Delta t \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

Aussprache: „SOC-Speicher-t gleich SOC-Speicher-t-minus-eins plus Klammer Eta mal p-Speicher-charge-t minus p-Speicher-discharge-t Klammer zu mal Delta-t“

Bedeutung: Der Speicher-SOC ergibt sich aus dem vorherigen SOC plus Ladung (mit Wirkungsgrad) minus Entladung.

NB11: Speicher-Leistungsbegrenzung

$$p_t^{Sp,ch} \leq P^{Sp} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

$$p_t^{Sp,dis} \leq P^{Sp} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Lade- und Entladeleistung sind durch die installierte Speicherleistung begrenzt.

NB12: Speicher-Modus (Exklusives Laden/Entladen)

$$p_t^{Sp,ch} \leq M^{Sp} \cdot \sigma_t \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

$$p_t^{Sp,dis} \leq M^{Sp} \cdot (1 - \sigma_t) \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Der Speicher kann zu jedem Zeitpunkt entweder laden ODER entladen, aber nicht beides gleichzeitig.

NB13: Speicher-SOC-Grenzen

$$(1 - DoD) \cdot E^{Sp} \leq SOC_t^{Sp} \leq E^{Sp} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Der Speicher-SOC muss zwischen Minimum (basierend auf Entladetiefe) und Maximum (Kapazität) liegen.

NB14: Fahrzeug-SOC-Bilanz

$$SOC_{v,t} = SOC_{v,t-1} + \eta^{ch} \cdot \sum_{l \in \mathcal{L}} p_{v,l,t}^{ch} \cdot \Delta t - \sum_{r \in \mathcal{R}(t)} \sum_{f \in \mathcal{F}^E} \phi_{v,r,f} \cdot \kappa_{r,f}^{step}$$

wobei $\kappa_{r,f}^{step} = \frac{\kappa_f}{100} \cdot \frac{d_r}{t_r^{end} - t_r^{start}}$ der Verbrauch pro Zeitschritt ist.

Aussprache: „SOC-v-t gleich SOC-v-t-minus-eins plus Eta-charge mal Laden minus Verbrauch“

Bedeutung: Der Ladezustand eines Fahrzeugs ergibt sich aus dem vorherigen SOC plus Ladung (mit Wirkungsgrad $\eta^{ch} = 0,95$, d.h. 5% Ladeverluste) minus Energieverbrauch während der Fahrt.

NB15: Fahrzeug-SOC-Grenzen

$$SOC_{v,t} \leq \sum_{f \in \mathcal{F}^E} Q_f^{max} \cdot \tau_{v,f} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

$$SOC_{v,t} \geq \sum_{f \in \mathcal{F}^E} SOC_f^{min} \cdot \tau_{v,f} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

$$SOC_{v,t} \leq M^{SOC} \cdot \epsilon_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Der SOC muss im zulässigen Bereich des zugewiesenen Fahrzeugtyps liegen (10%-100%); Diesel-Fahrzeuge haben SOC = 0.

NB16: Ladeleistung begrenzt durch Säule

$$p_{v,l,t}^{ch} \leq P_l^{max} \cdot w_{v,l,t} \quad \forall v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Die Ladeleistung ist durch die Säulenleistung begrenzt und nur möglich wenn der Ladepunkt belegt ist.

NB17: Laden nur für E-Fahrzeuge

$$p_{v,l,t}^{ch} \leq M^{ch} \cdot \epsilon_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Nur E-LKW können laden.

NB18: Gesamtladeleistung pro Fahrzeug

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} p_{v,l,t}^{ch} \leq \sum_{f \in \mathcal{F}^E} P_f^{max,Fzg} \cdot \tau_{v,f} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Die Gesamtladeleistung eines Fahrzeugs ist durch dessen maximale Ladeleistung begrenzt.

NB19: IsCharging-Verknüpfung (χ -Kopplung)

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} p_{v,l,t}^{ch} \leq M^{ch} \cdot \chi_{v,t} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} p_{v,l,t}^{ch} \geq \varepsilon \cdot \chi_{v,t} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung:

- Wenn $\chi_{v,t} = 1$, dann muss mindestens ε kW geladen werden
 - Wenn $\chi_{v,t} = 0$, dann darf nicht geladen werden
 - Koppelt die Binärvariable χ exakt mit der tatsächlichen Ladeleistung
-

NB20: Ladepunkt-Kapazität

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} w_{v,l,t} \leq n_l^{Spots} \cdot y_l \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

Aussprache: „Summe der Fahrzeuge an Säule l zum Zeitpunkt t kleiner gleich Anzahl Spots mal y_l “

Bedeutung: An jeder Ladesäule können maximal so viele Fahrzeuge gleichzeitig angeschlossen sein wie Ladepunkte vorhanden sind (nur wenn Säule installiert).

NB21: Ladesäulen-Gesamtleistung

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} p_{v,l,t}^{ch} \leq p_l^{max} \cdot y_l \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Die Gesamtladeleistung an einer Säule ist durch deren maximale Leistung begrenzt.

NB22: On-Route-Verknüpfung

$$\begin{aligned} \omega_{v,t} &\geq x_{v,r} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in [t_r^{start}, t_r^{end}), r \in \mathcal{R} \\ \omega_{v,t} &\leq \sum_{r \in \mathcal{R}(t)} x_{v,r} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T} \end{aligned}$$

Bedeutung: $\omega_{v,t} = 1$ genau dann, wenn Fahrzeug v zum Zeitpunkt t eine Route fährt.

NB23: Nachts angesteckt bleiben (NB_STAY)

$$w_{v,l,t} - w_{v,l,t+1} \leq \omega_{v,t+1} \quad \forall v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}^{Nacht}$$

Aussprache: „ $w_{v,l,t}$ minus $w_{v,l,t+1}$ kleiner gleich $\omega_{v,t+1}$ für alle v, l und Nacht-Zeitschritte t “

Bedeutung: Nachts (18:00-06:00) darf ein Fahrzeug einen Ladepunkt NUR verlassen, wenn es im nächsten Zeitschritt auf Route geht ($\omega_{v,t+1} = 1$). „Wer nachts ansteckt, bleibt bis zur Abfahrt.“

NB24: Ladeunterbrechungsverbot

$$\chi_{v,t} - \chi_{v,t+1} \leq \omega_{v,t+1} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Aussprache: „ $\chi_{v,t}$ minus $\chi_{v,t+1}$ kleiner gleich $\omega_{v,t+1}$ “

Bedeutung: Ein laufender Ladevorgang darf nicht unterbrochen werden, außer das Fahrzeug fährt auf Route. Verhindert ineffiziente Lade-Pause-Lade-Muster.

NB25: Vollladen-Erkennung

$$SOC_{v,t} \geq Q_f^{max} \cdot \mu_{v,t} - M^{SOC} \cdot (1 - \tau_{v,f}) \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}, f \in \mathcal{F}^E$$
$$\mu_{v,t} \leq \epsilon_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: $\mu_{v,t} = 1$ wenn die Batterie voll ist ($SOC = Q^{max}$). Nur E-LKW können vollgeladen sein.

NB26: Nach Vollladen nicht mehr laden

$$\chi_{v,t+1} \leq (1 - \mu_{v,t}) + \omega_{v,t+1} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Aussprache: „Chi-v-t-plus-eins kleiner gleich eins minus Mü-v-t plus Omega-v-t-plus-eins“

Bedeutung: Wenn die Batterie zum Zeitpunkt t voll ist ($\mu_{v,t} = 1$) UND das Fahrzeug nicht auf Route geht ($\omega_{v,t+1} = 0$), dann darf nicht mehr geladen werden ($\chi_{v,t+1} = 0$).

NB27: Kein Säulenwechsel während Laden

$$w_{v,l,t} - w_{v,l,t+1} \leq \omega_{v,t+1} + (1 - \chi_{v,t}) \quad \forall v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Ein Fahrzeug darf den Ladepunkt nur verlassen, wenn es auf Route geht ($\omega_{v,t+1} = 1$) ODER nicht aktiv lädt ($\chi_{v,t} = 0$). Verhindert Säulenwechsel während des aktiven Ladens.

NB28: Zwangsfreigabe tagsüber bei Vollladung

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} w_{v,l,t+1} \leq (1 - \mu_{v,t}) + \omega_{v,t+1} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}^{Tag}$$

Bedeutung: Tagsüber (06:00-18:00): Wenn ein LKW vollgeladen ist ($\mu_{v,t} = 1$) und keine Route fährt ($\omega_{v,t+1} = 0$), muss er den Ladepunkt freigeben. Verhindert Blockierung von Ladepunkten durch vollgeladene Fahrzeuge.

Hinweis: Nachts (18:00-06:00) gilt diese Regel NICHT - vollgeladene LKW bleiben am Ladepunkt angesteckt, siehe NB23.

NB29: Kein Laden während Fahrt

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} w_{v,l,t} \leq 1 - \omega_{v,t} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Ein Fahrzeug kann nicht an einem Ladepunkt angesteckt sein, wenn es auf Route ist.

NB30: Ein Fahrzeug maximal an einer Säule

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} w_{v,l,t} \leq 1 \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Ein Fahrzeug kann nicht gleichzeitig an mehreren Ladesäulen angesteckt sein.

NB31: Diesel nicht angesteckt

$$w_{v,l,t} \leq \epsilon_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

Bedeutung: Diesel-Fahrzeuge dürfen nicht an Ladepunkten angesteckt sein.

NB32: Sofortiges Anstecken nachts wenn Laden nötig (NB_SOFORT)

Hilfsvariable: $v_{v,t}$ (needs*charge) = 1 wenn $SOC * v, t < \text{maximaler Routenverbrauch}$

$$SOC_{v,t} \geq \kappa_f^{max} \cdot \tau_{v,f} - M^{SOC} \cdot v_{v,t} - M^{SOC} \cdot (1 - \tau_{v,f}) \quad \forall v, t, f \in \mathcal{F}^E$$

$$v_{v,t} \leq \epsilon_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

Hauptconstraint:

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} w_{v,l,t+1} \geq \omega_{v,t} - \omega_{v,t+1} + v_{v,t+1} - 1 \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}^{Nacht}$$

Bedeutung: Wenn ein E-LKW nachts (18:00-06:00) von einer Route zurückkehrt ($\omega_{v,t} = 1, \omega_{v,t+1} = 0$) UND geladen werden muss ($v_{v,t+1} = 1$), dann muss er sofort an einen Ladepunkt angeschlossen werden.

Hinweis: Wenn der SOC ausreicht für die längste Route, darf der LKW ohne Ladepunkt zwischengeparkt werden.

NB33: Stromtyp-Aufteilung und Exklusivität (ERWEITERUNG)

NB33a: Aufteilung

$$p_t^{Netz,\ddot{O}ko} + p_t^{Netz,Ind} = p_t^{Netz} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

NB33b: Exklusivität Ökostrom

$$p_t^{Netz,\ddot{O}ko} \leq M^{Netz} \cdot \psi \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

NB33c: Exklusivität Industriestrom

$$p_t^{Netz,Ind} \leq M^{Netz} \cdot (1 - \psi) \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

wobei $M^{Netz} = p^{Netz,Basis} + p^{Netz,Erw} = 1000 \text{ kW}$

Bedeutung: Das Unternehmen muss sich für **einen** Stromtyp entscheiden: - $\psi = 1 \rightarrow$ **NUR Ökostrom** (0,35 EUR/kWh, 0 kg CO₂/kWh) - $\psi = 0 \rightarrow$ **NUR Industriestrom** (0,25 EUR/kWh, 0,45 kg CO₂/kWh)

Ein Mischen beider Stromtypen ist nicht möglich.

NB34: CO₂-Emissionsberechnung (ERWEITERUNG)

$$E_{Jahr}^{CO_2} = D \cdot \left[e^{CO_2,Diesel} \cdot \frac{K_{ActrosL}}{100} \cdot \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{r \in \mathcal{R}} d_r \cdot \delta_{v,r} + e^{CO_2,Ind} \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}} p_t^{Netz,Ind} \cdot \Delta t \right]$$

Aussprache: „E-CO₂-Jahr gleich D mal Klammer e-CO₂-Diesel mal Diesel-Verbrauch plus e-CO₂-Industrie mal Industriestrom-Verbrauch Klammer zu“

Bedeutung: Die jährlichen CO₂-Gesamtemissionen setzen sich zusammen aus: - **Diesel-Emissionen:** 2,65 kg CO₂/L × Verbrauch [L] × 260 Tage - **Industriestrom-Emissionen:** 0,45 kg CO₂/kWh × Verbrauch [kWh] × 260 Tage - **Ökostrom-Emissionen:** 0 kg CO₂/kWh (bilanziell null)

NB35: CO₂-Obergrenze (ERWEITERUNG)

$$E_{Jahr}^{CO_2} \leq Cap^{CO}$$

Aussprache: „E-CO₂-Jahr kleiner gleich Cap-CO₂“

Bedeutung: Die jährlichen CO₂-Gesamtemissionen dürfen die Obergrenze von 450 Tonnen (= 450.000 kg) nicht überschreiten. Dies ist eine **harte Nebenbedingung**, die bei der Kostenoptimierung eingehalten werden muss.

Auswirkung: Bei knappem CO₂-Budget kann das Modell gezwungen sein: - Mehr Ökostrom zu beziehen (teurer: 0,35 EUR/kWh, aber CO₂-frei) - Mehr Elektro-LKW einzusetzen (keine Diesel-Emissionen) - Diesel-LKW zu reduzieren (erzeugen 2,65 kg CO₂/L)

6. Modellgröße

Komponente	Basismodell	Mit Erweiterung
Binärvariablen	ca. 19.000	ca. 19.000
Kontinuierliche Variablen	ca. 5.000	ca. 5.200
Variablen gesamt	ca. 24.000	ca. 24.200
Nebenbedingungen	ca. 75.000	ca. 75.100

Neue Variablen (Erweiterung): - use_eco (ψ): 1 Binärvariable (Stromtyp-Wahl) - p_grid_eco[t]: 96 Variablen (Ökostrom pro Zeitschritt) - p_grid_industrial[t]: 96 Variablen (Industriestrom pro Zeitschritt) - total_co2_year: 1 Variable (Gesamtemissionen)

Neue Nebenbedingungen (Erweiterung): - NB33a: 96 Constraints (Stromtyp-Aufteilung) - NB33b: 96 Constraints (Exklusivität Ökostrom) - NB33c: 96 Constraints (Exklusivität Industriestrom) - NB34: 1 Constraint (CO₂-Berechnung) - NB35: 1 Constraint (CO₂-Obergrenze)

7. Notation Zusammenfassung

Griechisch	Name	Verwendung
τ	Tau	Typzuordnung
ϵ	Epsilon	E-LKW-Indikator
ω	Omega	On-Route-Indikator
χ	Chi	Is-Charging-Indikator
γ	Gamma	Netzerweiterung
σ	Sigma	Speicher-Modus
δ	Delta	Diesel-Route
ϕ	Phi	Typ-Route
μ	Mü	Volllade-Indikator
ν	Nü	Needs-Charge-Indikator
η	Eta	Wirkungsgrad
κ	Kappa	Verbrauch
α	Alpha	OPEX-Rate
ε	Epsilon (klein)	Minimalladeleistung

Dokumentation erstellt für DHBW Fallstudie SCM – Elektrifizierung der Logistik Erweiterung: CO₂-Emissionsobergrenze (Teilaufgabe 4) Stand: 04.02.2026