

# Mathematische Modellformulierung: Elektrifizierung der LKW-Flotte

## ERWEITERUNG: CO<sub>2</sub>-Emissionsobergrenze (Teilaufgabe 4)

Diese Dokumentation enthält das erweiterte Optimierungsmodell mit **CO<sub>2</sub>-Emissionsobergrenze** (450 t/Jahr) und **Stromtyp-Differenzierung** (Öko- vs. Industriestrom).

### Optimierungsproblem

**Ziel:** Minimierung der jährlichen Gesamtkosten für die Flottenplanung eines Logistikdepots unter Berücksichtigung von Diesel- und Elektro-LKW, Ladeinfrastruktur und Batteriespeicher – **bei Einhaltung einer CO<sub>2</sub>-Obergrenze.**

**Modelltyp:** Gemischt-ganzzahliges lineares Programm (MILP)

**Solver:** Gurobi (via PuLP)

## Inhaltsverzeichnis

1. Indexmengen .....	4
2. Parameter .....	4
2.1 Zeitparameter .....	4
2.2 Fahrzeugparameter (pro Typ $f \in \mathcal{F}$ ) .....	4
2.3 Routenparameter (pro Route $r \in \mathcal{R}$ ) .....	5
2.4 Ladesäulenparameter (pro Typ $l \in \mathcal{L}$ ) .....	5
2.5 Energiekosten und Netzparameter .....	5
2.6 Speicherparameter .....	6
2.7 Big-M Parameter .....	6
2.8 CO <sub>2</sub> -Emissionsparameter und Stromtypen (ERWEITERUNG) .....	6
3. Entscheidungsvariablen .....	7
3.1 Binärvariablen (0 oder 1) .....	7
3.2 Kontinuierliche Variablen ( $\geq 0$ ) .....	8
3.3 Neue Binärvariablen (ERWEITERUNG) .....	8
4. Zielfunktion .....	8
4.1 Kostenkomponenten .....	9
5. Nebenbedingungen .....	10
NB1: Tourenabdeckung .....	10
NB2: Typzuweisung (NB_Typzuweisung) .....	11
NB3: E-Fahrzeug-Identifikation (NB_IsElectric) .....	11
NB4: Fahrzeug-Aktivierung (NB_Aktivierung) .....	11
NB5: Zeitliche Überlappung (NB_EineRoute) .....	11
NB6: Maximale Ladesäulenanzahl .....	11
NB7: Netzleistungsbegrenzung .....	12
NB8: Spitzenlasterfassung .....	12
NB9: Energiebilanz am Netzanschlusspunkt .....	12
NB10: Speicher-SOC-Bilanz .....	12
NB11: Speicher-Leistungsbegrenzung .....	13
NB12: Speicher-Modus (Exklusives Laden/Entladen) .....	13
NB13: Speicher-SOC-Grenzen .....	13
NB14: Fahrzeug-SOC-Bilanz .....	13
NB15: Fahrzeug-SOC-Grenzen .....	13
NB16: Ladeleistung begrenzt durch Säule .....	14
NB17: Laden nur für E-Fahrzeuge .....	14

NB18: Gesamtladeleistung pro Fahrzeug.....	14
NB19: IsCharging-Verknüpfung ( $\chi$ -Kopplung).....	14
NB20: Ladepunkt-Kapazität .....	15
NB21: Ladesäulen-Gesamtleistung .....	15
NB22: On-Route-Verknüpfung .....	15
NB23: Nachts angesteckt bleiben (NB_STAY).....	15
NB24: Ladeunterbrechungsverbot .....	15
NB25: Vollladen-Erkennung.....	16
NB26: Nach Vollladen nicht mehr laden.....	16
NB27: Kein Säulenwechsel während Laden.....	16
NB28: Zwangsfreigabe tagsüber bei Vollladung.....	16
NB29: Kein Laden während Fahrt.....	17
NB30: Ein Fahrzeug maximal an einer Säule .....	17
NB31: Diesel nicht angesteckt .....	17
NB32: Sofortiges Anstecken nachts wenn Laden nötig (NB_SOFRONT) .....	17
NB33: Stromtyp-Aufteilung und Exklusivität (ERWEITERUNG) .....	18
NB34: CO <sub>2</sub> -Emissionsberechnung (ERWEITERUNG) .....	18
NB35: CO <sub>2</sub> -Obergrenze (ERWEITERUNG) .....	18
6. Modellgröße.....	19
7. Notation Zusammenfassung.....	19

## 1. Indexmengen

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Werte
$\mathcal{V}$	Menge der Fahrzeuge	„V“	$\{v_1, v_2, \dots, v_{20}\}$
$\mathcal{F}$	Menge der Fahrzeugtypen	„F“	{ActrosL,eActros400,eActros600}
$\mathcal{F}^D$	Menge der Diesel-Typen	„F-Diesel“	{ActrosL}
$\mathcal{F}^E$	Menge der Elektro-Typen	„F-Elektro“	{eActros400,eActros600}
$\mathcal{R}$	Menge der Touren/Routen	„R“	20 Touren
$\mathcal{L}$	Menge der Ladesäulentypen	„L“	{Alpitronic-50,Alpitronic-200,Alpitronic-400}
$\mathcal{T}$	Menge der Zeitschritte	„T“	$\{1,2, \dots, 96\}$ (je 15 Minuten)
$\mathcal{T}^{Nacht}$	Nacht-Zeitschritte	„T-Nacht“	$\{73, \dots, 96\} \cup \{1, \dots, 24\}$ (18:00–06:00)
$\mathcal{T}^{Tag}$	Tag-Zeitschritte	„T-Tag“	$\{25, \dots, 72\}$ (06:00–18:00)

## 2. Parameter

### 2.1 Zeitparameter

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Wert	Einheit
$\Delta t$	Zeitschritt länge	„Delta t“	0,25	h
$D$	Betriebstage pro Jahr	„D“	260	Tag/Jahr

### 2.2 Fahrzeugparameter (pro Typ $f \in \mathcal{F}$ )

Symbol	Beschreibung	Aussprache	ActrosL	eActros400	eActros600	Einheit
$c_f^{CAPEX}$	Anschaffungskosten (annuiert)	„c-Capex-f“	24.00	50.000	60.000	EUR/Jahr
$c_f^{OPEX}$	Betriebskosten (Wartung etc.)	„c-Opex-f“	6.000	5.000	6.000	EUR/Jahr
$c_f^{KZF}$	KFZ-Steuer	„c-KFZ-f“	556	0	0	EUR/Jahr

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Actros sL	eActros 400	eActros 600	Einheit
$c_f^{THG}$	THG-Quoten-Erlös	„c-THG-f“	0	1.000	1.000	EUR/Jahr
$\kappa_f$	Verbrauch	„Kappa-f“	26	105	110	L/100km bzw. kWh/100km
$Q_f^{max}$	Batteriekapazität	„Q-max-f“	0	414	621	kWh
$P_f^{max,Fzg}$	Max. Ladeleistung	„P-max-Fzg-f“	0	400	400	kW
$SOC_f^{min}$	Min. Ladezustand (10%)	„SOC-min-f“	0	41,4	62,1	kWh

### 2.3 Routenparameter (pro Route $r \in \mathcal{R}$ )

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Einheit
$d_r$	Gesamtdistanz der Route	„d-r“	km
$d_r^{Maut}$	Mautpflichtige Distanz	„d-Maut-r“	km
$t_r^{start}$	Startzeitschritt	„t-start-r“	–
$t_r^{end}$	Endzeitschritt	„t-end-r“	–

### 2.4 Ladesäulenparameter (pro Typ $l \in \mathcal{L}$ )

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Alpi- 50	Alpi- 200	Alpi- 400	Einheit
$c_l^{CAPEX}$	Anschaffungskosten	„c-Capex-l“	3.000	10.000	16.000	EUR/Jah
$c_l^{OPEX}$	Betriebskosten	„c-Opex-l“	1.000	1.500	2.000	EUR/Jah
$P_l^{max}$	Max. Ladeleistung	„P-max-l“	50	200	400	kW
$n_l^{Spots}$	Anzahl Ladepunkte	„n-Spots-l“	2	2	2	–

### 2.5 Energiekosten und Netzparameter

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Wert	Einheit
$p^{Arbeit}$	Arbeitspreis Strom	„p-Arbeit“	0,25	EUR/k Wh
$p^{Leistung}$	Leistungspreis Strom	„p-Leistung“	150	EUR/k W
$p^{Grund}$	Grundgebühr Strom	„p-Grund“	1.000	EUR/Jah
$p^{Diesel}$	Dieselpreis	„p-Diesel“	1,60	EUR/L
$p^{Maut}$	Mautgebühr (Diesel)	„p-Maut“	0,34	EUR/k m

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Wert	Einheit
$P_{Netz,Basis}$	Basis-Netzanschluss	„P-Netz-Basis“	500	kW
$P_{Netz,Erw}$	Erweiterung Netzanschluss	„P-Netz-Erweiterung“	500	kW
$c^{Netz,Erw}$	Kosten Netzerweiterung	„c-Netz-Erweiterung“	10.00 0	EUR/Ja hr
$L^{max}$	Max. Anzahl Ladesäulen	„L-max“	3	–

## 2.6 Speicherparameter

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Wert	Einheit
$c^{Sp,P}$	Speicher-CAPEX Leistung	„c-Speicher-P“	30	EUR/kW
$c^{Sp,E}$	Speicher-CAPEX Kapazität	„c-Speicher-E“	350	EUR/kWh
$\alpha^{OPEX}$	OPEX-Rate Speicher	„Alpha-OPEX“	0,02	–
$\eta$	Round-Trip-Wirkungsgrad	„Eta“	0,98	–
$\eta^{ch}$	Ladewirkungsgrad Fahrzeuge	„Eta-charge“	0,95	–
$DoD$	Max. Entladetiefe	„DoD“	0,97 5	–

## 2.7 Big-M Parameter

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Wert	Einheit
$M^{SOC}$	Big-M für SOC-Constraints	„M-SOC“	621	kWh
$M^{Sp}$	Big-M für Speicher	„M-Speicher“	10.00 0	kW
$M^{ch}$	Big-M für Ladeleistung	„M-charge“	400	kW
$M^{Netz}$ (ERWEITERUNG)	Big-M für Netzanschlussleistung	„M-Netz“	1000	kW
$\varepsilon$	Minimalladeleistung	„Epsilon“	0,1	kW

## 2.8 CO<sub>2</sub>-Emissionsparameter und Stromtypen (ERWEITERUNG)

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Wert	Einheit
$p^{Strom,Öko}$	Ökostrom-Arbeitspreis	„p-Strom-Öko“	0,35	EUR/kWh
$p^{Strom,Ind}$	Industriestrom-Arbeitspreis	„p-Strom-Industrie“	0,25	EUR/kWh
$e^{CO2,Öko}$	CO <sub>2</sub> -Emissionen Ökostrom	„e-CO2-Öko“	0	kg/kWh

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Wert	Einheit
$e^{CO2,Ind}$	CO <sub>2</sub> -Emissionen Industriestrom	„e-CO2-Industrie“	0,45	kg/kWh
$e^{CO2,Diesel}$	CO <sub>2</sub> -Emissionen Diesel	„e-CO2-Diesel“	2,65	kg/L
$Cap^{CO2}$	CO <sub>2</sub> -Obergrenze pro Jahr	„Cap-CO2“	450.000	kg/Jahr

**Hinweis:** Ökostrom wird bilanziell mit 0 kg CO<sub>2</sub>/kWh angesetzt (zertifizierter Grünstrom).

---

### 3. Entscheidungsvariablen

#### 3.1 Binärvariablen (0 oder 1)

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Index
$use_v$	Fahrzeug $v$ wird eingesetzt	„use-v“	$v \in \mathcal{V}$
$\tau_{v,f}$	Fahrzeug $v$ ist vom Typ $f$	„Tau-v-f“	$v \in \mathcal{V}, f \in \mathcal{F}$
$\epsilon_v$	Fahrzeug $v$ ist ein E-LKW	„Epsilon-v“	$v \in \mathcal{V}$
$x_{v,r}$	Fahrzeug $v$ fährt Route $r$	„x-v-r“	$v \in \mathcal{V}, r \in \mathcal{R}$
$y_l$	Ladesäule $l$ wird installiert	„y-l“	$l \in \mathcal{L}$
$w_{v,l,t}$	Fahrzeug $v$ belegt Ladepunkt an Säule $l$ zum Zeitpunkt $t$	„w-v-l-t“	$v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$
$\omega_{v,t}$	Fahrzeug $v$ ist auf Route zum Zeitpunkt $t$	„Omega-v-t“	$v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$
$\chi_{v,t}$	Fahrzeug $v$ lädt aktiv zum Zeitpunkt $t$	„Chi-v-t“	$v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$
$\gamma$	Netzanschluss wird erweitert	„Gamma“	–
$\sigma_t$	Speicher-Modus: 1=Laden, 0=Entladen	„Sigma-t“	$t \in \mathcal{T}$
$\delta_{v,r}$	Fahrzeug $v$ fährt Route $r$ mit Diesel	„Delta-v-r“	$v \in \mathcal{V}, r \in \mathcal{R}$
$\phi_{v,r,f}$	Fahrzeug $v$ fährt Route $r$ mit Typ $f$	„Phi-v-r-f“	$v \in \mathcal{V}, r \in \mathcal{R}, f \in \mathcal{F}$
$\mu_{v,t}$	Fahrzeug $v$ ist zum Zeitpunkt $t$ vollgeladen	„Mü-v-t“	$v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$
$\nu_{v,t}$	Fahrzeug $v$ benötigt Laden (SOC < Schwellwert)	„Nü-v-t“	$v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$

### 3.2 Kontinuierliche Variablen ( $\geq 0$ )

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Index	Einheit
$SOC_{v,t}$	Ladezustand Fahrzeug $v$ zum Zeitpunkt $t$	„SOC-v-t“	$v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$	kWh
$p_{v,l,t}^{ch}$	Ladeleistung Fahrzeug $v$ an Säule $l$ zum Zeitpunkt $t$	„p-charge-v-l-t“	$v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$	kW
$p_t^{Netz}$	Netzbezug zum Zeitpunkt $t$	„p-Netz-t“	$t \in \mathcal{T}$	kW
$P_{Peak}$	Maximale Bezugsleistung (Spitzenlast)	„P-Peak“	–	kW
$P^{Sp}$	Installierte Speicherleistung	„P-Speicher“	–	kW
$E^{Sp}$	Installierte Speicherkapazität	„E-Speicher“	–	kWh
$SOC_t^{Sp}$	Ladezustand Speicher zum Zeitpunkt $t$	„SOC-Speicher-t“	$t \in \mathcal{T}$	kWh
$p_t^{Sp,ch}$	Speicher-Ladeleistung zum Zeitpunkt $t$	„p-Speicher-charge-t“	$t \in \mathcal{T}$	kW
$p_t^{Sp,dis}$	Speicher-Entladeleistung zum Zeitpunkt $t$	„p-Speicher-discharge-t“	$t \in \mathcal{T}$	kW
$p_t^{Netz,Öko}$	Ökostrom-Bezug zum Zeitpunkt $t$ (ERWEITERUNG)	„p-Netz-Öko-t“	$t \in \mathcal{T}$	kW
$p_t^{Netz,Ind}$	Industriestrom-Bezug zum Zeitpunkt $t$ (ERWEITERUNG)	„p-Netz-Ind-t“	$t \in \mathcal{T}$	kW
$E_{Jahr}^{CO2}$	Gesamte CO <sub>2</sub> -Emissionen pro Jahr (ERWEITERUNG)	„E-CO2-Jahr“	–	kg

### 3.3 Neue Binärvariablen (ERWEITERUNG)

Symbol	Beschreibung	Aussprache	Index
$\psi$	Stromtyp-Wahl: 1=Ökostrom, 0=Industriestrom	„Psi“	–

### 4. Zielfunktion

$$\min C^{Gesamt} = C^{LKW} + C^{Lade} + C^{Strom} + C^{Netz} + C^{Speicher} + C^{Diesel} + C^{Maut} - C^{THG}$$

**Aussprache:** „Minimiere C-Gesamt gleich C-LKW plus C-Lade plus C-Strom plus C-Netz plus C-Speicher plus C-Diesel plus C-Maut minus C-THG“

**Bedeutung:** Die jährlichen Gesamtkosten setzen sich zusammen aus den Fahrzeugkosten, Ladeinfrastrukturkosten, Stromkosten, Netzkosten, Speicherkosten, Dieselkosten und Mautkosten, abzüglich der THG-Quoten-Erlöse.

#### 4.1 Kostenkomponenten

##### LKW-Kosten

$$C^{LKW} = \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{f \in \mathcal{F}} (c_f^{CAPEX} + c_f^{OPEX} + c_f^{KFZ}) \cdot \tau_{v,f}$$

**Aussprache:** „C-LKW gleich Summe über alle Fahrzeuge v und alle Typen f von Klammer c-Capex-f plus c-Opex-f plus c-KFZ-f Klammer zu mal Tau-v-f“

**Bedeutung:** Summe der jährlichen Fahrzeugkosten (Anschaffung + Betrieb + Steuer) für alle eingesetzten Fahrzeuge.

##### THG-Quoten-Erlöse

$$C^{THG} = \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{f \in \mathcal{F}^E} c_f^{THG} \cdot \tau_{v,f}$$

**Aussprache:** „C-THG gleich Summe über alle Fahrzeuge v und alle E-Typen f von c-THG-f mal Tau-v-f“

**Bedeutung:** Jährliche Erlöse aus der THG-Quote für alle Elektro-LKW.

##### Ladeinfrastrukturkosten

$$C^{Lade} = \sum_{l \in \mathcal{L}} (c_l^{CAPEX} + c_l^{OPEX}) \cdot y_l$$

**Aussprache:** „C-Lade gleich Summe über alle Ladesäulen l von Klammer c-Capex-l plus c-Opex-l Klammer zu mal y-l“

**Bedeutung:** Jährliche Kosten für installierte Ladesäulen.

##### Stromkosten (ERWEITERUNG: Öko- vs. Industriestrom)

$$C^{Strom} = p^{Grund} + p^{Leistung} \cdot p^{Peak} + D \\ \cdot \left[ p^{Strom,\text{Öko}} \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}} p_t^{Netz,\text{Öko}} \cdot \Delta t + p^{Strom,Ind} \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}} p_t^{Netz,Ind} \cdot \Delta t \right]$$

**Aussprache:** „C-Strom gleich p-Grund plus p-Leistung mal P-Peak plus D mal Klammer p-Strom-Öko mal Summe Ökostrom plus p-Strom-Industrie mal Summe Industriestrom Klammer zu“

**Bedeutung:** Stromkosten bestehend aus Grundgebühr, Leistungspreis und Arbeitspreis – wobei der Arbeitspreis nun nach Stromtyp differenziert wird (Ökostrom: 0,35 EUR/kWh, Industriestrom: 0,25 EUR/kWh).

### *Netzkosten*

$$C^{Netz} = c^{Netz, Erw} \cdot \gamma$$

**Aussprache:** „C-Netz gleich c-Netz-Erweiterung mal Gamma“

**Bedeutung:** Kosten für die optionale Erweiterung des Netzanschlusses.

### *Speicherkosten*

$$C^{Speicher} = (1 + \alpha^{OPEX}) \cdot (c^{Sp,P} \cdot P^{Sp} + c^{Sp,E} \cdot E^{Sp})$$

**Aussprache:** „C-Speicher gleich Klammer eins plus Alpha-OPEX Klammer zu mal Klammer c-Speicher-P mal P-Speicher plus c-Speicher-E mal E-Speicher Klammer zu“

**Bedeutung:** Jährliche Speicherkosten (CAPEX für Leistung und Kapazität, plus 2% OPEX).

### *Dieselkosten*

$$C^{Diesel} = D \cdot p^{Diesel} \cdot \frac{\kappa_{ActrosL}}{100} \cdot \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} d_r \cdot \delta_{v,r}$$

**Aussprache:** „C-Diesel gleich D mal p-Diesel mal Kappa-ActrosL durch hundert mal Summe über v und r von d-r mal Delta-v-r“

**Bedeutung:** Jährliche Dieselkosten für alle Diesel-LKW basierend auf gefahrenen Kilometern.

### *Mautkosten*

$$C^{Maut} = D \cdot p^{Maut} \cdot \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} d_r^{Maut} \cdot \delta_{v,r}$$

**Aussprache:** „C-Maut gleich D mal p-Maut mal Summe über v und r von d-Maut-r mal Delta-v-r“

**Bedeutung:** Jährliche Mautkosten für Diesel-LKW auf mautpflichtigen Strecken.

## 5. Nebenbedingungen

### NB1: Tourenabdeckung

$$\sum_{v \in V} x_{v,r} = 1 \quad \forall r \in R$$

**Aussprache:** „Summe über alle Fahrzeuge v von x-v-r gleich eins für alle Routen r“

**Bedeutung:** Jede Tour muss von genau einem Fahrzeug gefahren werden.

## NB2: Typzuweisung (NB\_Typzuweisung)

$$\sum_{f \in \mathcal{F}} \tau_{v,f} = use_v \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

**Aussprache:** „Summe über alle Typen f von Tau-v-f gleich use-v für alle Fahrzeuge v“

**Bedeutung:** Jedes aktive Fahrzeug hat genau einen Typ; inaktive Fahrzeuge haben keinen Typ.

---

## NB3: E-Fahrzeug-Identifikation (NB\_IsElectric)

$$\epsilon_v = \sum_{f \in \mathcal{F}^E} \tau_{v,f} \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

**Aussprache:** „Epsilon-v gleich Summe über alle E-Typen f von Tau-v-f für alle Fahrzeuge v“

**Bedeutung:** Ein Fahrzeug ist genau dann ein E-LKW, wenn es einem Elektro-Typ zugeordnet ist.

---

## NB4: Fahrzeug-Aktivierung (NB\_Aktivierung)

$$x_{v,r} \leq use_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, r \in \mathcal{R}$$

**Aussprache:** „x-v-r kleiner gleich use-v für alle Fahrzeuge v und alle Routen r“

**Bedeutung:** Ein Fahrzeug kann nur Routen fahren, wenn es aktiviert ist.

---

## NB5: Zeitliche Überlappung (NB\_EineRoute)

$$\sum_{r \in \mathcal{R}(t)} x_{v,r} \leq 1 \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

wobei  $\mathcal{R}(t) = \{r \in \mathcal{R}: t_r^{start} \leq t < t_r^{end}\}$

**Aussprache:** „Summe über alle zum Zeitpunkt t aktiven Routen r von x-v-r kleiner gleich eins für alle v und t“

**Bedeutung:** Ein Fahrzeug kann zu jedem Zeitpunkt höchstens eine Route fahren.

---

## NB6: Maximale Ladesäulenanzahl

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} y_l \leq L^{max}$$

**Aussprache:** „Summe über alle Ladesäulen l von y-l kleiner gleich L-max“

**Bedeutung:** Es können maximal 3 Ladesäulen installiert werden.

---

#### NB7: Netzleistungsbegrenzung

$$p_t^{Netz} \leq P_{Netz,Basis} + P_{Netz,Erw} \cdot \gamma \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

**Aussprache:** „p-Netz-t kleiner gleich P-Netz-Basis plus P-Netz-Erweiterung mal Gamma für alle t“

**Bedeutung:** Der Netzbezug ist durch den (ggf. erweiterten) Netzanschluss begrenzt.

---

#### NB8: Spitzenlastfassung

$$P^{Peak} \geq p_t^{Netz} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

**Aussprache:** „P-Peak größer gleich p-Netz-t für alle t“

**Bedeutung:** Die Spitzenlast ist das Maximum aller Netzbezüge.

---

#### NB9: Energiebilanz am Netzanschlusspunkt

$$p_t^{Netz} + p_t^{Sp,dis} = \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{l \in \mathcal{L}} p_{v,l,t}^{ch} + p_t^{Sp,ch} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

**Aussprache:** „p-Netz-t plus p-Speicher-discharge-t gleich Summe der Ladeleistungen plus p-Speicher-charge-t für alle t“

**Bedeutung:** Netzbezug plus Speicherentladung deckt Fahrzeugladung plus Speicherladung.

---

#### NB10: Speicher-SOC-Bilanz

$$SOC_t^{Sp} = SOC_{t-1}^{Sp} + (\eta \cdot p_t^{Sp,ch} - p_t^{Sp,dis}) \cdot \Delta t \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

**Aussprache:** „SOC-Speicher-t gleich SOC-Speicher-t-minus-eins plus Klammer Eta mal p-Speicher-charge-t minus p-Speicher-discharge-t Klammer zu mal Delta-t“

**Bedeutung:** Der Speicher-SOC ergibt sich aus dem vorherigen SOC plus Ladung (mit Wirkungsgrad) minus Entladung.

---

### NB11: Speicher-Leistungsbegrenzung

$$p_t^{Sp,ch} \leq P^{Sp} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

$$p_t^{Sp,dis} \leq P^{Sp} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

**Bedeutung:** Lade- und Entladeleistung sind durch die installierte Speicherleistung begrenzt.

---

### NB12: Speicher-Modus (Exklusives Laden/Entladen)

$$p_t^{Sp,ch} \leq M^{Sp} \cdot \sigma_t \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

$$p_t^{Sp,dis} \leq M^{Sp} \cdot (1 - \sigma_t) \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

**Bedeutung:** Der Speicher kann zu jedem Zeitpunkt entweder laden ODER entladen, aber nicht beides gleichzeitig.

---

### NB13: Speicher-SOC-Grenzen

$$(1 - DoD) \cdot E^{Sp} \leq SOC_t^{Sp} \leq E^{Sp} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

**Bedeutung:** Der Speicher-SOC muss zwischen Minimum (basierend auf Entladetiefe) und Maximum (Kapazität) liegen.

---

### NB14: Fahrzeug-SOC-Bilanz

$$SOC_{v,t} = SOC_{v,t-1} + \eta^{ch} \cdot \sum_{l \in \mathcal{L}} p_{v,l,t}^{ch} \cdot \Delta t - \sum_{r \in \mathcal{R}(t)} \sum_{f \in \mathcal{F}^E} \phi_{v,r,f} \cdot \kappa_{r,f}^{step}$$

wobei  $\kappa_{r,f}^{step} = \frac{\kappa_f}{100} \cdot \frac{d_r}{t_r^{end} - t_r^{start}}$  der Verbrauch pro Zeitschritt ist.

**Aussprache:** „SOC-v-t gleich SOC-v-t-minus-eins plus Eta-charge mal Laden minus Verbrauch“

**Bedeutung:** Der Ladezustand eines Fahrzeugs ergibt sich aus dem vorherigen SOC plus Ladung (mit Wirkungsgrad  $\eta^{ch} = 0,95$ , d.h. 5% Ladeverluste) minus Energieverbrauch während der Fahrt.

---

### NB15: Fahrzeug-SOC-Grenzen

$$SOC_{v,t} \leq \sum_{f \in \mathcal{F}^E} Q_f^{max} \cdot \tau_{v,f} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

$$SOC_{v,t} \geq \sum_{f \in \mathcal{F}^E} SOC_f^{min} \cdot \tau_{v,f} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

$$SOC_{v,t} \leq M^{SOC} \cdot \epsilon_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

**Bedeutung:** Der SOC muss im zulässigen Bereich des zugewiesenen Fahrzeugtyps liegen (10%-100%); Diesel-Fahrzeuge haben SOC = 0.

---

#### NB16: Ladeleistung begrenzt durch Säule

$$p_{v,l,t}^{ch} \leq P_l^{max} \cdot w_{v,l,t} \quad \forall v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

**Bedeutung:** Die Ladeleistung ist durch die Säulenleistung begrenzt und nur möglich wenn der Ladepunkt belegt ist.

---

#### NB17: Laden nur für E-Fahrzeuge

$$p_{v,l,t}^{ch} \leq M^{ch} \cdot \epsilon_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

**Bedeutung:** Nur E-LKW können laden.

---

#### NB18: Gesamtladeleistung pro Fahrzeug

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} p_{v,l,t}^{ch} \leq \sum_{f \in \mathcal{F}^E} P_f^{max,Fzg} \cdot \tau_{v,f} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

**Bedeutung:** Die Gesamtladeleistung eines Fahrzeugs ist durch dessen maximale Ladeleistung begrenzt.

---

#### NB19: IsCharging-Verknüpfung ( $\chi$ -Kopplung)

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} p_{v,l,t}^{ch} \leq M^{ch} \cdot \chi_{v,t} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} p_{v,l,t}^{ch} \geq \varepsilon \cdot \chi_{v,t} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

**Bedeutung:**

- Wenn  $\chi_{v,t} = 1$ , dann muss mindestens  $\varepsilon$  kW geladen werden
  - Wenn  $\chi_{v,t} = 0$ , dann darf nicht geladen werden
  - Koppelt die Binärvariable  $\chi$  exakt mit der tatsächlichen Ladeleistung
-

## NB20: Ladepunkt-Kapazität

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} w_{v,l,t} \leq n_l^{spots} \cdot y_l \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

**Aussprache:** „Summe der Fahrzeuge an Säule l zum Zeitpunkt t kleiner gleich Anzahl Spots mal y-l“

**Bedeutung:** An jeder Ladesäule können maximal so viele Fahrzeuge gleichzeitig angeschlossen sein wie Ladepunkte vorhanden sind (nur wenn Säule installiert).

---

## NB21: Ladesäulen-Gesamtleistung

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} p_{v,l,t}^{ch} \leq P_l^{max} \cdot y_l \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

**Bedeutung:** Die Gesamtladeleistung an einer Säule ist durch deren maximale Leistung begrenzt.

---

## NB22: On-Route-Verknüpfung

$$\omega_{v,t} \geq x_{v,r} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in [t_r^{start}, t_r^{end}), r \in \mathcal{R}$$

$$\omega_{v,t} \leq \sum_{r \in \mathcal{R}(t)} x_{v,r} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

**Bedeutung:**  $\omega_{v,t} = 1$  genau dann, wenn Fahrzeug  $v$  zum Zeitpunkt  $t$  eine Route fährt.

---

## NB23: Nachts angesteckt bleiben (NB\_STAY)

$$w_{v,l,t} - w_{v,l,t+1} \leq \omega_{v,t+1} \quad \forall v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}^{Nacht}$$

**Aussprache:** „w-v-l-t minus w-v-l-t-plus-eins kleiner gleich Omega-v-t-plus-eins für alle v, l und Nacht-Zeitschritte t“

**Bedeutung:** Nachts (18:00-06:00) darf ein Fahrzeug einen Ladepunkt NUR verlassen, wenn es im nächsten Zeitschritt auf Route geht ( $\omega_{v,t+1} = 1$ ). „Wer nachts ansteckt, bleibt bis zur Abfahrt.“

---

## NB24: Ladeunterbrechungsverbot

$$\chi_{v,t} - \chi_{v,t+1} \leq \omega_{v,t+1} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

**Aussprache:** „Chi-v-t minus Chi-v-t-plus-eins kleiner gleich Omega-v-t-plus-eins“

**Bedeutung:** Ein laufender Ladevorgang darf nicht unterbrochen werden, außer das Fahrzeug fährt auf Route. Verhindert ineffiziente Lade-Pause-Lade-Muster.

---

#### NB25: Vollladen-Erkennung

$$SOC_{v,t} \geq Q_f^{max} \cdot \mu_{v,t} - M^{SOC} \cdot (1 - \tau_{v,f}) \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}, f \in \mathcal{F}^E$$

$$\mu_{v,t} \leq \epsilon_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

**Bedeutung:**  $\mu_{v,t} = 1$  wenn die Batterie voll ist ( $SOC = Q^{max}$ ). Nur E-LKW können vollgeladen sein.

---

#### NB26: Nach Vollladen nicht mehr laden

$$\chi_{v,t+1} \leq (1 - \mu_{v,t}) + \omega_{v,t+1} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

**Aussprache:** „Chi-v-t-plus-eins kleiner gleich eins minus Mü-v-t plus Omega-v-t-plus-eins“

**Bedeutung:** Wenn die Batterie zum Zeitpunkt  $t$  voll ist ( $\mu_{v,t} = 1$ ) UND das Fahrzeug nicht auf Route geht ( $\omega_{v,t+1} = 0$ ), dann darf nicht mehr geladen werden ( $\chi_{v,t+1} = 0$ ).

---

#### NB27: Kein Säulenwechsel während Laden

$$w_{v,l,t} - w_{v,l,t+1} \leq \omega_{v,t+1} + (1 - \chi_{v,t}) \quad \forall v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

**Bedeutung:** Ein Fahrzeug darf den Ladepunkt nur verlassen, wenn es auf Route geht ( $\omega_{v,t+1} = 1$ ) ODER nicht aktiv lädt ( $\chi_{v,t} = 0$ ). Verhindert Säulenwechsel während des aktiven Ladens.

---

#### NB28: Zwangsfreigabe tagsüber bei Vollladung

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} w_{v,l,t+1} \leq (1 - \mu_{v,t}) + \omega_{v,t+1} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}^{Tag}$$

**Bedeutung:** Tagsüber (06:00-18:00): Wenn ein LKW vollgeladen ist ( $\mu_{v,t} = 1$ ) und keine Route fährt ( $\omega_{v,t+1} = 0$ ), muss er den Ladepunkt freigeben. Verhindert Blockierung von Ladepunkten durch vollgeladene Fahrzeuge.

**Hinweis:** Nachts (18:00-06:00) gilt diese Regel NICHT - vollgeladene LKW bleiben am Ladepunkt angesteckt, siehe NB23.

---

### NB29: Kein Laden während Fahrt

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} w_{v,l,t} \leq 1 - \omega_{v,t} \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

**Bedeutung:** Ein Fahrzeug kann nicht an einem Ladepunkt angesteckt sein, wenn es auf Route ist.

---

### NB30: Ein Fahrzeug maximal an einer Säule

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} w_{v,l,t} \leq 1 \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

**Bedeutung:** Ein Fahrzeug kann nicht gleichzeitig an mehreren Ladesäulen angesteckt sein.

---

### NB31: Diesel nicht angesteckt

$$w_{v,l,t} \leq \epsilon_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}$$

**Bedeutung:** Diesel-Fahrzeuge dürfen nicht an Ladepunkten angesteckt sein.

---

### NB32: Sofortiges Anstecken nachts wenn Laden nötig (NB\_SOFORT)

**Hilfsvariable:**  $v_{v,t}$  (needs\*charge) = 1 wenn  $SOC * v, t <$  maximaler Routenverbrauch

$$SOC_{v,t} \geq \kappa_f^{max} \cdot \tau_{v,f} - M^{SOC} \cdot v_{v,t} - M^{SOC} \cdot (1 - \tau_{v,f}) \quad \forall v, t, f \in \mathcal{F}^E$$

$$v_{v,t} \leq \epsilon_v \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}$$

### Hauptconstraint:

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} w_{v,l,t+1} \geq \omega_{v,t} - \omega_{v,t+1} + v_{v,t+1} - 1 \quad \forall v \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}^{Nacht}$$

**Bedeutung:** Wenn ein E-LKW nachts (18:00-06:00) von einer Route zurückkehrt ( $\omega_{v,t} = 1, \omega_{v,t+1} = 0$ ) UND geladen werden muss ( $v_{v,t+1} = 1$ ), dann muss er sofort an einen Ladepunkt angeschlossen werden.

**Hinweis:** Wenn der SOC ausreicht für die längste Route, darf der LKW ohne Ladepunkt zwischengeparkt werden.

---

## NB33: Stromtyp-Aufteilung und Exklusivität (ERWEITERUNG)

### NB33a: Aufteilung

$$p_t^{\text{Netz,Öko}} + p_t^{\text{Netz,Ind}} = p_t^{\text{Netz}} \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

### NB33b: Exklusivität Ökostrom

$$p_t^{\text{Netz,Öko}} \leq M^{\text{Netz}} \cdot \psi \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

### NB33c: Exklusivität Industriestrom

$$p_t^{\text{Netz,Ind}} \leq M^{\text{Netz}} \cdot (1 - \psi) \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

wobei  $M^{\text{Netz}} = P^{\text{Netz,Basis}} + P^{\text{Netz,Erw}} = 1000 \text{ kW}$

**Bedeutung:** Das Unternehmen muss sich für **einen** Stromtyp entscheiden: -  $\psi = 1 \rightarrow \text{NUR Ökostrom}$  (0,35 EUR/kWh, 0 kg CO<sub>2</sub>/kWh) -  $\psi = 0 \rightarrow \text{NUR Industriestrom}$  (0,25 EUR/kWh, 0,45 kg CO<sub>2</sub>/kWh)

Ein Mischen beider Stromtypen ist nicht möglich.

---

## NB34: CO<sub>2</sub>-Emissionsberechnung (ERWEITERUNG)

$$E_{\text{Jahr}}^{\text{CO2}} = D \cdot \left[ e^{\text{CO2,Diesel}} \cdot \frac{\kappa_{\text{ActrosL}}}{100} \cdot \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{r \in \mathcal{R}} d_r \cdot \delta_{v,r} + e^{\text{CO2,Ind}} \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}} p_t^{\text{Netz,Ind}} \cdot \Delta t \right]$$

**Aussprache:** „E-CO2-Jahr gleich D mal Klammer e-CO2-Diesel mal Diesel-Verbrauch plus e-CO2-Industrie mal Industriestrom-Verbrauch Klammer zu“

**Bedeutung:** Die jährlichen CO<sub>2</sub>-Gesamtemissionen setzen sich zusammen aus: - **Diesel-Emissionen:** 2,65 kg CO<sub>2</sub>/L × Verbrauch [L] × 260 Tage - **Industriestrom-Emissionen:** 0,45 kg CO<sub>2</sub>/kWh × Verbrauch [kWh] × 260 Tage - **Ökostrom-Emissionen:** 0 kg CO<sub>2</sub>/kWh (bilanziell null)

---

## NB35: CO<sub>2</sub>-Obergrenze (ERWEITERUNG)

$$E_{\text{Jahr}}^{\text{CO2}} \leq \text{Cap}^{\text{CO2}}$$

**Aussprache:** „E-CO2-Jahr kleiner gleich Cap-CO2“

**Bedeutung:** Die jährlichen CO<sub>2</sub>-Gesamtemissionen dürfen die Obergrenze von 450 Tonnen (= 450.000 kg) nicht überschreiten. Dies ist eine **harte Nebenbedingung**, die bei der Kostenoptimierung eingehalten werden muss.

**Auswirkung:** Bei knappem CO<sub>2</sub>-Budget kann das Modell gezwungen sein: - Mehr Ökostrom zu beziehen (teurer: 0,35 EUR/kWh, aber CO<sub>2</sub>-frei) - Mehr Elektro-LKW einzusetzen (keine Diesel-Emissionen) - Diesel-LKW zu reduzieren (erzeugen 2,65 kg CO<sub>2</sub>/L)

---

## 6. Modellgröße

Komponente	Basismodell	Mit Erweiterung
Binärvariablen	ca. 19.000	ca. 19.000
Kontinuierliche Variablen	ca. 5.000	ca. 5.200
<b>Variablen gesamt</b>	<b>ca. 24.000</b>	<b>ca. 24.200</b>
<b>Nebenbedingungen</b>	<b>ca. 75.000</b>	<b>ca. 75.100</b>

**Neue Variablen (Erweiterung):** - use\_eco ( $\psi$ ): 1 Binärvariable (Stromtyp-Wahl) - p\_grid\_eco[t]: 96 Variablen (Ökostrom pro Zeitschritt) - p\_grid\_industrial[t]: 96 Variablen (Industriestrom pro Zeitschritt) - total\_co2\_year: 1 Variable (Gesamtemissionen)

**Neue Nebenbedingungen (Erweiterung):** - NB33a: 96 Constraints (Stromtyp-Aufteilung) - NB33b: 96 Constraints (Exklusivität Ökostrom) - NB33c: 96 Constraints (Exklusivität Industriestrom) - NB34: 1 Constraint (CO<sub>2</sub>-Berechnung) - NB35: 1 Constraint (CO<sub>2</sub>-Obergrenze)

---

## 7. Notation Zusammenfassung

Griechisch	Name	Verwendung
$\tau$	Tau	Typzuordnung
$\epsilon$	Epsilon	E-LKW-Indikator
$\omega$	Omega	On-Route-Indikator
$\chi$	Chi	Is-Charging-Indikator
$\gamma$	Gamma	Netzerweiterung
$\sigma$	Sigma	Speicher-Modus
$\delta$	Delta	Diesel-Route
$\phi$	Phi	Typ-Route
$\mu$	Mü	Volllade-Indikator
$\nu$	Nü	Needs-Charge-Indikator
$\eta$	Eta	Wirkungsgrad
$\kappa$	Kappa	Verbrauch
$\alpha$	Alpha	OPEX-Rate
$\varepsilon$	Epsilon (klein)	Minimalladefähigkeit

---