

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

Отчет

по лабораторной работе №2 «Канонические формы представления динамических систем»

по дисциплине «**Теория автоматического управления**»

Вариант №15

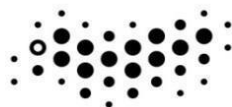
Выполнил:

Киниченко Владислав

Факультет: СУиР

Группа: R3242

Преподаватель: Парамонов А.В.



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

1. Цель работы:

Ознакомление с методами взаимного перехода между моделями вход-выход и вход-состояние-выход, с каноническими формами представления моделей вход-состояние-выход, а также со структурными свойствами системы.

2. Выполнение:

- 1) Согласно варианту, составим математические модели вход-состояние-выход в канонической управляемой и канонической наблюдаемой формах:

$a_1 = 2$; $a_2 = 11$; $a_3 = 4$; $b_0 = 2$; $b_1 = 7$; $b_2 = 4$ – вариант задания

Составим схемы моделирования:

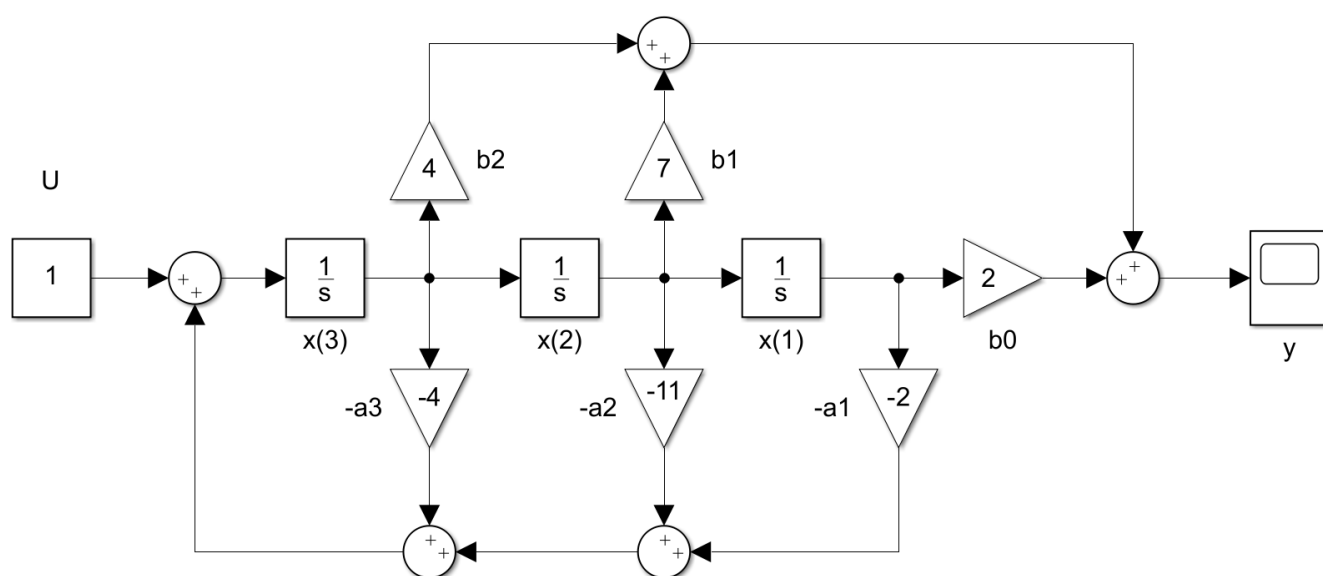


Рис.1 Схема моделирования модели вход-состояние-выход в канонической управляемой форме

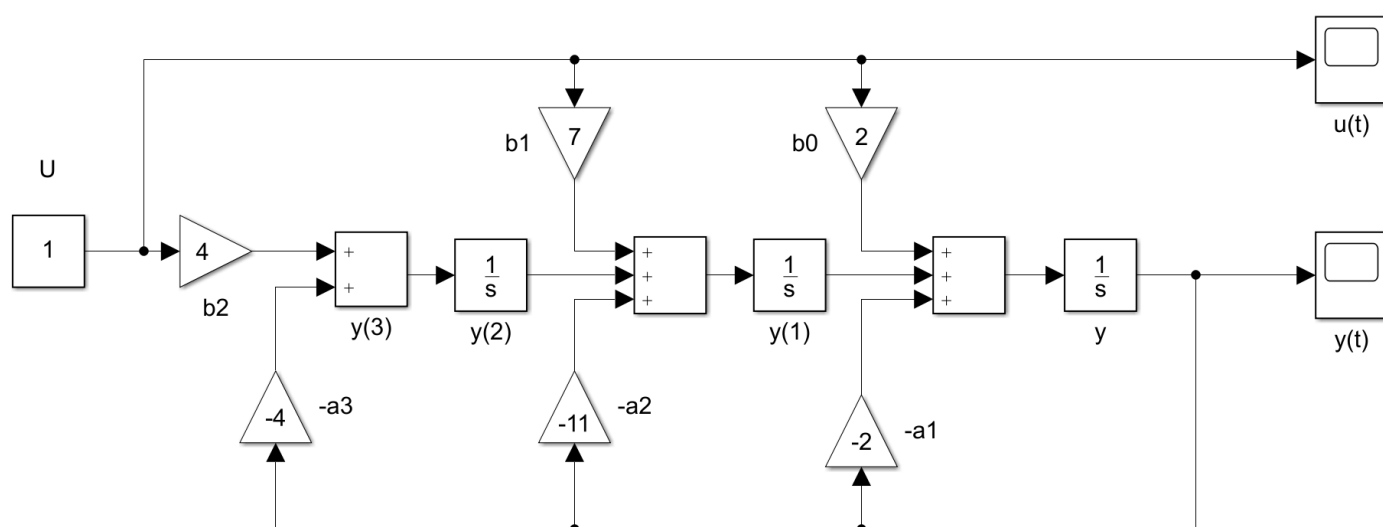


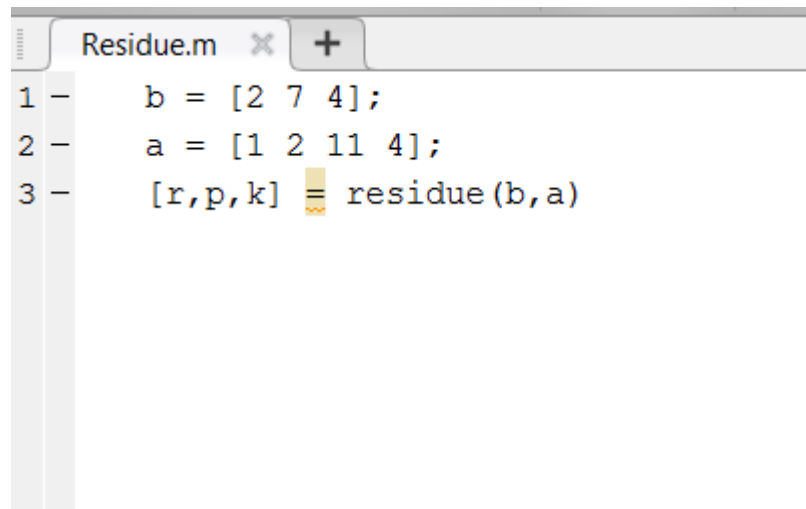
Рис.2 Схема моделирования модели вход-состояние-выход в канонической наблюдаемой форме

Далее определим передаточную функцию системы

$$W(p) = \frac{b(p)}{a(p)} = \frac{b_0 p^2 + b_1 p + b_2}{p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3} = \frac{2p^2 + 7p + 4}{p^2 + 2p^2 + 11p + 4}$$

Отсюда получим представление модели в Жордановой форме:

- а. Разложим уравнение $\frac{2p^2+7p+4}{p^2+2p^2+11p+4}$ на простые дроби с помощью MatLab:

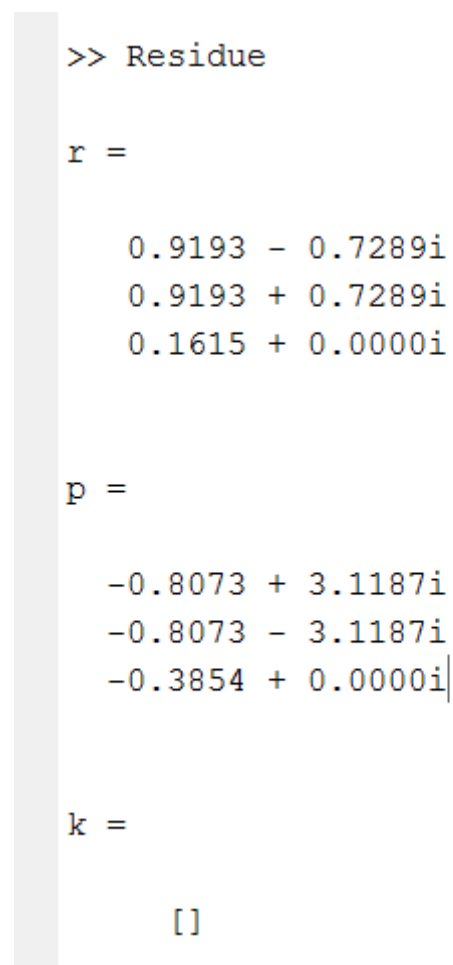


```

1 - b = [2 7 4];
2 - a = [1 2 11 4];
3 - [r,p,k] = residue(b,a)

```

Рис.3 Алгоритм разложения дроби на простейшие в программной среде MatLab



```

>> Residue

r =

    0.9193 - 0.7289i
    0.9193 + 0.7289i
    0.1615 + 0.0000i

p =

   -0.8073 + 3.1187i
   -0.8073 - 3.1187i
   -0.3854 + 0.0000i

k =

    []

```

Рис.4 Результат произведённых вычислений

- б. Исходя из полученных результатов составим блочно-диагональную форму записи математической системы:

$$A_A = \begin{bmatrix} -0.3854 & 0 & 0 \\ 0 & -0.8073 & 3.1187 \\ 0 & -3.1187 & -0.8073 \end{bmatrix} B_A = \begin{bmatrix} 0.1615 \\ 0.9193 + 0.7289i \\ 0.9193 - 0.7289i \end{bmatrix} C_A^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

с. Составим схему моделирования в блочно-диагональной форме:

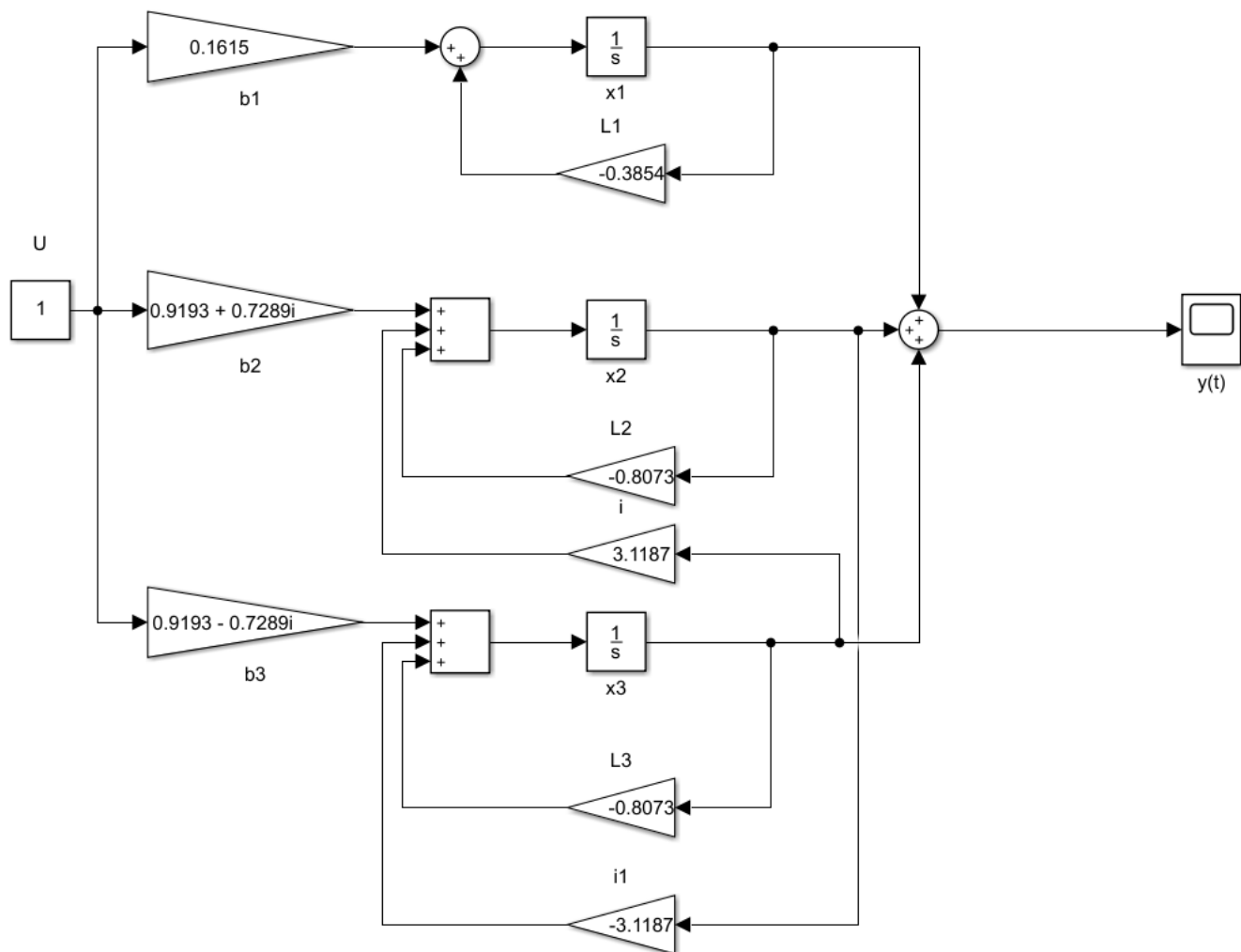


Рис.5 Схема моделирования модели вход-состояние-выход в блочно-диагональной форме

2) Осуществим моделирование построенных схем с помощью блоков Transfer Fcn и State-Space:

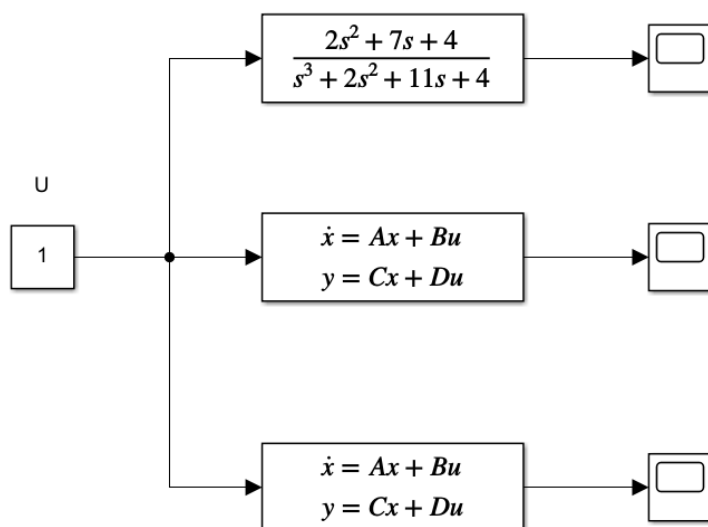


Рис.6 Схема моделирования моделей вход-выход, вход-состояние-выход в канонической управляемой форме и вход состояние-выход в канонической наблюдаемой форме при ступенчатом единичном входном воздействии и нулевых начальных условиях

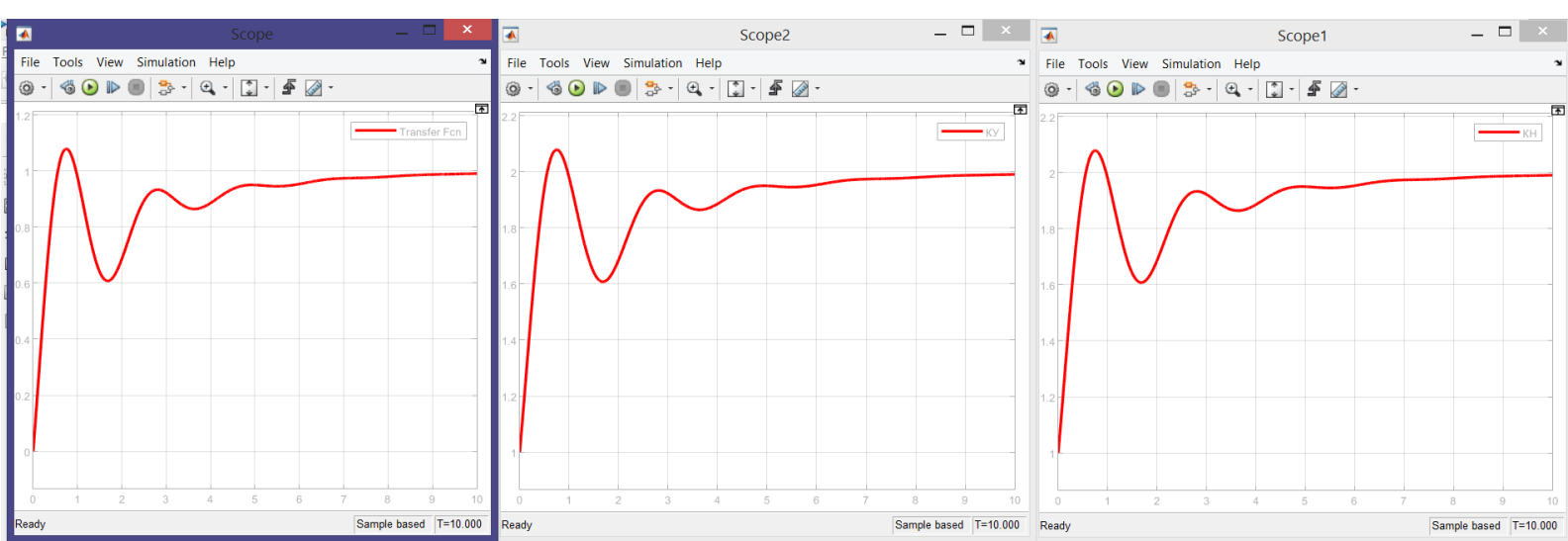


Рис.7 Графики полученные при моделирование моделей вход-выход (Transfer Fcn), вход-состояние-выход в канонической управляемой форме (КУ) и канонической наблюдаемой форме (КН)

- 3) Рассчитаем в соответствии с вариантом задания передаточной функции системы, а также канонических моделей вход-состояние-выход:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -5 & -3 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} C = [5 \quad 0] \text{ – вариант задания}$$

$$W(p) = C(pI - A)^{-1}B = [5 \quad 0] \left(\begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -5 & -3 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Осуществим расчёт с помощью MatLab:

```
1 - C = [5 0];
2 - syms p;
3 - P = [p 0; 0 p];
4 - A = [0 2; -5 -3];
5 - B = [1; 1];
6 - result = C*(P-A)^(-1) * B;
7 - pretty(result);
```

Рис.8 Алгоритм вычисления передаточной матрицы в программной среде Matlab

```
>> Wp
      10          (p + 3) 5
----- + -----
      2          2
p  + 3 p + 10  p  + 3 p + 10
```

Рис.9 Результаты вычислений передаточной матрицы

Отсюда передаточная функция $W(p) = \frac{5p+25}{p^2+3p+10}$

Далее составим канонические модели вход-состояние-выход:

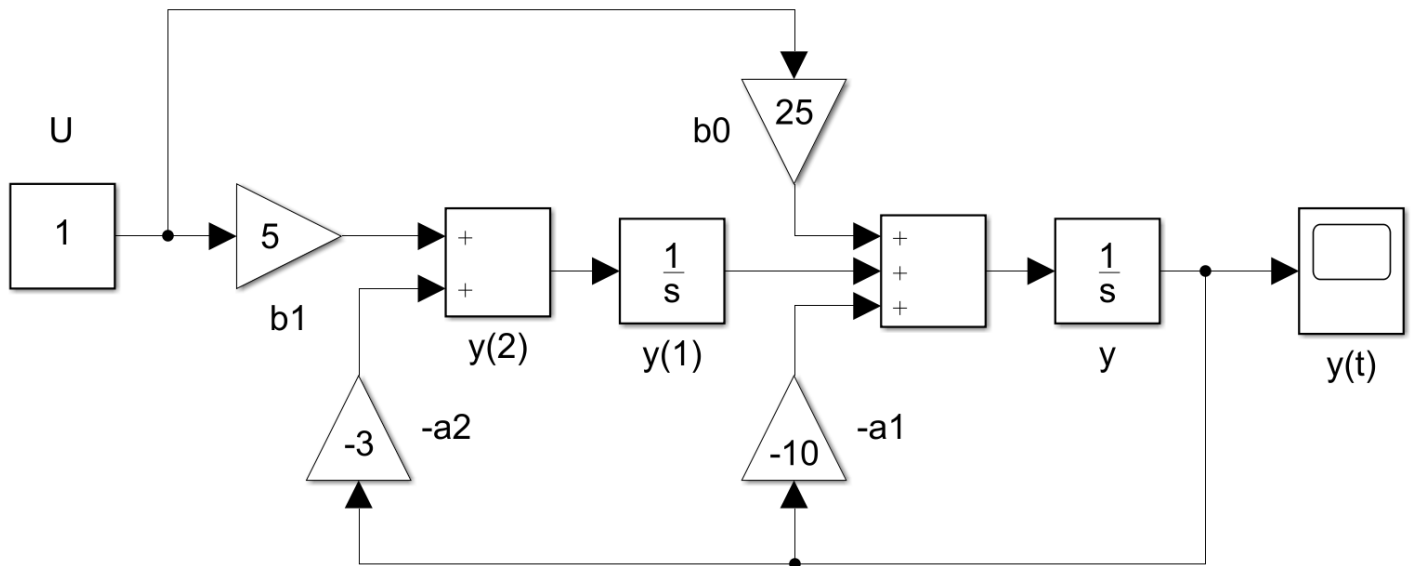


Рис.10 Схема моделирования вход-состояние-выход в канонической наблюдаемой форме

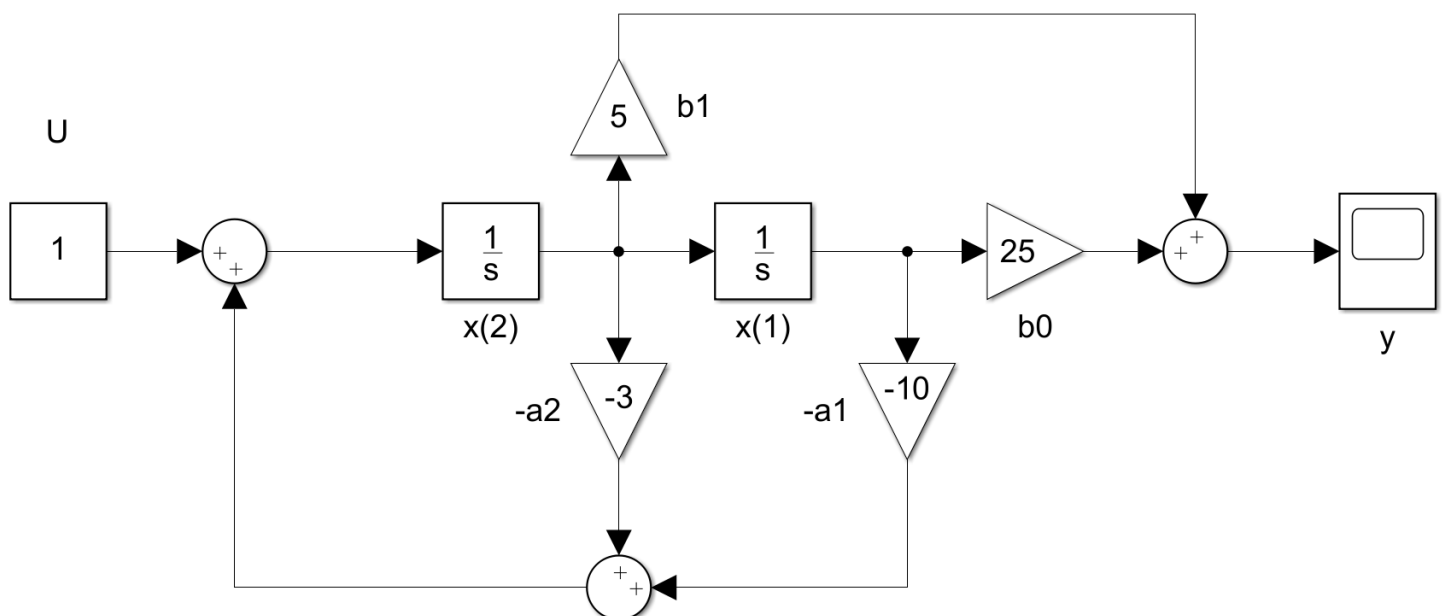


Рис.11 Схема моделирования вход-состояние-выход в канонической управляемой форме

4) Осуществим моделирование построенных схем с помощью блоков Transfer Fcn и State-Space:

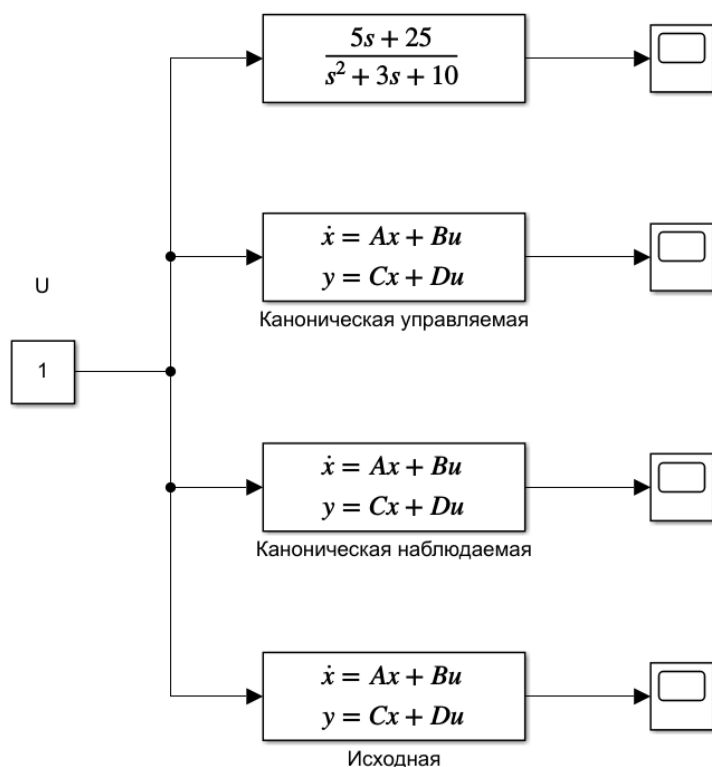
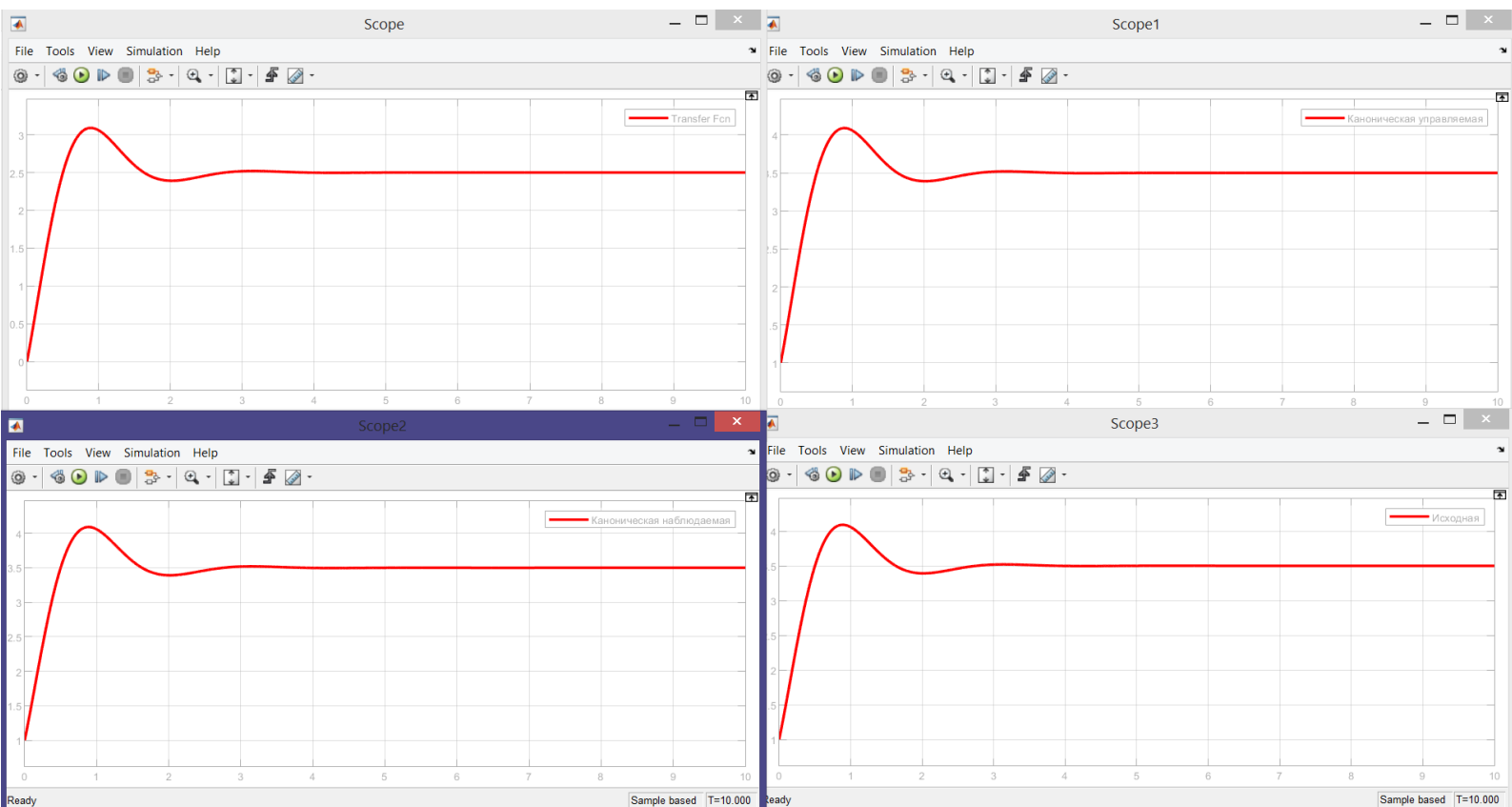


Рис.12 Схема моделирования моделирование исходной модели и полученных моделей вход-выход, вход-состояние-выход в канонической управляемой форме и вход-состояние-выход в канонической наблюдаемой форме, при ступенчатом единичном входном воздействии и нулевых начальных условиях



5) Рассчитаем матрицы преобразования исходной модели к каноническим формам:

$$M = N_y \widehat{N}_y^{-1}$$

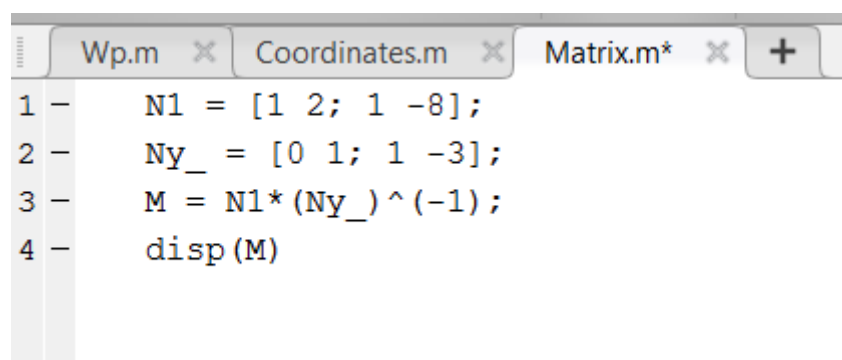
Для канонической управляемой формы:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -10 & -3 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} C = [5 \quad 25]$$

Отсюда:

$$N_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -8 \end{bmatrix} \widehat{N}_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

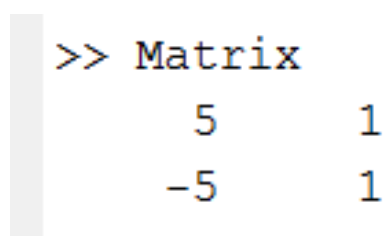
Матрицу М рассчитаем в MatLab:



```

Wp.m  Coordinates.m  Matrix.m*  +
1 -    N1 = [1 2; 1 -8];
2 -    Ny_ = [0 1; 1 -3];
3 -    M = N1*(Ny_) ^ (-1);
4 -    disp(M)
  
```

Рис.14 Алгоритм расчёта матрицы преобразования в программной среде MatLab



```

>> Matrix
      5      1
     -5      1
  
```

Рис.14 Результаты соответствующих вычислений

Исходя из этого, $M = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$

Аналогично для канонической наблюдаемой формы:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -10 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 5 \\ 25 \end{bmatrix} C = [0 \quad 1]$$

$$N_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -8 \end{bmatrix} \widehat{N}_y = \begin{bmatrix} 25 & -50 \\ 5 & 10 \end{bmatrix} M = \begin{bmatrix} 0 & 0.2 \\ 0.1 & -0.3 \end{bmatrix}$$

6) Рассчитаем передаточную матрицу в соответствии с вариантом задания

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -8 \\ 1 & -9 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - \text{вариант задания}$$

$$W(p) = C(pI - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -8 \\ 1 & -9 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Произведём вычисления с помощью MatLab по алгоритму, представленному на рисунке 7:


```
>> Wp
/ 28 p    221    (p + 9) 40    14 p    86    (p + 9) 48 \
| ----- - --- + -----, ----- |
| #1      #1      #1      #1      #1      #1      |
|
| 12 p    17    (p + 9) 5    6 p    2    (p + 9) 6 |
| ----- - --- + -----, ----- |
\ #1      #1      #1      #1      #1      #1      /

where

      2
#1 == p  + 9 p + 8
```

Рис.15 Результаты вычисления передаточной матрицы в программной среде MatLab

Отсюда передаточная матрица $W(p) = \begin{bmatrix} \frac{68p+139}{p^2+9p+8} & \frac{62p+341}{p^2+9p+8} \\ \frac{17p-28}{p^2+9p+8} & \frac{12p+2}{p^2+9p+8} \end{bmatrix}$

7) Построим математическую модель согласно пункту 3 (рис.11) по варианту задания:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \text{дано по варианту}$$

$$\hat{A} = M^{-1}AM$$

$$\hat{B} = M^{-1}B$$

$$\hat{C} = CM$$

Выполним необходимые расчёты при помощи MatLab:

```
Wp.m  Coordinates.m  Matrix.m  +
1 -   C = [5 0];
2 -   A = [0 2; -5 -3];
3 -   B = [1; 1];
4 -   M = [1 2; 0 2];
5 -   A_ = M^(-1)*A*M;
6 -   B_ = M^(-1)*B;
7 -   C_ = C*M;
8 -   disp(A_);
9 -   disp(B_);
10 -  disp(C_);
```

Рис.16 Алгоритм вычисления преобразованных матриц в новом базисе

```
>> Coordinates
    5.0000    20.0000
   -2.5000    -8.0000

         0
    0.5000

         5         10
```

Рис.17 Результаты соответствующих вычислений в программной среде MatLab

По полученному матричному представлению модели составим передаточную функцию при помощи алгоритма, представленного на рисунке 7.

$W(p) = \frac{5p+25}{p^2+3p+10}$ - полученная передаточная функция идентична полученной в пункте 3

лабораторной работы, соответственно составленные схемы справедливы и для этой системы, так как строились исходя из вида передаточной функции.

8) Осуществим моделирование выведенных моделей с помощью блока State-Space:

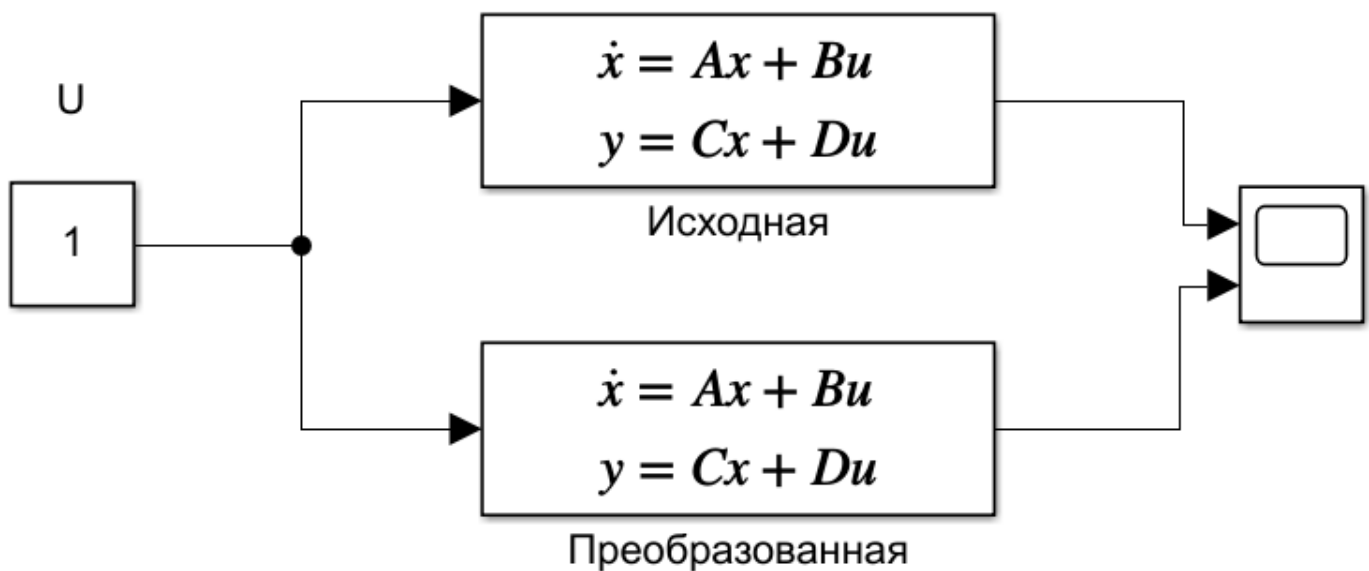


Рис.18 Схема моделирования полученных систем

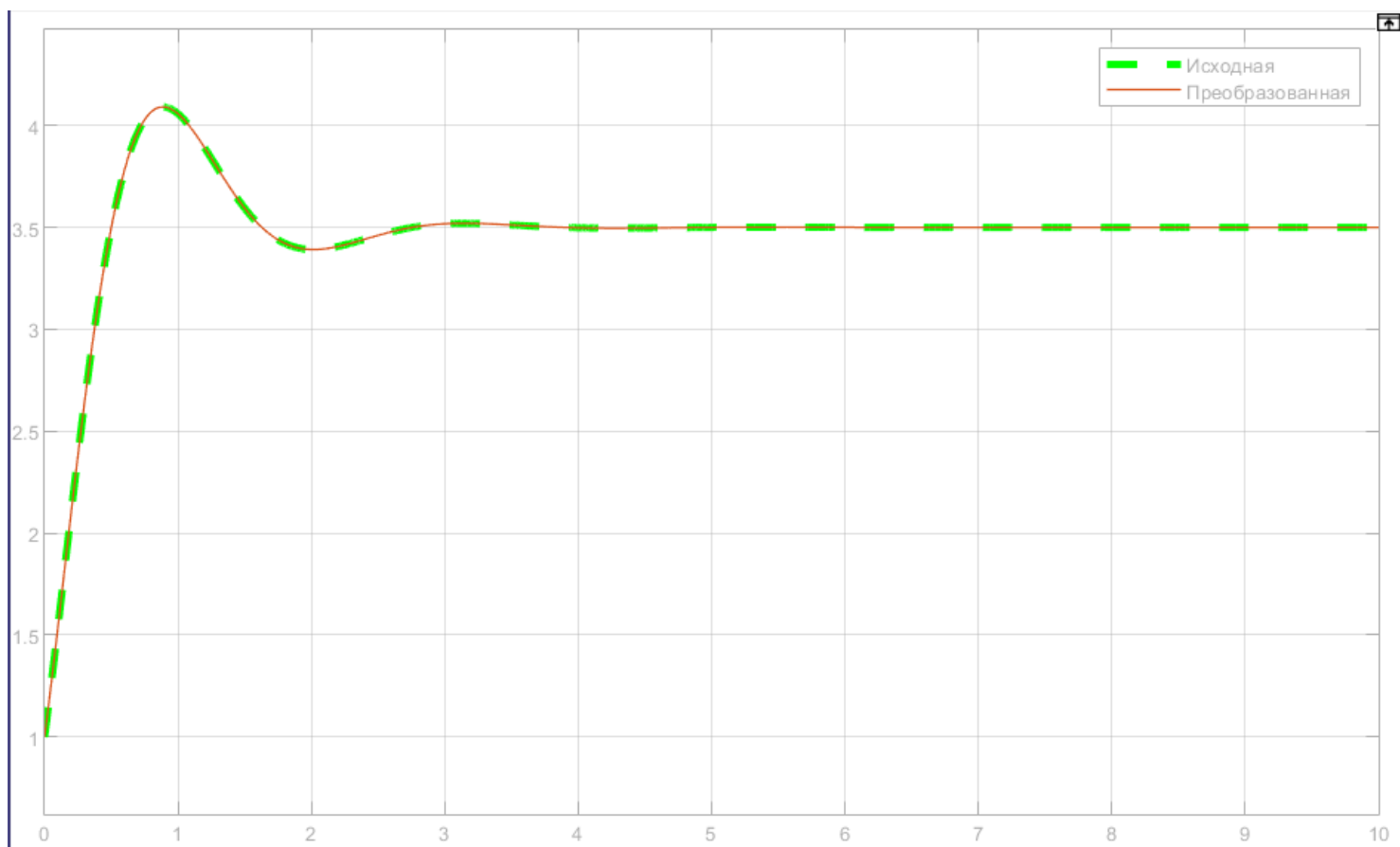


Рис.19 Графики, полученные при моделировании указанной модели

Вывод:

В результате выполнения данной лабораторной работы были выполнены переходы от систем вход-выход к системам вход-состояние-выход, а также построение канонической управляемой, канонической наблюдаемой и диагональной (блочной-диагональной) моделей. Помимо всего прочего, был освоен вычислительный инструмент системы MatLab представляемый в виде функций (указанных в отчёте как алгоритмы), которые сильно облегчили расчёт передаточных матриц и матриц преобразования.