МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа аэрокосмических технологий
Кафедра вычислительной физики

Выпускная квалификационная работа бакалавра

Расчетно-экспериментальное исследование применения аберраторов для акустической левитации

Автор:
Студент группы Б03-101
Куланов Александр Владимирович

Научный руководитель:
к.ф.-м.н.
Беклемышева Катерина Алексеевна

Москва, 2025

Аннотация

Расчётно-экспериментальное исследование применения аберраторов для акустической левитации

Куланов Александр Владимирович

Основной целью данной работы является исследование акустической левитации в воде с помощью математического моделирования и физического эксперимента. Практический интерес представляет изучение применимости выбранного численного метода, а так же аберраторов как способа влияния на получаемое акустическое поле. Для численного эксперимента используется решатель на основе сеточно-характеристического метода.
РЕЗУЛЬТАТЫ

Содержание

1 Введение **4**

1.1 Актуальность 4

1.2 Цель работы 4

2 Математическая модель **6**

2.1 Система уравнений акустики 6

2.2 Выражения для коэффициентов прохождения и отражения волны 7

3 Описание численного метода **9**

3.1 Сеточно-характеристический метод 9

3.2 Программный комплекс 10

4 Постановка задачи и эксперимента **12**

4.1 Постановка задачи 12

4.2 Пьезоэлектрический эффект 12

4.3 Создание экспериментальной установки 13

5 Результаты **14**

5.1 Результаты численных расчетов 14

5.2 Результаты физического эскперимента 14

6 Заключение **15**

1 Введение

1.1 Актуальность

Акустическая левитация представляет собой бесконтактный метод удержания и манипуляции телами в жидкой или газообразной среде за счёт действия сил акустического давления, возникающих при взаимодействии акустических волн с объектом. За последние десятилетия эта технология приобрела широкое признание в различных областях науки и техники благодаря своей способности минимизировать механические и химические взаимодействия с удерживаемым образцом. Она находит применение в многих инженерных приложениях, например, в фармацевтической области [1], машиностроении [2] и прецизионной робототехнике [3]. В частности, одним из приложений является необходимость бесконтактного позиционирования биологических тканей в задаче биопечати.

Существуют различные технические способы управления акустическим полем. К примеру, использование отражателей сложной формы в совокупности с массивом излучателей исследовано в [4]. Другим подходом оптимизации акустических левитаторов является использование акустических аберраторов — специальных элементов, способных искажать фазу или амплитуду акустических волн для формирования заданного пространственного распределения давления. Такие аберраторы позволяют целенаправленно управлять звуковым полем, создавать нужную форму потенциала и задавать положение левитируемых объектов, не прибегая к использованию сложных массивов излучателей.

1.2 Цель работы

Настоящая работа посвящена численному моделированию акустической левитации с учётом применения аберрирующих элементов. Исследуется влияние параметров аберраторов на структуру акустического поля, полученная картина потенциала Горького и реальная устойчивость положения левитируемых объектов. Результаты могут быть использованы при проектировании перспективных систем для микро- и макроманипуляции. Для достижения поставленной цели были поставлены следующие задачи:

1. Разработка и создание экспериментальной установки, позволяющей проводить физические эксперименты по акустический левитации в жидкости с возможностью использования различных излучателей

2. Разработка или выбор готового программного комплекса, с помощью которого проводится моделирование физического эксперимента

2 Математическая модель

2.1 Система уравнений акустики

Основой для описания исследуемой среды является модель линейной упругости. Тогда в общем случае, согласно [5]

$$
\begin{aligned}
\rho\dot{\vec{v}} &= \nabla \cdot \mathbb{T} + \vec{f} \\
\dot{\mathbb{T}} &= \mathbf{q} : \dot{\varepsilon} + \mathbf{F}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Здесь ρ - плотность в данной точке, $\vec{v}$ - скорость частиц в данной точке, $\mathbb{T}$ - тензор напряжений в данной точке, ε - тензор деформаций в данной точке, $\vec{f}$ и $\mathbf{F}$ - силы, $\mathbf{q}$ - тензор упругих коэффициентов. Далее везде силы примем равными нулю, согласно постановке задачи. Пользуясь малостью смещения, используем выражения для тензора малых деформаций

$$
\varepsilon = \frac{1}{2}\left(\nabla \otimes \vec{r} + \vec{r} \otimes \nabla\right)
\tag{2}
$$

Здесь $\vec{r}$ - вектор смещения в данной точке, $\otimes$ - оператор тензорного умножения. Дифференцируя это выражения по времени и подставляя в исходную систему, получаем

$$
\begin{aligned}
\rho\dot{\vec{v}} &= \nabla \cdot \mathbb{T} \\
\dot{\mathbb{T}} &= \frac{1}{2}\mathbf{q} : \left(\nabla \otimes \vec{v} + \vec{v} \otimes \nabla\right)
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Воспользуемся теперь тем, что исследуемая среда изотропна, то есть свойства одинаковы для любого направления в пространстве. Известно, что для такого материала количество независимых коэффициентов в тензоре $\mathbf{q}$ равно двум. Их называют параметры Ламе и обычно обозначают λ, μ. Полезно также представить их выражения через модуль Юнга E и коэффициент Пуассона ν

$$
\begin{aligned}
\lambda &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\
\mu &= \frac{E}{2(1+\nu)}.
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Итого, для изотропного случая можно записать

$$\begin{aligned} \rho\dot{\vec{v}} &= \nabla \cdot \mathbb{T} \\ \dot{\mathbb{T}} &= \lambda(\nabla \cdot \vec{v})\mathbb{I} + \mu\left(\nabla \otimes \vec{v} + \vec{v} \otimes \nabla\right) \end{aligned} \tag{5}$$

Остается последний шаг преобразования. Применим акустическое приближение: тензор напряжений зависит только от одного скалярного параметра p, который называют давлением, и выражается через единичный тензор $\mathbb{I}$. Модуль сдвига μ считается равен нулю.

$$\mathbb{T} = -p\mathbb{I} \tag{6}$$

Эта модель хорошо подходит для описания жидкостей, что и требуется в настоящей работе. Традиционно переобозначим λ за K — модуль всестороннего сжатия. Наконец, подставляя это выражение в 5, получаем

$$\begin{aligned} \rho\dot{\vec{v}} &= -\nabla(p\mathbb{I}) \\ \dot{p} &= -K(\nabla \cdot \vec{v}) \end{aligned} \tag{7}$$

2.2 Выражения для коэффициентов прохождения и отражения волны

Для некоторых дальнейших рассуждений полезно понимать, какая часть волны проходит через контактную границу, а какая отражается обратно. В [6] приведено более подробное рассуждение, в настоящей же работе ограничимся соотношениями для нормально падающей на контактную границу волны:

$$\begin{aligned} R &= \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \\ T &= \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} \end{aligned} \tag{8}$$

Здесь R - коэффициент отражения по амплитуде, T - коэффициент прохождения по амплитуде. Возводя их в квадрат можно получить коэффициенты по энергии, но они не понадобятся. Индексам "1" и "2"соответствуют величины в среде из которой и в которую бежит волна соответственно. Также важное обозначение $Z = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \rho c$ — акустический импеданс среды, величина, характеризующая сопротивление среды распространению звуковых волн, c — скорость звука в среде.

3 Описание численного метода

3.1 Сеточно-характеристический метод

В настоящей работе используется сеточно-характеристический численный метод (СХМ). В самой общей постановке и подробно этот метод описан в [7], а для системы уравнений акустики подробно рассмотрен, помимо прочего, в [6]. Для настоящей работы приведем краткое описание построения и применения данного метода.

Для произвольной трехмерной области рассматривается гиперболическая система уравнений:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3} \mathbf{A}_i \frac{\partial \vec{u}}{\partial x_i} = 0. \tag{9}$$

Здесь матрицы $\mathbf{A}_i$ не зависят от пространственных координат и времени. Тот факт, что система гиперболическая, то есть её матрицы имеют полный набор собственных векторов и только вещественные собственные числа, позволяет разбивать эту систему на независимые уравнения переноса. Для этого необходимо представить исходную матрицу в виде спектрального разложения

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}^{-1} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U} \tag{10}$$

где $\mathbf{U}^{-1}$, $\mathbf{U}$ — матрицы собственных векторов и строк соответственно. Далее, переходя к инвариантам Римана $\vec{r} = \mathbf{U}\vec{u}$, получаем

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial t} + \mathbf{\Lambda} \frac{\partial \vec{r}}{\partial x} = 0 \tag{11}$$

Так как матрица $\mathbf{\Lambda}$ диагональна, система распадается на независимые скалярные уравнения переноса. Для полученных одномерных уравнений применяется главная идея сеточно-характеристического метода. Из точки на временном слое $n + 1$ выпускается характеристика, вдоль которой сохраняется значение решения. Далее функция интерполируется в точке пересечения этой характеристики с предыдущим временным слоем. После этого производится обратное преобразование $\vec{u} = \mathbf{U}^{-1}\vec{r}$. Сказанное выше проиллюстрировано на рисунке 1:

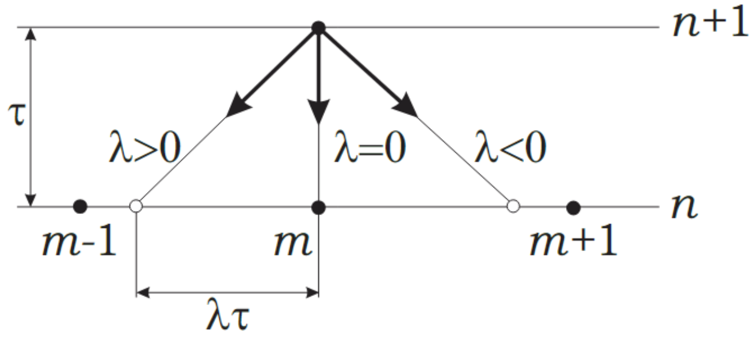

Рис. 1: Иллюстрация сеточно-характеристического метода в одномерном случае

Для системы уравнений акустики спектральное разложение выглядит довольно просто и было описано в [6]. Приведем лишь результат разложения. Вдоль направления $\vec{e}$ оно выглядит следующим образом:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \vec{e} & \vec{e} & \vec{e'} & \vec{e''} \\ c\rho & -c\rho & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \vec{e}^T & \frac{1}{c\rho} \\ \vec{e}^T & -\frac{1}{c\rho} \\ 2\vec{e'}^T & 0 \\ 2\vec{e''}^T & 0 \end{pmatrix} \tag{12}$$

В данном контексте $\vec{e}$, $\vec{e'}$, $\vec{e''}$ образуют правую тройку, а собственные значения c матрицы $\mathbf{A}$ равны

$$\begin{gathered} c = \pm\sqrt{\frac{K}{\rho}}, \\ c = 0 \end{gathered} \tag{13}$$

3.2 Программный комплекс

В настоящей работе используется программный комплекс, реализующий СХМ в 3D на языке Python. Его автором является А. В. Васюков [8]. Выбор именно такого комплекса заключается в простоте использования и удобстве доработки, однако пришлось жертвовать скоростью расчетов. Расчеты производятся на ортогональной сетке, примерное время одного расчета — десятки минут. Простота использования заключается в удобстве понимания и написания программного кода на языке Python, благодаря чему без особых усилий можно варьировать граничные условия и параметры среды. Проще говоря, при таком подходе большее количество сил и времени можно потратить на создание экспериментальной установки, что в настоящей работе оказалось нетривиальной задачей. Визуализация и контроль решения производились в среде ParaView, а так же средствами библиотеки matplotlib.

4 Постановка задачи и эксперимента

4.1 Постановка задачи

Как было сказано ранее, основной целью работы является изучение применения аберраторов для акустической левитации в воде. Исходя из этого были сформулированы требования к экспериментальной установке:

- Главным инструментом для контроля формы распределения акустического давления является аберратор, то есть не используются матрицы из излучателей (используется один излучатель), а так же отражатели в форме, отличной от плоской.

- В качестве излучателя используется пьезоэлемент. В данном случае это решение безальтернативное.

- Диапазон доступных частот в 10–100 кГц и величина скорости звука в воде накладывают ограничения на размер резервуара для воды.

В качестве формы аберратора был выбран достаточно простой синусоидальный профиль, чтобы его можно было изготовить не прибегая к сложным технологиям.

4.2 Пьезоэлектрический эффект

Как было сказано ранее, в экспериментальной установке излучателем является пьезоэлемент, так что следует привести краткие сведения о том, что это такое. Пьезоэлектрический эффект представляет собой физическое явление, заключающееся в возникновении электрического заряда на поверхности некоторых кристаллических материалов при их механическом деформировании. Этот эффект наблюдается в веществах с анизотропной кристаллической структурой, не обладающей центром симметрии. Он проявляется в двух формах: прямой и обратной.

Прямой пьезоэлектрический эффект заключается в генерации электрического потенциала в ответ на приложенное механическое воздействие (сжатие, растяжение, изгиб и др.). Это происходит вследствие изменения положения ионов в кристаллической решётке, что приводит к поляризации материала и возникновению поверхностного заряда. Сила возникшего электрического поля пропорциональна величине механической деформации. Обратный пьезоэлектрический эффект представляет собой деформацию кристалла под действием внешнего электрического поля. Это связано с перераспределением внутренних сил в кристаллической решётке, вызывающим изменение её геометрических размеров.

Наиболее ярко выраженные пьезоэлектрические свойства наблюдаются у таких материалов, как кварц, турмалин, титанат бария, цирконат-титанат свинца (PZT, пьезоэлементы из него используются в настоящей работе), а также у некоторых полимеров, например поливинилиденфторида (PVDF).

Благодаря способности преобразовывать электрический сигнал в механический такой же формы, пьезоэлемент отлично подходит для генерации синусоидальных волн, которые необходимы для акустической левитации.

4.3 Создание экспериментальной установки

5 Результаты

5.1 Результаты численных расчетов

5.2 Результаты физического эскперимента

6 Заключение

Список литературы

[1] *Ruiken, Jan-Paul.* Drop Dissolution Intensified by Acoustic Levitation / Jan-Paul Ruiken, Jörn Villwock, Matthias Kraume // *Micromachines.* — 2024.

[2] Near-field acoustic levitation and applications to bearings: a critical review / Minghui Shi, Kai Feng, Junhui Hu et al. // *International Journal of Extreme Manufacturing.* — 2019.

[3] *Nakahara, Jared.* Contact-less Manipulation of Millimeter-scale Objects via Ultrasonic Levitation / Jared Nakahara, Boling Yang, Joshua R. Smith // 2020 8th IEEE RAS/EMBS International Conference for Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob). — 2020.

[4] *Polychronopoulos, Spyros.* Acoustic levitation with optimized reflective metamaterials / Spyros Polychronopoulos, Gianluca Memoli // *Nature.* — 2020.

[5] *Кондауров, В.И.* Основы термомеханики конденсированной среды / В.И. Кондауров, В.Е. Фортов. — М., МФТИ, 2002.

[6] *Казаков, А. О.* Численное моделирование волновых процессов в задачах ультразвукового неразрушающего контроля сеточнохарактеристическим методом / А. О. Казаков. — Дисс. канд. физ.-мат. наук, М., МФТИ, 2019.

[7] *Магомедов, К. М.* Сеточно-характеристические численные методы / К. М. Магомедов, А. С. Холодов. — М.: Наука, 1988.

[8] *Васюков, А. В.* GCM 3D. `https://github.com/avasyukov/naiveAcousticsGCM3D`.

[9] *Челноков, Ф. Б.* Явное представление сеточно-характеристических схем для уравнений упругости в двумерном и трехмерном пространствах / Ф. Б. Челноков // *Матем. моделирование.* — 2006. — Vol. 18, no. 6.

[10] *Петров, И. Б.* Лекции по вычислительной математике / И. Б. Петров, А. И. Лобанов. — Интернет-университет информационных технологий, 2006.

[11] *Ландау, Л.* Теория упругости / Л. Ландау, Е. Лифшиц. — Наука, 1965.

[12] *Исакович, М. А.* Общая акустика / М. А. Исакович. — Наука, 1973.

[13] *Горьков, Л. П.* О силах, действующих на малую частицу в акустическом поле в идальной жидкости / Л. П. Горьков // *Доклады Академии наук СССР*. — 1961. — Vol. 140, no. 1.

[14] *Zhang, Fuqiang.* The Experiment of Acoustic Levitation and the Analysis by Simulation / Fuqiang Zhang, Zelai Jin // *Open Access Library Journal.* — 2018.

[15] *Noviello, C.* Mastering STM32 / C. Noviello. — LeanPub, 2022.