

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа аэрокосмических технологий  
Кафедра вычислительной физики

Выпускная квалификационная работа бакалавра

**Расчетно-экспериментальное  
исследование применения аберраторов  
для акустической левитации**

**Автор:**

Студент группы Б03-101  
Куланов Александр Владимирович

**Научный руководитель:**

к.ф.-м.н.  
Беклемышева Катерина Алексеевна

Москва, 2025

### **Аннотация**

Расчётно-экспериментальное исследование  
применения аберраторов для акустической  
левитации

*Куланов Александр Владимирович*

Основной целью данной работы является исследование акустической левитации в воде с помощью математического моделирования и физического эксперимента. Практический интерес представляет изучение применимости выбранного численного метода, а так же аберраторов как способа влияния на получаемое акустическое поле. Для численного эксперимента используется решатель на основе сеточно-характеристического метода.

### **РЕЗУЛЬТАТЫ**

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>4</b>
1.1	Актуальность . . . . .	4
1.2	Цель работы . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Математическая модель</b>	<b>6</b>
2.1	Система уравнений акустики . . . . .	6
2.2	Выражения для коэффициентов прохождения и отражения волны . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Обзор существующих решений</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Исследование и построение решения задачи</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>Описание практической части</b>	<b>11</b>
<b>6</b>	<b>Заключение</b>	<b>12</b>

# 1 Введение

## 1.1 Актуальность

Акустическая левитация представляет собой бесконтактный метод удержания и манипуляции телами в жидкой или газообразной среде за счёт действия сил акустического давления, возникающих при взаимодействии акустических волн с объектом. За последние десятилетия эта технология приобрела широкое признание в различных областях науки и техники благодаря своей способности минимизировать механические и химические взаимодействия с удерживаемым образцом. Она находит применение в многих инженерных приложениях, например, в фармацевтической области [1], машиностроении [2] и прецизионной робототехнике [3]. В частности, одним из приложений является необходимость бесконтактного позиционирования биологических тканей в задаче биопечати.

Существуют различные технические способы управления акустическим полем. К примеру, использование отражателей сложной формы в совокупности с массивом излучателей исследовано в [4]. Другим подходом оптимизации акустических левитаторов является использование акустических аберраторов — специальных элементов, способных искажать фазу или амплитуду акустических волн для формирования заданного пространственного распределения давления. Такие аберраторы позволяют целенаправленно управлять звуковым полем, создавать нужную форму потенциала и задавать положение левитируемых объектов, не прибегая к использованию сложных массивов излучателей.

## 1.2 Цель работы

Настоящая работа посвящена численному моделированию акустической левитации с учётом применения аберрирующих элементов. Исследуется влияние параметров аберраторов на структуру акустического поля, полученная картина потенциала Горького и реальная устойчивость положения левитируемых объектов. Результаты могут быть использованы при проектировании перспективных систем для микро- и макроманипуляции. Для достижения поставленной цели были поставлены следующие задачи:

1. Разработка и создание экспериментальной установки, позволяющей проводить физические эксперименты по акустической левитации в жидкости с возможностью использования различных излучателей
2. Разработка или выбор готового программного комплекса, с помощью которого проводится моделирование физического эксперимента

## 2 Математическая модель

### 2.1 Система уравнений акустики

Основой для описания исследуемой среды является модель линейной упругости. Тогда в общем случае, согласно [11]

$$\begin{aligned}\rho \dot{\vec{v}} &= \nabla \cdot \mathbb{T} + \vec{f} \\ \dot{\mathbb{T}} &= \mathbf{q} : \dot{\varepsilon} + \mathbf{F}\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь  $\rho$  - плотность в данной точке,  $\vec{v}$  - скорость частиц в данной точке,  $\mathbb{T}$  - тензор напряжений в данной точке,  $\varepsilon$  - тензор деформаций в данной точке,  $\vec{f}$  и  $\mathbf{F}$  - силы,  $\mathbf{q}$  - тензор упругих коэффициентов. Далее везде силы примем равными нулю, согласно постановке задачи. Пользуясь малостью смещения, используем выражения для тензора малых деформаций

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (\nabla \otimes \vec{r} + \vec{r} \otimes \nabla)\tag{2}$$

Здесь  $\vec{r}$  - вектор смещения в данной точке,  $\otimes$  - оператор тензорного умножения. Дифференцируя это выражения по времени и подставляя в исходную систему, получаем

$$\begin{aligned}\rho \dot{\vec{v}} &= \nabla \cdot \mathbb{T} \\ \dot{\mathbb{T}} &= \frac{1}{2} \mathbf{q} : (\nabla \otimes \vec{v} + \vec{v} \otimes \nabla)\end{aligned}\tag{3}$$

Воспользуемся теперь тем, что исследуемая среда изотропна, то есть свойства одинаковы для любого направления в пространстве. Известно, что для такого материала количество независимых коэффициентов в тензоре  $\mathbf{q}$  равно двум. Их называют параметры Ламе и обычно обозначают  $\lambda$ ,  $\mu$ . Полезно также представить их выражения через модуль Юнга  $E$  и коэффициент Пуассона  $\nu$

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ \mu &= \frac{E}{2(1+\nu)}.\end{aligned}\tag{4}$$

Итого, для изотропного случая можно записать

$$\begin{aligned}\rho\dot{\vec{v}} &= \nabla \cdot \mathbb{T} \\ \dot{\mathbb{T}} &= \lambda(\nabla \cdot \vec{v})\mathbb{I} + \mu(\nabla \otimes \vec{v} + \vec{v} \otimes \nabla)\end{aligned}\tag{5}$$

Остается последний шаг преобразования. Применим акустическое приближение: тензор напряжений зависит только от одного скалярного параметра  $p$ , который называют давлением, и выражается через единичный тензор  $\mathbb{I}$ . Модуль сдвига  $\mu$  считается равен нулю.

$$\mathbb{T} = -p\mathbb{I}\tag{6}$$

Эта модель хорошо подходит для описания жидкостей, что и требуется в настоящей работе. Традиционно переобозначим  $\lambda$  за  $K$  — модуль всестороннего сжатия. Наконец, подставляя это выражение в 5, получаем

$$\begin{aligned}\rho\dot{\vec{v}} &= -\nabla(p\mathbb{I}) \\ \dot{p} &= -K(\nabla \cdot \vec{v})\end{aligned}\tag{7}$$

## 2.2 Выражения для коэффициентов прохождения и отражения волны

Для некоторых дальнейших рассуждений полезно понимать, какая часть волны проходит через контактную границу, а какая отражается обратно. В [6] приведено более подробное рассуждение, в настоящей же работе ограничимся соотношениями для нормально падающей на контактную границу волны:

$$\begin{aligned}R &= \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \\ T &= \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1}\end{aligned}\tag{8}$$

Здесь  $R$  - коэффициент отражения по амплитуде,  $T$  - коэффициент прохождения по амплитуде. Возводя их в квадрат можно получить коэффициенты по энергии, но они не понадобятся. Индексам "1" и "2" соответствуют величины в среде из которой и в которую бежит волна соответственно. Также важное обозначение  $Z = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \rho c$  — акустический импеданс среды, величина, характеризующая сопротивление среды распространению

звуковых волн,  $c$  — скорость звука в среде.



### 3 Обзор существующих решений

Здесь надо рассмотреть все существующие решения поставленной задачи, но не просто пересказать, в чем там дело, а оценить степень их соответствия тем ограничениям, которые были сформулированы в постановке задачи.

## 4 Исследование и построение решения задачи

Требуется разбить большую задачу, описанную в постановке, на более мелкие подзадачи. Процесс декомпозиции следует продолжать до тех пор, пока подзадачи не станут достаточно простыми для решения непосредственно. Это может быть достигнуто, например, путем проведения эксперимента, доказательства теоремы или поиска готового решения.

## 5 Описание практической части

Если в рамках работы писался какой-то код, здесь должно быть его описание: выбранный язык и библиотеки и мотивы выбора, архитектура, схема функционирования, теоретическая сложность алгоритма, характеристики функционирования (скорость/память).

## 6 Заключение

Здесь надо перечислить все результаты, полученные в ходе работы. Из текста должно быть понятно, в какой мере решена поставленная задача.

## Список литературы

- [1] *Ruiken, Jan-Paul*. Drop Dissolution Intensified by Acoustic Levitation / Jan-Paul Ruiken, Jörn Villwock, Matthias Kraume // *Micromachines*. — 2024.
- [2] Near-field acoustic levitation and applications to bearings: a critical review / Minghui Shi, Kai Feng, Junhui Hu et al. // *International Journal of Extreme Manufacturing*. — 2019.
- [3] *Nakahara, Jared*. Contact-less Manipulation of Millimeter-scale Objects via Ultrasonic Levitation / Jared Nakahara, Boling Yang, Joshua R. Smith // 2020 8th IEEE RAS/EMBS International Conference for Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob). — 2020.
- [4] *Polychronopoulos, Spyros*. Acoustic levitation with optimized reflective metamaterials / Spyros Polychronopoulos, Gianluca Memoli // *Nature*. — 2020.
- [5] *Магомедов, К. М.* Сеточно-характеристические численные методы / К. М. Магомедов, А. С. Холодов. — М.: Наука, 1988.
- [6] *Казаков, А. О.* Численное моделирование волновых процессов в задачах ультразвукового неразрушающего контроля сеточнохарактеристическим методом / А. О. Казаков. — Дисс. канд. физ.-мат. наук, М., МФТИ, 2019.
- [7] *Челноков, Ф. Б.* Явное представление сеточно-характеристических схем для уравнений упругости в двумерном и трехмерном пространствах / Ф. Б. Челноков // *Матем. моделирование*. — 2006. — Vol. 18, по. 6.
- [8] *Петров, И. Б.* Лекции по вычислительной математике / И. Б. Петров, А. И. Лобанов. — Интернет-университет информационных технологий, 2006.
- [9] *Ландау, Л.* Теория упругости / Л. Ландау, Е. Лифшиц. — Наука, 1965.
- [10] *Исакович, М. А.* Общая акустика / М. А. Исакович. — Наука, 1973.

- [11] *Кондауров, В.И.* Основы термомеханики конденсированной среды / В.И. Кондауров, В.Е. Фортов. — М., МФТИ, 2002.
- [12] *Горьков, Л. П.* О силах, действующих на малую частицу в акустическом поле в идальной жидкости / Л. П. Горьков // *Доклады Академии наук СССР*. — 1961. — Vol. 140, no. 1.
- [13] *Zhang, Fuqiang.* The Experiment of Acoustic Levitation and the Analysis by Simulation / Fuqiang Zhang, Zelai Jin // *Open Access Library Journal*. — 2018.
- [14] *Noviello, C.* Mastering STM32 / C. Noviello. — LeanPub, 2022.