

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4.4.1

**Изучение дифракционной решетки с
помощью гониометра**

Б03-102

Куланов Александр

Долгопрудный, 2023 г.

- **Цель работы:** Знакомство с работой гониометра и определение спектральных характеристик амплитудной или фазовой решетки (эшелета)
- **В работе используются:** ртутная лампа, гониометр, амплитудная и фазовая дифракционные решетки, плоскопараллельная стеклянная пластинка, призмный отражатель, щель с микрометрическим винтом

1 Теоретические сведения

Дифракционная решётка представляет собой стеклянную или металлическую пластинку, на которую с помощью делительной машины через строго одинаковые интервалы нанесены параллельные штрихи. В учебных лабораториях обычно применяются отпечатки таких гравированных решёток - реплики, изготовленные из специальной пластмассы. Основными параметрами дифракционной решётки являются её период d (постоянная решётки) и число штрихов N .

Обычно дифракционная решётка освещается плоской волной (рис. 1). а плоскость наблюдения практически находится в бесконечности (условия дифракции Фраунгофера). В этом случае направление, в котором производится наблюдение, определяется углом φ между нормалью к решётке и направлением лучей.

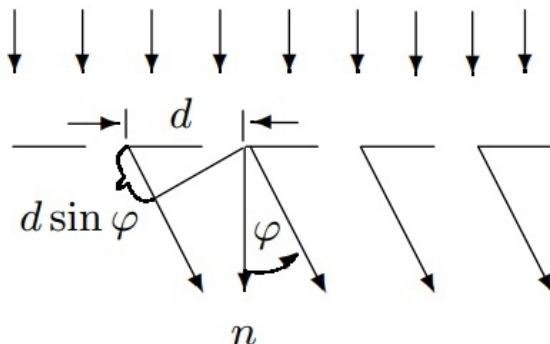


Рис. 1: Дифракция

В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля распределение интенсивности в дифракционной картине определяется суперпозицией волн, приходящих в точку наблюдения от различных щелей решётки. При этом амплитуды всех интерферирующих волн при заданном угле φ практически одинаковы, а фазы составляют арифметическую прогрессию.

Пусть падающая на решётку волна распространяется перпендикулярно её поверхности. Интенсивность дифрагированного света максимальна для углов φ_m , для которых волны, приходящие в точку наблюдения от всех щелей решётки, оказываются в фазе.

Как следует из рис. 1, для этих направлений справедливо соотношение

$$d \sin \varphi_m = m\lambda \quad (m \text{ — целое число}). \quad (1)$$

Точная теория решётки учитывает как интерференцию волн, приходящих от разных щелей, так и дифракцию на каждой щели. Как показывает простой расчёт, интенсивность I света, распространяющегося под углом φ к нормали, определяется формулой

$$I = I_1(\varphi) \frac{\sin^2[N(kd \sin \varphi)/2]}{\sin^2[(kd \sin \varphi)/2]}, \quad (2)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число, а множитель $I_1(\varphi)$ описывает дифракцию волн, испускаемых одним периодом решётки (диаграмма направленности одного периода). Анализ выражения (2) показывает, что при большом числе щелей свет, прошедший через решётку, распространяется по ряду резко ограниченных направлений, определяемых соотношением (1). Зависимость интенсивности света от угла наблюдения представлена на рис. 2.

Как следует из (1), углы, при которых наблюдаются световые максимумы, зависят от длины волны λ . Дифракционная решетка, таким образом, представляет собой спектральный прибор. Если на дифракционную решётку падает свет сложного спектрального состава, то после решётки образуется спектр, причём фиолетовые лучи отклоняются решёткой меньше, чем красные. Входящая в (1) величина m носит название порядка спектра. При $m = 0$ максимумы интенсивности для всех длин волн располагаются при $\varphi = 0$ и накладываются друг на друга. При освещении белым светом нулевой максимум, в отличие от всех прочих, оказывается поэтому неокрашенным. Спектры первого, второго и т. д. порядков располагаются симметрично по обе стороны от нулевого.

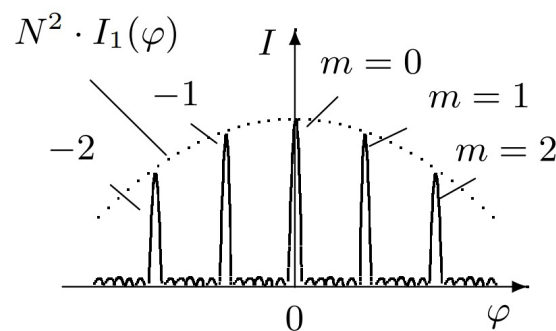


Рис. 2: Распределение интенсивностей

Угловая дисперсия.

Дисперсия D характеризует угловое расстояние между близкими спектральными линиями:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}. \quad (3)$$

Дифференцируя обе части (1), получим

$$d \cos \varphi d\varphi = m \cdot d\lambda. \quad (4)$$

Следовательно,

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - m^2 \lambda^2}} \quad (5)$$

Дисперсия возрастает с увеличением порядка спектра. На опыте дисперсию решётки отределяют путём измерения углового расстояния $\Delta\varphi$ между двумя близкими спектральными линиями с известной разностью длин волн $\Delta\lambda$ (например, между жёлтыми линиями ртути).

Разрешающая способность дифракционной решётки.

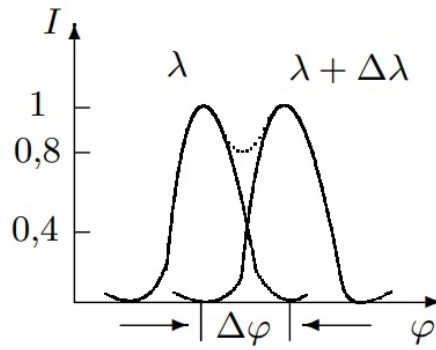


Рис. 3: К определению разрешающей способности дифракционной решетки

Возможность разрешения двух близких спектральных линий зависит от их ширины и от расстояния между ними. Пусть в спектре m -го порядка наблюдаются две близкие спектральные линии с длинами волн λ и $(\lambda + \Delta\lambda)$. Угловое расстояние $\Delta\varphi$ между этими линиями, согласно (4), равно

$$\Delta\varphi = \frac{m\Delta\lambda}{d \cos \varphi}. \quad (6)$$

Согласно критерию разрешения Релея линии становятся неразличимыми, когда расстояние между ними меньше, чем расстояние от максимума одной линии до её первого минимума (рис. 3). Как следует из (2), при переходе из главного максимума ($\varphi = 0$) в минимум величина $N(kd \sin \varphi)/2$ изменяется на π , так что

$$\frac{Nkd}{2} [\sin(\varphi + \delta\varphi) - \sin \varphi] = \pi. \quad (7)$$

где $\delta\varphi$ - угловая полуширина главного максимума. Принимая во внимание малость $\delta\varphi$, получим из (7)

$$\delta\varphi = \frac{\lambda}{Nd \cos \varphi}. \quad (8)$$

Отметим, что угловая полуширина максимума обратно пропорциональна видимому размеру решётки $-Nd \cos \varphi$.

По определению разрешающая способность спектрального прибора $R = \lambda/\delta\lambda$ - это отношение длины волны к разности длин волн двух линий, разрешаемых по критерию Релея. Приравнявая $\delta\varphi$ и $\Delta\varphi$ для случая предельного разрешения, найдём для дифракционной решётки

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = m \cdot N. \quad (9)$$

Спектральный интервал $\delta\lambda$, входящий в соотношение (9), характеризует минимальное расстояние между двумя спектральными линиями, которые ещё могут быть разрешены при помощи данной дифракционной решётки.

Дисперсионная область.

При достаточно широком спектральном интервале падающего света спектры разных порядков могут накладываться друг на друга. Предельная ширина спектрального интервала

$\Delta\lambda$, при которой спектры соседних порядков (m и $m + 1$) перекрываются только своими границами, называется дисперсионной областью G . При этом

$$d \sin \varphi = m(\lambda + \Delta\lambda) = (m + 1)\lambda, \quad (10)$$

и дисперсионная область

$$G = \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m} \quad (11)$$

2 Экспериментальная установка

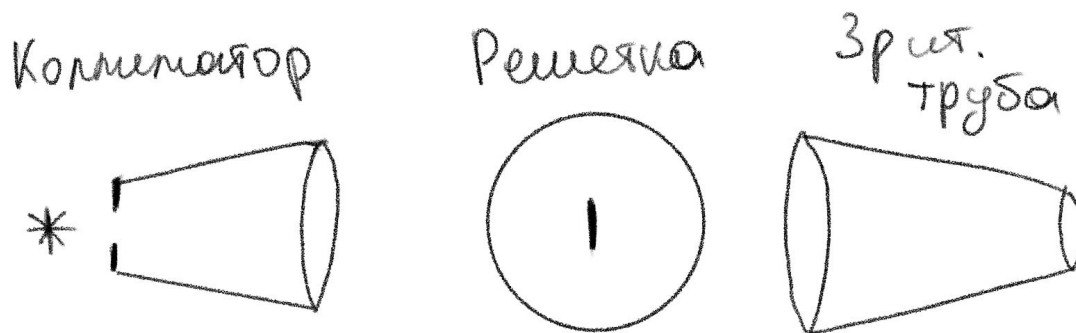


Рис. 4: Схема установки (сверху)

При работе с дифракционной решеткой основной задачей является точное измерение углов, при которых наблюдаются главные максимумы для различных длин волн. В нашей работе для измерения углов используется гониометр Г5, с устройством которого можно ознакомиться в описании работы 5.4. Принципиальная схема экспериментальной установки приведена на рис. 4.

Измерение длин волн спектральных линий. Дифракционная решётка с известным периодом может быть использована для измерения длин волн, например, в спектре ртути. Как следует из (1), измерения длины волны сводятся к определению φ_m - угла отклонения лучей от первоначального направления. Проведя измерения дифракционных углов для спектра с известными длинами волн, можно рассчитать период решётки. **Определение угловой дисперсии.** Для определения угловой дисперсии дифракционной решётки (см. формулу (3)) нужно измерить угловое расстояние $\Delta\varphi$ между двумя близкими спектральными линиями с длинами волн λ_1 и λ_2 и провести вычисления по формуле $D = \Delta\varphi / (\lambda_1 - \lambda_2)$. **Оценка разрешающей способности решётки.** Непосредственное экспериментальное определение разрешающей способности дифракционной решётки требует специальных источников света, в спектре которых имеются близкие спектральные линии, находящиеся на пределе разрешения. Обозначим через $\delta\lambda$ разность их длин волн. Разрешающая сила определяется отношением $\lambda/\delta\lambda$. При сравнении результатов с теоретической величиной разрешающей силы ($R = mN$) необходимо принимать во внимание два обстоятельства. 1. Формула (9) была получена в предположении, что ширина спектральной линии обусловлена только дифракцией. Нетрудно сообразить, что дифракция

определяет ширину спектральной линии лишь в том случае, если ширина щели s коллиматора удовлетворяет соотношению

$$\frac{s}{f} \ll \delta\varphi, \quad (12)$$

где f - фокусное расстояние объектива коллиматора, а $\delta\varphi$ - угловая полуширина дифракционного максимума. С помощью (8) для малых дифракционных углов найдём

$$s \ll \frac{\lambda}{dN} f. \quad (13)$$

При экспериментальной оценке разрешающей способности ширину щели коллиматора нужно выбирать достаточно малой. Полезно производить измерения при разных размерах щели, постепенно её уменьшая. Видимая ширина линии должна при этом сначала уменьшаться вместе с шириной щели, а затем оставаться постоянной. 2. Иногда из-за плохого качества решёток получить чёткие спектральные линии удаётся только с помощью диафрагмы, установленной на коллиматорном объективе. Диафрагма позволяет выбрать достаточно однородный участок решётки, но при этом уменьшает число освещённых штрихов решётки. В теоретической формуле $R = mN$ под N нужно теперь понимать число одновременно работающих щелей, равное отношению ширины диафрагмы к периоду решётки. Однако даже при узких диафрагмах в экспериментах с решётками плохого качества нельзя быть уверенным, что ширина наблюдаемых спектральных линий определяется только дифракцией (а не аберрациями).

Описанный метод позволяет измерить так называемую аппаратную или приборную разрешающую силу в реальных условиях опыта (т.е. при данных решётках, заданных размерах входной щели коллиматора, данном увеличении зрительной трубы и т.д.). Сравнение полученного результата с теоретическим (предельным) значением разрешающей силы позволяет оценить качество спектральной установки.

3 Обработка результатов

В ходе обработки выяснилось, что фиолетовый и два красных спектра были зафиксированы ошибочно. Отбросим их из данных. Для $+1$ порядка посмотрим на углы дифракции:

Ноль шкалы 180 14'43"			
	λ , нм	Угол, град. мин. сек.	Угол, град. мин. сек.
Синий	404,7	192 01 11	168 10 17
Голубой	491,6	194 32 54	165 49 10
Зелёный	546,1	196 01 37	164 19 34
Желтый	577	196 56 40	163 23 46
Желтый	579,1	197 00 18	163 20 06

Таблица 1: Данные об углах дифракции

Вычтем из полученных углов ноль шкалы, переведем градусы в радианы, посчитаем синусы и занесем всё в таблицу:

	λ , нм	$\sin \varphi_1$	$\sin \varphi_{-1}$
Синий	404,7	0,204	-0,209
Голубой	491,6	0,247	-0,249
Зелёный	546,1	0,272	-0,274
Желтый	577	0,287	-0,290
Желтый	579,1	0,288	-0,291

Таблица 2: Синусы углов

Построим графики зависимости $\sin \varphi_{\pm 1} = \pm \frac{1}{d} \lambda$. Угол наклона даст обратное значение для периода решетки:

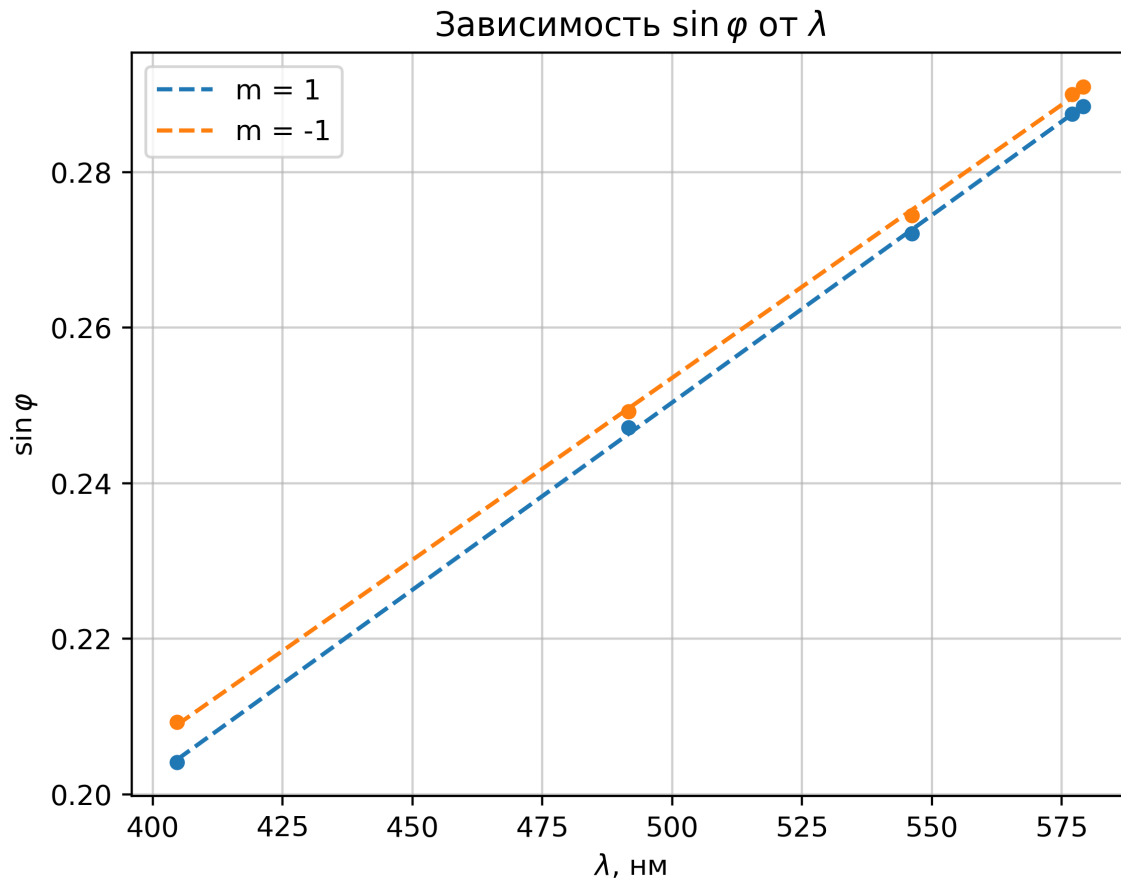


Рис. 5: Графики для синусов углов дифракции

Итого, проведя все расчеты, имеем

$$d = (2,1 \pm 0,2) \text{ мкм}$$

$$d_{\text{теор.}} = 2 \text{ мкм}$$

Для расчёта угловой дисперсии приведем данные для желтых пар разных порядков:

Пары желтых спектров			
m	Угол	Угол, сек	Угол, Δ сек
1	196 56 24	708984	231
1	197 00 15	709215	
2	215 11 51	774711	495
2	215 20 06	775206	
3	239 00 06	860406	1177
3	239 19 43	861583	
-1	163 23 46	588226	-220
-1	163 20 06	588006	
-2	144 42 41	520961	-523
-2	144 33 58	520438	
-3	118 57 40	428260	-1429
-3	118 33 51	426831	

Таблица 3: Данные для желтых спектров

Зная, что $\Delta\lambda$ для желтой пары 2,1 нм или 21 Å, посчитаем $d\varphi/d\lambda$ и построим графики:

m	D, сек/Ангстрем
1	11,00
2	23,57
3	56,05
-1	-10,48
-2	-24,90
-3	-68,05

Таблица 4: Угловые дисперсии

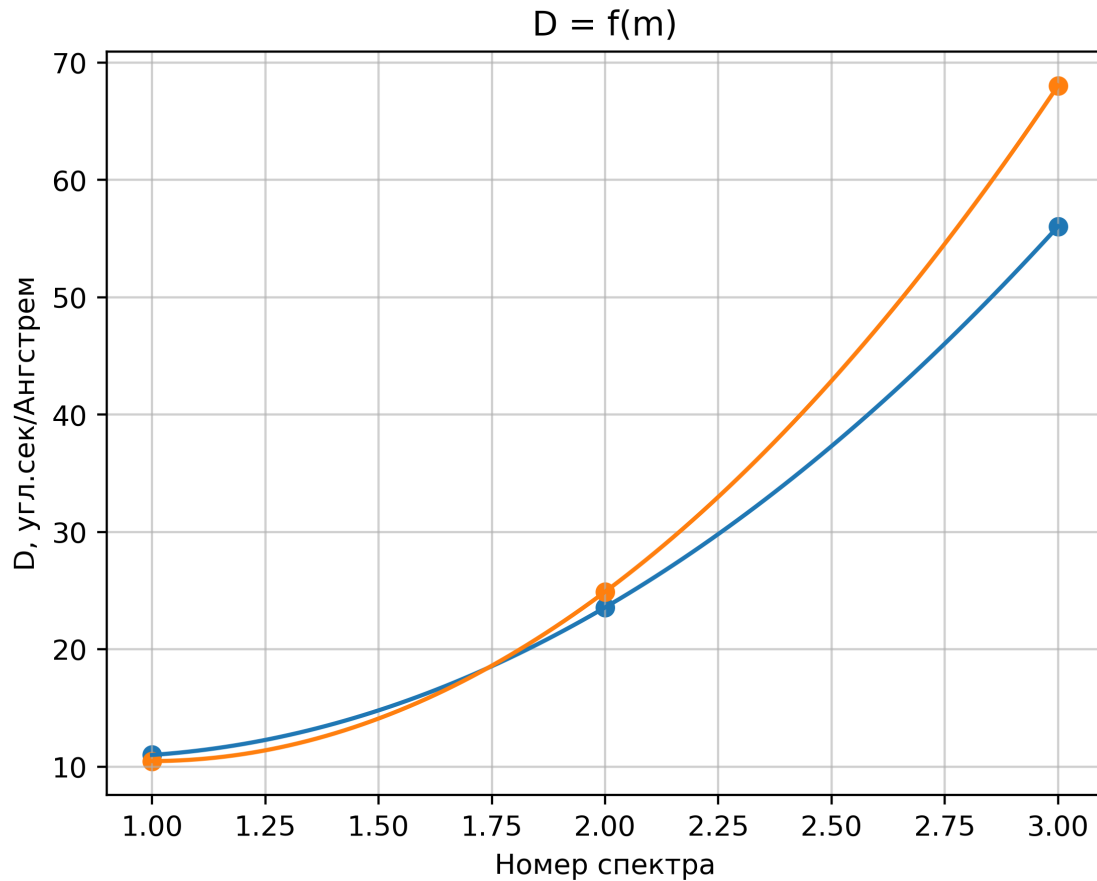


Рис. 6: Графики для угловых дисперсий

Как можно видеть, дисперсия возрастает с увеличением порядка спектра.

Оценим разрешающую способность R и число эффективно работающих штрихов N , а так же эффективный размер l :

$$R \approx \frac{\varphi}{\Delta\varphi} \approx \frac{60332}{231} \approx 261$$

$$R_\lambda \approx \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \approx \frac{577}{2,1} \approx 274$$

$$N \approx \frac{R}{m} \approx 261$$

$$l \approx Nd \approx 0,5 \text{ мм}$$

4 Выводы

В работе были исследованы спектральные линии ртути, определен шаг решетки, угловая дисперсия и эффективный размер. Период решетки d сошелся с реальным в пределах погрешности.