Offene Menge

Wie ist eine offene Menge im normierten Raum $(X, \|\|)$ definiert?

Abgeschlossene Menge

Wie ist eine abgeschlossene Menge im normierten Raum $(X, \|\|)$ definiert?

Kompakte Menge

Wie ist eine kompakte Menge im normierten Raum $(X, \|\|)$ definiert?

Offene Menge Seien $(X, \|\|)$ ein normierter Raum, $M \subseteq X$.
Die Menge M heißt **offen in** $(X, \|\|)$ *(oder "offen in X" oder "offen")*, wenn M Umgebung von jedem $a \in M$ ist. (2.4)

Abgeschlossene Menge Seien $(X, \|\|)$ ein normierter Raum, $M \subseteq X$.
(i) Ein $a \in X$ heißt Häufungspunkt von M, wenn in jeder Umgebung von a (mind.) ein Punkt aus M liegt, der von a verschieden ist.
(ii) Liegt jeder Häufungspunkt von M in M; so heißt M abgeschlossen. (2.4)

Kompakte Menge Seien $(X, \|\|)$ ein normierter Raum, $M \subseteq X$.
(i) Eine offene Überdeckung $\mathcal{F}$ von M ist eine nichtleere Menge von in $(X, \|\|)$ offenen Mengen mit der Eigenschaft $M \subseteq \bigcup_{Q \in \mathcal{F}} Q := \{x \in X | \exists Q \in \mathcal{F} : x \in Q\}$
(ii) M heißt kompakt, wenn jede offene Überdeckung $\mathcal{F}$ von M eine endliche "Teilüberdeckung" enthält; dabei verstehen wir unter einer Teilüberdeckung eine Teilmenge $\mathcal{F}'$ von $\mathcal{F}$, die ebenfalls eine offene Überdeckung von M ist. (2.5)