TALLER N° 4

KELLY FERNANDA VÁSQUEZ ZAPATA

TRABAJO DE:

INTELIGENCIA ARTIFICIAL

PRESENTADO A:

CARLOS ALBERTO LONDOÑO LOAIZA

CARTAGO VALLE

CORPORACIÓN DE ESTUDIOS TECNOLÓGICOS DEL NORTE DEL VALLE

TECNOLOGIA EN SISTEMAS DE INFORMACIÓN

SEMESTRE V

2018

TALLER N° 4

1. Usando la red neuronal del perceptrón, clasificar la siguiente información:

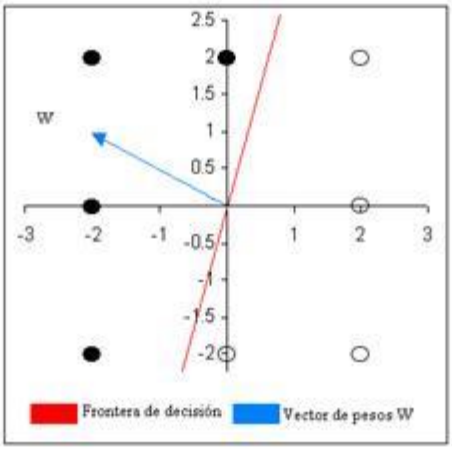
$p1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad t1 = 1;$ $\qquad p2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad t2 = 1;$

$p3 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad t3 = 1;$ $\qquad p4 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} \quad t4 = 1;$

$p5 = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \quad t5 = 0;$ $\qquad p6 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} \quad t6 = 0;$

$p7 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad t7 = 0;$ $\qquad p8 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad t8 = 1;$

   a. **Trace la frontera de decisión:**



   En la gráfica se traza la línea que separa los patrones que arrojan salida 1 (negro) de los patrones cuya salida deseada sea 0 (Blanco).

   b. **Encuentre la matriz de pesos W y el umbral de activación b:**

Matriz de pesos W:

W = [-2 1]

Dado que la frontera de decisión atraviesa por el origen (0,0), el umbral de activación es cero.

b = 0

c. **Valide el comportamiento del perceptrón con la información de entrada:**

1) Para el **primer** par de entrada/salida

$$\mathbf{p1} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{t1} = \mathbf{1};$$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$$a = hardlim\ (Wp + b)$$

$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}\left(\begin{bmatrix}1 & -0.8\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix} + 0\right) = \mathrm{hardlim}\big((1)(1) - (0.8)(2) + 0\big)$$

$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}(-0.6) = 0$$

Paso 2. Se calcula el error:

$$\mathrm{e} = \mathrm{t1} - \mathrm{a}$$

$$\mathrm{e} = 1 - 0$$

$$\mathrm{e} = 1$$

2) Para el **segundo** par de entrada/salida

$$\mathbf{p2} = \begin{bmatrix} -\mathbf{2} \\ \mathbf{2} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{t2} = \mathbf{1};$$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$$a = hardlim\ (Wp + b)$$

$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}([-2 \quad 1]\begin{bmatrix}-2\\2\end{bmatrix} + 0)$$

$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}(6) = 1$$

Paso 2. Se calcula el error:

$$\mathrm{e} = \mathrm{t2} - \mathrm{a}$$

$$\mathrm{e} = 1 - 1$$

$$\mathrm{e} = 0$$

3) Para el **tercer** par de entrada/salida

$$\mathbf{p3} = \begin{bmatrix}-\mathbf{2}\\\mathbf{2}\end{bmatrix} \quad \boldsymbol{t3} = \mathbf{1};$$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$$a = hardlim\ (Wp + b)$$

$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}([-2 \quad 1]\begin{bmatrix}-2\\0\end{bmatrix} + 0)$$

$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}(4) = 1$$

Paso 2. Se calcula el error:

$$\mathrm{e} = \mathrm{t3} - \mathrm{a}$$

$$\mathrm{e} = 1 - 1$$

$$\mathrm{e} = 0$$

4) Para el **cuarto** par de entrada/salida

$$\mathbf{p4} = \begin{bmatrix}-\mathbf{2}\\-\mathbf{2}\end{bmatrix} \quad \boldsymbol{t4} = \mathbf{1};$$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$a = hardlim\ (Wp + b)$

$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}([-2 \quad 1]\begin{bmatrix}-2\\-2\end{bmatrix} + 0)$

$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}(2) = 1$

Paso 2. Se calcula el error:

$\mathrm{e} = \mathrm{t4} - \mathrm{a}$

$\mathrm{e} = 1 - 1$

$\mathrm{e} = 0$

5) Para el **quinto** par de entrada/salida

$\mathbf{p5} = \begin{bmatrix}\mathbf{0}\\\mathbf{-2}\end{bmatrix} \quad \boldsymbol{t5} = \mathbf{0};$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$a = hardlim\ (Wp + b)$

$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}([-2 \quad 1]\begin{bmatrix}0\\-2\end{bmatrix} + 0)$

$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}(-2) = 0$

Paso 2. Se calcula el error:

$\mathrm{e} = \mathrm{t5} - \mathrm{a}$

$\mathrm{e} = 0 - 0$

$\mathrm{e} = 0$

6) Para el **sexto** par de entrada/salida

$\mathbf{p6} = \begin{bmatrix}\mathbf{2}\\\mathbf{-2}\end{bmatrix} \quad \boldsymbol{t6} = \mathbf{0};$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$$a = hardlim\ (Wp + b)$$

$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}([-2 \quad 1]\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} + 0)$$

$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}(-6) = 0$$

Paso 2. Se calcula el error:

$$\mathrm{e} = \mathrm{t6} - \mathrm{a}$$

$$\mathrm{e} = 0 - 0$$

$$\mathrm{e} = 0$$

7) Para el **séptimo** par de entrada/salida

$$\mathbf{p7} = \begin{bmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{t7} = \mathbf{0};$$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$$a = hardlim\ (Wp + b)$$

$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}([-2 \quad 1]\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + 0)$$

$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}(-4) = 0$$

Paso 2. Se calcula el error:

$$\mathrm{e} = \mathrm{t7} - \mathrm{a}$$

$$\mathrm{e} = 0 - 0$$

$$\mathrm{e} = 0$$

8) Para el **octavo** par de entrada/salida

$$\mathbf{p8} = \begin{bmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{2} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{t8} = \mathbf{1};$$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$$a = hardlim\ (Wp + b)$$

$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}\left(\begin{bmatrix}-2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix} + 0\right)$$

$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}(-2) = 0$$

Paso 2. Se calcula el error:

$$\mathrm{e} = \mathrm{t8} - \mathrm{a}$$

$$\mathrm{e} = 0 - 0$$

$$\mathrm{e} = 0$$

d. Conclusión.

Se puede concluir con la matriz de pesos *W* y el umbral *b* que el problema es linealmente separable y se puede solucionar por un perceptrón simple, realizando una sola frontera de decisión separado el espacio de los patrones en dos regiones.

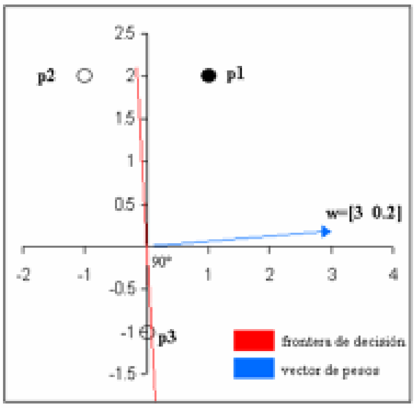
2. Usando la red neuronal del perceptrón, clasificar la siguiente información:

$$\mathrm{p1} = \begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix} \qquad t1 = 1;$$

$$\mathrm{p2} = \begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix} \qquad t2 = 0;$$

$$\mathrm{p3} = \begin{bmatrix}0\\-1\end{bmatrix} \qquad t3 = 0;$$

a. Trace la frontera de decisión.



b. Encuentre la matriz de pesos W y el umbral de activación b.

Se consideran los parámetros iniciales:

W = [1 – 0.8]
b = 0

c. Valide el comportamiento del perceptrón con la información de entrada:

1) Para el **primer** par de entrada/salida

$\mathbf{p1} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{t1 = 1};$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$$a = hardlim\ (Wp + b)$$

$$\mathrm{a = hardlim}\left([1 \quad -0.8]\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix} + 0\right) = \mathrm{hardlim}\big((1)(1) - (0.8)(2) + 0\big)$$

$$\mathrm{a = hardlim}(-0.6) = 0$$

Paso 2. Se calcula el error:

$$\mathrm{e = t1 - a}$$

$$\mathrm{e} = 1 - 0$$

$$\mathrm{e} = 1$$

Paso 3. Usando la regla de aprendizaje del perceptrón, se modifica la matriz de pesos W:

$$W_{nuevo} = W_{anterior} + ep^T$$

$$W_{nuevo} = [1 \quad -0.8] + (1)[1 \quad 2]$$
$$W_{nuevo} = [1 \quad -0.8] + [1 \quad 2] = [1+1 \quad -0.8+2]$$
$$W_{nuevo} = [2 \quad 1.2]$$

Paso 4. Para el umbral *b*.

$$b_{nuevo} = b_{anterior} + e$$

$$b_{nuevo} = 0 + 1 = \mathbf{1}$$

2) Para el **segundo** par de entrada/salida

$$\mathbf{p2} = \begin{bmatrix} \mathbf{-1} \\ \mathbf{2} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{t2 = 0;}$$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red (Con los Nuevos Pesos):

$$a = hardlim\ (Wp + b)$$
$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}\left([2 \quad 1.2]\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} + 1\right) = \mathrm{hardlim}\big((2)(-1) + (1.2)(2) + 1\big)$$
$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}(1.4) = 1$$

Paso 2. Se calcula el error:

$$\mathrm{e} = \mathrm{t2} - \mathrm{a}$$
$$\mathrm{e} = 0 - 1$$
$$\mathrm{e} = -1$$

Paso 3. Usando la regla de aprendizaje del perceptrón, se modifica el vector de pesos:

$$W_{nuevo} = W_{anterior} + ep^T$$

$$W_{nuevo} = [2 \quad 1.2] + (-1)[-1 \quad 2]$$
$$W_{nuevo} = [2 \quad 1.2] + [1 \quad -2]$$
$$W_{nuevo} = [3 \quad -0.8]$$

Paso 4. Para el umbral *b*.

$$b_{nuevo} = b_{anterior} + e$$

$$b_{nuevo} = 1 - 1 = \mathbf{0}$$

3) Para el **tercer** par de entrada/salida

$$\mathbf{p3} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{-1} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{t3} = \mathbf{0};$$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$$a = hardlim\ (Wp + b)$$
$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}([3 \quad -0.8]\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} + 0)$$
$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}(0.8) = 1$$

Paso 2. Se calcula el error:

$$\mathrm{e} = \mathrm{t3} - \mathrm{a}$$
$$\mathrm{e} = 0 - 1$$
$$\mathrm{e} = -1$$

Paso 3. Usando la regla de aprendizaje del perceptrón, se modifica el vector de pesos:

$$W_{nuevo} = W_{anterior} + ep^T$$
$$W_{nuevo} = [3 \quad -0.8] + (-1)[0 \quad -1]$$
$$W_{nuevo} = [3 \quad -0.8] + [0 \quad 1]$$
$$W_{nuevo} = [3 \quad 0.2]$$

Paso 4. Para el umbral *b*.

$$b_{nuevo} = b_{anterior} + e$$

$$b_{nuevo} = 0 - 1 = \mathbf{-1}$$

NOTA: Es necesario verificar, cuando se obtiene un vector de pesos nuevo que, el error e = 0 para todos los pares de entrada/salida, para dar por terminado el proceso de entrenamiento:

1) Para el **primer** par de entrada/salida

$$\mathbf{p1} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{t1} = \mathbf{1};$$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}\left(\begin{bmatrix} 3 & 0.2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + 0\right) = \mathrm{hardlim}\left((3)(1) + (0.2)(2) + 0\right)$$

$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}(3.4) = 1$$

Paso 2. Se calcula el error:

$$\mathrm{e} = \mathrm{t1} - \mathrm{a}$$

$$\mathrm{e} = 1 - 1$$

$$\mathrm{e} = 0$$

2) Para el **segundo** par de entrada/salida

$$\mathbf{p2} = \begin{bmatrix} \mathbf{-1} \\ \mathbf{2} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{t2} = \mathbf{0};$$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red (Con los Nuevos Pesos):

$$a = \text{hardlim}([3 \quad 0.2]\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix} + 0)$$

$$a = \text{hardlim}(-2.6) = 0$$

Paso 2. Se calcula el error:

$$e = t2 - a$$

$$e = 0 - 0$$

$$e = 0$$

3) Para el **tercer** par de entrada/salida

$$\mathbf{p3} = \begin{bmatrix}\mathbf{0}\\\mathbf{-1}\end{bmatrix} \quad \boldsymbol{t3 = 0};$$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}([3 \quad 0.2]\begin{bmatrix}0\\-1\end{bmatrix} + 0)$$

$$a = \text{hardlim}(-0.2) = 0$$

Paso 2. Se calcula el error:

$$e = t3 - a$$

$$e = 0 - 0$$

$$e = 0$$

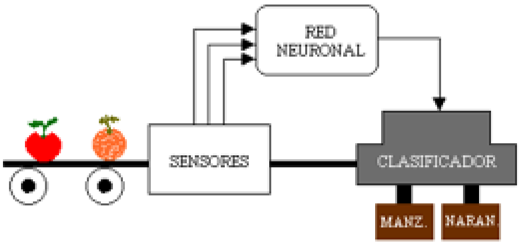
Por lo tanto, los valores finales de *W* y *b* son:

W = [3 0.2]
b = 0

d. Conclusión.

Sé que en la matriz de pesos W, la frontera de decisión es perpendicular a la matriz de pesos W, pasando por el origen, esto último se debe a que el valor del umbral b es cero.

3. Diseñe una red neuronal que clasifique dos frutas:



Las entradas para el perceptrón tienen la forma siguiente:

$$P = \begin{bmatrix} forma \\ textura \\ peso \end{bmatrix}$$

Los valores para cada parámetro son:

Forma:
1, si la fruta es redonda.
-1, si la fruta es elíptica.

Textura:
1, si la superficie de la fruta es suave.
-1, si la superficie es rugosa.

Peso:
1, 1 libra.
-1, < 1 libra.

Vectores de entrada:

Naranja

$$p1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad t1 = 0$$

Manzana

$$p2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad t2 = 1$$

Valores iniciales:

$$W = [0.5 \quad -1 \quad -0.5]$$

$$b = 0.5$$

a. **Calcule W y b aplicando el algoritmo de entrenamiento del perceptrón.**

Primera época

Para el primer par de entrada/salida (Primera iteración)

$$\mathbf{p1} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ -\mathbf{1} \\ -\mathbf{1} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{t1 = 0}$$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$$a = hardlim\ (Wp + b)$$

$$a = \mathrm{hardlim}\left([0.5 \quad -1 \quad -0.5]\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} + 0.5\right)$$
$$= \mathrm{hardlim}\big((0.5)(1) + (-1)(-1) + (-0.5)(-1) + 0.5\big)$$

$$a = \mathrm{hardlim}(2.5) = 1$$

Paso 2. Se calcula el error:

$e = t1 - a$

$e = 0 - 1$

$e = -1$

Paso 3. Usando la regla de aprendizaje del perceptrón, se modifica el vector de pesos:

$$W_{nuevo} = W_{anterior} + ep^T$$

$$W_{nuevo} = [0.5 \quad -1 \quad -0.5] + (-1)[1 \quad -1 \quad -1]$$

$$W_{nuevo} = [0.5 \quad -1 \quad -0.5] + [-1 \quad 1 \quad 1]$$

$$W_{nuevo} = [-0.5 \quad 0 \quad 0.5]$$

Paso 4. Para el umbral b.

$$b_{nuevo} = b_{anterior} + e$$

$$b_{nuevo} = 0.5 - 1 = -\mathbf{0.5}$$

Para el segundo par de entrada/salida (segunda iteración)

$$\mathbf{p2} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \\ -\mathbf{1} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{t2 = 1}$$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$$a = hardlim\ (Wp + b)$$

$$a = \mathrm{hardlim}([-0.5 \quad 0 \quad 0.5]\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - 0.5)$$

$$a = \mathrm{hardlim}(-1.5) = 0$$

Paso 2. Se calcula el error:

$e = t2 - a$

$\mathrm{e} = 1 - 0$

$\mathrm{e} = 1$

Paso 3. Usando la regla de aprendizaje del perceptrón, se modifica el vector de pesos:

$$W_{nuevo} = W_{anterior} + ep^T$$

$$W_{nuevo} = [-0.5 \quad 0 \quad 0.5] + (1)[1 \quad 1 \quad -1\,]$$

$$W_{nuevo} = [-0.5 \quad 0 \quad 0.5] + [1 \quad 1 \quad -1\,]$$

$$W_{nuevo} = [0.5 \quad 1 \quad -0.5]$$

Paso 4. Para el umbral b.

$$b_{nuevo} = b_{anterior} + e$$

$$b_{nuevo} = -0.5 + 1 = \mathbf{0.5}$$

Segunda época

Para el primer par de entrada/salida (Primera iteración)

$$\mathbf{p1} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ -\mathbf{1} \\ -\mathbf{1} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{t1 = 0}$$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$$a = hardlim\ (Wp + b)$$

$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}([0.5 \quad 1 \quad -0.5]\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} + 0.5)$$

$$\mathrm{a} = \mathrm{hardlim}(0.5) = 1$$

Paso 2. Se calcula el error:

$$\mathrm{e} = \mathrm{t1} - \mathrm{a}$$

$e = 0 - 1$

$e = -1$

Paso 3. Usando la regla de aprendizaje del perceptrón, se modifica el vector de pesos:

$$W_{nuevo} = W_{anterior} + ep^T$$

$$W_{nuevo} = [0.5 \quad 1 \quad -0.5] + (-1)[1 \quad -1 \quad -1]$$

$$W_{nuevo} = [0.5 \quad 1 \quad -0.5] + [-1 \quad 1 \quad 1]$$

$$W_{nuevo} = [-0.5 \quad 2 \quad 0.5]$$

Paso 4. Para el umbral b.

$$b_{nuevo} = b_{anterior} + e$$

$$b_{nuevo} = 0.5 - 1 = \mathbf{-0.5}$$

Para el segundo par de entrada/salida (segunda iteración)

$$\mathbf{p2} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \\ -\mathbf{1} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{t2 = 1}$$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$$a = hardlim\ (Wp + b)$$

$$a = \text{hardlim}([-0.5 \quad 2 \quad 0.5]\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - 0.5)$$

$$a = \text{hardlim}(0.5) = 1$$

Paso 2. Se calcula el error:

$e = t2 - a$

$e = 1 - 1$

$e = 0$

NOTA: Se comprueba si se cumple para el primer par de entrada *p*.

$$\mathbf{p1} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{-1} \\ \mathbf{-1} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{t1 = 0}$$

Paso 1. Se calcula la salida utilizando la función de activación propia de la red:

$$a = hardlim\ (Wp + b)$$

$$\mathrm{a = hardlim}([-0.5 \quad 2 \quad 0.5]\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} - 0.5)$$

$$\mathrm{a = hardlim}(-3.5) = 0$$

Paso 2. Se calcula el error:

$$\mathrm{e = t1 - a}$$

$$\mathrm{e} = 0 - 0$$

$$\mathrm{e} = 0$$

Por lo tanto, los valores finales de W y b son:

W = [-0.5   2   0.5]
b = 0.5

b. Conclusión.

De acuerdo a la regla de aprendizaje del perceptrón se ha alcanzado un mínimo por lo que se obtienen valores estables para la matriz de pesos *W* y el umbral *b*.