概率论习题课

Yuming Yang

2019 年 12 月 11 日

目录

答题要点：

1. 逻辑清楚，每一步都有明确的目的。

2. 步骤完整，步骤体现出解决的思路。

3. 格式规范，书写应符合本书的习惯。

第一章　概率论的基本概念

(A) 理解概率的基本概念(事件的关系与运算)

(B) 掌握古典概型概率计算方法

(C) 掌握概率公理化定义及其性质

(D) 理解并掌握三个公式：乘法、全概率和贝叶斯公式

(E) 理解相互独立概念与性质

1. 解释并举例说明：A与B互不相容，A与B对立，A与B相互独立。

2. 一电子信号在$[0,T]$时间内随机出现，设信号在$[0,T/4]$，$[T/4,T/2]$，$[T/2,T]$内出现的情况下被截获的概率分别为1/3，2/3，1/6，现信号被截获，求它是在$[T/2,T]$内出现的概率。

3. 两个信号甲与乙经发送传输后到达接收站，已知接收站把信号甲错收为乙的概率为0.02，把信号乙错收为甲的概率为0.01，而信号甲发射的机会是乙的两倍，求

   (a) 收到信号乙的概率；

   (b) 收到信号乙而发射的是信号甲的概率。

4. 两套各标有号码$1\sim n$的卡片被随机地匹配，至少有一匹配成对的概率是多少？
   解：

$$\text{设}B=\{\text{至少有一匹配成对}\}, A_i=\{\text{第i对卡片匹配成对}\}$$
$$\text{则}B=\bigcup_{i=1}^{n}A_i,$$

5. 甲乙两人经常用*E-mail*联系，他们约定在收到信件的当天即给回音，由于线路问题，每n份*E-mail*中，有1 份不能在当天送达收件人，甲在某日发了一份*E-mail*给乙，但未收到乙的回音，试求乙在当天收到了甲发给他的*E-mail*的概率？
   分析：两个不确定环节，1，甲发的不一定当天到达乙;2，乙回复的不一定当天达甲。“收到”与“回复”是确定性关系。
   解：设$A=\{\text{乙收到甲发给他的}E\text{-}mail\}$

$B = \{$甲收到乙回复给他的$E\text{-}mail\}$

则：

$$P(A) = \frac{n-1}{n}, P(\overline{B}|A) = \frac{1}{n}, P(\overline{B}|\overline{A}) = 1$$

所求概率为：

$$\begin{aligned} P(A|\overline{B}) =& \frac{P(A\overline{B})}{P(\overline{B})} \\ =& \frac{P(A)P(\overline{B}|A)}{P(A)P(\overline{B}|A) + P(\overline{A})P(\overline{B}|\overline{A})} \\ =& \frac{n-1}{2n-1} \end{aligned}$$

6. 考虑一元二次方程$x^2 + Bx + C = 0$，其中，B，C分别是将一枚骰子接连抛掷两次先后出现的点数，求该方程有实根的概率以及有重根的概率。

7. 设X和Y是两个随机变量，且

$$P\{X \geq 0, Y \geq 0\} = \frac{3}{7}，P\{X \geq 0\} = P\{Y \geq 0\} = \frac{4}{7}$$

则$P\{max(X，Y) \geq 0\} =$?

8. 设A, B为随机事件，且$P(B) > 0, P(A|B) = 1$，则必有$B \subset A$吗？

9. 设有来自三个地区的各10名，15名和25名考生的报名表，其中女生的报名表分别为3份、7份和5份，随机地取一个地区的报名表，从中先后抽出两份

   (a) 求先抽到的一份是女生表的概率？

   (b) 已知后抽到的一份是男生表，求先抽到的一份是女生表的概率？

10. 设袋子中有4个球，1白、1红、1黄，还有个涂了白、红、黄三种颜色，现从袋子中随机摸一个球，设A=\{该球涂有白色\}，B=\{该球涂有红色\}，C=\{该球涂有黄色\}，讨论A、B、C的独立性。

11. 某工厂生产的产品每10件为一批，假定每批产品中的次品数最多不超过两件，并具有如下表所示的概率：

单批产品中次品数(件)	0	1	2
概率	0.1	0.3	0.6

现在进行抽检，从每批次产品中抽取5件来检验，如果发现其中有次品，则认为该批产品不合格。求通过检验的一批产品中，没有次品的概率。

12. 将3个球随机地放入4个盒子，求盒子中球的最大个数分别为1，2，3的概率。

13. 某保险公司把汽车保险客户分为“易发”和“偶发”两类，该公司的统计资料表明“易发”客户占30%，一年内索赔概率为50%，“偶发”客户占70%，一年内索赔概率为10%，假设现有一客户向保险公司索赔，求该客户属于“易发”客户的概率。

14. 袋中有4枚硬币：甲硬币两面是花，乙硬币两面是字，丙硬币一面花一面字且质地均匀，丁硬币一面是花一面是字，但质地不均匀导致出现花的可能性是2/3，现从袋中任取一枚硬币抛掷一次，出现了花，求这枚硬币是丙硬币的概率。

第二章　随机变量的分布

(A) 理解并掌握分布函数的概念与性质

(B) 掌握分布律的性质

(C) 理解并掌握概率密度的性质

(D) 掌握连续型随机变量的性质

(E) 能够进行分布函数和概率密度的互相确定

(F) 掌握常见六个随机变量的刻画方法

(G) 能够计算常见分布相关概率

1. 某人有3发子弹，连续进行独立射击。设每次的命中率为0.9，若命中则停止射击，否则直到射光子弹为止，求所用子弹数X的分布函数。

2. 随机变量X_1的分布函数和概率密度分别为：$F_1(x), f_1(x)$，随机变量X_2的分布函数和概率密度分别为：$F_2(x), f_2(x)$。下面哪些函数可以作为概率密度函数？

   (a) $f_1(x)+f_2(x)$

   (b) $\dfrac{f_1(x)+f_2(x)}{2}$

   (c) $f_1(x)f_2(x)$

   (d) $F_1(x)f_2(x)+f_1(x)F_2(x)$

3. 学生完成一道作业的时间X是一个随机变量，单位为小时，它的密度为

$$f(x)=\begin{cases} cx^2+x, & 0\le x\le 0.5 \\ 0, & . \end{cases}$$

   (a) 确定常数c；

   (b) 写出X的分布函数；

   (c) 试求学生在10分钟以上20分钟以内完成一道作业的概率。

4. 设$F_1(x)$，$F_2(x)$为两个分布函数，问：

   (a) $F_1(x)+F_2(x)$是否是分布函数？

   (b) $F_1(x)F_2(x)$是否是分布函数？给出证明。

5. 假设一大型设备在任何长为t的时间内发生故障的次数$N(t)$服从参数为λt的泊松分布。求

   (a) 相继两次故障之间的时间间隔T的概率分布。

   (b) 已知设备无故障工作了10小时，还能正常工作10小时以上的概率。

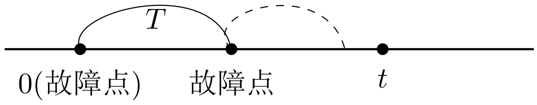

图 1: 示意图

分析：关键是计算$F(t) = P\{T \le t\}$，计算的关键是$\{T \le t\}$的含义。记某次故障发生时刻为0，则由图[1]可以看出，$\{T \le t\}$等价于在$(0, t)$内有故障。只有有故障时，并且故障次数可以不止一次，两次故障的时间间隔T小于t，无故障时，反而有$T > t$。而$\{$有故障$\}=\bigcup_{k=1}^{\infty}\{N(t) = k\}$

6. 80台机床独立地运行，每台损坏的概率0.01，如果

   (a) 4个人，每人维护20台。

   (b) 3个人共同维护80台。

   哪种维护方式好？

7. 设随机变量的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x), & 0 \le x \le 1 \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

   求X的分布函数

8. 某种电子原件在电源电压不超过200伏，200伏至240伏，及超过240伏3种情况下，损坏的概率分别为0.1，0.001及0.2，设电源电压$X \sim N(220, 25^2)$，求：

   (a) 此种电子元件的损坏率；

   (b) 此种电子元件损坏时，电源电压在$200 \sim 240$伏的概率。

9. 若$lnX \sim N(\mu, \sigma^2)$则称$X$服从对数正态分布，求$X$的密度函数。对数正态取非负值，又能通过正态分布进行计算，可以用来分析股票价格、销售量，元件寿命等随机变量。

10. 设顾客到某银行窗口等待服务的时间X（单位：分钟）服从指数分布，其密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}}, & x > 0 \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

   某顾客在窗口等待服务，如超过10分钟，他就离开，他一个月要到银行5 次，以Y表示一个月内他未等到服务而离开银行的次数，求Y的分布。

11. 某社区有两千人公用一个服务大厅的2个窗口，在一个固定的时间段内，每人需要使用该服务的概率为千分之一。问：在此时间段内，服务大厅排队等待的人数不少于6的概率？(注：正在接受服务的人不计入排队等待。$\sum_{k\ge6}^{2000}\frac{2^k}{k!}e^{-2} \approx 1.66\%, \sum_{k\ge8}^{2000}\frac{2^k}{k!}e^{-2} \approx 0.11\%$)

第三章 多维随机变量

(A) 理解并掌握联合分布函数的概念与性质，会计算联合分布函数

(B) 掌握联合分布律的性质，会求联合分布律

(C) 理解并掌握联合概率密度的性质

(D) 能根据联合分布求出对应的边缘分布

(E) 会计算均匀分布相关概率

(F) 掌握随机变量独立性的判定方法

(G) 掌握条件分布的计算方法

(H) 能熟练推导随机变量函数的分布

典型例题：

1. 已知二维随机变量(X,Y)的边缘分布律分别如下

X	0	1
p_k	p	$1-p$

Y	0	1
p_k	q	$1-q$

   已知{X=0}与{Y=0}相互独立，X与Y相互独立吗？说明你的结论和理由。

2. 设随机变量X与Y同分布，X的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{8}x^2, & 0<x<2\\ 0, & \end{cases}$$

   已知事件$A=\{X>a\}$和$B=\{Y>a\}$相互独立，且$P\{A\cup B\}=3/4$，求常数a。

3. 设$F_1(x),F_2(x)$都是分布函数，又$a>0,b>0$是两个常数，且$a+b=1$，证明$F(x)=aF_1(x)+bF_2(x)$是分布函数

4. 设随机变量ξ在区间(0,1)上服从均匀分布，在$\xi=x(0<x<1)$条件下，随机变量η在区间$(0,x)$上服从均匀分布，求：

   (a) 随机变量ξ和η的联合概率密度

   (b) 概率 $P\{\xi+\eta<1\}$

5. 设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度为Y

$$f(x,y)=\begin{cases}e^{-y}, & 0<x<y\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

   求: (1)$P\{X+Y<1\}$; (2)$f_{X|Y}(x|y)$

6. 已知

$$X \sim U(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), Y = \cos X$$

求$f_Y(y)$

7. 设随机变量X与Y相互独立，分布律分别为：

X	0	1	3
p_i	1/2	3/8	1/8

Y	0	1
p_i	1/3	2/3

求$Z = X + Y$的分布律

8. 设G为曲线$y = x^2, x = 1$与x轴所围区域。(ξ, η)服从G 上的均匀分布，求：

   (a) (ξ, η)的边缘分布。

   (b) ξ与η是否相互独立？

9. 设二维随机变量(X, Y)在矩形$G = \{(x, y)|1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 3\}$服从均匀分布，求$Z = X - Y$的概率密度。

10. 设$\xi \sim EXP(2)$,求$\eta = 1 - e^{-2\xi}$的概率密度函数

11. 二维随机变量(X, Y)的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 12e^{-(3x+4y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求(X, Y)的联合分布函数。

12. 设二维随机变量$(X, Y) \sim N(0, 1; 0, 1; 0)$,计算$P\{X^2 + Y^2 < r\}$,其中，$r > 0$。

13. 设(X, Y)的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 8xy, & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

问：X与Y是否相互独立？并求 ρ_{XY}

14. 设(X, Y)的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} Cxy^2, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

确定常数C,X与Y是否相互独立？

15. 设$X \sim N(\mu, \sigma^2)$,写出$(1)Y = e^X$; $(2)Y = |X|$的概率密度。

16. 设随机变量(X,Y)的联合概率密度为

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)},(x,y)\in R^2$$

计算概率$P\{-\sqrt{2}<X+Y<2\sqrt{2}\}$

17. 设(X,Y)是二维随机变量，X的概率密度为

$$f_X(x)=\begin{cases}3x^2, & 0<x<1\\ 0, & otherwise\end{cases}$$

在给定$X=x(0<x<1)$的条件下，Y的条件概率密度为

$$f_{Y|X}(y|x)=\begin{cases}\frac{3y^2}{x^3}, & 0<y<x\\ 0, & otherwise\end{cases}$$

求：

(a) (X,Y)的联合概率密度$f(x,y)$

(b) Y的概率密度$f_Y(y)$

(c) $P\{X>2Y\}$

第四章　随机变量的数字特征

(A) 理解期望的定义及其含义，会计算随机变量的期望

(B) 熟练掌握随机变量函数的期望的计算方法

(C) 掌握随机变量期望的性质，可以利用期望性质解决问题

(D) 理解随机变量的方差的定义及其含义

(E) 会计算随机变量的方差，能熟练应用方差的性质

(F) 会计算两个随机变量的协方差和相关系数

(G) 掌握多维正态分布的相关性质

典型例题：

1. 设有n维随机变量$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$，请分析以下结论之间的关系。

(a) $X_1,X_2,\cdots,X_n$相互独立；

(b) $X_1,X_2,\cdots,X_n$两两独立；

(c) $X_1,X_2,\cdots,X_n$两两不相关。

2. 设随机变量X的概率密度函数是恒大于零的偶函数，且$E(X^2) < \infty$，讨论X与$|X|$的相关性和独立性。
(提示：关键计算$cov(X,|X|)$)

3. 请分别说明随机变量的数学期望，方差和相关系数的实际含义。
答：数学期望代表随机变量取值的概率意义上的平均值;
方差刻画了随机变量的取值对数学期望的偏离程度;
相关系数则衡量随机变量之间的线性关联程度。

4. 设随机变量X_1, X_2相互独立，都服从区间$(0,2)$上的均匀分布，求$Y = max\{X_1, X_2\}$的数学期望。

5. 设二维正态随机变量$(X,Y) \sim N(1,3^2;0,4^2;-\frac{1}{2})$,设$Z = 2X + bY$，$b$ 为实数，问X与Z在什么条件下不相关？

6. 将n封不同的信的n张信笺与n个信封进行随机匹配，记N为匹配成对数，求$E(N)$.

7. (Peter & Paul分布) 令一个人连续抛掷一枚均匀地硬币，直到抛出反面为止，如果此前他抛出了n次正面，则发给他2^n元奖金，以X表示他所得到的奖金数目，求$E(X)$

8. 今有两个人进行乒乓球比赛，若有一人胜4局则比赛宣告结束，假定每局比赛中两个人获胜的概率都是1/2，问需要比赛的局数的数学期望是多少？

第五章 大数定律和中心极限定理

(A) 能用切比雪夫不等式估计概率和做理论推导

(B) 理解依概率收敛和依分布收敛的含义

(C) 了解大数定律的定义，可以用大数定律解释一些统计现象

(D) 掌握中心极限定理解决$\sum X_i$和二项分布概率近似计算问题

1. 加法器在做加法运算时，根据四舍五入原则先对每个数取整后再运算，这样产生的误差服从区间$[-0.5,0.5]$上的均匀分布。问：要使误差总和的绝对值不超过10的概率大于0.95，最多能有多少个数相加？

2. 对敌人阵地进行100次炮击，每次炮击时炮弹命中颗数的均值为4，方差为2.25。用中心极限定理求100次炮击中至少有420颗炮弹命中目标的概率(用Φ表示出即可)

3. 一加法器同时收到20个噪声电压$V_k(k = 1,2,\cdots,20)$，假设它们是相互独立的，且都在区间$(0,10)$上服从均匀分布，记$V = \sum\limits_{k=1}^{20} V_k$, 求$P(V > 105)$.

4. 计算机在进行加法时，对每个加数取整，设所有的取整误差是相互独立且同分布：$U(-0.5,0.5)$;

   (a) 若将1000个数相加，误差总和绝对值超过10的概率是多少？

(b) n个数加在一起使得误差总和的绝对值小于10的概率为0.9, n至多取多少？

5. 设有30个同类型的电子器件$D_1, D_2, \cdots, D_{30}$,若D_1损坏，则立即使用D_2，D_2损坏，则立即使用D_3，等等，设它们的寿命独立的，且都服从参数为0.1(小时)的指数分布，令T为30个器件的总寿命，问T超过350小时的概率是多少？

6. 已知某型号二极管寿命服从参数为0.05的指数分布，现有盒装该型号二极管100个，问有多大概率能够保证这盒二极管总的使用时间不少于1800小时？（$\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772$）

第六章　数理统计的基本概念

(A) 理解样本的定义

(B) 熟练掌握χ^2, T, F分布的结构定理及其相关性质

(C) 熟练掌握抽样分布定理，以及课堂补充结论

(D) 能够用相关定理证明有关结论

典型例题：

1. 设总体$\xi \sim N(0, \sigma^2), \xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_{15}$为简单随机样本，试判断统计量

$$T = \frac{\sum\limits_{i=1}^{10} (-1)^i \xi_i}{\sqrt{2}\sqrt{\sum\limits_{i=11}^{15} \xi_i^2}}$$

服从什么分布，并给出理由。

2. 设总体$X \sim N(0, 1), Y \sim N(0, 4)$相互独立

X_1, X_2, X_3, X_4 和 $Y_1, Y_2, Y_3, \cdots, Y_9$分别为来自总体$X$和$Y$的样本，确定统计量

$$Z = \frac{3(X_1 + X_2 + X_3 + X_4)}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{9} Y_i^2}}$$

的分布。

3. 设$X_1, X_2, \cdots, X_{n+m}$是来自总体$X(X \sim N(0, \sigma^2))$的容量为$n+m$的简单随机样本。

$$Y_1 = \frac{\sqrt{m}\sum\limits_{i=1}^{n} X_i}{\sqrt{n}\sqrt{\sum\limits_{i=n+1}^{n+m} X_i^2}}, \quad Y_2 = \frac{m\sum\limits_{i=1}^{n} X_i^2}{n\sum\limits_{i=n+1}^{n+m} X_i^2}$$

问Y_1, Y_2服从什么分布？说明理由。

4. 设总体$X\sim N(0,\sigma^2),X_1,X_2,X_3,X_4$ 为其样本，试确定$\dfrac{(X_1-X_2)^2}{(X_3+X_4)^2}$的分布.

5. 课本150页，6，8，13

6. 假设抛硬币的结果记为一个整体X，对这个总体进行抽样，得到一个样本$X_1,X_2,\cdots,X_n$，这里X_i表示第i 次抛硬币时正面出现的次数。记$\overline{X}$为样本均值，用切比雪夫不等式估计至少抛多少次$\overline{X}$落入区间$[0.4,0.6]$的概率为0.9？改用中心极限定理来计算这个问题，需抛的次数又是多少？

7. 设X_1,X_2,X_3,X_4,X_5为来自正态总体$X\sim N(0,1)$的样本，确定统计量
$$\frac{3(X_1-X_2)^2}{2(X_3^2+X_4^2+X_5^2)}$$
的分布。

8. 设$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自正态总体$X\sim N(0,\sigma^2)$的样本，求σ的（1）矩估计量；（2）极大似然估计量。

第七章　参数估计

(A) 掌握点估计的两种估计方法：矩估计和极大似然估计

(B) 掌握判别优良估计量的三个准则：无偏性、有效性和相合性

(C) 掌握单个正态总体的各种置信区间

典型例题：

1. 已知幼儿在正常情况下服从正态分布，现从某一幼儿园5岁至6岁的幼儿中随机抽查了9人，其身高(以cm为单位)分别为115，120，131，115，109，115，115，105，110，试在置信度95%条件下，求5岁至6岁的幼儿身高方差的置信区间。

2. 设$\hat{\mu}_1$和$\hat{\mu}_2$为总体均值μ的两个估计量，已知$E(\hat{\mu}_1)=E(\hat{\mu}_2)=\mu$, $D(\hat{\mu}_1)=1,D(\hat{\mu}_2)=4,\rho_{\mu_1\mu_2}=1/2$，做统计量$\hat{\mu}_3=c_1\hat{\mu}_1+c_2\hat{\mu}_2(c_1>0,c_2>0)$，问：要使形如$\hat{\mu}_3$的统计量为$\mu$的无偏估计且最有效，常数$c_1,c_2$应满足什么条件？

3. 设测量误差服从零均值的正态分布，进行4次独立测量，各次误差为0.1，-0.08，0.04，-0.07。求测量误差方差的极大似然估计值。
解：设测量误差$X\sim N(0,\sigma^2),x_1,x_2,x_3,x_4$为样本观测值。似然函数为：
$$L(\sigma)=\prod_{i=1}^{4}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{x_i^2}{2\sigma^2}}=\frac{1}{4\pi^2\sigma^4}e^{-\frac{0.029}{\sigma^2}}$$
令$\frac{d\ln L}{d\sigma}=0$，得极大似然估计值$\hat{\sigma}^2=0.0145$(对σ求导和对σ^2求导结果一样！)

4. 已知总体X服从几何分布

$$p\{X=x\}=(1-p)^{x-1}p, x=1,2,\cdots$$

其中，p为未知参数，$0<p<1$。设$X_1,X_2,\cdots,X_n$为总体X的一个样本，求参数p的极大似然估计。

5. 假设总体服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，抽样后构造统计量对μ进行估计，下面那些估计量是无偏的，哪个估计量最有效，为什么？
(1)$\overline{X}$, (2)X_n, (3)$\frac{1}{2}(X_1+X_2)$, (4)X_1+X_2

6. 176页3，9，12

7. 对样本容量为n的样本，求密度函数

$$f(x;\alpha)=\begin{cases}\dfrac{2}{\alpha^2}(\alpha-x), & 0<x<\alpha;\\ 0, & \text{others.}\end{cases}$$

中参数α的矩估计量。

8. 设总体X具有密度函数

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{x}{\theta^2}exp(-\dfrac{x^2}{\theta^2}), & x>0;\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$$

其中$\theta>0$，求θ的极大似然估计。

9. 为了估计湖中有多少条鱼，特从湖中捞出1000条鱼，标上记号后又放回湖中，然后再捞出150条鱼，发现其中有10条鱼带有已给的记号，问在湖中有多少条鱼，才能使150条鱼中出现10条带有记号的鱼的概率为最大？

10. 设总体$X\sim N(\mu,\sigma^2), X_1,X_2,\cdots,X_n$为其样本，
试求常数C，使$C\sum\limits_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$ 为σ^2的无偏估计量。

11. 设总体$X\sim B(1,p), X_1,X_2,\cdots,X_n$为其样本，验证统计量
$T=\dfrac{1}{n}(X_1^2+X_2^2+\cdots+X_n^2)$是参数$p$的相合估计量。

12. 设$\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n$是来自参数为λ的泊松分布总体ξ的简单随机样本，请说明统计量

$$T_1=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i(\xi_i-1),\quad T_2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i^2$$

中，哪个是λ^2的无偏估计量，并给出理由。

第八章　假设检验

(A) 理解假设检验的目的和基本检验思路

(B) 熟练掌握单个正态总体的四种双侧假设检验方法

(C) 了解单侧假设检验方法

(D) 了解大样本假设检验方法

(E) 会做两个正态总体的假设检验

典型例题：

1. 设一种电子元件的寿命X（以小时计）服从正态分布，μ, σ^2均未知。现测得$n = 16$只元件的寿命，计算得：

$$x = 241.5, \bar{s} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = 98.73$$

   问：是否有理由认为元件的平均寿命为225（小时）？($\alpha = 0.1, u_{0.05} = 1.645, t_{0.05}(15) = 1.7531$)

2. 已知某电子元件的长度服从正态分布，且方差为0.01。从一批次的产品中任取10个，测得$s^2 = 0.012$,则在显著性水平$\alpha = 0.05$下，这批电子元件的精度是否正常？

3. 在 $\sigma = 5.2$ 的正态总体中，抽取容量为 $n = 16$ 的样本算得样本均值 $\overline{x} = 27.56$，问：在显著性水平0.05 下，能否认为总体均值$\mu = 26$?

4. 设学校校车在两校区间固定路线上运行时间$X \sim N(\mu, \sigma^2)$（单位：分钟）。现测得校车16次运行时间，计算得$\bar{x} = 41.5, s^2 = 7.8$。在0.1的显著性水平下，能否认为校车的运行时间为40分钟？（$u_{0.05} = 1.645, u_{0.1} = 1.28, t_{0.05} = 1.7531, t_{0.05}(16) = 1.7459$）

5. 198页，5，7

第九章　一元回归分析

(A) 可以用相关系数检验法检验两个变量之间是否有显著的线性关系

(B) 熟练掌握求一元线性回归中截距、斜率和方差的最小二乘估计的方法

(C) 会做非线性回归的线性化处理

典型例题：

1. 课本第234页： 4,6

2. 在考察硝酸钠的可溶程度时，对一系列不同温度观察它在100毫升的水中溶解的硝酸钠的重量，得到一组观测值$(x_i, y_i), i = 1, 2, \cdots, 9$ 计算得：

$$\sum_{i=1}^{9} x_i = 234,\ \sum_{i=1}^{9} y_i = 234811.3,\ \sum_{i=1}^{9} x_i^2 = 10144$$
$$\sum_{i=1}^{9} y_i^2 = 76218.1339,\ \sum_{i=1}^{9} x_i y_i = 24628.6$$

从理论上推测，温度x_i与溶解得硝酸钠的重量Y_i之间有关系式：$Y_i = a + bx_i + \epsilon_i, i = 1, 2, \cdots, 9$。式子中$\epsilon_1, \epsilon_2, \cdots, \epsilon_9$相互独立，均服从正态分布$N(0, \sigma^2)$

(a) 求未知参数a,b,的最小二乘估计值和σ^2的无偏估计值；

(b) 检验线性回归是否显著($\alpha = 0.01$)?（结果保留四位有效数字）

自由度 / α	6	7
0.01	0.834	0.798
0.005	0.870	0.836

3. 某种金属的抗拉强度Y与硬度X存在相关关系，现测得20对数据$(x_i, y_i), i = 1, 2, \cdots, 20$，算得

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 606, \sum_{i=1}^{20} y_i = 210.5, \sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 23748, \sum_{i=1}^{20} y_i^2 = 2664.25, \sum_{i=1}^{20} x_i y_i = 7805.5$$

(a) 用相关系数检验法检验X与Y线性关系是否显著？（$\alpha = 0.01, R_{0.01}(18) = 0.561$）；

(b) 给出Y与X的经验线性回归方程。